DOI: 10.24412/2077-8481-2025-3-17-27

УДК 621.83.06

А. В. КАПИТОНОВ, канд. техн. наук, доц.

В. С. ДРОЗДОВ

Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА И АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

#### Аннотация

Рассмотрены вопросы, связанные с точностью планетарных механизмов с промежуточными телами качения. Представлен метод оценки показателей точности исследуемых механизмов с использованием разработанного автоматизированного стенда. Приведены численные значения кинематических погрешностей планетарных редукторов, полученные экспериментально, в зависимости от точности изготовления их деталей. Определены наиболее значимые гармонические составляющие амплитудночастотных спектров кинематической погрешности исследуемых механизмов. Дан анализ технологических причин образования кинематических погрешностей. Установлена закономерная связь между проявлением гармонических составляющих с наибольшими амплитудами и основными геометрическими параметрами планетарной передачи с промежуточными телами качения.

## Ключевые слова:

кинематическая точность, планетарные механизмы, промежуточные тела качения, гармонические составляющие, показатели точности.

#### Для цитирования:

Капитонов, А. В. Экспериментальная оценка и анализ кинематической точности планетарных механизмов с промежуточными телами качения / А. В. Капитонов, В. С. Дроздов // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2025. - N = 3 (88). – С. 17–27.

# Введение

Планетарные передачи с промежуточными телами качения используются в механизмах мехатронных устройств автоматизированного производства, в различных механизмах технологического оборудования для обеспечения высокой точности перемещений делительных устройств, в приспособлениях для изготовления деталей, в силовых механизмах подъемно-транспортных машин [1-3], как кинематические и силовые механизмы. Кроме того, они могут обеспечивать высокую плавность работы тихоходных, среднескоростных и быстроходных передач. Эти передачи являются перспективными в машиностроении, т. к. имеют преимущества, по сравнению с обычными и планетарными зубчатыми передачами, в малых массогабаритных характеристиках, в больших передаточных отношениях в одной ступени, в высокотехнологичных конструкциях, предусматривающих модульный принцип сборки и невысокую стоимость изготовления. Одна из основных проблем при производстве планетарных передач с промежуточными телами качения заключается в обеспечении требуемой точности, в зависимости от назначения, при наименьших затратах, т. к. для большого класса этих передач не разработаны стандарты на допуски их изготовления. Также одной из основных задач является определение путей повышения кинематической точности и плавности работы этих передач, что необходимо для выполнения требований современного производства к любым механизмам, а также для обеспечения заданного ресурса и надежной работы.

<sup>©</sup> Капитонов А. В., Дроздов В. С., 2025

Известны работы в области исследования точности различных конструкций механизмов с промежуточными телами качения. В [4] изучен характер изменения кинематической погрешности за период полного оборота ведомого звена планетарных редукторов с шарироликовым зацеплением. ковым И Исследовались возможные причины образования кинематических погрешностей с использованием спектрального анализа. В [5] рассматривались вопросы повышения точности циклоидального редуктора с телами качения за счет оптимизации геометрических параметров деталей зацепления. В [6] приведен метод повышения точности зубчатых передач при сборке, заключающийся в подборе начальных фаз положения зубчатых колес, обеспечивающих наименьшую погрешность угла поворота ведомого звена.

Используя методологию и результаты проведенных исследований, предложены пути для дальнейшего развития в направлениях обеспечения и повышения точности планетарных передач с промежуточными телами качения. Цель исследований \_ экспериментальная оценка и анализ кинематической точности, включающей плавность работы, планетарных передач с промежуточными телами качения при заданной точности изготовления их деталей для определения наиболее значимых факторов, влияющих на кинематическую точность и установление путей уменьшения этих факторов для повышения кинематической точности и плавности работы передачи.

Если точность зубчатых передач можно оценивать контролем отдельных зубчатых колес по нормам стандартов ГОСТа на допуски изготовления и затем дополнительно расчетом погрешностей монтажа по ГОСТ 21098–82 определять кинематическую погрешность передачи, то для планетарных передач с промежуточными телами качения такая оценка

невозможна, т. к. эти передачи имеют более двух звеньев и большое количество деталей в зацеплении, учитывая сателлиты, что не позволяет по отдельным деталям устанавливать точность собранной передачи. Кроме того, для таких передач не разработаны стандарты для расчета их точности. Поэтому для исследования точности планетарных передач с промежуточными телами качения принят метод экспериментальной оценки как наиболее эффективный и достоверный на сегодняшний день.

# Объекты, методы и средства исследования кинематических погрешностей

На рис. 1 представлена конструктивная схема планетарной передачи с промежуточными телами качения — шариками, относящаяся к типу исследуемых передач.

Планетарная передача (см. рис. 1) состоит из корпуса 1, ведущего звена, из ведущего вала состоящего эксцентриков 3 и 4, подшипников 5 и 6, дисков 7 и 8, установленных оппозитно, неподвижного звена, состоящего из колеса с многопериодной беговой дорожкой 9, ведомого звена, включающего водило 10 и ведомый вал 11, а также сателлитов-шариков 12. При вращении ведущего звена диски 7 и 8 увлекают за собой сателлиты-шарики 12, которые входят в зацепление с многопериодной дорожкой колеса 9 и водила 10 и передают вращение на ведомый вал 11, связанный с водилом 10. Цилиндрические поверхности дисков 7 и 8 и периодическая волнообразная внутренняя поверхность колеса 9 представляют собой беговые дорожки, по которым перемещаются сателлиты. Планетарные передачи с такой конструктивной схемой проектируют в основном с передаточными отношениями от 5 до 30 в одной ступени [1-3].

Для проведения экспериментальных исследований показателей точности

планетарных механизмов с промежуточными телами качения разработан автоматизированный стенд [7], структурная

схема которого представлена на рис. 2.

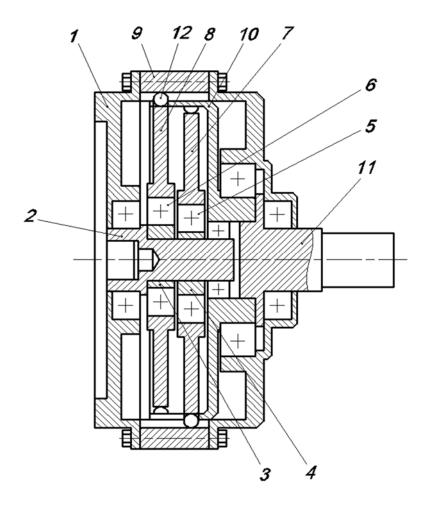


Рис. 1. Конструктивная схема планетарной передачи

При вращении электродвигателя и испытуемого редуктора сигналы, исходящие из входного и выходного датчиков и фиксирующие углы поворотов ведомого вала редуктора, поступают на устройство измерения и компьютер. Эти сигналы обрабатываются разработанным программным обеспечением и выводятся в виде графиков, представляющих характер изменения показателей точности за цикл вращения. Для испытаний под нагрузкой используется электромагнитный тормоз. Регулятор скорости позволяет проводить исследования с разной частотой вращения ведущего вала редуктора.

# Оценка комплексных показателей точности планетарных механизмов с промежуточными телами качения

На стенде, структурная схема которого представлена на рис. 2, проводилась оценка комплексных показателей точности, характеризующих кинематическую точность и плавность работы планетарных механизмов с промежуточными телами качения. Оценивались кинематическая погрешность механизма, его местная кинематическая погрешность и циклические погрешности, к которым относятся гармонические состав-

ляющие амплитудно-частотных спектров кинематической погрешности, полученные при гармоническом анализе

известными и разработанными методами [8, 9].

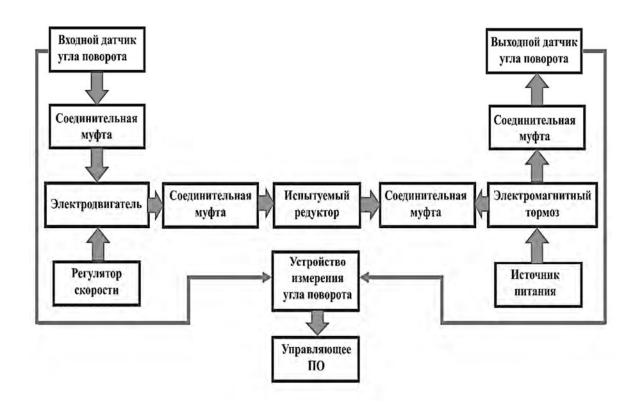


Рис. 2. Структурная схема стенда для исследования показателей точности планетарных механизмов

Кинематическая погрешность механизма  $F_i$  после измерений на стенде и обработки сигналов рассчитывалась по формуле

$$F_i = (\Phi_{\partial i} - \Phi_{Hi}) K_f, \qquad (1)$$

где  $\Phi_{\partial i}$  — действительный угол поворота ведомого вала, полученный на стенде;  $\Phi_{Hi}$  — номинальный угол поворота ведомого вала;  $K_f$  — коэффициент, учитывающий погрешности измерения.

Местная кинематическая погрешность механизма вычислялась по формуле

$$f_i = |\Phi_{i+1} - \Phi_i| K_f, \qquad (2)$$

где  $\Phi_{i+1}$ ,  $\Phi_i$  — соседние действительные

углы поворота ведомого вала, полученные на стенде;  $K_f$  — коэффициент, учитывающий погрешности измерения.

Циклические погрешности рассчитывались с использованием преобразования Фурье на основе математической зависимости [8, 10]

$$F(\varphi) = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} c_k (\cos k\varphi + \varphi_k), \quad (3)$$

где  $F(\varphi)$  — функция кинематической погрешности в зависимости от углового положения ведомого звена;  $c_0$  — нулевой член, характеризующий среднее значение функции за период вращения ведомого вала;  $c_k$  — амплитуда гармонической составляющей; k — порядковый номер гармонической составляющей;  $\varphi$  — угловое положение ведомого звена;

Машиностроение

 $\varphi_k$  — фазовый угол.

В качестве механизмов для экспериментальных исследований на стенде использовались планетарные редукторы с промежуточными телами качения шариками и роликами с разными передаточными отношениями одно- и двухступенчатые. Испытания проводились с разной частотой вращения ведущего вала и различной нагрузкой на ведомом валу. Экспериментальные редукторы

были изготовлены с экономической точностью, со средними и расширенными допусками, с целью выявления большего количества погрешностей, влияющих на кинематические показатели.

На рис. 3 представлен экспериментальный график кинематической погрешности  $F_i$  одноступенчатого планетарного редуктора с промежуточными телами качения — роликами.

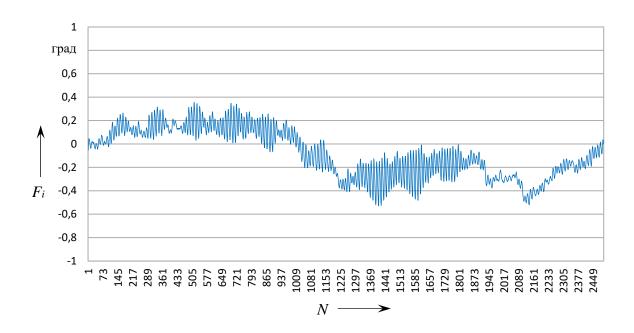


Рис. 3. Кинематическая погрешность планетарного редуктора с промежуточными телами качения – роликами

Передаточное отношение редуктора i=14. Проведена оценка кинематической погрешности этого редуктора на автоматизированном стенде с разной частотой вращения ведущего вала и различной нагрузкой на ведомом валу. График (см. рис. 3) получен при числе угловых измерений (числе значений) за оборот ведомого вала N=2500, частоте вращения ведущего вала  $n_1=1500$  мин<sup>-1</sup> и нагружающем моменте на ведомом валу M=40 Н·м.

Наибольшая кинематическая погрешность – разность между наибольшим и наименьшим значениями, рассчитанными по формуле (1), представленная на

графике (см. рис. 1), составила 0,88 град. На этом графике видны местные кинематические погрешности ближайших значений. Наибольшая местная кинематическая погрешность, т. е. наибольшая разность ближайших значений, определяемая ПО формуле (2), составила 0,27 град. В сравнении с зубчатыми передачами с теми же диаметральными размерами в зацеплении, кинематическая погрешность, полученная при многократной экспериментальной оценке редуктора с i = 14, соответствует пониженным 9 и 10 степеням точности. Рабочие и посадочные поверхности деталей данного редуктора изготовлены

Машиностроение

с невысокой точностью по 8–10 квалитетам с целью большего проявления кинематических погрешностей в ходе экспериментальных исследований на стенде для установления связей этих погрешностей с погрешностями деталей редуктора. С такой же целью при изготовлении и сборке редуктора устанавливались увеличенные зазоры до 0,2 мм.

На основе значений кинематической погрешности, полученных при

экспериментах, используя методы расчета гармонических составляющих [8–10], с учетом математической зависимости (3), получены амплитудно-частотные спектры кинематической погрешности редуктора при разных частотах вращения и нагрузке. На рис. 4 показан график амплитудно-частотного спектра кинематической погрешности, представленной на рис. 3.

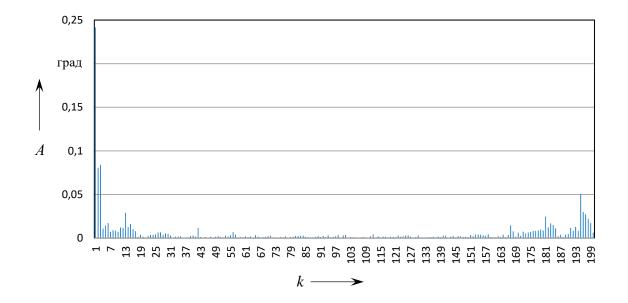


Рис. 4. Амплитудно-частотный спектр кинематической погрешности, представленной на рис. 3

Спектр позволяет определить циклические погрешности редуктора, которые тоже относятся к кинематическим погрешностям и характеризуют кинематическую точность и плавность его работы с частотой вращения ведущего звена 1500 мин<sup>-1</sup> под нагрузкой 40 Н·м, а также выявить наиболее значимые гармонические составляющие и проанализировать их связь с погрешностями изготовления.

На амплитудно-частотном спектре выделяются низкочастотный участок с номерами гармонических составляющих 1, 2 и 3, среднечастотный и высокочастотный участки с номерами гармони-

ческих составляющих 13 и 195 соответственно. При этом номера 13 и 195 кратны числу периодов  $z_2$  беговой дорожки колеса редуктора.

Гармоническая составляющая с номером 1, т. е. с частотой изменения, равной 1 за период  $2\pi$  полного оборота ведомого вала редуктора, имеет наибольшую амплитуду, при этом удвоенная амплитуда 2A = 0,48 град, что составляет 54% от наибольшей кинематической погрешности редуктора. При анализе установлено, что эта циклическая погрешность в основном связана с радиальными смещениями и биениями деталей: отклонением осей валов и оси средней окружности беговой дорожки

колеса относительно базовой оси корпуса редуктора, радиальным биением подшипников ведомого вала, а также накопленной погрешностью угловых шагов при измерениях точности многопериодной беговой дорожки.

Гармонические составляющие с номерами 2, 3, 13 и 195 имеют значительно меньшие удвоенные амплитуды 2A = 0.06...0.17 град. Источниками этих циклических погрешностей при изготовлении являются в основном погрешности профиля беговой дорожки коле-

са (2, 3, 13) и боковые зазоры (195), которые вместе с другими погрешностями приводят к частой смене сателлитов при передаче вращения и более жесткому контакту при вхождении сателлитов с другими деталями зацепления, особенно под нагрузкой и с увеличением частоты вращения.

На рис. 5 представлен график кинематической погрешности  $F_i$  двухступенчатого планетарного редуктора с промежуточными телами качения — шариками за оборот ведомого вала на угол  $\phi = 2\pi$ .

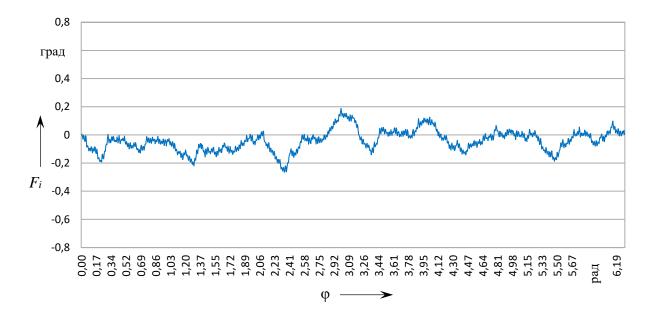


Рис. 5. График кинематической погрешности двухступенчатого планетарного редуктора с промежуточными телами качения – шариками

Передаточное отношение двухступенчатого редуктора i=49. График получен при частоте вращения ведущего вала  $n_1=750\,$  мин $^{-1}$  и нагружающем моменте на выходном валу  $M=100\,$  Н·м. Кинематическая погрешность редуктора составила 0,45 град. Местная кинематическая погрешность  $-0,06\,$  град, что значительно меньше, чем в редукторе с i=14. В двухступенчатом редукторе основные поверхности деталей, кроме многопериодной беговой дорожки, изготовлены с более высокой точностью (по 6 и 7 квалитетам), чем в редукторе

с i=14. Беговая дорожка колеса обрабатывалась черновым и чистовым фрезерованием с точностью отклонения профиля дорожки от его номинального значения, не превышающей 0,05 мм, что для размера среднего диаметра дорожки колеса  $D_{cp}=83$  мм соответствует 8 и 9 квалитетам точности и средней точности.

Экспериментальные исследования кинематической погрешности двухступенчатого редуктора i=49 проводились с разной частотой вращения ведущего вала и разной нагрузкой. В табл. 1

приведены значения трех экспериментов и их среднего значения наибольшей кинематической погрешности двухступенчатого планетарного редуктора с промежуточными телами качения — шариками. Результаты представлены при экспериментах с частотой вращения  $n_1$ , равной 500, 750, 1000 и 1500 мин<sup>-1</sup>, и с нагружающим моментом M, равным 20, 40, 60, 80, 100 Н·м. Результаты экспериментов показывают, что значения кинематических погрешностей исследуемого редуктора соответствуют 8 (средней) степени точности зубчатых

передач для такого же типоразмера, а местная кинематическая погрешность для частот вращения 500 и 750 мин<sup>-1</sup> – 7 (повышенной) степени точности. Из табл. 1 видно, что при увеличении нагрузки от 20 до 100 Н·м наибольшее значение кинематической погрешности изменяется незначительно, а ее увеличение зависит в большей степени от частоты вращения. С увеличением частоты вращения от 500 до 1500 мин<sup>-1</sup> наибольшая кинематическая погрешность под нагрузкой увеличивается в среднем в 1,3 раза.

Табл. 1. Значения наибольшей кинематической погрешности планетарного шарикового редуктора с i=49

Частота вращения $n_1$ , мин <sup>-1</sup>	Номер эксперимента и $F_{cp}$	Нагружающий момент $M$ , $H$ ·м				
		20	40	60	80	100
500	1	0,4682	0,4099	0,4070	0,4194	0,4568
	2	0,4720	0,4417	0,3987	0,4444	0,4716
	3	0,4986	0,4404	0,4032	0,4335	0,4992
	$F_{cp}$	0,4796	0,4307	0,4030	0,4324	0,4759
750	1	0,4813	0,4203	0,4068	0,4514	0,4535
	2	0,4913	0,4360	0,3963	0,4236	0,4645
	3	0,4738	0,4349	0,4060	0,4167	0,4542
	$F_{cp}$	0,4821	0,4304	0,4030	0,4306	0,4574
1000	1	0,5427	0,4871	0,4503	0,4784	0,4712
	2	0,5764	0,5003	0,4500	0,4819	0,5001
	3	0,5724	0,4914	0,4501	0,4521	0,4904
	$F_{cp}$	0,5638	0,4929	0,4501	0,4708	0,4873
1500	1	0,5796	0,5694	0,5738	0,5641	0,6909
	2	0,5760	0,5614	0,5921	0,5515	0,5716
	3	0,5443	0,5811	0,5756	0,5735	0,5979
	$F_{cp}$	0,5666	0,5706	0,5805	0,5630	0,6201

На рис. 6 приведен график амплитудно-частотного спектра кинематической погрешности, представленной на

рис. 5 и рассчитанной также на основе математической зависимости (3) и метода преобразования Фурье.

На спектре (см. рис. 6) наиболее значимыми являются гармонические составляющие, имеющие наибольшие амплитуды с номерами 1, 2, 6, 12, 14, 42, 98 и 294. Здесь также выделяются гармонические частотные участки. Так как редуктор двухступенчатый, то число значимых гармонических составляющих его кинематической погрешности больше, чем в одноступенчатом редукторе. Однако, учитывая более точное изготовление деталей двухступенчатого реамплитуды гармонических составляющих кинематической погрешности этого редуктора значительно меньше, чем менее точного одноступенчатого с i = 14. В низкочастотном двухступенчатого редуктора участке выделяются гармонические составляющие с номерами 1 и 2, которые имеют те же технологические причины образования при изготовлении, что и в спектре редуктора с i = 14. В среднечастотном участке спектра гармонические составляющие 6, 12 и 14 также в основном связаны с погрешностями изготовления

профиля многопериодной беговой доколеса. В двухступенчатом редукторе с передаточным отношением i = 49 каждая из ступеней имеет передаточное отношение i = 7 и в каждой ступени колесо с многопериодной беговой дорожкой имеет число периодов дорожки  $z_2 = 6$ . Таким образом, номера гармонических составляющих 6, 12 и 14 соответствуют или кратны основным геометрическим параметрам i и  $z_2$  редуквысокочастотных участках тора. спектра гармонические составляющие с номерами 42, 98 и 294 кратны і и z2 и имеют те же источники образования, что и высокочастотные циклические погрешности одноступенчатого редуктора с i = 14. Соответствие номеров наиболее значимых гармонических составляющих значениям основных геометрических параметров і и да определено при экспериментальных исследованиях большого количества этих передач, что позволяет установить соответствующую закономерность.

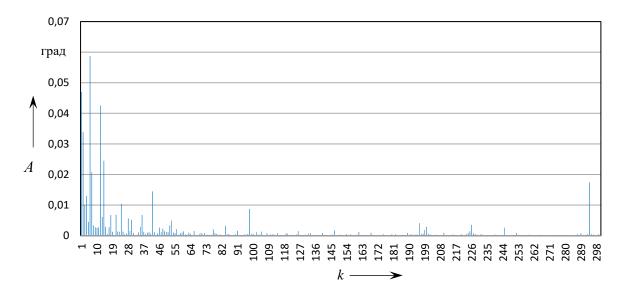


Рис. 6. График амплитудно-частотного спектра кинематической погрешности двухступенчатого редуктора

Определив основные зависимости кинематических погрешностей от погрешностей изготовления исследуемых

механизмов, можно предложить пути повышения их показателей точности, которые заключаются в уменьшении

установленных погрешностей при изготовлении, повышении точности изготовления многопериодных дорожек. При этом нет необходимости повышать точность и затраты на изготовление поверхностей деталей, которые мало влияют на кинематическую точность передачи. Для многопериодных дорожек высокую точность можно получить отделочными операциями: шлифованием, тонким фрезерованием, однако эти операции увеличивают затраты на изготовление.

## Заключение

В результате исследований практически реализованы методы оценки параметров точности планетарных механизмов с промежуточными телами качения, заключающиеся в измерении угловых положений при разной частоте вращения валов под нагрузкой на автоматизированном стенде, математической обработке экспериментальных данных и получении значений и графиков кинематической погрешности, местной кинематической погрешности и цикли-

ческих погрешностей редукторов. Установлены наибольшие значения показателей точности планетарных редукторов с промежуточными телами качения в зависимости от точности изготовления ответственных поверхностей их деталей, что позволяет изготавливать эти механизмы с заданной точностью. Дана сравнительная оценка точности исследуемых редукторов с точностью зубчатых передач в сборе. В результате анализа амплитудно-частотных спектров кинематических погрешностей исследуемых редукторов определены наиболее значимые гармонические составляющие кинематической погрешности и технологические причины их образования. Установлена закономерность для планетарных передач с промежуточными телами качения независимо от их передаточного отношения и количества ступеней, заключающаяся в том, что при наличии погрешностей изготовления номера гармонических составляющих соответствуют или кратны численным значениям основных геометрических параметров планетарной передачи.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. **Капитонов, А. В.** Кинематические и массогабаритные характеристики ресурсоэффективных механических передач. Компьютерное моделирование, экспериментальная оценка: монография / А. В. Капитонов, В. М. Пашкевич. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2017. 248 с.
- 2. Исследование кинематической погрешности планетарного эксцентрикового редуктора / А. В. Капитонов, Д. В. Непша, М. В. Гончаров [и др.] // Вестник Белорусско-Российского университета. 2014.- № 3.- C. 14-24.
- 3. **Капитонов, А. В.** Исследование кинематической точности планетарных роликовых передач методами гармонического анализа и контроля в сборе / А. В. Капитонов, С. Г. Черняков // Вестник Белорусско-Российского университета. -2011. -№ 4. C. 40–50.
- 4. Повышение точности механических передач на основе компьютерного моделирования и использования технологий искусственного интеллекта: монография / В. М. Пашкевич, М. Ф. Пашкевич, Д. А. Забелин, Ю. В. Козлов. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2011. 139 с.
- 5. Transmission Efficiency of Cycloid-Pinion System Considering the Assembly Dimensional Chain / N. Jiang, S. Wang, A. Yang [et al.] // Applied Sciences. 2022. 12(23):11917.
- 6. **Тимофеев, Б. П.** Метод повышения точности мелкомодульных зубчатых передач при сборке / Б. П. Тимофеев, Н. Т. Данг // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 10. С. 941–946.
- 7. Методы экспериментальных исследований кинематической точности планетарных передач с промежуточными телами качения и контроля профиля беговых дорожек / А. В. Капитонов, С. Г. Черняков, К. В. Сасковец, А. И. Касьянов // Вестник Белорусско-Российского университета. 2016. № 2 (51). С. 41—50
- 8. **Васильев, С. Н.** Гармонический анализ: учеб. пособие / С. Н. Васильев, В. Т. Шевалдин. Екатеринбург: Урал. ун-т, 2014. 79 с.

9. Kapitonov, A. V. Optimization of geometrical parameters and estimation of kinematic accuracy of resource effective planetary transmission / A. V. Kapitonov // Advances in Engineering Research. - 2018. -Vol. 158. – P. 165–168.

10. Юнаковский, А. Д. Гармонический анализ. Ряды Фурье, преобразование Фурье и приложения БПФ / А. Д. Юнаковский. – М. : Интеллект, 2024. - 264 с.

Статья сдана в редакцию 30 мая 2025 года

#### Контакты:

kavbru@gmail.com (Капитонов Александр Валентинович); vlddzv@mail.ru (Дроздов Владислав Сергеевич).

# A. V. KAPITONOV, V. S. DROZDOV

# EXPERIMENTAL EVALUATION AND ANALYSIS OF KINEMATIC ACCURACY OF PLANETARY MECHANISMS WITH INTERMEDIATE ROLLING ELEMENTS

#### Abstract

The article discusses issues related to the accuracy of planetary mechanisms with intermediate rolling elements. A method for evaluating accuracy indicators of the mechanisms under study by means of a developed automated stand is presented. Experimentally obtained numerical values of kinematic errors of planetary gearboxes are given depending on the manufacturing accuracy of their parts. The most significant harmonic components of amplitude-frequency spectra of the kinematic error in the mechanisms studied are determined. An analysis of the technological causes of forming kinematic errors is presented. A regular relationship has been established between the manifestation of harmonic components with the largest amplitudes and the basic geometric parameters of the planetary gear with intermediate rolling elements.

# **Keywords**:

kinematic accuracy, planetary mechanisms, intermediate rolling elements, harmonic components, accuracy indicators.

## For citation:

Kapitonov, A. V. Experimental evaluation and analysis of kinematic accuracy of planetary mechanisms with intermediate rolling elements / A. V. Kapitonov, V. S. Drozdov // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2025. – № 3 (88). – P. 17–27.