

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов специальности
6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных
и технологических машин и комплексов»
очной и заочной форм обучения*



Могилев 2025

УДК 744: 621.791.053
ББК 30.11
И62

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «14» марта 2025 г.,
протокол № 8

Составитель ст. преподаватель Ю. А. Гуца

Рецензент канд. техн. наук, доц. Д. М. Свирепа

Методические рекомендации предназначены для студентов специальности 6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных и технологических машин и комплексов» очной и заочной форм обучения. Рассматривается последовательность выполнения всех индивидуальных графических заданий по курсу дисциплины «Инженерная графика».

Учебное издание

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Ответственный за выпуск	А. П. Прудников
Корректор	А. А. Подошевки
Компьютерная верстка	М. М. Дударева

Подписано в печать 03.06.2025. Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 5,58. Уч.-изд. л. 2,94. Тираж 36 экз. Заказ № 417.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2025

Содержание

Введение.....	4
1 Оформление чертежей в соответствии с требованиями ЕСКД.....	5
1.1 Государственные стандарты.....	5
1.2 Форматы.....	6
1.3 Масштабы.....	7
1.4 Линии.....	7
1.5 Шрифты чертежные.....	8
1.6 Нанесение размеров на чертежах.....	8
2 Геометрическое черчение.....	11
2.1 Сопряжения: область применения, характеристика, построение.....	11
2.2 Уклон: область применения, характеристика, построение.....	13
2.3 Конусность: область применения, характеристика, построение.....	15
3 Точка и прямая в системе H, V, W	16
3.1 Точка в системе H, V, W	16
3.2 Прямая в системе H, V, W	19
4 Плоскость.....	23
5 Виды.....	25
6 Разрезы.....	28
7 Сечения.....	31
8 Методы преобразования чертежа.....	32
8.1 Метод замены плоскостей проекций.....	33
8.2 Метод вращения вокруг проецирующей прямой.....	34
9 Поверхности.....	34
10 Пересечение поверхностей, одна из которых проецирующая.....	37
11 Метод вспомогательных секущих плоскостей.....	39
12 Метод концентрических сфер.....	40
13 Пересечение прямой линии с поверхностью.....	44
Список литературы.....	47

Введение

Одним из условий успешного овладения техническими знаниями является графическая грамотность, т. е. умение читать и выполнять чертежи.

Подготовку специалистов инженерно-технического профиля в вузах обеспечивает изучение курса «Инженерная графика», который является первой общетехнической дисциплиной, дающей знания, необходимые для изучения последующих технических дисциплин. Изложение материала в методических рекомендациях базируется на положении Государственных стандартов единой системы конструкторской документации (ЕСКД), внедренных и действующих в настоящее время в нашей стране.

В методических рекомендациях изложены основы инженерной графики, где последовательно рассмотрены правила оформления чертежей, рассмотрены основные требования стандартов ЕСКД по оформлению чертежей [8–10], изображения – виды, разрезы, виды конструкторской документации, изображение и обозначение соединений.

Методические рекомендации к практическим занятиям по дисциплине «Инженерная графика» подготовлены на основе действующих стандартов и отвечают требованиям учебного процесса.

1 Оформление чертежей в соответствии с требованиями ЕСКД

1.1 Государственные стандарты

В соответствии с Государственной системой стандартизации (ГСС) действует свыше 30 межотраслевых комплексов стандартов. Каждому комплексу (классу) присвоен номер, который введен в обозначение стандарта [4].

Единая система конструкторской документации (ЕСКД) – это комплекс стандартов, устанавливающих для всех отраслей промышленности и строительства единые правила и положения по разработке, оформлению и обращению конструкторской документации. Основное назначение стандартов ЕСКД – установление единых правил выполнения, оформления и обращения конструкторской документации, в том числе средствами машинной графики. Все стандарты комплекса ЕСКД распределены по десяти классификационным группам (от 0-й до 9-й). Обозначение государственных стандартов приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Распределение стандартов ЕСКД по классификационным группам

Шифр группы	Содержание стандартов в группе	ГОСТ
0	Общие положения	2.001–93 и последующие
1	Основные положения	2.101–68 и последующие
2	Классификация и обозначение изделий в конструкторских документах	2.201–80 и последующие
3	Общие правила выполнения чертежей	2.301–68 и последующие
4	Правила выполнения чертежей изделий машиностроения и приборостроения	2.401–68 и последующие
5	Правила обращения конструкторских документов (учет, хранение, дублирование, изменения)	2.501–88 и последующие
6	Правила выполнения эксплуатационной и ремонтной документации	2.601–68 и последующие
7	Правила выполнения схем	2.701–84 и последующие
8	Правила выполнения документов строительных и судостроительных	2.801–74 и последующие
9	Прочие стандарты	2.801–74 и последующие

Пример обозначения стандарта ЕСКД: «Шрифты чертежные» – ГОСТ 2.304–81. Цифра «2» обозначает класс, присвоенный комплексу стандартов ЕСКД, «3» – классификационная группа стандартов, «04» – порядковый номер стандарта в группе, «81» – год утверждения стандарта.

Проставляемая в ряде случаев в конце обозначения звездочка «*» означает, что в этот стандарт внесено изменение и его содержание несколько отличается от прежнего, что обязательно следует учитывать при использовании стандартов ГОСТ 2.304–81*.

Двумя «**» отмечают обозначения стандартов, замененных или отмененных в частях. С 1969 г. тремя «***» обозначают стандарты ранее отмененные, но позднее восстановленные. С 1978 г. стали учитывать требования стандартов СЭВ. ГОСТ 2.307–2011* (СТ СЭВ 1976–79, СТ СЭВ 2180–80). Некоторые стандарты СЭВ были введены в качестве межгосударственных стандартов СНГ. Знание стандартов при выполнении чертежей является обязательным.

В курсе «Инженерная графика» изучаются преимущественно стандарты группы 3 – Общие правила выполнения чертежей, а также некоторые стандарты, входящие в группы: 1 – Основные положения, 4 – Правила выполнения чертежей изделий машиностроения и приборостроения, 7 – Правила выполнения схем.

1.2 Форматы

Чертежи выполняются на листах чертежной бумаги с определенным соотношением размеров сторон листа, т. е. на листах определенных форматов. ГОСТ 2.301–68* устанавливает пять основных форматов чертежей (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Основные форматы листов чертежей

Обозначение формата	A0	A1	A2	A3	A4
Размер сторон формата, мм	1189 × 841	594 × 841	594 × 420	297 × 420	297 × 210

Чертежи оформляют рамкой, которую наносят внутри границ формата: сверху, справа и снизу – на расстоянии 5 мм, слева – на расстоянии 20 мм для брошюровки чертежа (рисунок 1.1). Толщина обрамляющей линии должна быть не менее 0,7 мм. Внутри рамки, в правом нижнем углу помещается основная надпись (штамп). Для форматов A4 основная надпись располагается только по короткой стороне листа, а для остальных форматов – по длинной стороне.

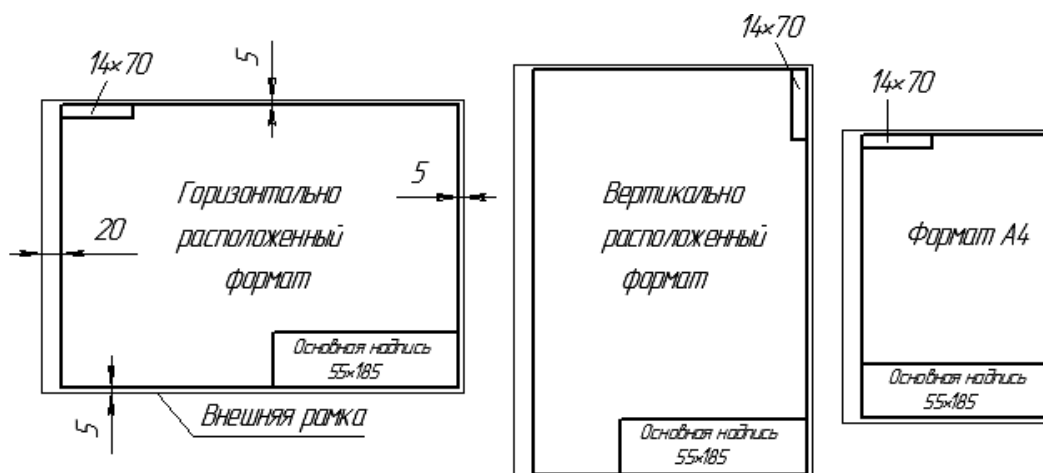


Рисунок 1.1 – Оформление форматов

Форма, содержание и размер граф основной надписи должны соответствовать ГОСТ 2.104–2006 (рисунок 1.2).

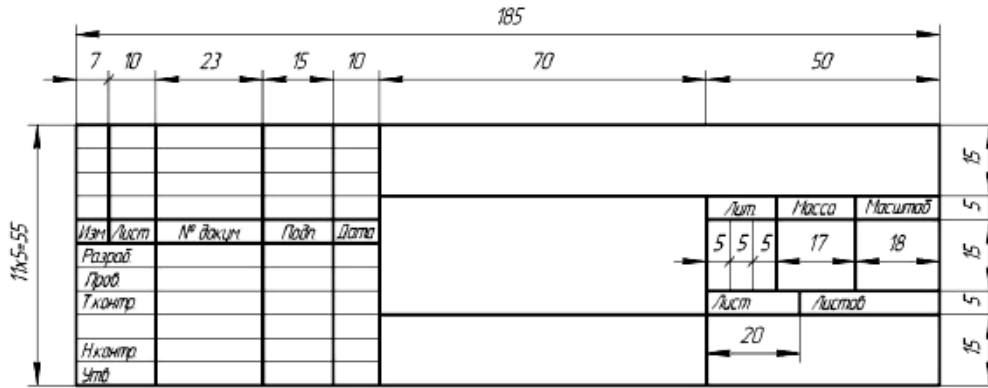


Рисунок 1.2 – Основная надпись

1.3 Масштабы

Масштаб – это отношение линейных размеров изображенного предмета на чертеже к его натуральным размерам.

ГОСТ 2.302–68* устанавливает масштабы изображения и их обозначения в чертежах всех отраслей промышленности и строительства, но он не распространяется на чертежи, полученные фотографированием, а также на печатные издания. В зависимости от сложности и величины изображаемых изделий масштабы выбираются из следующего ряда (таблица 1.3).

Таблица 1.3 – Масштабы

Масштабы уменьшения	1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000
Натуральная величина	1:1
Масштабы увеличения	2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1

При выборе масштаба следует руководствоваться, прежде всего, удобством пользования чертежом. Масштабы, указанные в предназначенной для этого графе основной надписи чертежа, должны обозначаться по типу 1:1, 1:2, 2:1 и т. д. Масштаб изображения, отличающийся от указанного в основной надписи, указывают в скобках без буквы М рядом с обозначением изображения, например, А(2:1), Б-Б(2:1). В независимости от масштаба, размеры на чертежах указываются действительными.

1.4 Линии

При выполнении любого чертежа основными элементами являются линии. Для изображения изделий на чертежах применяют линии различных типов в зависимости от их назначения, что способствует выявлению формы изображаемого изделия (рисунок 1.3).

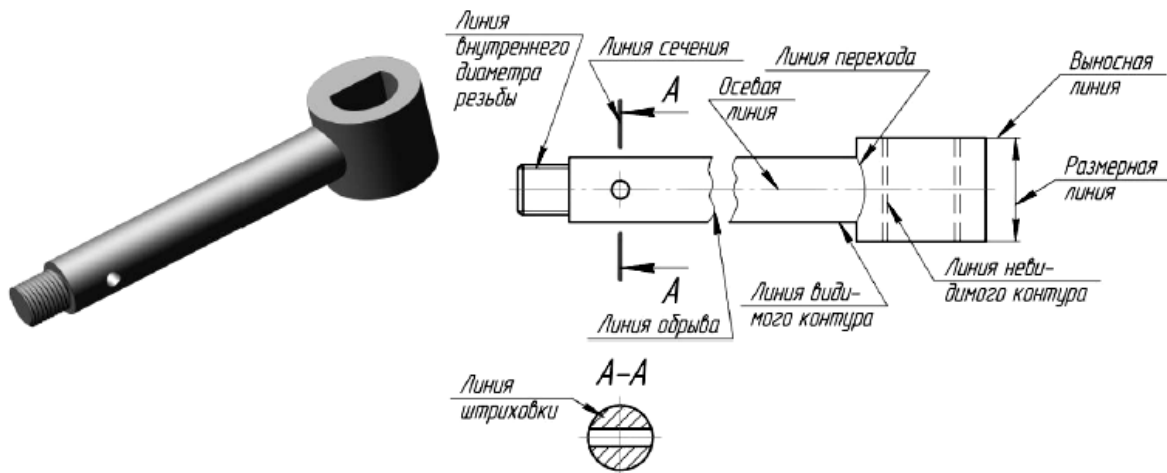


Рисунок 1.3 – Применение различных линий на чертеже

В зависимости от формата чертежа, величины и сложности изображения толщина основной линии s принимается от 0,5 до 1,4 мм. Линии чертежа, их начертание, толщина и назначение установлены ГОСТ 2.303–68* (СТ СЭВ 1178–78).

1.5 Шрифты чертежные

Надписи на чертежах должны быть ясными и четкими [4]. При выполнении надписей на чертежах следует применять шрифты и правила, установленные ГОСТ 2.304–81* (СТ СЭВ 851–78...СЭВ 855–78). Стандартом определены следующие типы шрифтов (рисунок 1.4):

- тип А без наклона, тип А с наклоном около 75° ;
- тип Б без наклона, тип Б с наклоном около 75° .

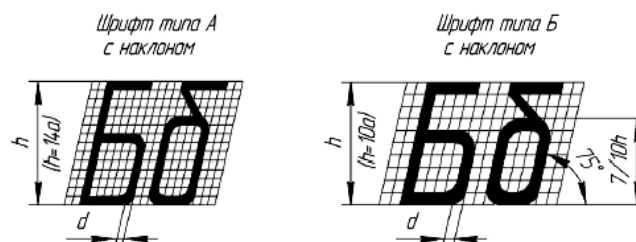


Рисунок 1.4 – Построение шрифтов по сетке

Размер шрифта определяется высотой h прописных букв (в миллиметрах). Установлены следующие размеры шрифта: 1,8; 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.

1.6 Нанесение размеров на чертежах

ГОСТ 2.307–2011* устанавливает правила нанесения размеров и предельных отклонений на чертежах и других технических документах [4].

Представленные на чертеже изображения устанавливают форму изделия, а для определения величины служат размеры.

На чертеже наносят числовые величины действительных размеров изделия, независимо от масштаба изображения.

Общее количество размеров на чертеже должно быть минимальным, но достаточным для изготовления и контроля изделия.

Каждый размер следует указывать на чертеже только один раз. Не допускается повторение размеров одного элемента на различных изображениях.

Размеры на чертежах разделяются на линейные и угловые. Линейные определяют длину, ширину, высоту, толщину, диаметр и радиус элементов изделия. Линейные размеры на машиностроительных чертежах указываются в миллиметрах, без обозначения единиц измерения. Если на чертеже размеры необходимо указывать не в миллиметрах, а в других единицах измерения (сантиметрах, метрах и т. д.), соответствующие размерные числа записывают с обозначением единицы измерения (10 см, 100 м).

Угловые размеры указывают в градусах, минутах и секундах с обозначением единицы измерения, например. 6° ; $7^{\circ}25'$; $14^{\circ}35'20''$; $0^{\circ}40'30''$; $0^{\circ}16'$; $0^{\circ}0'42''$.

Для нанесения на чертеже размеров проводят выносные и размерные линии и указывают размерные числа. Размерные линии с обоих концов ограничиваются стрелками. Форма стрелки показана на рисунке 1.5. Величины размерных стрелок выбирают в зависимости от толщины s линии видимого контура, принятой для данного чертежа, и вычерчивают их приблизительно одинаковыми на всем чертеже. Выносные линии проводят за стрелки на 1,0...5 мм, но на одинаковую величину с обеих сторон одной и той же размерной линии.

Размерные и выносные линии вычерчиваются тонкими сплошными линиями толщиной от $s/2$ до $s/3$.

Расстояния размерных линий от линии контура, осевой, выносной и других линий, а также расстояние между параллельными размерными линиями должно быть в пределах 6...10 мм (рисунок 1.5).

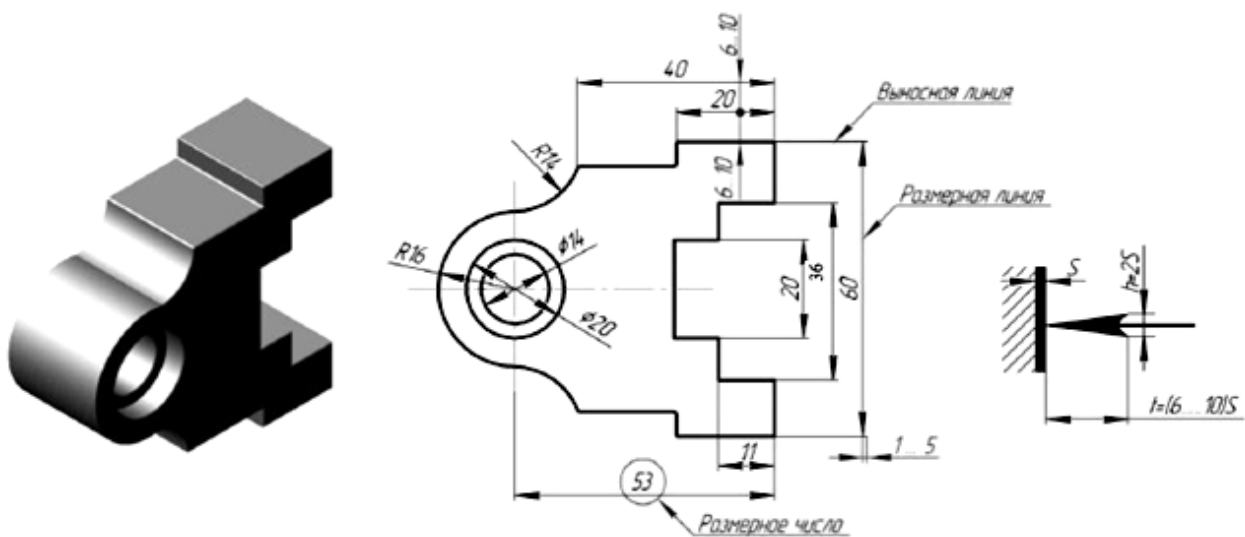


Рисунок 1.5 – Нанесение размерных и выносных линий

Примеры простановки размеров показаны на рисунке 1.6.

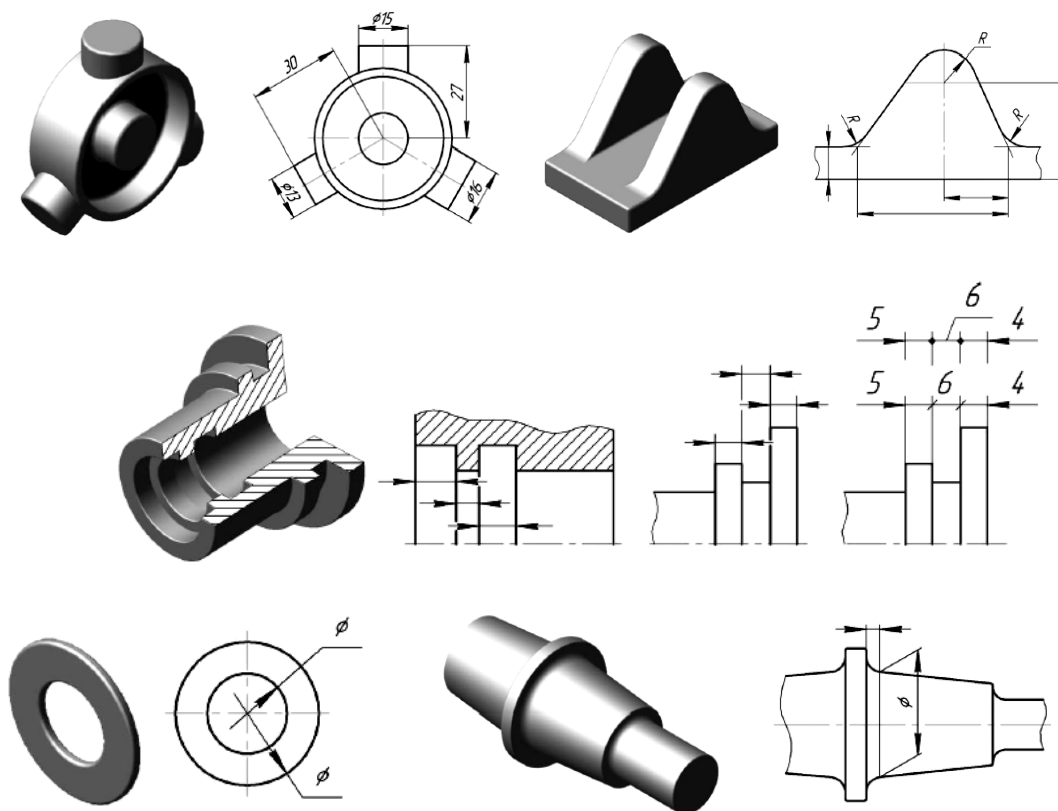


Рисунок 1.6 – Примеры простановки размеров

При недостатке места для стрелки из-за близко расположенной контурной или выносной линии последние допускается прерывать (рисунок 1.7).

В месте нанесения размерного числа осевые, центровые линии и линии штриховки прерываются (рисунок 1.8).

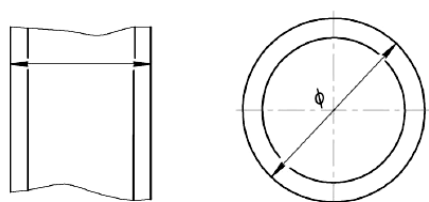


Рисунок 1.7 – Нанесение размерных линий при недостатке места

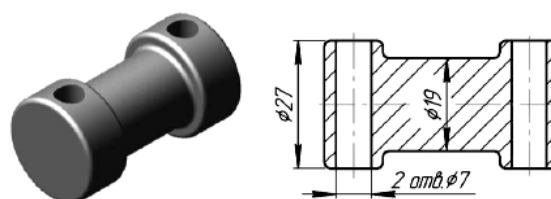


Рисунок 1.8 – Нанесение размера на заштрихованной площади чертежа

При нанесении нескольких параллельных или концентрических размерных линий на небольшом расстоянии друг от друга размерные числа над ними рекомендуется располагать в шахматном порядке.

Примеры нанесения угловых и линейных размерных чисел при разных наклонах размерных линий показаны на рисунке 1.9. Если необходимо нанести размер в заштрихованной зоне, соответствующее размерное число наносят на полке линии-выноски.

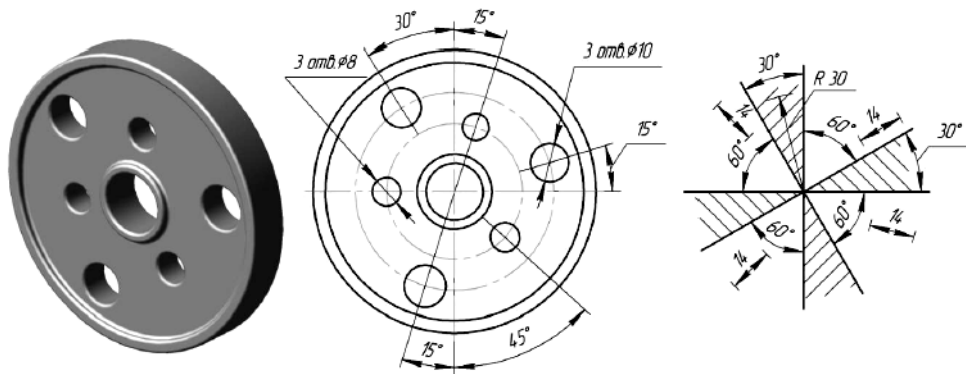


Рисунок 1.9 – Нанесение угловых и линейных размерных чисел при разных наклонах размерных линий

Вопросы для самоконтроля

- 1 Распределение стандартов ЕСКД по классификационным группам.
- 2 Перечислите основные форматы листов чертежей.
- 3 Что такое масштаб изображения? Какие виды масштабов бывают?
- 4 Перечислите типы линий.
- 5 Правила нанесения размеров на чертежах.

2 Геометрическое черчение

2.1 Сопряжения: область применения, характеристика, построение

При выполнении чертежей различного назначения часто приходится строить плавные переходы прямых линий и окружностей друг в друга, что называется сопряжением. Широко такие работы выполняются в швейной промышленности, когда разрабатываются новые модели одежды и обуви. Выкройки этих моделей строят с помощью различных лекал (рисунок 2.1).



Рисунок 2.1 – Лекала

Конструирование лекал выполняется на основе сопряжений. Их существует довольно много типов, но наибольший интерес представляют сопряжения двух прямых, прямой и окружности, двух окружностей.

Построение сопряжения двух прямых дугой заданного радиуса сводится к нахождению центра дуги (рисунок 2.2). Для этого необходимо на расстоянии R возле каждой прямой провести параллельные прямые. Они пересекутся в точке O , которая и будет искомым центром. Далее из точки O опускают перпендикуляры на исходные прямые для нахождения начала A и конца B сопряжения. В завер-

шение между ними проводят дугу заданного радиуса. Установленным образом можно получить сопряжения для прямых, находящихся под острым, прямым и тупым друг к другу углом.

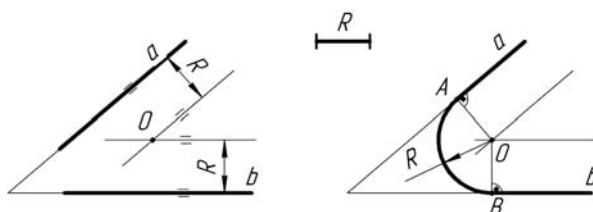


Рисунок 2.2 – Построение сопряжений двух прямых

Сопряжение прямой линии и окружности может быть внешним и внутренним. Основной задачей его построения также является определение центра дуги. Для внешнего сопряжения (рисунок 2.3) он находится на равном расстоянии от окружности и прямой, а именно в точке пересечения вспомогательной параллельной прямой, отстоящей от заданной на расстоянии R , и от дуги окружности радиусом $R_1 + R$, центр которой совпадает с центром заданной окружности. После нахождения центра сопряжения следует определить его начало и конец. Для чего из центра O опускают на исходную прямую перпендикуляр и находят точку B . Затем, соединив центр окружности O_1 с центром O прямой, устанавливают точку A . Завершают построение проведением между A и B дуги радиусом R .

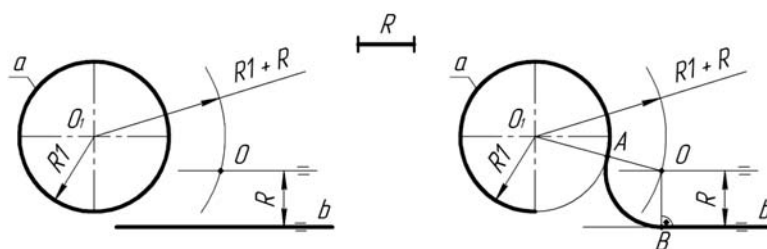


Рисунок 2.3 – Построение внешнего сопряжения прямой и окружности

Для внутреннего сопряжения (рисунок 2.4) радиус вспомогательной окружности равен либо радиусу $R - R_1$, либо разнице $R_1 - R$. Точка сопряжения A_1 будет лежать на линии центров O_1O или на ее продолжении.

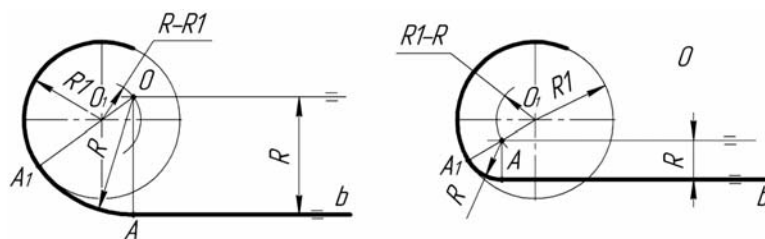


Рисунок 2.4 – Построение внутреннего сопряжения прямой и окружности

Сопряжение двух окружностей также бывает внешним и внутренним (рисунки 2.5 и 2.6). Построение их сводится, к определению местоположения центра сопрягающей дуги. У внешнего сопряжения он находится в точке пересечения вспомогательных окружностей радиусами $R + R_1$ и $R + R_2$, у внутреннего радиусы вспомогательных дуг имеют значения $R - R_1$ и $R - R_2$. Нахождение точек A и B начала и конца сопряжения аналогично вышеописанному.

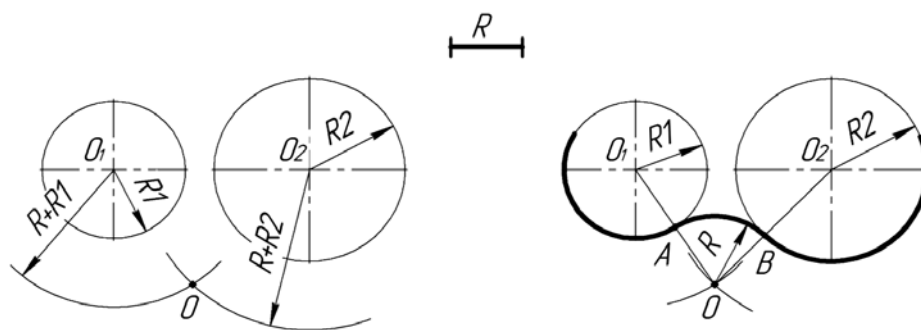


Рисунок 2.5 – Построение внешнего сопряжения двух окружностей

В случае внутреннего сопряжения радиус сопрягаемой дуги имеет значительно большую величину, чем радиусы исходных окружностей.

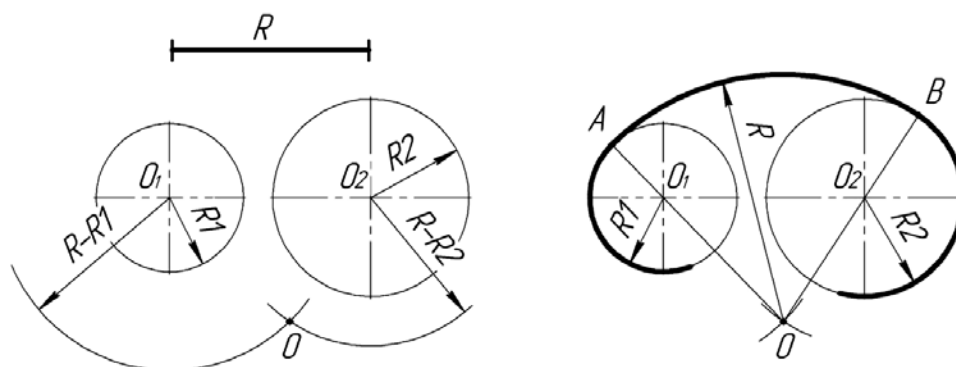


Рисунок 2.6 – Построение внутреннего сопряжения двух окружностей

2.2 Уклон: область применения, характеристика, построение

В технике широко распространены детали, у которых имеются элементы в виде наклоненных друг к другу плоскостей [1].

Их наличие обусловлено технологией изготовления (на прокатных станках металлургических предприятий) и конструктивными решениями по повышению прочности. Наклонные плоскости, примыкающие к горизонтальным полкам швеллера, рельса и двутавра, образуют уклон (рисунок 2.7). Его величина стандартная и имеет определенные размеры. Поэтому есть специальные правила построения этого элемента на чертежах деталей.

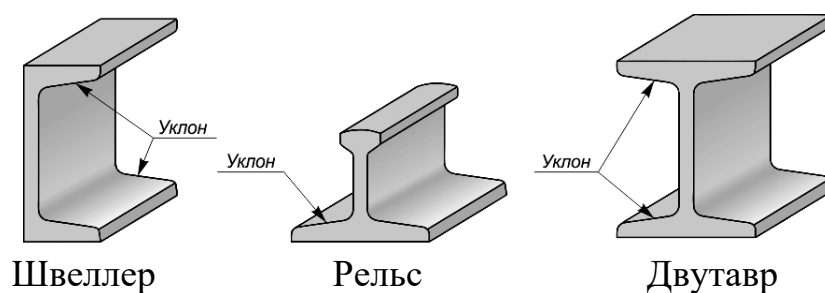


Рисунок 2.7 – Стальной фасонный прокат для металлоконструкций

Уклон – это величина, характеризующая наклон одной линии по отношению к другой. Она равна тангенсу угла между линиями и может быть выражена либо простой дробью, либо в процентах (рисунок 2.8).

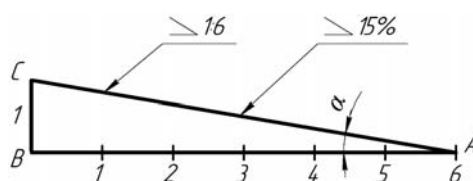


Рисунок 2.8 – Образование уклона двух прямых

Для обозначения величины уклона на чертежах от наклонного участка проводят линию выноски со стрелкой, а на ее горизонтальной полке помещают знак « $\angle$ » или знак « $\triangleright$ », рядом с которым записывают величину уклона. Острый угол знака уклона должен быть направлен в сторону занижения.

В индивидуальных графических работах студентов требуется построить профиль фасонного проката с заданным уклоном i .

Для этого вначале строят внешние контуры прокатного профиля по размерам b и h . Затем находят точки C и B . Далее, продлив линию полки профиля за точку B , откладывают на этой прямой требуемое по значению уклона i количество отрезков BC и находят точку A .

Переходы этой линии в вертикальные линии контура скругляют дугами радиусами R и r .

Уклон для верхней полки профиля строят аналогичным образом.

В конце на чертеже приводят обозначение уклона (рисунок 2.9).

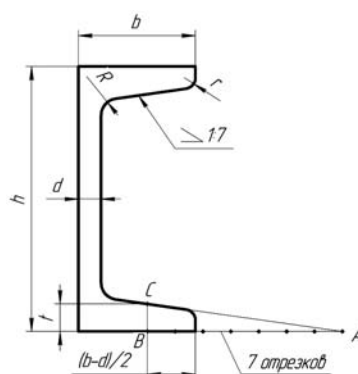


Рисунок 2.9 – Построение уклона полок швеллера

2.3 Конусность: область применения, характеристика, построение

Контуры некоторых деталей машиностроительного производства формируются комбинацией поверхностей вращения, в том числе и конических. Часто к коническим участкам не предъявляется особых требований, например, фаскам на валах и осях. В некоторых случаях, а именно к посадочным поверхностям, требования по изготовлению довольно жесткие (рисунок 2.10).

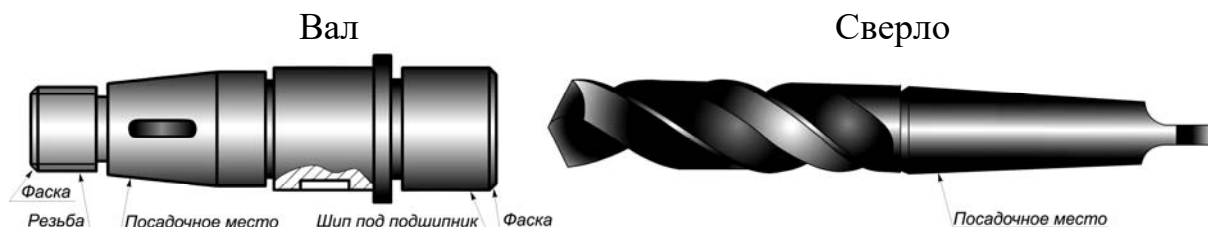


Рисунок 2.10 – Примеры деталей с коническими поверхностями

Поэтому необходимо уметь строить и читать чертежи конических участков.

Конусностью называется отношение разности диаметров двух поперечных сечений конуса вращения к расстоянию между ними.

Как видно из рисунка 2.11, конусность k равна удвоенному уклону i образующей конуса к его оси, $k = 2i$. Например, при $i = 1:6$ конусность $k = 2(1/6) = 1/3$.

Для усеченного конуса $k = 2 \operatorname{tg} \alpha = (D - d)/l$.

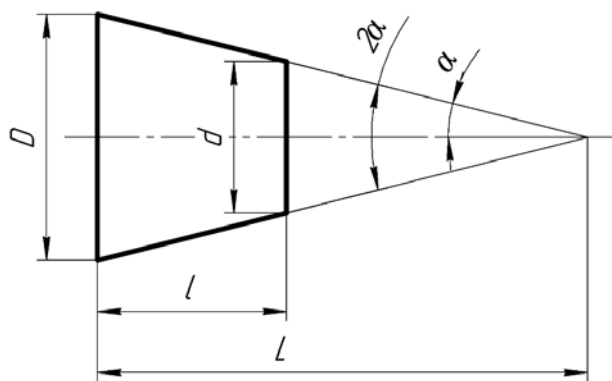


Рисунок 2.11 – Характеристика конусности

При построении деталей с заданной конусностью можно значения геометрических размеров d , D и l определять вычислением или пользоваться графическими приемами.

Пусть требуется построить конический хвостовик детали по заданным известным значениям большего диаметра D , его длины l и величины конусности $k = 1:5$ (рисунок 2.12).

Основной закон проецирования: *Две проекции точки всегда лежат на одной линии связи, перпендикулярной одной из осей проекций.*

Фронтальная и горизонтальная проекции точки располагаются на одной вертикальной линии связи ($A''A' \perp X$) (см. рисунок 3.1) [2].

Фронтальная и профильная проекции точки всегда находятся на одной горизонтальной линии связи ($A''A''' \perp Z$).

Профильная проекция точки по заданным горизонтальной и фронтальной строится в следующей последовательности: на горизонтальной линии связи, проведенной через A , откладывается от оси OZ значение координаты Y_A (графическим или координатным способом).

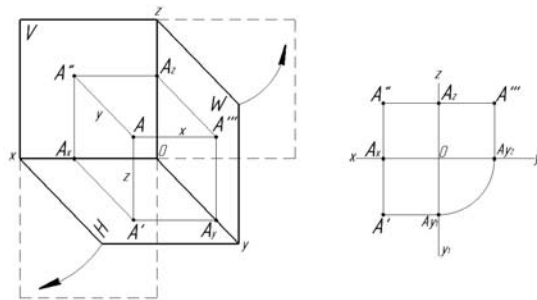


Рисунок 3.1 – Проекции точки на плоскости проекций

Расстояние от точки A до плоскости проекции H измеряется координатой Z_A : $AA' = A''A_X = A'''A_{Y2} = Z_A$.

Расстояние от точки A до плоскости проекции V измеряется координатой Y_A : $AA'' = A'A_X = A'''A_Z = Y_A$.

Расстояние от точки A до плоскости проекции W измеряется координатой X_A : $AA''' = A''A_Z = A'A_{Y1} = X_A$.

В зависимости от способа проведения проецирующего луча проекции подразделяют на центральные и параллельные.

Для получения *центральной* проекции необходимо задаться плоскостью проекций, центром проекций и точкой, не лежащей в этой плоскости (рисунок 3.2).

Параллельные – получаются в случае расположения проецирующих лучей параллельно между собой и параллельно заданному направлению проецирования (рисунок 3.3).

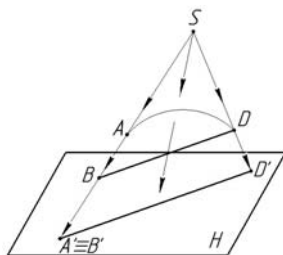


Рисунок 3.2 – Центральное проецирование

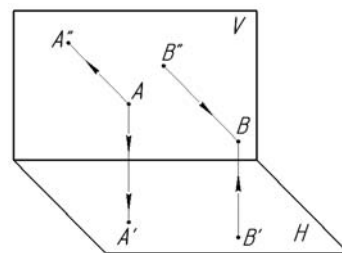


Рисунок 3.3 – Параллельное проецирование

Точки, лежащие на одной проецирующей прямой, называются конкурирующими.

Из двух горизонтально-конкурирующих точек на горизонтальной плоскости проекций видима та, которая расположена в пространстве выше (рисунок 3.4).

Из двух фронтально-конкурирующих точек на фронтальной плоскости проекций будет видима та, которая расположена ближе к наблюдателю, стоящему лицом к фронтальной плоскости проекций (рисунок 3.5).

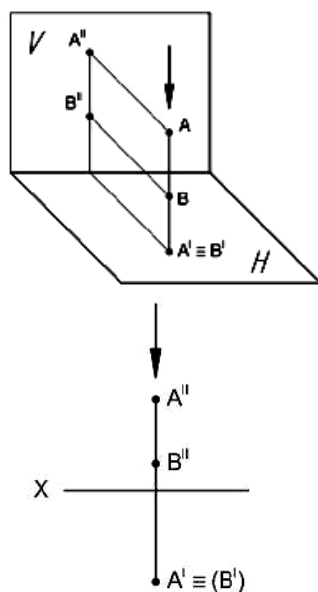


Рисунок 3.4 – Горизонтально-конкурирующие точки

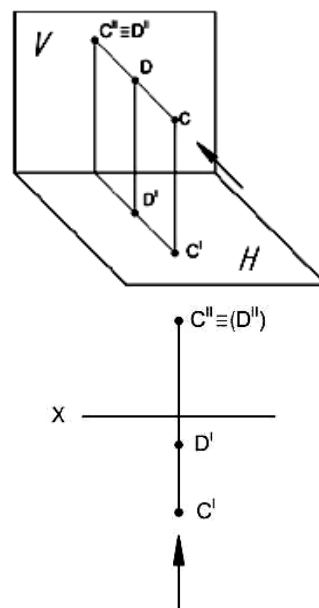


Рисунок 3.5 – Фронтально-конкурирующие точки

Классификация точек.

1 *Точки, лежащие в пространстве:* ни одна из трех координат точки не равна нулю. Ни одна из проекций точки не совпадает с самой точкой.

2 *Точки лежат на одной из плоскостей проекций:* одна из трех координат равна нулю. Одна проекция точки совпадает с самой точкой.

3 *Точки лежат на одной из осей проекций:* две координаты точки равны нулю.

Две проекции точки совпадают с самой точкой.

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 Сформулируйте основной закон проецирования.
- 2 Опишите центральное проецирование.
- 3 Расскажите о параллельном проецировании.
- 4 Какие точки называют конкурирующими?
- 5 Перечислите классификацию точек.

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

3.2 Прямая в системе H, V, W

Проекция прямой линии есть прямая (рисунок 3.6). Прямая может быть задана:

- 1) двумя точкам;
- 2) точкой и направлением.

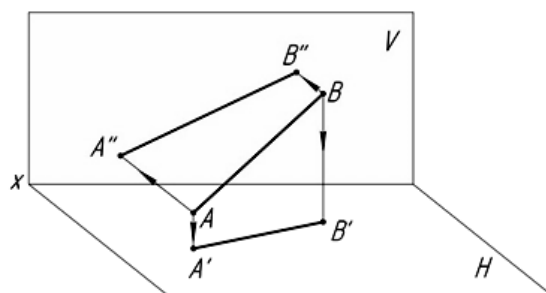


Рисунок 3.6 – Проекции прямой линии

Аксиома принадлежности точки прямой: если точка принадлежит прямой, то её проекции находятся на соответствующих проекциях этой прямой (рисунок 3.7). Точка $N \in$ прямой AB , точка $C \notin$ прямой AB .

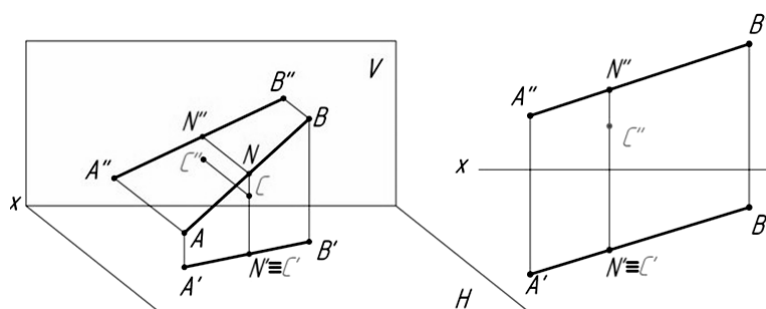


Рисунок 3.7 – Принадлежность точки прямой

Прямая по отношению к горизонтальной (H), фронтальной (V) и профильной (W) плоскостям проекций может занимать следующие положения:

- общее положение;
- частное положение:
 - 1) прямые уровня;
 - 2) проецирующие прямые.

Прямая общего положения – это прямая, которая не параллельна ни одной из плоскостей проекций (рисунок 3.8).

У прямой общего положения проекции меньше натуральной величины (н. в.) отрезка, не параллельны и не перпендикулярны ни одной из осей проекций.

Прямые уровня – прямые, параллельные одной из плоскостей проекций [3].
Горизонтальная прямая ($AB \parallel H$).

Фронтальная проекция прямой $A''B''$ параллельна оси x ; профильная проекция $A'''B'''$ параллельна оси uW ; длина горизонтальной проекции отрезка равна длине самого отрезка ($A'B'=AB$); угол β , образованный горизонтальной проекцией и осью проекции x , равен углу наклона прямой к фронтальной плоскости проекций; угол γ , образованный горизонтальной проекцией и осью проекции uH , равен углу наклона прямой к профильной плоскости проекций (рисунок 3.9).

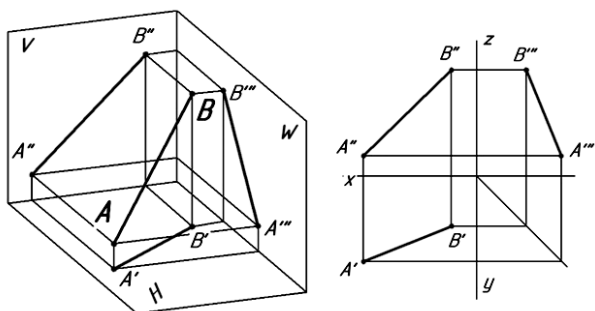


Рисунок 3.8 — Проекции прямой общего положения

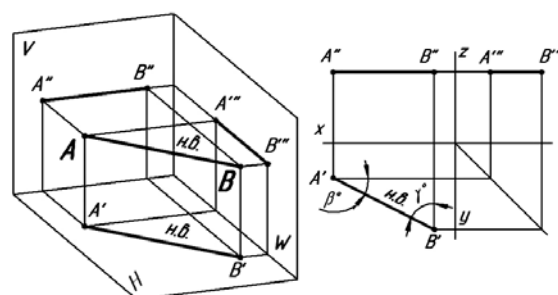


Рисунок 3.9 — Проекции горизонтальной прямой

Фронтальная прямая ($AB \parallel V$).

Горизонтальная проекция прямой AB параллельна оси x ; профильная проекция $A'''B'''$ параллельна оси z ; длина фронтальной проекции отрезка равна длине самого отрезка ($A''B''=AB$); угол α , образованный фронтальной проекцией и осью проекций x , равен углу наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций; угол γ , образованный фронтальной проекцией и осью z , равен углу наклона прямой к профильной плоскости проекций (рисунок 3.10).

Профильная прямая ($AB \parallel W$).

Горизонтальная проекция прямой AB параллельна оси uH ; фронтальная проекция $A''B''$ параллельна оси z ; длина профильной проекции отрезка равна длине самого отрезка ($A'''B'''=AB$); углы α и β , образованные профильной проекцией с осями uW и z , равны углам наклона прямой к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций соответственно (рисунок 3.11).

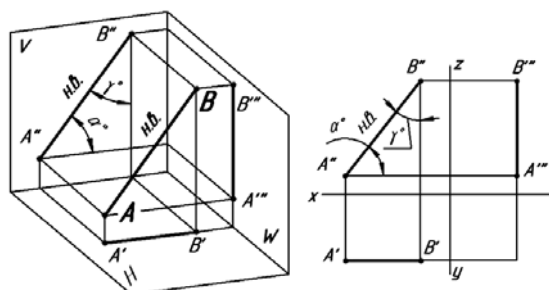


Рисунок 3.10 — Проекции фронтальной прямой

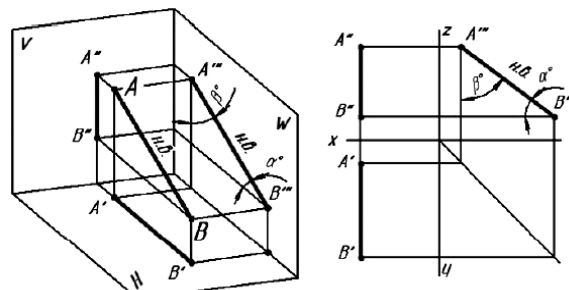
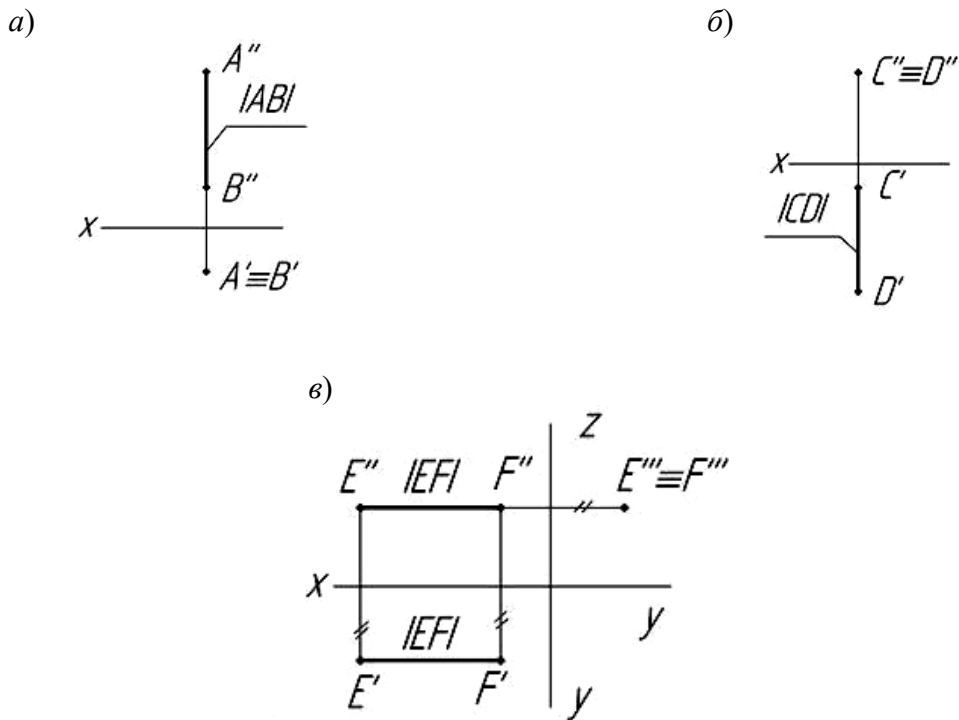


Рисунок 3.11 — Проекции профильной прямой

Проецирующие прямые – прямые, перпендикулярные одной из плоскости проекций.

Горизонтально-проецирующая прямая ($AB \perp H$).

Прямая AB параллельна фронтальной и профильной плоскостям проекций и перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Проекция $A''B''$ перпендикулярна оси x . На фронтальную и профильную плоскости проекций прямая проецируется в натуральную величину (рисунок 3.12, а).



а – горизонтально-проецирующая прямая; б – фронтально-проецирующая прямая; в – профильно-проецирующая прямая

Рисунок 3.12 – Проецирующие прямые

Фронтально-проецирующая прямая ($CD \perp V$).

Прямая CD параллельна горизонтальной и профильной плоскостям проекций и перпендикулярна фронтальной плоскости проекций. Проекция $C'D'$ перпендикулярна оси x . На горизонтальную и профильную плоскости проекций прямая проецируется в натуральную величину (рисунок 3.12, б).

Профильно-проецирующая прямая ($EF \perp W$).

Прямая EF параллельна горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций и перпендикулярна профильной плоскости проекций. Проекция $E'F'$ перпендикулярна оси y , проекция $E''F''$ перпендикулярна оси z . На горизонтальную и фронтальную плоскости проекций прямая проецируется в натуральную величину (рисунок 3.12, в).

По своему взаимному положению две прямые могут быть *пересекающимися*, *параллельными* и *скрещивающимися*.

Проекции двух *параллельных* прямых параллельны между собой. Горизонтальные проекции прямых параллельны между собой, фронтальные проекции

прямых параллельны между собой, профильные проекции прямых параллельны между собой (рисунок 3.13).

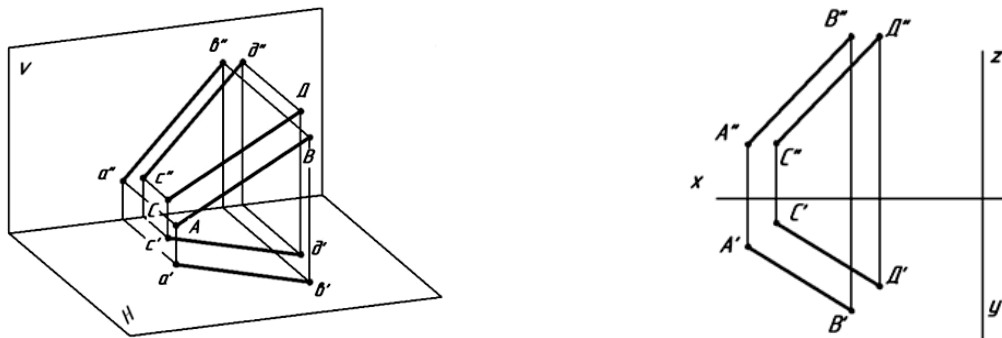


Рисунок 3.13 – Проекция параллельных прямых

Пересекающиеся прямые.

Если прямые линии пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются между собой в точке, которая является проекцией точки пересечения этих прямых (рисунок 3.14).

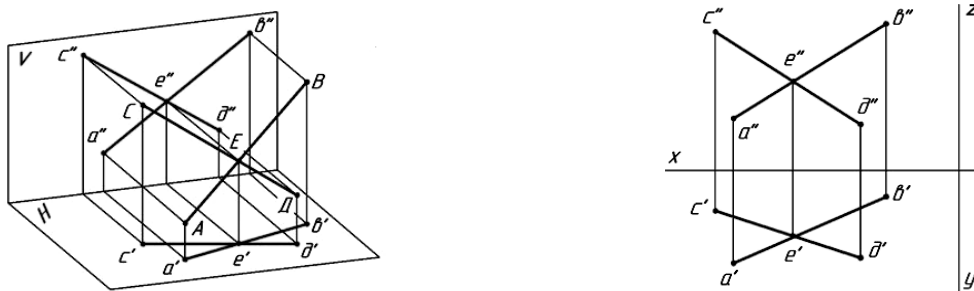


Рисунок 3.14 – Проекция пересекающихся прямых

Скрещивающиеся прямые.

Скрещивающиеся прямые лежат в разных плоскостях, не параллельны и не пересекаются между собой. Точки пересечения одноименных проекций скрещивающихся прямых не лежат на одной линии связи (рисунок 3.15).

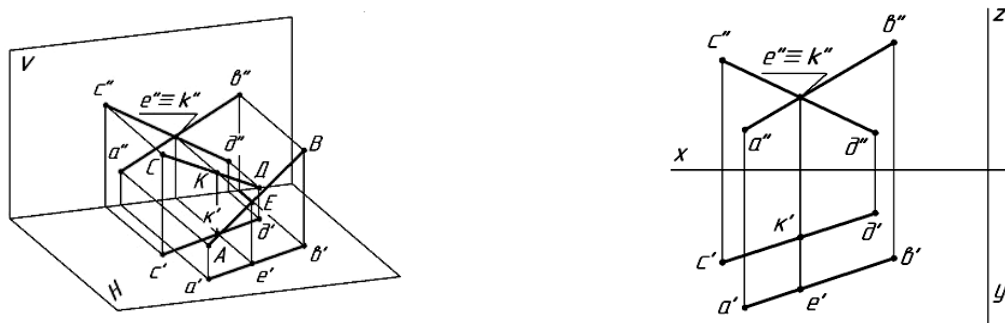


Рисунок 3.15 – Проекция скрещивающихся прямых

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 Дайте определение прямой общего положения и прямым уровня.
- 2 Дайте определение проецирующим прямым.
- 3 Какие прямые называются пересекающимися?
- 4 Какие прямые называются скрещивающимися?
- 5 Какие прямые называются параллельными?

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

4 Плоскость

Плоскость в пространстве бесконечна. Определителем плоскости называется совокупность геометрических элементов, однозначно определяющих ее положение в пространстве (три точки, не лежащие на одной прямой; прямая и точка, не лежащая на прямой; пересекающиеся прямые; параллельные прямые; треугольник и др.) [2].

Определитель записывается в скобках после буквенного обозначения плоскости. Например: $\gamma(a \cap b)$ означает, что плоскость задана двумя пересекающимися прямыми, или треугольником (рисунок 4.1).

На чертеже плоскость может быть задана различными способами (рисунок 4.2):

- a – проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой;
- b – проекциями прямой и точки, не лежащей на этой прямой;
- $в$ – проекциями двух пересекающихся прямых;
- $г$ – проекциями двух параллельных прямых;
- $д$ – проекциями любой плоской фигуры;
- e – следами плоскости.

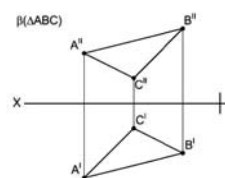
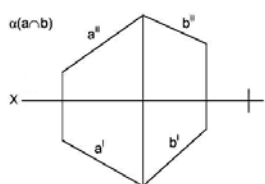
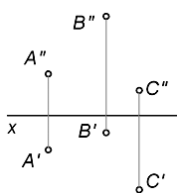
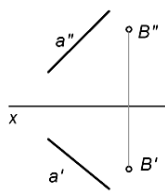


Рисунок 4.1 – Обозначение плоскости с помощью определителя

а)



б)



в)

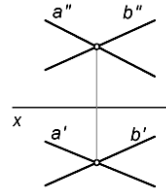
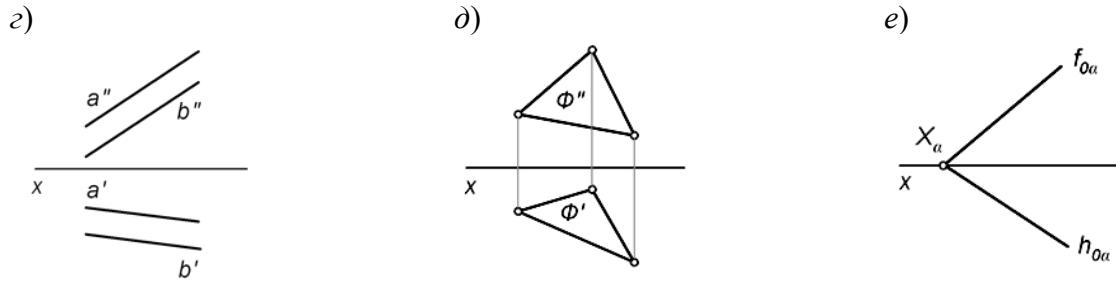


Рисунок 4.2 – Способы задания плоскости



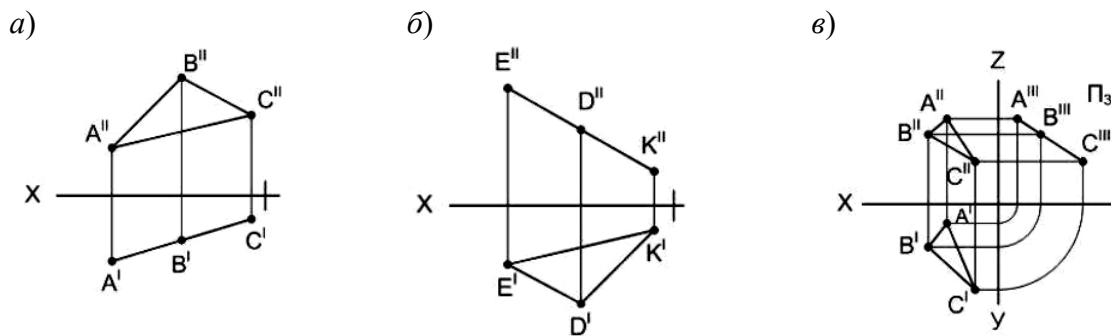
Окончание рисунка 4.2

По отношению к плоскостям проекций плоскости разделяются на плоскости общего положения и плоскости частного положения [2].

Плоскости частного положения могут быть:

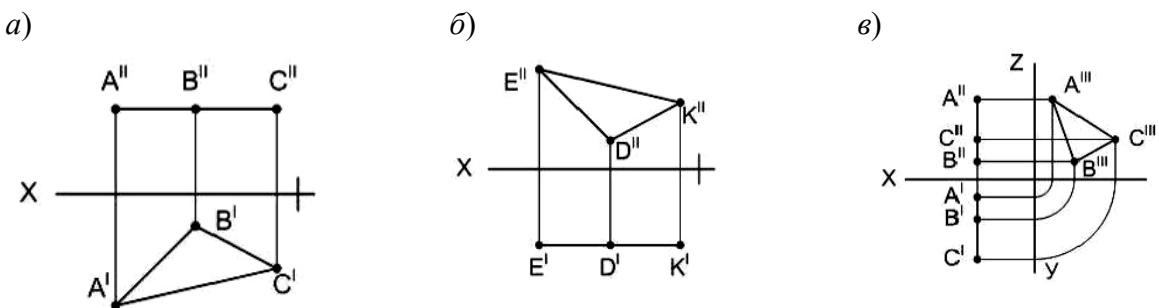
а) перпендикулярными к одной из плоскостей проекций – *проецирующие плоскости* (рисунок 4.3);

б) параллельными к одной из плоскостей проекций (т. е. перпендикулярными к двум плоскостям проекций) – *плоскости уровня* (рисунок 4.4).



а – горизонтально-проецирующая плоскость; б – фронтально-проецирующая плоскость; в – профильно-проецирующая плоскость

Рисунок 4.3 – Проецирующие плоскости



а – горизонтальная плоскость; б – фронтальная плоскость; в – профильная плоскость

Рисунок 4.4 – Плоскости уровня

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью общего положения* (см. рисунок 4.2, д).

Главные линии плоскости – это линии, лежащие в плоскости и параллельные плоскостям проекций. Это горизонталь и фронталь (рисунок 4.5) [3].

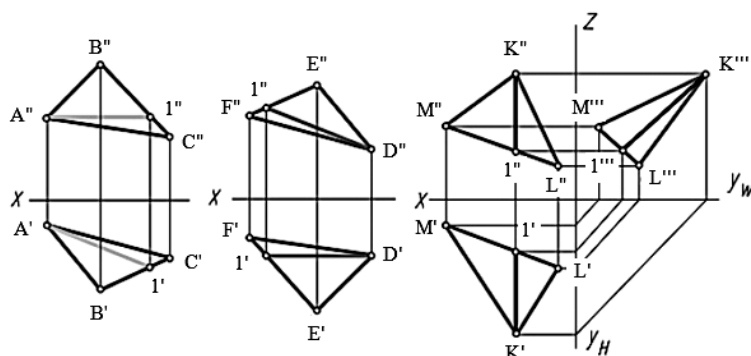


Рисунок 4.5 – Главные линии плоскости

Горизонталь ($A1$) – это прямая, принадлежащая плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций H . Ее фронтальная проекция всегда параллельна оси OX , а горизонтальная проекция есть натуральная величина этой прямой (см. рисунок 4.5).

Фронталь ($D1$) – это прямая, принадлежащая плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций V . Ее горизонтальная проекция всегда параллельна оси OX , а фронтальная проекция есть натуральная величина этой прямой (см. рисунок 4.5).

Профильная ($K1$) – это прямая, принадлежащая плоскости и параллельная профильной плоскости проекций W . Профильная проекция прямой есть натуральная величина этой прямой (см. рисунок 4.5).

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 Что называется определителем плоскости?
 - 2 Перечислите способы задания плоскости.
 - 3 Дайте определение плоскости общего положения и плоскостям частного положения.
 - 4 Дайте определение главным линиям плоскости – фронтали и горизонтали.
- По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

5 Виды

В общем случае чертеж любого предмета содержит графические изображения его видимых и невидимых поверхностей [7]. Эти изображения получаются путем прямоугольного (ортогонального) проецирования предмета на шесть граней куба, которые принимаются за основные плоскости проекций: фронтальную, горизонтальную, профильную и параллельные им.

ГОСТ 2.305–68 устанавливает правила выполнения всех упомянутых изображений. Количество изображений должно быть минимальным, но достаточным для того, чтобы полностью раскрыть форму предмета и найти все его размеры.

Видом называется изображение, на котором показана обращенная к наблюдателю видимая часть поверхности предмета.

ГОСТ 2.305–68 устанавливает шесть названий *основных видов*: вид спереди (главный вид), вид справа, вид сверху, вид снизу, вид слева, вид сзади (рисунки 5.1).

Главный вид должен давать наиболее полное представление о форме и размерах детали.

Виды должны, по возможности, располагаться в проекционной связи. В таких случаях на чертеж не наносят какие-либо надписи, разъясняющие наименования видов (рисунок 5.2). В целях уменьшения количества изображений допускается показывать на видах штриховыми линиями невидимые контуры предмета.

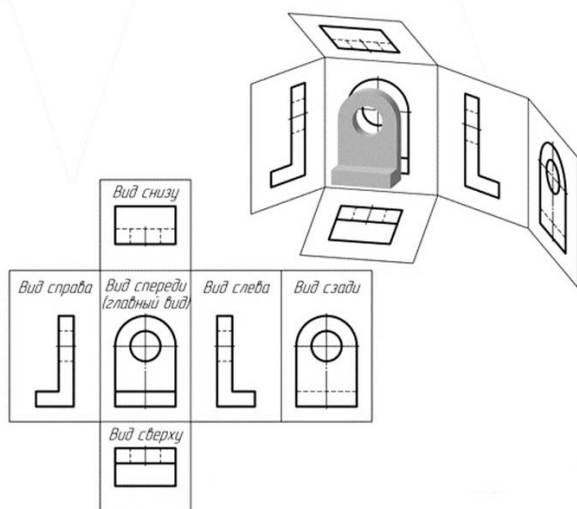


Рисунок 5.1 – Расположение основных видов

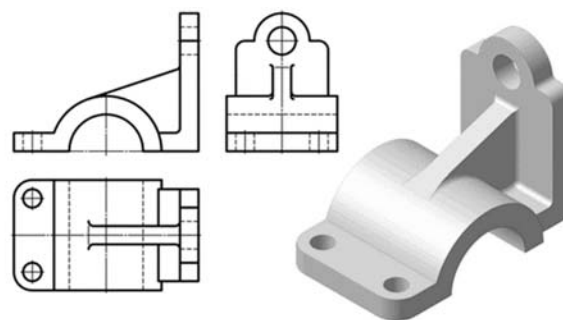


Рисунок 5.2 – Пример расположения трех основных видов (виды спереди, слева, сверху)

Если нарушается проекционная связь между видами, их необходимо обозначить: наносится стрелка, указывающая направление взгляда на предмет, а вид, который получен при взгляде на предмет, должен быть отмечен на чертеже буквой в порядке алфавита. Размер шрифта буквенных обозначений должен быть больше размера цифр размерных чисел, применяемых на том же чертеже, приблизительно в 2 раза.

Местный вид – изображение отдельного, ограниченного места поверхности предмета. Местный вид может быть ограничен линией обрыва, осью симметрии или не ограничен. Местный вид применяется в тех случаях, когда из всего вида необходима только его часть для уточнения формы предмета.

Если изображение имеет ось симметрии, то допускается показывать его половину. Если местный вид выполняется в проекционной связи по направлению взгляда, то стрелку и надпись над местным видом не наносят. В противном случае – наносят. Применение местных видов позволяет уменьшить объем графической работы и сэкономить место на поле чертежа, обеспечивая полное представление о форме предмета (рисунок 5.3).

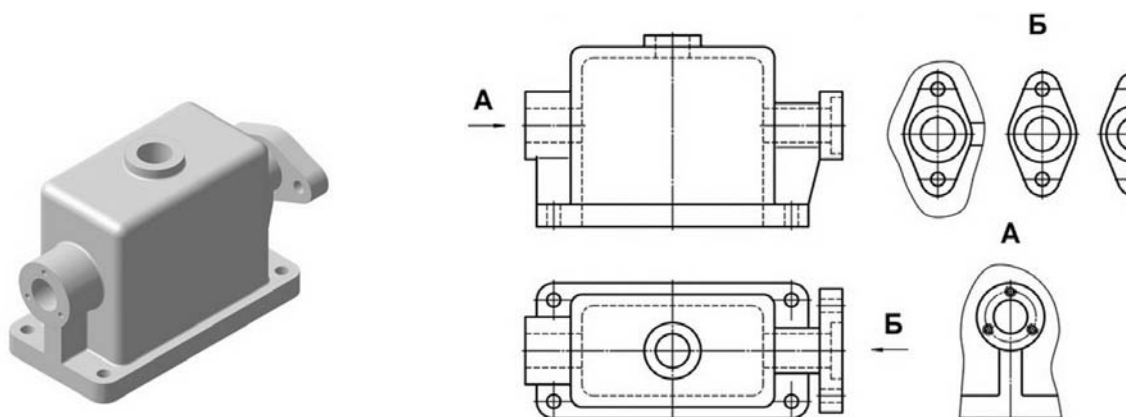


Рисунок 5.3 – Виды местные

Дополнительный вид получается проецированием предмета на плоскость, не параллельную ни одной из основных плоскостей проекций (рисунок 5.4).

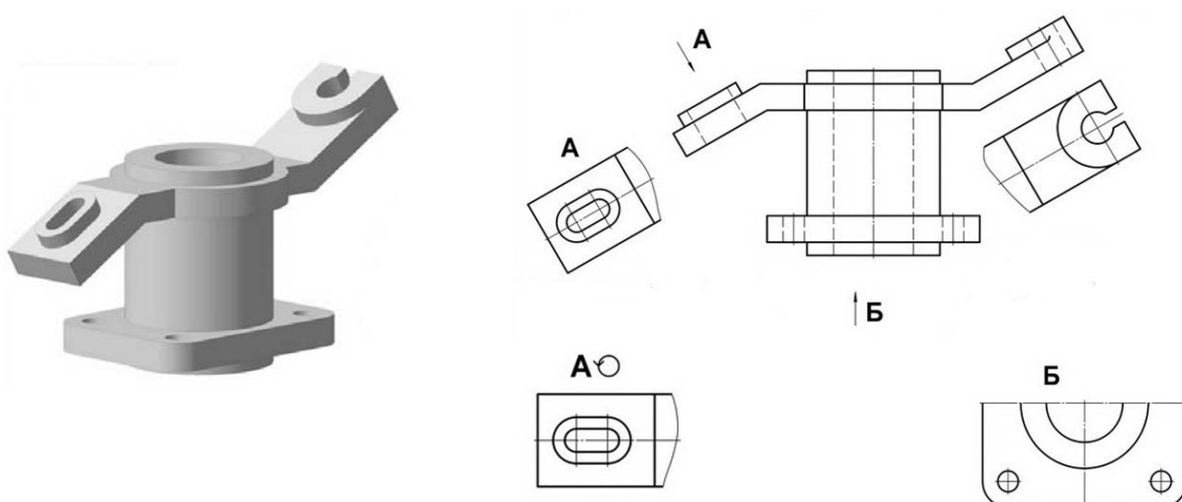


Рисунок 5.4 – Виды дополнительные

Дополнительные виды применяются в случаях, когда изображение предмета или его элемента не может быть показано на основных видах без искажения формы и размеров.

Если дополнительный вид расположен в проекционной связи, то он не обозначается. В противном случае – направление взгляда должно быть указано стрелкой, а над изображением делается надпись соответствующей буквой. Дополнительный вид допускается поворачивать. В этом случае к надписи добавляется знак – кружок со стрелкой.

6 Разрезы

В результате выполнения разреза линии внутреннего контура, изображавшиеся на виде штриховыми линиями, становятся видимыми и должны быть изображены сплошными основными линиями.

Разрез – это изображение предмета, мысленно рассеченного одной или несколькими плоскостями. Если секущая плоскость одна – разрез простой (рисунок 6.1), две и более – сложный.

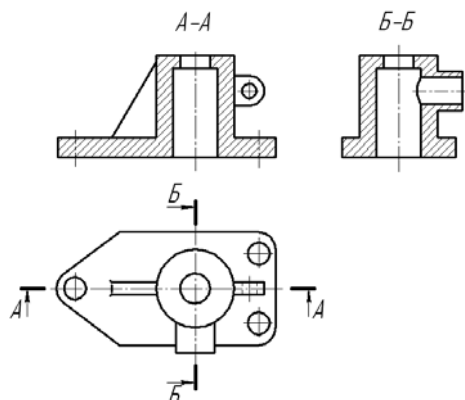


Рисунок 6.1 – Простые разрезы

На разрезе показывают то, что получается в секущей плоскости, и то, что расположено за ней.

Разрезы в зависимости от положения секущей плоскости относительно горизонтальной плоскости проекций разделяют на:

горизонтальные – секущая плоскость параллельна горизонтальной плоскости проекций;

вертикальные – секущая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций (*фронтальный, профильный*);

наклонные – секущая плоскость составляет с горизонтальной плоскостью проекций угол, отличный от прямого.

Горизонтальные, фронтальные и профильные разрезы могут размещаться на месте соответствующих основных видов и на свободных местах чертежа. В продольных разрезах ребро жесткости не штрихуется (см. рисунок 6.1).

Материал, попадающий в плоскость разреза, необходимо заштриховать. Графические обозначения некоторых видов материалов приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 – Графическое обозначение штриховки в зависимости от материала

Материал	Обозначение
1	2
Металлы и твердые сплавы	
Неметаллические материалы	
Дерево	

Окончание таблицы 6.1

1	2
Камень	
Керамика и силикатные материалы	

Наклонные параллельные линии штриховки должны проводиться под углом 45° к линиям рамки чертежа (рисунок 6.2, а), к линии контура изображения (рисунок 6.2, б) или к его оси (рисунок 6.2, в).

Если линии штриховки, приведенные к рамке чертежа под 45° , совпадают по направлению с линиями контура или осевыми линиями, то вместо угла 45° следует брать угол 30° или 60° (рисунок 6.2, г).

Расстояние между параллельными линиями штриховки (частота) должно быть от 1 до 10 мм в зависимости от площади штриховки и необходимости разнообразить штриховку смежных деталей.

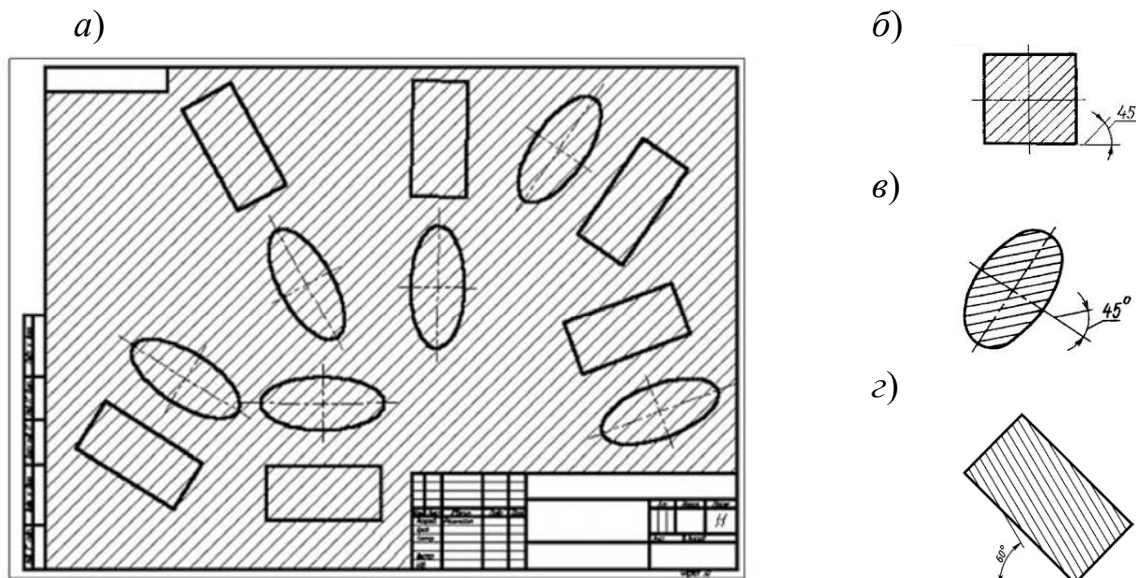


Рисунок 6.2 – Наклон штриховки на чертежах

Для смежных сечений двух деталей следует брать наклон линий штриховки для одного сечения вправо, для другого – влево (встречная штриховка). В смежных штриховках одинакового наклона и направления следует изменять расстояние между линиями штриховки или сдвигать эти линии в одном сечении по отношению к другому, не изменяя угла их наклона (рисунок 6.3).

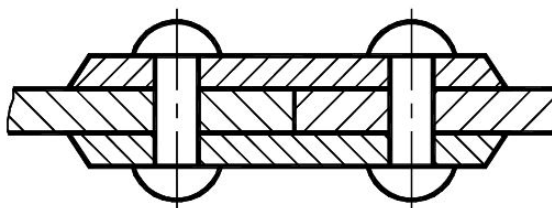


Рисунок 6.3 – Штриховка смежных деталей

Если деталь симметричная и разрез выполнен на месте какого-либо основного вида, то допускается соединять часть вида с частью разреза. Границей между ними служит штрихпунктирная тонкая линия, т. е. ось симметрии (рисунок 6.4).

Если на оси симметрии расположена линия видимого или невидимого контура, то видимость ее сохраняют, дополнительно проводя волнистую линию левее или правее оси симметрии (рисунок 6.5).

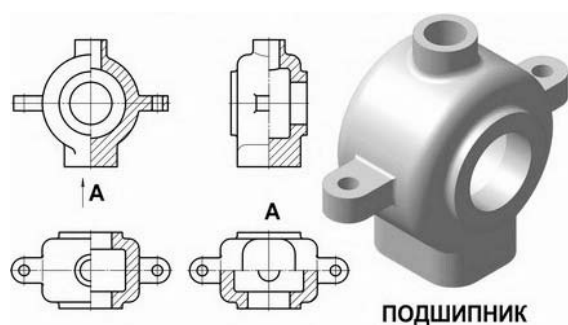


Рисунок 6.4 – Соединение половины вида и половины разреза

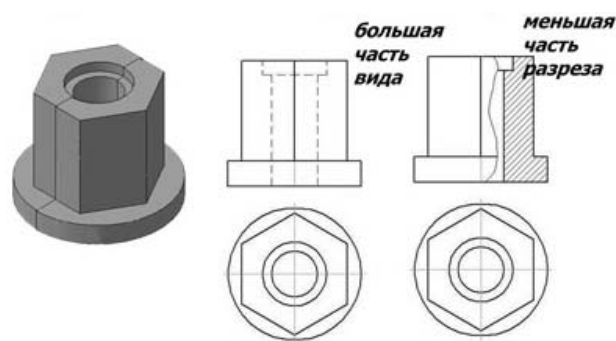


Рисунок 6.5 – Соединение части вида и части разреза

Не обозначаются разрезы (горизонтальные, фронтальные, продольные):

- если секущая плоскость совпадает с плоскостью симметрии предмета в целом;
- соответствующий разрез расположен на одном и том же листе в непосредственной проекционной связи с основными изображениями и не отделен от них какими-либо другими изображениями.

При обозначении разрезов положение секущей плоскости указывают на чертеже разомкнутой линией. Начальный и конечный штрихи не должны пересекать контур соответствующего изображения.

На этих штрихах наносят стрелки, на расстоянии 2...3 мм от внешних концов штриха. Стрелки указывают направление взгляда на разрез. У начала и конца линии сечения (около стрелок) наносят одну и ту же прописную букву русского алфавита, а над выполненным разрезом пишут ту же букву дважды через тире (см. рисунок 6.1). Размер шрифта буквенных обозначений должен быть на два размера больше размерных чисел, нанесенных на том же чертеже (рисунок 6.6).

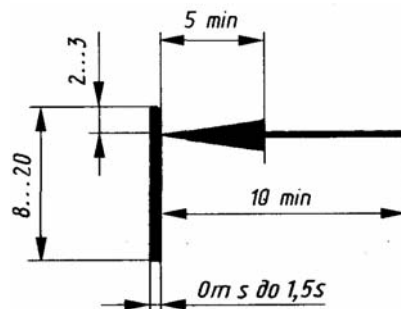


Рисунок 6.6 – Обозначение разреза

Сложными разрезами называются разрезы, получаемые с помощью двух и более секущих плоскостей. Они применяются в случаях, когда количество элементов деталей, их форма и расположение не могут быть изображены на про-

стом разрезе одной секущей плоскостью и это вызывает необходимость применения нескольких секущих плоскостей.

Сложные разрезы разделяются на *ступенчатые* и *ломаные*.

Ступенчатыми разрезами называют разрезы, выполненные несколькими параллельными секущими плоскостями (рисунок 6.7).

Ломаными называются разрезы, полученные от рассечения предмета не параллельными, а пересекающимися плоскостями (угол пересечения более 90°).

Секущие плоскости условно поворачивают около линии взаимного пересечения до совмещения с плоскостью, параллельной какой-либо из основных плоскостей проекций, поэтому ломаные разрезы могут быть фронтальными, горизонтальными или профильными (рисунок 6.8).

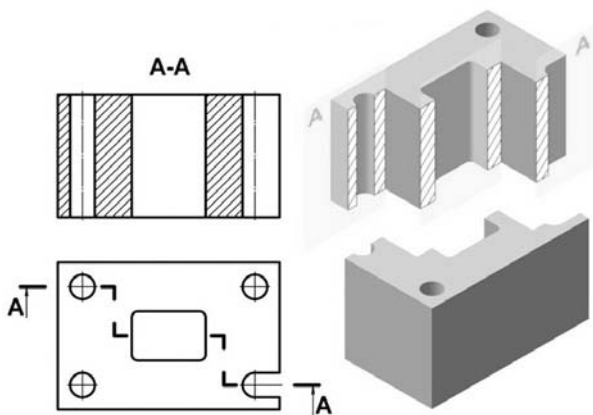


Рисунок 6.7 – Ступенчатый разрез

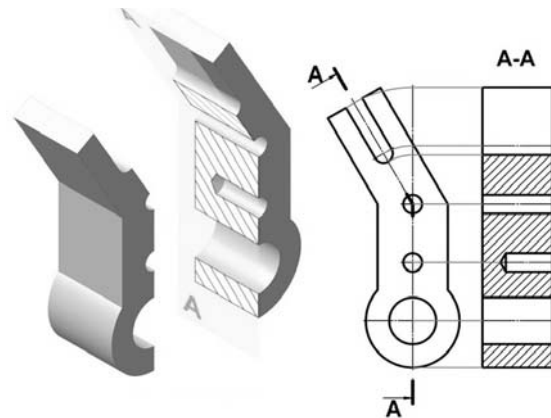
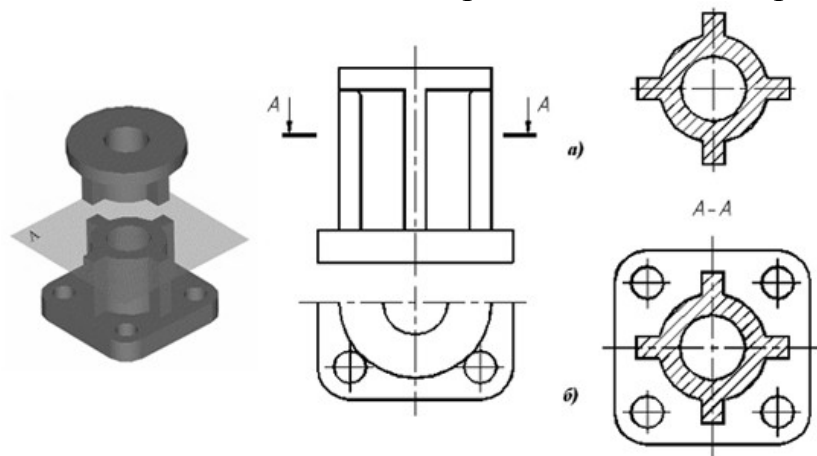


Рисунок 6.8 – Ломанный разрез

7 Сечения

Сечением называется изображение фигуры, получающееся при мысленном рассечении предмета плоскостью.

На рисунке 7.1 показано отличие изображений сечения и разреза.

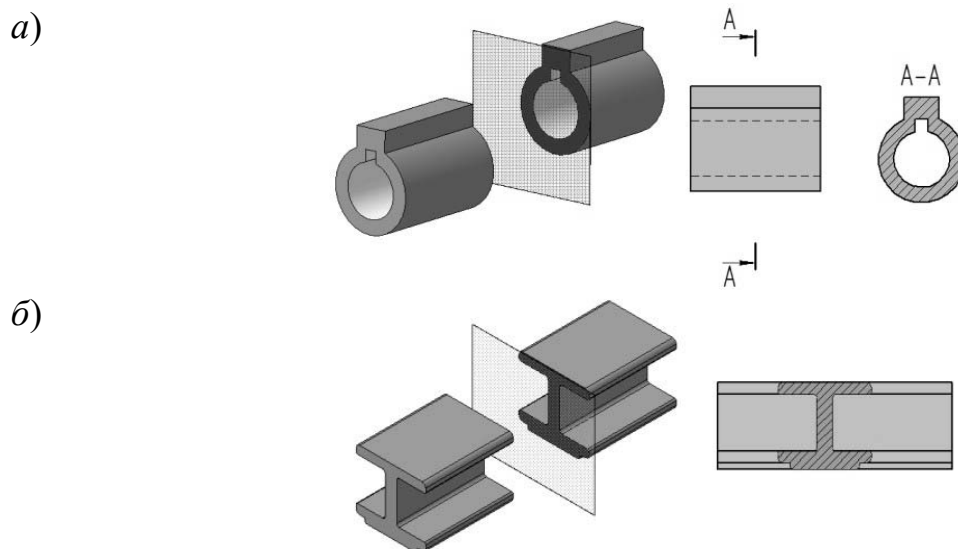


а – изображение сечения; б – изображение разреза

Рисунок 7.1 – Изображение сечения и разреза

Сечения в зависимости от расположения их на чертеже делятся на *наложенные и вынесенные*.

Наложенные сечения выполняются непосредственно на изображении предмета. Вынесенные сечения могут располагаться на свободном поле чертежа, или в разрыве изображения предмета. Контур вынесенного сечения изображается сплошными основными линиями. Контур наложенного сечения выполняется сплошными тонкими линиями, причем контур изображения предмета в месте расположения сечения не прерывается (рисунок 7.2).



а – вынесенное; *б* – наложенное

Рисунок 7.2 – Пример выполнения сечений

8 Методы преобразования чертежа

Методы преобразования чертежа применяются для того, чтобы какому-либо геометрическому образу (прямая, плоскость, поверхность) придать частное положение.

Применяют следующие методы преобразования чертежа: метод вращения вокруг проецирующей прямой; метод вращения вокруг линии уровня; метод вращения вокруг следа плоскости (метод совмещения); метод плоскопараллельного перемещения; метод замены плоскостей проекций.

Решение этих задач сводится к методике решения четырёх основных задач.

1 Преобразование прямой общего положения в прямую уровня (горизонталь, фронталь или профильную прямую).

2 Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую.

3 Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость.

4 Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня.

8.1 Метод замены плоскостей проекций

Сущность метода замены плоскостей проекций (рисунок 8.1) состоит в переходе от данной системы плоскостей проекций к новой. При этом отрезки прямых и плоские фигуры в процессе преобразования остаются на месте, а их новые проекции получаются за счет введения дополнительных плоскостей проекций [4].

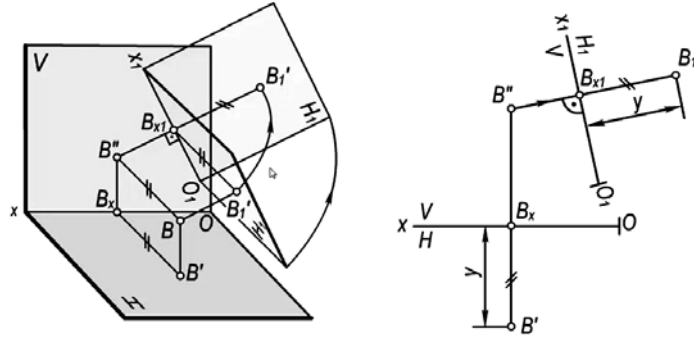


Рисунок 8.1 – Способ замены плоскостей проекций

Заменой одной плоскости проекций можно:

- 1) прямую общего положения преобразовать в линию уровня, если новую плоскость проекций выбрать параллельно прямой (рисунок 8.2) [2];
- 2) линию уровня преобразовать в проецирующую прямую, если новую плоскость проекций выбрать перпендикулярно к прямо;
- 3) плоскость общего положения преобразовать в проецирующую, если новую плоскость проекций выбрать перпендикулярной к линии уровня заданной плоскости (рисунок 8.3);
- 4) проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня, если новую плоскость проекций провести параллельно заданной плоскости.

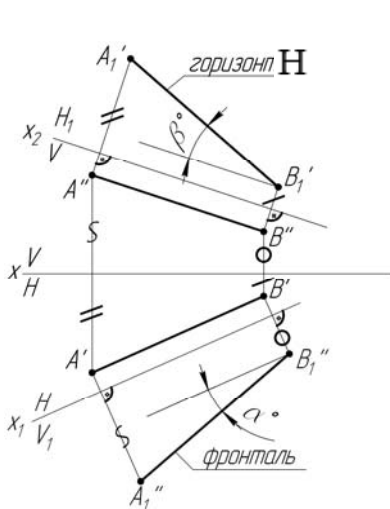


Рисунок 8.2 – Преобразование прямой общего положения в прямую уровня

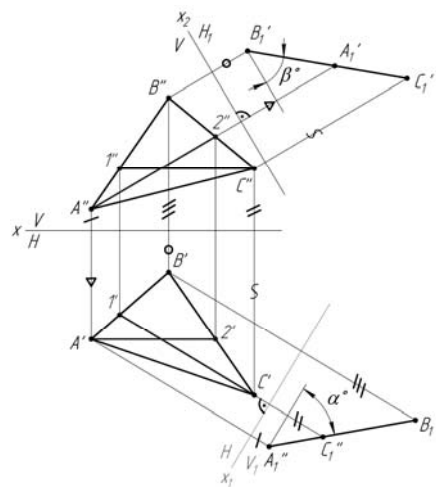


Рисунок 8.3 – Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость

Последовательной заменой двух плоскостей проекций можно:

- прямую общего положения преобразовать в проецирующую;
- плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня.

8.2 Метод вращения вокруг проецирующей прямой

Используя метод вращения, можно построить дополнительные чертежи предмета вращением этого предмета вокруг оси в неизменной основной системе плоскостей проекций [2].

При вращении вокруг некоторой неподвижной прямой (ось вращения) каждая точка вращаемой фигуры перемещается в плоскости, перпендикулярной к оси вращения (плоскость вращения). Точка перемещается по окружности, центр которой находится в точке пересечения оси с плоскостью вращения (центр вращения), а радиус окружности равняется расстоянию от вращаемой точки до центра (радиус вращения). Если какая-либо из точек данной системы находится на оси вращения, то при вращении системы эта точка считается неподвижной. Ось вращения может быть задана или выбрана, в последнем случае выгодно расположить ось перпендикулярно к одной из плоскостей проекций, т. к. при этом упрощаются построения (рисунок 8.4).

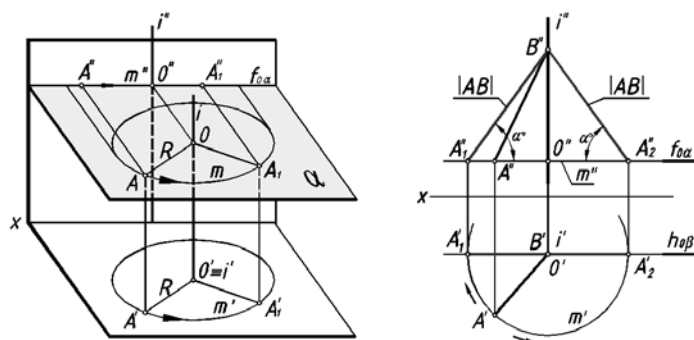


Рисунок 8.4 – Метод вращения вокруг проецирующей прямой

Вопросы и задания для самоконтроля

1 В чем заключается сущность метода замены плоскостей проекций?

2 В чем заключается сущность метода вращения вокруг проецирующей прямой?

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

9 Поверхности

Поверхность – это совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии [3].

Существует три способа задания поверхностей:

- 1) аналитический;
- 2) кинематический;
- 3) каркасный.

1 Аналитический метод – это метод, при котором закон, описывающий положение линии в пространстве, есть уравнение (применяется в математике).

2 Под кинематическим образованием поверхности понимают непрерывное перемещение в пространстве по определенному закону некоторой линии. Такие линии называют образующими или производящими. При кинематическом способе поверхность задается двумя типами линий: образующими и направляющими (рисунок 9.1).

3 Совокупность непрерывного множества образующих с непрерывным множеством направляющих называется сетью или сетчатым каркасом поверхности (рисунок 9.2).

Образующая (l) – это линия, которая перемещается в пространстве и формирует поверхность.

Направляющая (m) – это линия, по которой движется образующая при формировании поверхности.

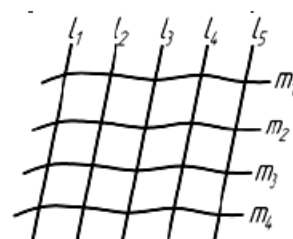
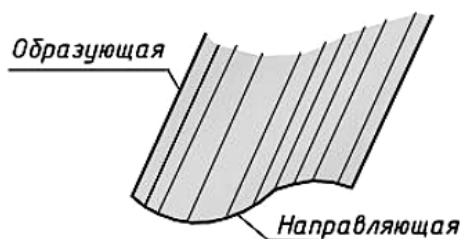


Рисунок 9.1 – Кинематический способ образования поверхности

Рисунок 9.2 – Сетчатый каркас поверхности

Поверхность считается заданной на чертеже, если можно построить любую её образующую, а значит, и любую точку поверхности.

Поверхность, отнесенная к земной поверхности, называется топографической (рисунок 9.3).

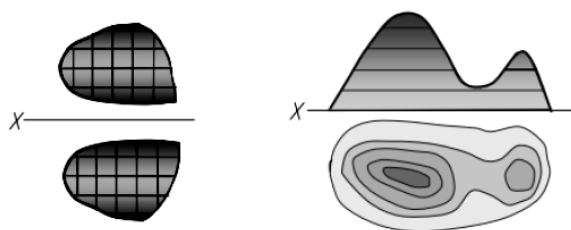


Рисунок 9.3 – Топографическая поверхность

Поверхности можно разделить на несколько классов в зависимости от формы образующей, а также от формы, числа и расположения направляющих.

- 1 Поверхности закономерные и не закономерные.

2 Линейчатые (образованные перемещением прямой линии) (рисунок 9.4) и нелнейчатые (криволинейные) поверхности (рисунок 9.5).

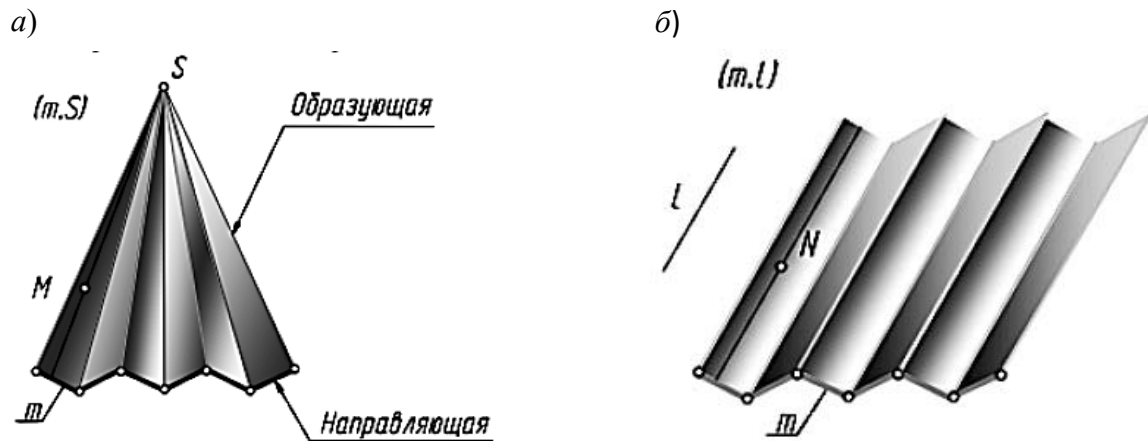
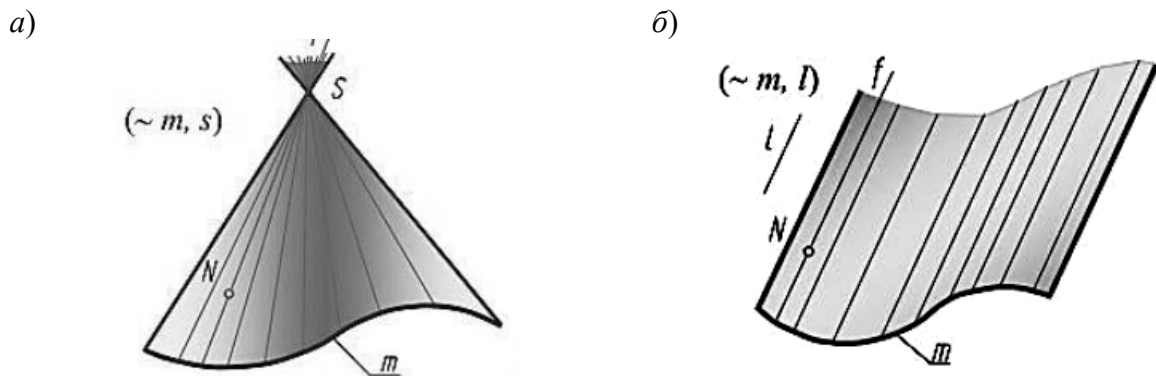


Рисунок 9.4 – Примеры линейчатых поверхностей



а – коническая поверхность; б – цилиндрическая поверхность

Рисунок 9.5 – Примеры криволинейных поверхностей

3 Поверхности развертывающиеся (или торсы) и неразвертывающиеся. Развертывающиеся поверхности – поверхности, которые после разреза их по образующей могут быть односторонне совмещены с плоскостью без наличия разрывов и складок.

Неразвертывающиеся поверхности – поверхности, которые не могут быть совмещены с плоскостью без наличия разрывов и складок.

4 Поверхности с образующей постоянной формы и поверхности с образующей переменной формы.

5 Поверхности с поступательным, вращательным или винтовым движением образующей (рисунок 9.6).

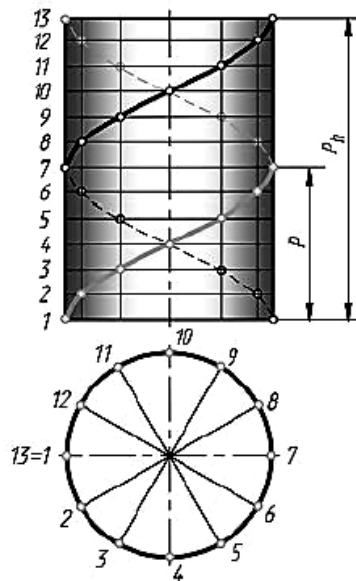


Рисунок 9.6 – Цилиндрическая винтовая линия

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 Дайте определение поверхности.
- 2 Назовите способы задания поверхности.
- 3 Какая линия поверхности называется образующей, направляющей?
- 4 Приведите примеры поверхностей.

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

10 Пересечение поверхностей, одна из которых проецирующая

При конструировании сложных форм машиностроительных деталей или инженерных конструкций возникает необходимость в построении линий пересечения простых форм, которые образуют эти сложные формы. Линия, общая для двух пересекающихся поверхностей, называется линией пересечения. Чтобы определить линию пересечения поверхностей, необходимо найти проекции ряда точек, общих для рассматриваемых поверхностей [1, 5].

Рассмотрим случай, когда одна из поверхностей находится в проецирующем положении. Это возможно только для призматических и цилиндрических поверхностей.

На рисунке 10.1 представлены два пересекающихся многогранника – четырехгранная пирамида и трехгранная призма. Призма является горизонтально-проецирующей поверхностью – ее грани расположены перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций.

Следовательно, в соответствии со свойствами проецирующих фигур, горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы, и задача сводится к определению ее фронтальной проекции на основе принципа принадлежности. Так как линия пересечения многогранников представляет собой замкнутую пространственную ломаную линию $A-B-C-D-E-F-A$, то необходимо найти только вершины этой ломаной, т. е. точки A'' , B'' , C'' , D'' , E'' , F'' . Точку B'' можно найти сразу по линии проекционной связи – т. к. она находится на ребре SL пирамиды, то $B'' \in S''L''$. Аналогично можно построить точку F'' . А вот для нахождения точки A'' следует применить вспомогательные построения на основе принципа принадлежности. Так как точка A принадлежит одновременно и поверхности призмы, и поверхности пирамиды, то через точку A' на поверхности пирамиды проводим прямую L' , параллельную стороне основания LK пирамиды, находим точку $1' \in S'L'$, проецируем точку $1'$ на фронтальную проекцию и строим прямую $L'' \parallel L''K''$, а затем по линии проекционной связи находим точку $A'' \in L''$. Аналогично можно построить точки C'' , D'' , E'' . Соединяя точки ломаной на фронтальной проекции, принимаем во внимание принадлежность их определенной грани и последовательность расположения точек, т. е. соединяем точки в таком же порядке, как и на горизонтальной проекции – $A''-B''-C''-D''-E''-F''-A''$. Построив линию пересечения поверхностей, приступаем к определению ее видимости. В связи с тем, что на фронтальной плоскости проекции видны две передние грани пирамиды, то видимыми будут линии $A''B''$ и $A''F''$ пересечения этих граней видимыми гранями прямой призмы; все другие участки пространственного шестиугольника – невидимые.

Для определения видимости ребер заданных многогранников воспользуемся конкурирующими точками. Например, возьмем конкурирующие точки 2 и 3, одна из которых (точка 3) лежит на ребре пирамиды SL , а вторая – на ребре призмы и $2' = C'$. Так как на горизонтальной проекции видно, что точка $3'$ расположена ниже, чем точка $2'$, значит, она находится ближе к наблюдателю и, следовательно, на фронтальной проекции видна точка $3''$, а она лежит на ребре SL . Следовательно, участок $L''B''$ ребра SL видимый. Аналогично можно определить видимость фигур и на других участках.

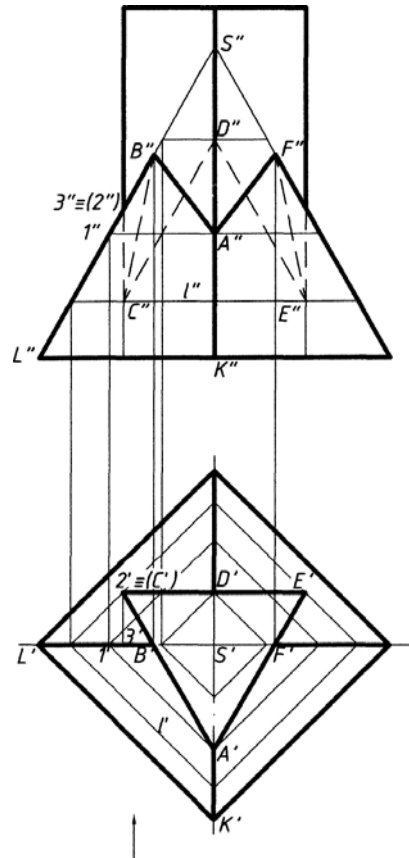


Рисунок 10.1 – Пересечение трехгранной призмы и четырехгранной пирамиды

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 Какая поверхность называется проецирующей?
- 2 Назовите этапы построения линии пересечения поверхностей.
- 3 Выполните задание «Пересечение поверхностей». Вариант задания выдает преподаватель.

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

11 Метод вспомогательных секущих плоскостей

Пусть требуется определить линию пересечения поверхности сферы с поверхностью тора (рисунок 11.1). Так как обе заданные поверхности являются поверхностями вращения, то линия их пересечения представляет пространственную кривую, для построения которой нужно найти ряд точек.

Для получения этих точек следует воспользоваться такими вспомогательными плоскостями, чтобы проекции линий пересечения с заданными поверхностями были бы наиболее простого вида. Такими плоскостями в данном случае являются горизонтальные плоскости (α , β , γ , σ), которые пересекают заданные поверхности по окружностям, проецирующимся на горизонтальную плоскость проекций без искажения. Взаимное пересечение горизонтальных проекций указанных окружностей определяет горизонтальные проекции точек, принадлежащих линии пересечения.

Сначала находим точки 1 и 6. Это так называемые «опорные» или «характерные» точки линии пересечения.

Эти точки определяют сразу на фронтальной проекции без дополнительных построений как результат пересечения очерковых образующих заданных поверхностей (можно представить, что мы рассекаем обе поверхности так называемой «осевой» плоскостью ω , тогда на фронтальной плоскости проекций получим очерки заданных поверхностей, которые пересекаются в точках 1" и 6"). В данном случае точки 1 и 6 являются высшей и низшей точками линии пересечения и теперь понятен диапазон, в котором следует проводить вспомогательные плоскости.

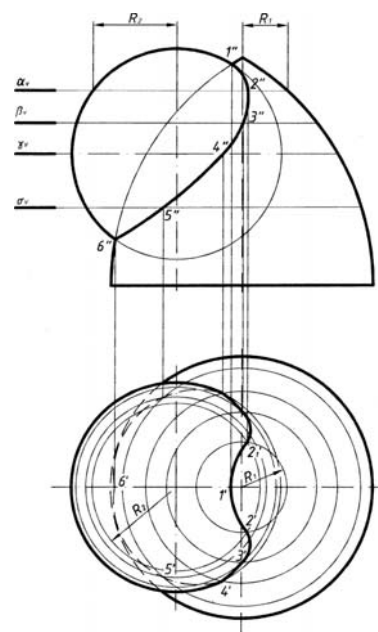


Рисунок 11.1 – Пересечение сферы и тора

Так, в частности, в результате пересечения поверхностей сферы и тора горизонтальной плоскости α получены окружности радиусами R_1 и R_2 . Эти окружности на горизонтальной проекции пересекаются в точках $2'$ и $2_1'$, затем находим их на фронтальной плоскости по линии связи на следе α_V .

Проведя ряд горизонтальных вспомогательных плоскостей, аналогичным образом найдем и другие точки, принадлежащие линии пересечения.

Точка 4 определена в пересечении поверхностей плоскостью γ , проходящей через экватор сферы и являющейся границей видимости на горизонтальной проекции.

Все найденные точки следует последовательно соединить друг с другом плавной кривой линией.

Вопросы и задания для самоконтроля

1 В чем сущность метода секущих плоскостей?

2 Как определить характерные точки линии пересечения поверхностей по методу секущих плоскостей?

3 Выполните задание «Пересечение поверхностей». Вариант задания выдает преподаватель.

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

12 Метод концентрических сфер

Способ вспомогательных секущих сфер может быть использован, если:

- заданные поверхности являются поверхностями вращения;
- оси заданных поверхностей пересекаются;
- оси поверхностей лежат в плоскости, параллельной одной из плоскостей проекций.

Применение в указанном случае сферических поверхностей удобно потому, что сферическая поверхность, центр которой расположен на оси любого тела вращения, пересекается с последним по окружности. Эта окружность проецируется на плоскость проекций, параллельно которой расположена ось тела вращения в виде прямой линии L (рисунки 12.1 и 12.2), потому что точка A – точка пересечения образующих обоих тел вращения – при вращении образующих опишет дугу окружности, общую обеим поверхностям и расположенную в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Для того чтобы сферические поверхности использовать в качестве вспомогательных поверхностей при определении линии пересечения поверхностей двух тел вращения, за центр вспомогательных сферических поверхностей следует принимать точку пересечения осей заданных поверхностей.



Рисунок 12.1 – Частные случаи пересечения поверхностей вращения

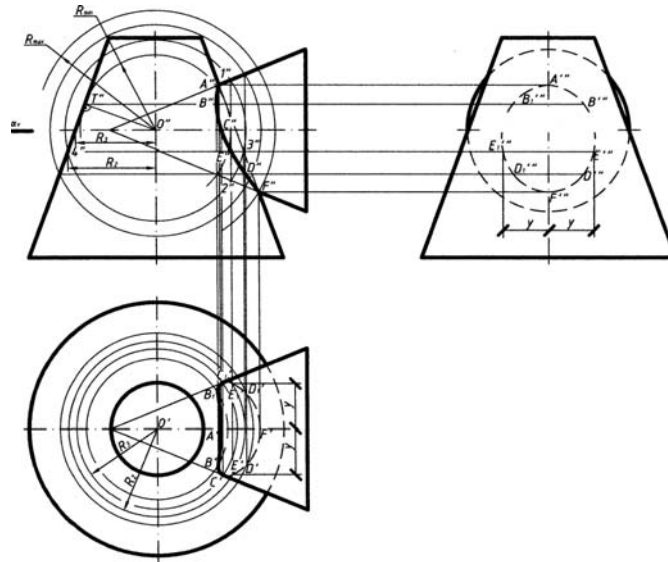


Рисунок 12.2 – Пересечение двух конусов

Способом вспомогательных секущих сфер проекция линии пересечения на плоскости проекций, параллельно которой расположены оси поверхностей, может быть построена по одной проекции заданных поверхностей.

На рисунке 12.2 приведен пример определения проекций точек линии пересечения поверхностей двух конусов, оси которых пересекаются в точке O и параллельны плоскости V . Сферическая поверхность радиусом R_1 с центром в точке O пересечет конические поверхности по окружностям, фронтальные проекции которых изобразятся в виде прямых $1''-2''$ и $3''-4''$. Взаимное пересечение этих прямых определяет фронтальную проекцию E'' точки E , принадлежащей линии пересечения.

Проведя несколько сферических поверхностей с различными радиусами из того же центра, получим аналогичным образом ряд точек, принадлежащих линии пересечения. Минимальный радиус (R_{min}) сферической поверхности, которая может быть использована при решении задачи, равен радиусу сферы, касающейся одной из заданных поверхностей и пересекающей другую поверхность (рисунок 12.3). В данном случае минимальный радиус сферической поверхности равен радиусу $O''T''$ сферы, касающейся поверхности конуса с вертикальной осью, т. к. второй конус она при этом будет пересекать. С помощью сферы минимального радиуса определена точка B'' , принадлежащая искомой линии пересечения. Опорными точками линии пересечения являются точки

A'' и F''' , которые определяются как точки пересечения очерковых образующих заданных поверхностей.



Рисунок 12.3 – Построение вписанной сферы в поверхность вращения

Найдя с помощью сфер различного радиуса ряд точек линии пересечения поверхностей, соединяем их плавной кривой линией.

Затем переходим к построению горизонтальной и профильной проекций линии пересечения.

На горизонтальной проекции строим точки линии пересечения исходя из условия ее принадлежности конусу с вертикальной осью. Например, для построения точки E' нужно построить параллель, проходящую через точки $3''$ и $4''$. На плоскости H она будет проецироваться в виде окружности радиусом R_2 и на ней по линии связи будут находиться точки E' и E_1' . Аналогично можно найти остальные точки. Для определения точек C' и C_1' , делящих горизонтальную проекцию линии пересечения на видимую и невидимую части, можно воспользоваться плоскостью γ , которая пересечет больший конус по окружности R_3 , а меньший конус – по очерковому треугольнику – в результате их пересечения получим точки C' и C_1' .

Построение профильной проекции линии пересечения поверхностей сводится к построению третьей проекции точки по заданным фронтальной и горизонтальной и показано на чертеже на примере точки E''' .

Профильная проекция линии пересечения поверхностей будет полностью невидимой, т. к. закрыта вертикально стоящим конусом.

В практике решения задач на построение линии пересечения поверхностей вращения встречаются случаи, когда ось поверхности наклонена к одной из плоскостей проекций. В этом случае основание поверхности вращения проецируется на эту плоскость в виде эллипса, а также возникает вопрос построения очерковых образующих.

На рисунке 12.4 изображены два конуса; ось одного из них параллельна плоскости H и наклонена к плоскости V . Очерк его горизонтальной проекции задан: равнобедренный треугольник $S'D'E'$. Требуется построить очерк фронтальной проекции. Искомый очерк составляется из части эллипса и двух касательных к нему прямых.

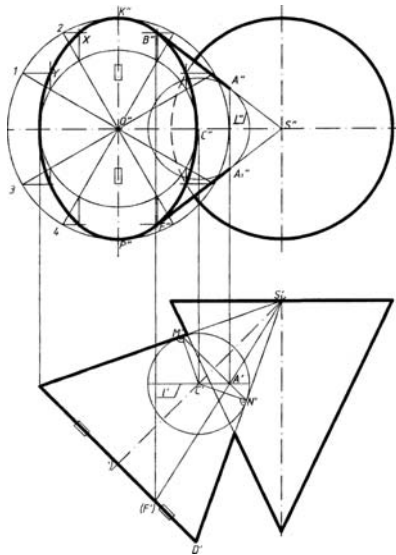


Рисунок 12.4 – Построение очерков проекций поверхности вращения с наклонной осью

Эллипс на фронтальной проекции можно построить по двум его осям: малой $D''E''$ и большой $K''P''$, равной по своей величине $D'E'$ (диаметру окружности основания конуса). Из точки O'' чертим две concentric окружности, диаметры которых равны заданным осям эллипса. Обе окружности делим на 12 равных частей. Через точки деления 1, 2, 3, 4 и т. д. на большой окружности проводим прямые, параллельные $E''D''$, а через точки деления на малой окружности – прямые, параллельные $K''P''$. От взаимного пересечения этих прямых получим ряд точек: X , Y и т. д.; это и будут искомые точки эллипса, которые соединяем плавной кривой с помощью лекала.

Построение очерковых образующих конуса, касательных к эллипсу, можно выполнить с помощью сферы, вписанной в конус. Из произвольной точки C' , взятой на оси конуса, проводим сферу радиусом $C'N'$ так, чтобы эта сфера была вписана в конус. Далее можно построить линию касания $M'N'$ сферы и конуса. Построение искомой образующей можно начать с отыскания точки A' – горизонтальной проекции одной из точек искомой образующей. Точка A' получается при пересечении горизонтальных проекций окружности касания конуса и сферы (прямая $M'N'$) и экватора сферы (прямая l'). Теперь можно найти проекцию A'' на фронтальной проекции экватора и через точки S'' и A'' провести прямые фронтальные проекции искомых образующих.

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 В чем сущность метода секущих сфер?
- 2 Как определить центр вписанных concentric сфер?
- 3 Как определить величину радиуса максимальной и минимальной сферы?
- 4 Выполните задание «Пересечение поверхностей». Вариант задания выдает преподаватель.

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии.

13 Пересечение прямой линии с поверхностью

Для построения точек пересечения с какой-либо поверхностью необходимо провести через данную прямую вспомогательную секущую плоскость; затем найти линию пересечения вспомогательной плоскости с данной поверхностью и, наконец, определить точки пересечения полученной линии с заданной прямой. Эти точки и будут искомыми точками пересечения прямой с поверхностью [6].

Обычно в качестве вспомогательной плоскости выбирают проецирующую плоскость, проходящую через данную прямую, т. к. в общем случае линия пересечения поверхности с проецирующей плоскостью строится проще, нежели с плоскостью общего положения.

Однако в некоторых частных случаях выгоднее в качестве вспомогательной плоскости выбирать плоскость общего положения, пересекающую данную поверхность по графически простой линии.

Так как линия пересечения поверхности с проецирующей плоскостью, проведенной через данную прямую, и данная прямая являются конкурирующими линиями, то общий прием построения точек пересечения прямой с поверхностью можно сформулировать так: для построения точек пересечения прямой с поверхностью нужно построить на поверхности вспомогательную линию, конкурирующую с данной прямой, и найти точки пересечения этой линии с прямой.

При этом, строя вспомогательную линию, следует для определения ее отдельных точек пользоваться графически простыми линиями поверхности. Так, в случае поверхности вращения такими простыми линиями будут параллели (окружности), а в случае линейчатой поверхности – образующие (прямые).

На рисунке 13.1 показано нахождение точек пересечения прямой общего положения AB с поверхностью пирамиды $SCDE$ [3].

На рисунке 13.2 показано построение точек пересечения прямых линий общего положения a и b с поверхностями: четырехугольной прямой призмы (a), цилиндра вращения (b), поверхности вращения (тор) (b).

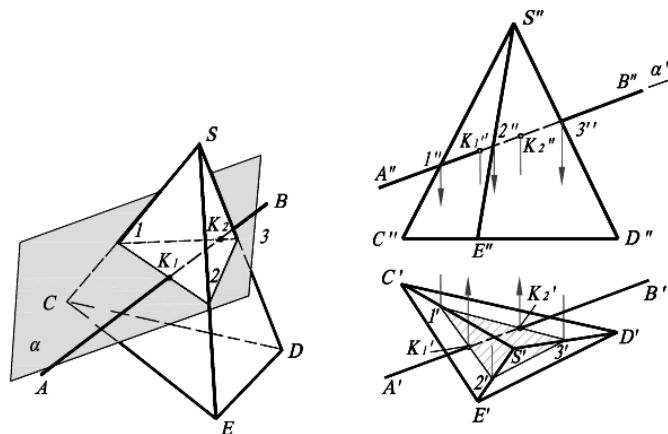


Рисунок 13.1 – Пересечение прямой общего положения с поверхностью призмы

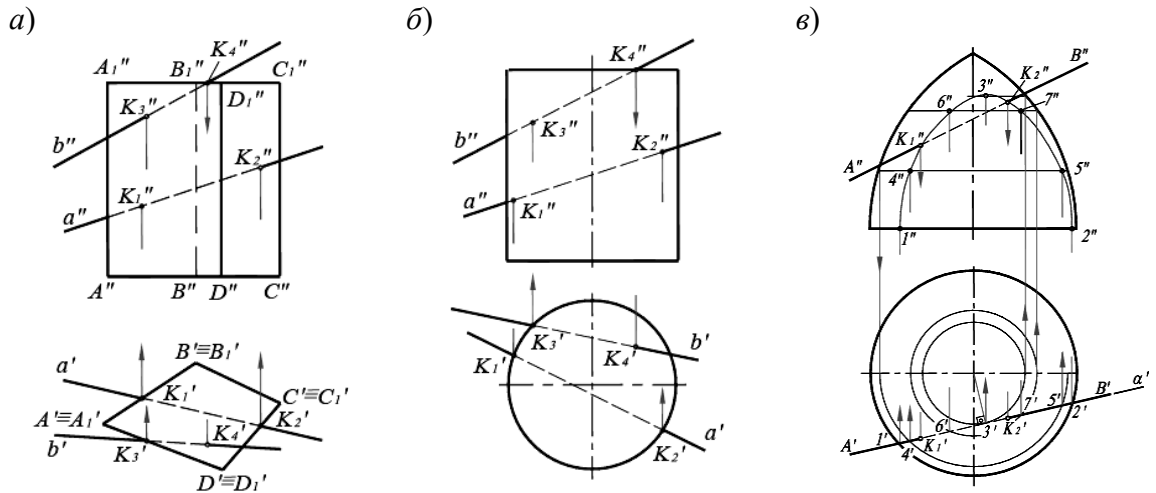


Рисунок 13.2 – Пересечение прямых общего положения a и b с поверхностями

На рисунке 13.3 показано построение точек пересечения проецирующих прямых a и b с поверхностями: пирамиды (а), конуса вращения (б), сферы (в).

Для нахождения точек пересечения конуса вращения с горизонтальной прямой AB (рисунок 13.4, а) использована вспомогательная горизонтальная плоскость α (α''), пересекающая конус по окружности. Для определения точек пересечения сферы с фронтальной прямой AB использована фронтальная плоскость α (α') (рисунок 13.4, б). При определении видимости участков прямых следует учитывать, что фронтальная проекция точки K_2 расположена на невидимой части конуса, а горизонтальная проекция точки K_2 – на невидимой части сферы.

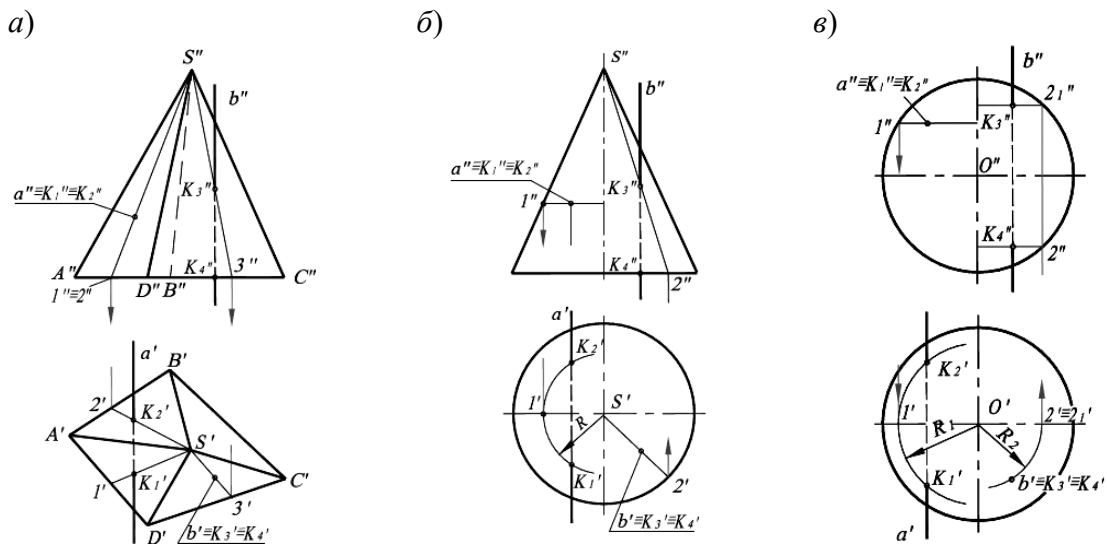
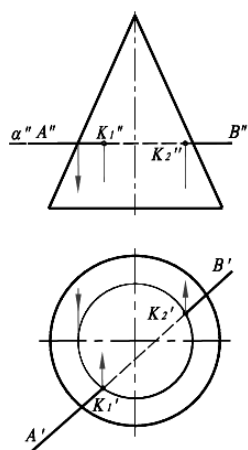


Рисунок 13.3 – Точки пересечения проецирующих прямых линий a и b с поверхностями

а)



б)

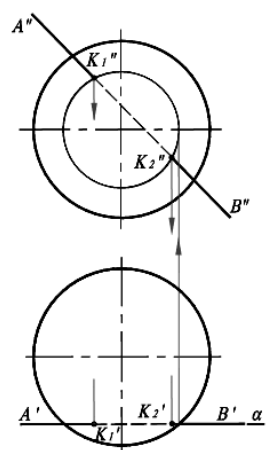


Рисунок 13.4 – Нахождение точек пересечения горизонтальной и фронтальной прямых с поверхностями вращения

Вопросы и задания для самоконтроля

- 1 Перечислите этапы построения пересечения прямой линии с поверхностью.
- 2 Какую плоскость обычно выбирают в качестве вспомогательной?
- 3 С помощью каких точек определяют видимость линии пересечения?

По итогам практического занятия оценивается способность студентов решать комплексные задачи в тетради-клише по курсу начертательной геометрии. Полученные знания используются при подготовке к зачету.

Список литературы

- 1 Инженерная графика: учебник / Под ред. Н. П. Сорокина. – 6-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2022. – 392 с.
- 2 Альбом чертежей и заданий по машиностроительному черчению и компьютерной графике : учеб. пособие / Под общ. ред. П. Н. Учаева. – Старый Оскол : ТНТ, 2021. – 228 с.
- 3 **Леонова, О. Н.** Начертательная геометрия в примерах и задачах: учеб. пособие / О. Н. Леонова, Е. А. Разумова. – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2022. – 212 с.
- 4 **Цакунов, А. А.** Инженерная графика. Основы начертательной геометрии. Основы технического черчения. Основы машиностроительного черчения: учеб. пособие / А. А. Цакунов, Т. Э. Каптилович; под ред. Г. Ф. Ласуты. – Минск, ИВЦ Минфина, 2020. – 195 с.
- 5 **Чекмарев, А. А.** Инженерная графика. Машиностроительное черчение: учебник / А. А. Чекмарев. – М.: ИНФРА-М, 2021. – 396 с.
- 6 **Бударин, О. С.** Начертательная геометрия. Краткий курс / О. С. Бударин. – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2019. – 361 с.
- 7 **Зеленый, П. В.** Инженерная графика. Практикум по проекционному черчению: учеб. пособие / П. В. Зеленый, Е. И. Белякова; под ред. П. В. Зеленого. – Минск: БНТУ, 2014. – 200 с.
- 8 Форматы: ГОСТ 2.301–68. – Минск: Госстандарт, 2010. – 4 с.
- 9 Линии: ГОСТ 2.303–68. – Минск: Госстандарт, 2010. – 8 с.
- 10 Шрифты чертежные: ГОСТ 2.304–81. – Минск: Госстандарт, 2010. – 23 с.