

DOI: 10.24412/2077-8481-2025-3-52-63

УДК 621.83.06

А. В. КУЦЕПОЛЕНКО¹**М. Е. ЛУСТЕНКОВ²**, д-р техн. наук, проф.¹ОАО «Могилевлифтмаш» (Могилев, Беларусь)²Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)**ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРИВОШИПНО-КОРОМЫСЛОВОГО МЕХАНИЗМА ОГРАНИЧИТЕЛЯ СКОРОСТИ В СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА ШКИВА****Аннотация**

Выполнен энергетический анализ кривошипно-коромыслового механизма с двумя выходными звеньями, связанными шатунами с входным звеном, относительно подвижной системы отсчета шкива ограничителя скорости. Произведен расчет кинетической энергии по методике, основанной на начальном положении механизма и бесконечно малых перемещениях его звеньев. Разработана модель механизма в MSC.ADAMS. Для механизмов с несколькими выходными звеньями предложено использовать расчетную схему с учетом их конечных положений. Получена зависимость кинетической энергии исследуемого механизма от скорости поворота входного звена, учитывающая несинхронность движения выходных звеньев. Определено, что уменьшение длин шатунов механизма приводит к снижению его кинетической энергии.

Ключевые слова:

центробежный ограничитель скорости лифта двухстороннего действия, кривошипно-коромысловый механизм с двумя выходными звеньями, кинетическая энергия, уравнение Лагранжа.

Для цитирования:

Куцепенко, А. В. Энергетический анализ кривошипно-коромыслового механизма ограничителя скорости в системе отсчета шкива / А. В. Куцепенко, М. Е. Лустенков // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2025. – № 3 (88). – С. 52–63.

Введение

Проектирование двухстороннего ограничителя скорости лифта является комплексной задачей с целым рядом требований, основные из которых:

– инвариантность срабатывания к направлению перемещения кабины лифта;

– соответствие требованиям государственного стандарта [1, с. 55–56].

Чтобы выбрать размерные и массовые характеристики звеньев устройства контроля превышения скорости [2, с. 162], нужно знать зависимости, описывающие геометрические, кинематические и динамические параметры каждого звена и их влияние на работу выходных звеньев, характер этих зависимостей (линейная, квадратичная и т. д.) и их экстремумы. Уравнения Лагран-

жа второго рода упрощают описание сложных движений звеньев исследуемого механизма, расположенного на вращающемся шкиве ограничителя, сводя их к наложению перемещения звеньев в подвижной системе координат шкива и его вращения в неподвижной системе координат корпуса ограничителя [3, с. 369–372].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\delta T}{\delta \varphi_i} = Q_{\varphi_i}, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия механизма; Q_{φ_i} – обобщенная сила, соответствующая обобщенной i -й координате; φ_i – обобщенная координата, соответствующая перемещению начального звена; i – количество обобщенных координат.

Основная часть

Кинематическая схема (рис. 1) разработанного на ОАО «Могилевлифтмаш» двухстороннего ограничителя скорости [4; 5; 6, с. 465–466] была рассмотрена в [7, 8]. Исследуемое устройство, контролирующее превышение скорости, представляет собой кривошипно-коромысловый механизм, шарнирно закрепленный на вращающемся в вертикальной плоскости шкиве ограничителя. В обозначениях вершин звеньев левой части

добавлен суффикс L . При начальном положении четырехзвенника $l_0 l_1 l_2 l_3$ относительно системы координат $x_L O y_L$ его выходные звенья $O_1 K_1$ и $O_{1L} K_{1L}$ расположены вертикально. За конечное положение механизма принято положение, при котором крайняя точка E_1 или E_{1L} любого из выходных звеньев «поднимется» на орбиту радиусом R , на которой расположены упоры ограничителя. В обозначениях звеньев и их вершин добавим индекс (2) – $E_{1(2)}$, $E_{1(2)L}$.

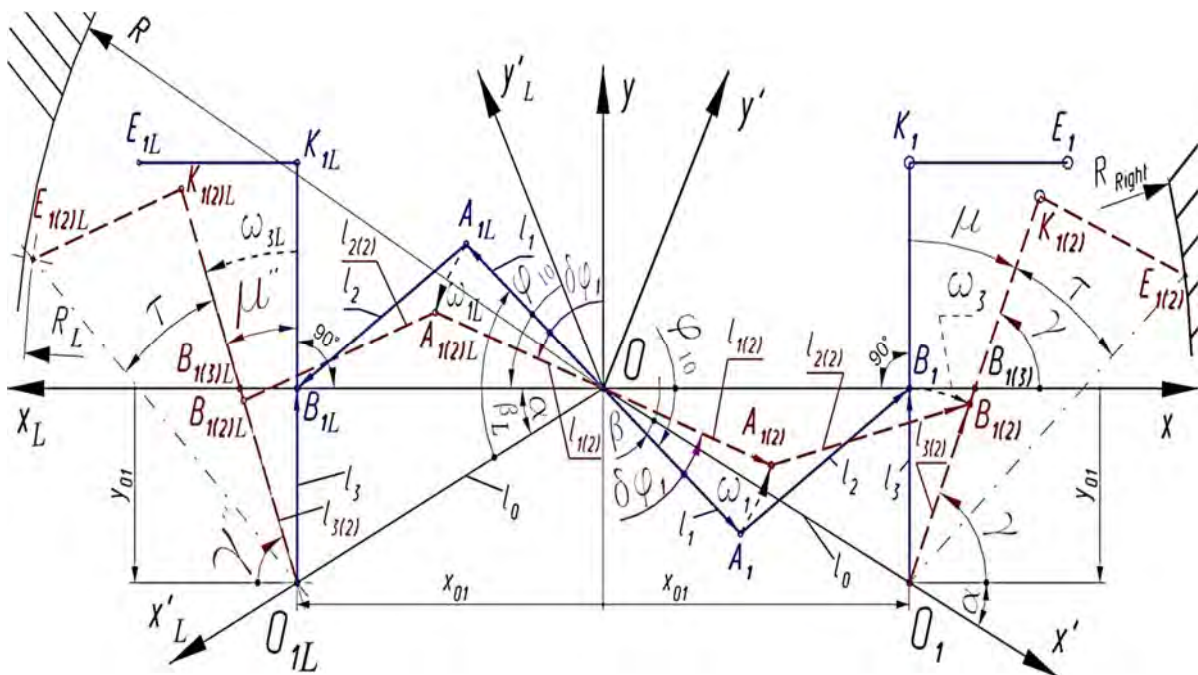


Рис. 1. Кинематическая схема кривошипно-коромыслового механизма ограничителя скорости двухстороннего действия, разработанного на ОАО «Могилевлифтмаш»

Исходные данные и параметры механизма:

- координата шарнира входного звена $O(x_1, y_1)$: $x_0 = 0, y_0 = 0$;
- координаты шарниров выходных звеньев $O_1(x_{01}, y_{01})$ и $O_{1L}(-x_{01}, -y_{01})$ в подвижной системе отсчета (относительно шкива): $|x_{01}| = |-x_{01}| = 60$ мм, $|y_{01}| = |-y_{01}| = 30$ мм;
- размеры одноименных звеньев левой и правой частей механизма: $l_1 = OA_1 = A_1A_2/2 = 35$ мм – половина

длины входного звена A_1LA_1 ; $l_2 = 40$ мм – длина промежуточного звена A_1B_1 или $A_{1L}B_{1L}$; $l_3 = 30$ мм – расстояние от шарнира выходного звена до точки соединения его с шатуном O_1B_1 или $O_{1L}B_{1L}$; размеры $O_1K_1 = O_{1L}K_{1L} = 65$ мм, $K_1E_1 = K_{1L}E_{1L} = 31$ мм, определяющие положение крайней точки E_1 (E_{1L}) выходного звена;

- радиус расположения упоров ограничителя скорости $R = 102$ мм.

Начальное положение входного

звена определяется углом φ_{10} :

$$\varphi_{10} = \arccos\left(\frac{l_1^2 + x_{01}^2 - l_2^2}{2 \cdot l_1 \cdot x_{01}}\right), \quad (2)$$

где x_{01} – проекция на ось OX расстояния между шарнирами кривошипа и коромысла.

Рассматриваемый механизм имеет две степени свободы, поэтому положение его звеньев определяется двумя обобщенными координатами: φ_1 – угол поворота входного звена относительно оси шкива; ψ_1 – угол поворота шкива относительно неподвижного корпуса ограничителя скорости. Найдем кинетическую энергию T механизма в подвижной системе отсчета, связанной со шкивом:

$$T = T_1 + T_{21} + T_{22} + T_{31} + T_{32}, \quad (3)$$

где T_1 – кинетическая энергия входного звена; T_{21} , T_{22} – кинетические энергии левого и правого шатунов соответственно; T_{31} , T_{32} – кинетические энергии

левого и правого выходных звеньев соответственно.

Кинетическую энергию входного звена T_1 вычислим по формуле

$$T_1 = \frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{J_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2}, \quad (4)$$

где J_1 – момент инерции входного звена относительно его оси вращения; ω_1 – угловая скорость входного звена.

Определим кинетические энергии шатунов A_1B_1 и $A_{1L}B_{1L}$ (рис. 2) по методике, представленной в учебнике «Теоретическая механика» [9, с. 487–491].

$$T_{21} = \frac{m_{21}}{2} \cdot V_{21ЦМ}^2 + \frac{J_{21ЦМ}}{2} \cdot \omega_{21ЦМ}^2, \quad (5)$$

где m_{21} , $J_{21ЦМ}$ – масса и момент инерции правого шатуна вокруг его центра масс $ЦМ_2$; $V_{21ЦМ}$ – линейная скорость перемещения центра масс правого шатуна A_1B_1 ; $\omega_{21ЦМ}$ – угловая скорость вращения правого шатуна A_1B_1 вокруг его центра масс $ЦМ_2$.

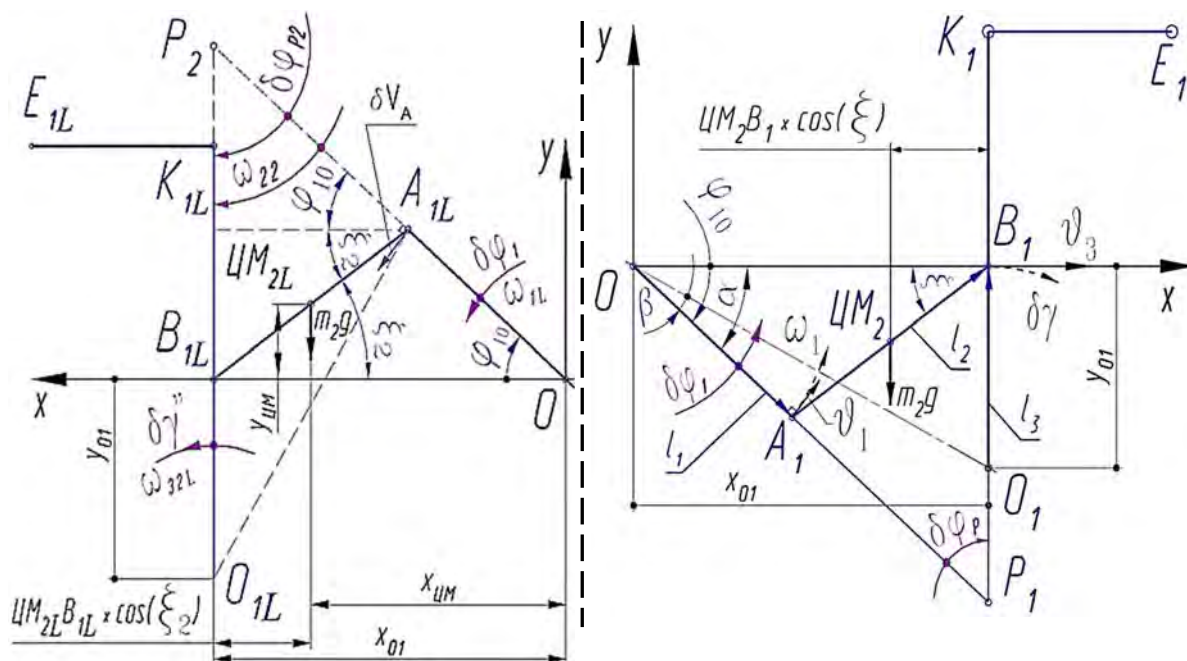


Рис. 2. Определение кинетической энергии по начальному положению механизма ограничителя

Выполнив геометрический анализ по примеру [9, с. 487–491] и применяя

разложение тригонометрических функций в ряды [10, с. 68–69; 11, с. 334–335], имеем

$$T_{21} = \frac{1}{2} \cdot \left(m_{21} \cdot l_1^2 \cdot \left(\left(\sin \varphi_{10} + \frac{l_2 - \text{ЦМ}_2 B_1}{2 \cdot l_2} \cdot \lambda_{12} \cdot \sin 2\varphi_{10} \right)^2 + \frac{\text{ЦМ}_2 B_1^2 \cdot \cos^2 \varphi_{10}}{l_2^2} \right) + J_{21\text{ЦМ}} \cdot \frac{\lambda_{12}^2 \cdot \cos^2 \varphi_{10}}{\cos^2 \xi} \right) \cdot \dot{\varphi}_1^2; \quad (6)$$

$$\cos \xi = \sqrt{1 - \lambda_{12}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{10}} \approx 1 - \frac{1}{4} \cdot \lambda_{12}^2 + \frac{1}{4} \cdot \lambda_{12}^2 \cdot \cos 2\varphi_{10}, \quad (7)$$

где $\lambda_{12} = L_1/L_2$.

Аналогично кинетическая энергия T_{22} левого шатуна $A_{1L}B_{1L}$ (рис. 3)

$$T_{22} = \frac{m_{22}}{2} \cdot V_{22\text{ЦМ}}^2 + \frac{J_{22\text{ЦМ}}}{2} \cdot \omega_{22\text{ЦМ}}^2, \quad (8)$$

где m_{22} , $J_{22\text{ЦМ}}$ – масса и момент инерции левого шатуна $A_{1L}B_{1L}$ относительно его центра масс ЦМ_{2L} ; $\omega_{22\text{ЦМ}}$ – угловая скорость вращения правого шатуна A_1B_1 вокруг его центра масс ЦМ_{2L} ; $V_{22\text{ЦМ}}$ – линейная скорость перемещения центра масс левого шатуна.

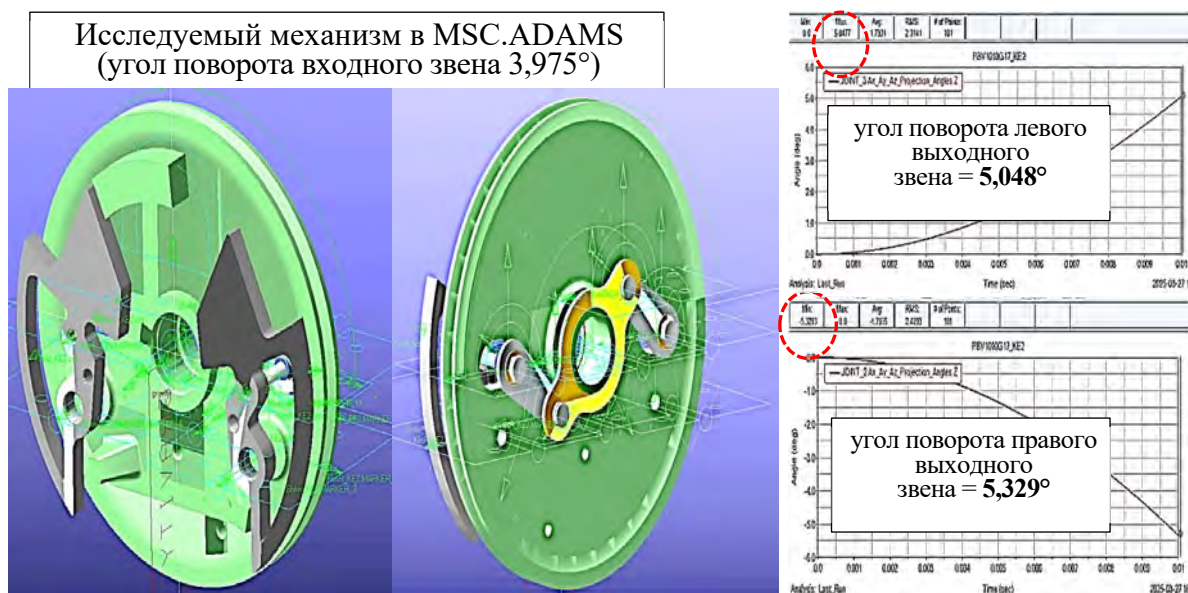


Рис. 3. Углы поворота входного и выходных звеньев, полученные в MSC.ADAMS

Так как в исследуемом механизме левый и правый шатуны имеют одинаковые массогеометрические параметры, поэтому выражения их кинетических энергий одинаковы:

$$T_{22} = T_{21}. \quad (9)$$

Используя тот же метод [9, с. 487–491], найдем кинетические энергии T_{31} и T_{32} правого $O_1K_1E_1$ и левого $O_{1L}K_{1L}E_{1L}$ коромысел соответственно (см. рис. 2):

$$T_{31} = \frac{J_{31} \cdot \omega_{31}^2}{2} = \frac{J_{31}}{2} \cdot \left(\frac{\lambda_{13} \cdot \cos \varphi_{10}}{\cos \xi} + \lambda_{23} \right)^2 \cdot \lambda_{12}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{10} \cdot \dot{\varphi}_1^2; \quad (10)$$

$$T_{32} = \frac{J_{32} \cdot \omega_{32}^2}{2} = \frac{J_{32}}{2} \cdot \left(\frac{\lambda_{13} \cdot \cos \varphi_{10}}{\cos \xi} + \lambda_{23} \right)^2 \cdot \lambda_{12}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{10} \cdot \dot{\varphi}_1^2, \quad (11)$$

где J_{31} , J_{32} – моменты инерции правого $O_1B_1K_1E_1$ и левого $O_{1L}B_{1L}K_{1L}E_{1L}$ выходных звеньев соответственно относительно их осей вращения O_1 и O_{1L} ;

$$\lambda_{13} = L_1/L_3.$$

Отметим, что $\angle \xi_2 = \angle \xi$. Соответственно,

$$\omega_{32} = \omega_{31} = \left(\frac{\lambda_{13} \cdot \cos \varphi_{10}}{\cos \xi} + \lambda_{23} \right) \cdot \lambda_{12} \cdot \sin \varphi_{10} \cdot \dot{\varphi}_1. \quad (12)$$

В исследуемом механизме шатуны и выходные звенья имеют одинаковые массогеометрические параметры. Поэтому полученные формулы кинетических энергий правых шатунов (6) и выходных звеньев (10) тождественны формулам кинетических энергий для левых шатунов (9) и выходных звеньев (11): $T_{21} = T_{22}$, $T_{31} = T_{32}$.

Выполним расчет для лифта, номинальная скорость перемещения которого составляет 1 м/с, и сравним со значениями кинетических энергий звеньев механизма, смоделированного в MSC.ADAMS. Согласно п. 5.6.2.2.1 [1, с. 55], ограничитель скорости должен сработать при скоростях от 1,15 до 1,5 м/с. Примем, что входное звено начнет поворачиваться при скорости движения лифта, равной 1,1 м/с, а при скорости, равной 1,2 м/с, ограничитель сработает, т. е. входное звено повернется на угол, при котором выходные звенья «поднимутся на орбиту» упоров R . Тогда время t падения лифта

$$t = (V_{ср\text{аб}} - V_{нач}) / g, \quad (13)$$

где $V_{ср\text{аб}}$ – скорость кабины лифта, при которой произойдет срабатывание ограничителя скорости, т. е. хотя бы одно из выходных звеньев повернется на угол, при котором его рабочая кромка выйдет на орбиту расположения упоров ограничителя скорости $R = 102$ мм, $V_{ср\text{аб}} = 1,2$ м/с; $V_{нач}$ – скорость кабины лифта, при которой входное звено центробежного механизма ограничителя скорости начнет поворачиваться, $V_{нач} = 1,1$ м/с.

$$t = (1,2 - 1,1) / 10 = 0,01 \text{ с}. \quad (14)$$

Ранее определили [8, с. 66–67], что для обеспечения поворота выходных звеньев на орбиту упоров входное звено механизма должно повернуться на угол $3,975^\circ$.

Найдем ускорение, скорость, угол поворота и кинетическую энергию входного звена:

$$\varepsilon = 2 \cdot (\varphi_{ср\text{аб}} - \varphi_0 - \omega_0 \cdot t) / t^2 = 2 \cdot 3,975 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 10^4 \approx 1388 \text{ рад/с}^2; \quad (15)$$

$$\omega_{ср\text{аб}} = \omega_0 + \varepsilon \cdot t = 0 + 2 \cdot 3,975 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi / 180 \approx 13,875 \text{ рад/с}; \quad (16)$$

$$\varphi_1 = \varepsilon \cdot t^2 / 2; \quad (17)$$

$$T_1 = \frac{J_1 \cdot (\varepsilon \cdot t)^2}{2}. \quad (18)$$

Результаты расчетов по формулам (6)–(11), полученным согласно мето-

дике [9, с. 487–491], а также результаты из MSC.ADAMS представлены в табл. 1.

Табл. 1. Сравнение значений кинетической энергии исследуемого механизма в системе координат шкива, рассчитанных по формулам и полученных в ADAMS

Кинетическая энергия кривошипно-коромыслового механизма, Н·мм					
Звено	ADAMS	Формулы (6)–(11), полученные по известной методике [9, с. 487–491]		Формулы (19)–(24), (32), (36) с учетом несинхронности механизма	
	Значение	Значение	Расхождение с ADAMS, %	Значение	Расхождение с ADAMS, %
Входное звено (кривошип)	3,01	3,01	0,0	3,01	0,0
Шатун левый	3,01	3,17	5,4	3,01	0,07
Шатун правый	3,27		2,8	3,27	0,08
Коромысло левое	96,36	125,59	30,3	99,21	3
Коромысло правое	118,08		6,4	121,58	3
Механизм	223,72	260,53	14	230,08	2,8

Для шатунов и выходных звеньев имеем значительное расхождение результатов. Предположим, что это связано с тем, что при выводе формул (6)–(11) механизм рассматривался только в начальном положении, при котором положение обоих выходных звеньев одинаково, а перемещения звеньев задавались бесконечно малыми величинами. Поэтому вышеуказанные формулы получились одинаковыми (при условии одинаковых массогеометрических параметров шатунов и выходных звеньев).

Ранее было установлено, что зависимости перемещения выходных звеньев механизма от перемещения входного звена $\mu = f(\varphi_1)$ и $\mu'' = f(\varphi_1)$ описываются

отличающимися формулами [8, с. 66]. Поэтому их кинетические энергии не могут быть равны. Рассчитанные по этим формулам углы перемещения выходных звеньев $\mu = 5,329^\circ$ и $\mu'' = 5,048^\circ$, при повороте входного звена на угол $\varphi_{lim} = 3,975^\circ$, подтверждаются программой MSC.ADAMS (см. рис. 3).

Поэтому целесообразно рассчитать значения кинетических энергий выходных звеньев T_{31} и T_{32} , продифференцировав по времени углы их поворота γ (или μ) и γ'' (или μ''). Углы γ и μ (γ'' и μ'') являются дополнительными углами, поэтому для вычисления квадрата скорости нет разницы, что дифференцировать – γ или μ , а также γ'' или μ'' .

$$T_{31} = \frac{J_{31} \cdot \omega_{31}^2}{2} = \frac{J_{31}}{2} \cdot \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^2 = \frac{J_{31}}{2} \cdot u_{31}^2 \cdot \dot{\varphi}_1^2; \quad (19)$$

$$T_{32} = \frac{J_{32} \cdot \omega_{32}^2}{2} = \frac{J_{32}}{2} \cdot \left(\frac{d\gamma''}{dt} \right)^2 = \frac{J_{32}}{2} \cdot u_{32}^2 \cdot \dot{\phi}_1^2; \quad (20)$$

$$A = l_0^2 - 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \beta) + l_1^2; \quad (21)$$

$$u_{31} = \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot (A + l_2^2 - l_3^2) \cdot \sin((\varphi_1 - \varphi_{10}) + \alpha)}{2 \cdot l_3 \cdot \left(1 - \frac{(A - l_2^2 + l_3^2)^2}{4 \cdot l_3^2 \cdot A} \right)^{1/2} \cdot A^{3/2}} + \frac{A - l_0 \cdot (l_0 - l_1 \cdot \cos((\varphi_1 - \varphi_{10}) + \alpha))}{A}; \quad (22)$$

$$u_{32} = \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot (A + l_2^2 - l_3^2) \cdot \sin((\varphi_1 - \varphi_{10}) - \alpha)}{2 \cdot l_3 \cdot \left(1 - \frac{(A - l_2^2 + l_3^2)^2}{4 \cdot l_3^2 \cdot A} \right)^{1/2} \cdot A^{3/2}} + \frac{A - l_0 \cdot (l_0 - l_1 \cdot \cos((\varphi_1 - \varphi_{10}) - \alpha))}{A}. \quad (23)$$

Для вывода формул кинетических энергий шатунов T_{21} и T_{22} , учитывающих несинхронность механизма, рассмотрим его конечное положение, когда хотя бы

одно из выходных звеньев повернется на угол, при котором его рабочая кромка выйдет на орбиту расположения упоров ограничителя (рис. 4).

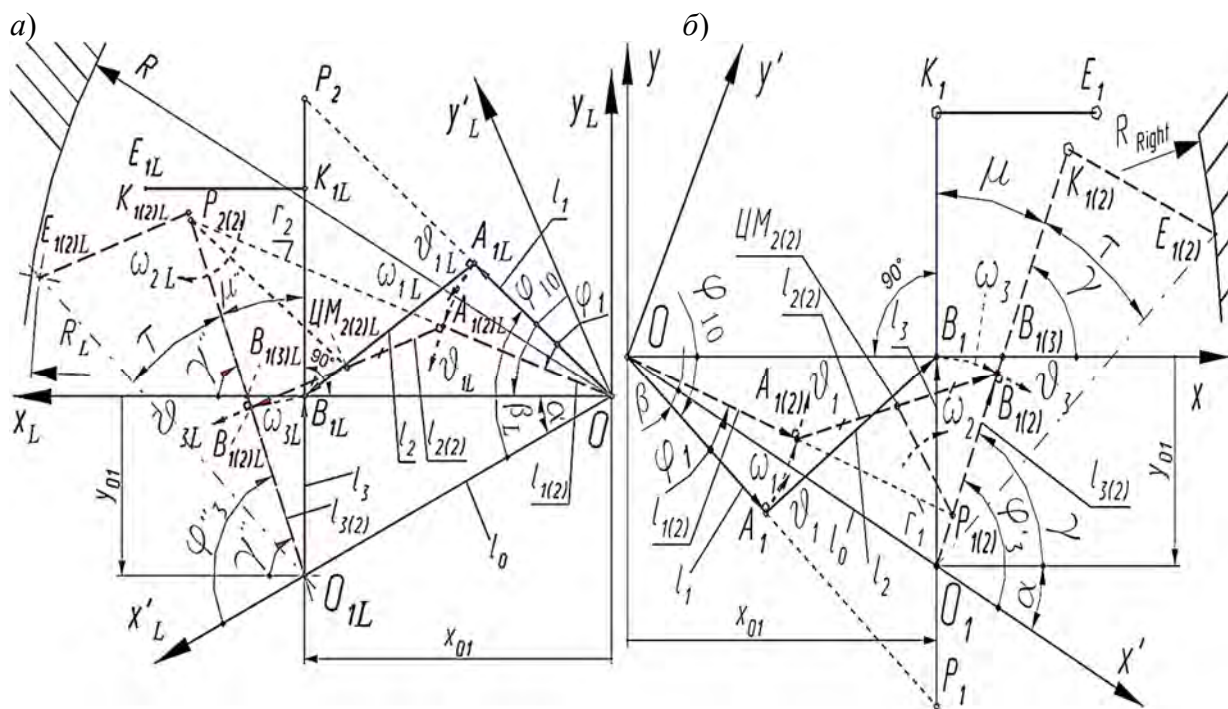


Рис. 4. Для определения кинетических энергий левого и правого шатунов: а – левая часть механизма; б – правая часть механизма

Кинетическая энергия правого шатуна T_{21} , согласно теореме Гюйгенса –

Штейнера,

$$T_{21} = \left(J_{21CM} + m_{21} \cdot \left(CM_{2(2)} P_{1(2)} \right)^2 \right) \cdot \omega_{21MЦC}^2 / 2, \quad (24)$$

где J_{21CM} – момент инерции правого шатуна относительно его центра масс; $\omega_{21MЦC}$ – угловая скорость вращения правого шатуна вокруг его мгновенного центра скоростей $P_{1(2)}$; $CM_{2(2)} P_{1(2)}$ – расстояние от центра масс правого шатуна до его мгновенного центра скоростей.

$$\omega_{21MЦC} = \frac{l_1}{A_{1(2)} P_{1(2)}} \cdot \dot{\phi}_1, \quad (25)$$

где $A_{1(2)} P_{1(2)}$ – расстояние до мгновенного центра скоростей шатуна $P_{1(2)}$.

Рассмотрим $\triangle OB_{1(3)} P_{1(2)}$. По теореме синусов имеем

$$\frac{l_1 + A_{1(2)} P_{1(2)}}{\sin(\gamma(\phi_1))} = \frac{x_{01} + y_{01} \cdot \text{ctg}(\gamma(\phi_1))}{\sin(\pi - (\phi_{10} - \phi_1) - \gamma(\phi_1))}; \quad (26)$$

$$\angle A_{1(2)} P_{1(2)} B_{1(2)} = \theta(\phi_1) = \pi - (\phi_{10} - \phi_1) - \gamma(\phi_1); \quad (27)$$

$$\omega_{21MЦC} = \frac{l_1 \cdot \sin(\theta(\phi_1))}{x_{01} \cdot \sin(\gamma(\phi_1)) + y_{01} \cdot \cos(\gamma(\phi_1)) - l_1 \cdot \sin(\theta(\phi_1))} \cdot \dot{\phi}_1. \quad (28)$$

Рассмотрим $\triangle A_{1(2)} B_{1(2)} P_{1(2)}$. По теореме синусов имеем

$$\angle A_{1(2)} B_{1(2)} P_{1(2)} = \arcsin \left(\frac{x_{01} \cdot \sin(\gamma(\phi_1)) + y_{01} \cdot \cos(\gamma(\phi_1)) - l_1 \cdot \sin(\theta(\phi_1))}{l_2} \right); \quad (29)$$

$$\angle B_{1(2)} A_{1(2)} P_{1(2)} = \pi - \theta(\phi_1) - \angle A_{1(2)} B_{1(2)} P_{1(2)}. \quad (30)$$

Рассмотрим $\triangle A_{1(2)} P_{1(2)} CM_{2(2)}$. По теореме косинусов имеем

$$\begin{aligned} \left(CM_{2(2)} P_{1(2)} \right)^2 &= \left(A_{1(2)} P_{1(2)} \right)^2 + \left(l_2 - CM_{2(2)} B_{1(2)} \right)^2 - \\ &- 2 \cdot A_{1(2)} P_{1(2)} \cdot \left(l_2 - CM_{2(2)} B_{1(2)} \right) \cdot \cos(\angle B_{1(2)} A_{1(2)} P_{1(2)}); \end{aligned} \quad (31)$$

$$T_{21} = \frac{1}{2} \cdot \left(J_{21ЦМ} + m_{21} \cdot \left(\left(A_{1(2)} P_{1(2)} \right)^2 + \left(l_2 - ЦМ_{2(2)} B_{1(2)} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot A_{1(2)} P_{1(2)} \cdot \left(l_2 - ЦМ_{2(2)} B_{1(2)} \right) \cdot \cos \left(\angle B_{1(2)} A_{1(2)} P_{1(2)} \right) \right) \right) \cdot \frac{\dot{\phi}_1^2 \cdot l_1^2}{A_{1(2)} P_{1(2)}^2}. \quad (32)$$

Аналогично определим кинетическую энергию левого шатуна T_{22} :

$$A_{1(2)L} P_{2(2)} = \frac{x_{01} \cdot \sin(\gamma(\phi_1)) + y_{01} \cdot \cos(\gamma(\phi_1))}{\sin(\pi - (\phi_{10} - \phi_1) - (\pi - \gamma(\phi_1)))} - l_1; \quad (33)$$

$$\angle A_{1(2)L} P_{1(2)L} B_{1(2)L} = \theta''(\phi_1) = \gamma''(\phi_1) - (\phi_{10} - \phi_1); \quad (34)$$

$$\angle B_{1(2)L} A_{1(2)L} P_{2(2)} = \pi - \theta''(\phi_1) - \angle A_{1(2)L} B_{1(2)L} P_{2(2)}; \quad (35)$$

$$\angle A_{1(2)L} B_{1(2)L} P_{2(2)} = \arcsin \left(\frac{x_{01} \cdot \sin(\gamma''(\phi_1)) + y_{01} \cdot \cos(\gamma''(\phi_1)) - l_1 \cdot \sin(\theta''(\phi_1))}{l_2} \right); \quad (36)$$

$$T_{22} = \left(J_{22ЦМ} + m_{22} \cdot \left(ЦМ_{2(2)L} P_{2(2)} \right)^2 \right) \cdot \omega_{22МЦС}^2 / 2 = \\ = \frac{1}{2} \cdot \left(J_{22ЦМ} + m_{22} \cdot \left(\left(A_{1(2)L} P_{2(2)} \right)^2 + \left(l_2 - ЦМ_{2(2)L} B_{1(2)L} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \cdot A_{1(2)L} P_{2(2)} \cdot \left(l_2 - ЦМ_{2(2)L} B_{1(2)L} \right) \cdot \cos \left(\angle B_{1(2)L} A_{1(2)L} P_{2(2)} \right) \right) \right) \cdot \frac{\dot{\phi}_1^2 \cdot l_1^2}{A_{1(2)L} P_{1(2)}^2}, \quad (37)$$

где $J_{22ЦМ}$ – момент инерции левого шатуна вокруг его центра масс; $ЦМ_{2(2)L} P_{2(2)}$ – расстояние от центра масс левого шатуна до его мгновенного центра скоростей.

Отличие результатов расчетов кинетических энергий звеньев и всего механизма по выведенным формулам (19)–(24), (32), (37), учитывающих несинхронность перемещения выходных звеньев, от результатов, полученных в MSC.ADAMS, было рассмотрено ранее (см. табл. 1) (шатунов – менее 0,1 %, выходных звеньев – 3 %, всего механизма – 2,8 %).

Для проверки возможности применения формул (19)–(37) при других размерах звеньев механизма, а также для верификации модели механизма в MSC.ADAMS уменьшим длину шатунов на 5 мм и повторим расчеты (табл. 2).

Угловая скорость входного звена, полученная в программе MSC.ADAMS и расчетным путем, при уменьшении длины шатунов увеличится, т. к. входному звену нужно повернуться на больший угол за то же время. Его кинетическая энергия вырастет на 36,5 %, однако она составляет всего 2 % от энергии механизма (табл. 3).

Табл. 2. Кинетическая энергия механизма с уменьшенными шатунами (на 5 мм)

Кинетическая энергия механизма с уменьшенными (на 5 мм) шатунами, Н·мм					
Звено	ADAMS	Формулы (6), (8)–(10), полученные по методике [9, с. 487–491]		Формулы (19)–(24), (32), (37) исходя из несинхронности механизма [8, с. 66]	
	Значение	Значение	Расхождение с ADAMS, %	Значение	Расхождение с ADAMS, %
Входное звено (кривошип)	4,11	4,11	0,0	4,11	0,0
Шатун левый	3,25	3,60	10,7	3,26	0,2
Шатун правый	3,42		5,3	3,43	0,2
Коромысло левое	92,37	135,64	46,8	95,12	3
Коромысло правое	108,58		24,9	111,81	3
Механизм целиком	211,73	282,59	25,1	217,73	2,8

Табл. 3. Вклад каждого из звеньев в общую кинетическую энергию механизма

Соотношение кинетических энергий звеньев механизма в программе ADAMS						
Звено	Исходный механизм			Механизм с уменьшенными шатунами (на 5 мм)		
	Значение	Процент от кинетической энергии всего механизма		Значение	Процент от кинетической энергии всего механизма	
Входное звено (кривошип)	3,01	1,4		4,11	2	
Шатун левый	3,01	1,4	2,8	3,25	1,5	3,1
Шатун правый	3,27	1,4		3,42	1,6	
Коромысло левое	96,36	43	95,8	92,37	43,6	94,9
Коромысло правое	118,08	52,8		108,58	51,3	
Механизм целиком	223,72	100		211,73	100	

Выводы

1. Выявленная в [8, с. 66] несинхронность перемещения выходных звеньев исследуемого механизма зафиксирована при его моделировании в программе MSC.ADAMS: значения углов поворота выходных звеньев $\mu = 5,329^\circ$ и $\mu'' = 5,048^\circ$ при повороте входного звена на угол $3,975^\circ$.

2. Выполнен энергетический анализ механизма относительно подвижной системы отсчета, связанной со шкивом

ограничителя скорости. Получены зависимости кинетических энергий звеньев механизма от скорости поворота входного звена, учитывающие несинхронность движения выходных звеньев. Отличие значений кинетической энергии выходных звеньев, рассчитанных по формулам (19)–(37), от значений, полученных в MSC.ADAMS, – до 3 %.

3. Определено, что уменьшение длин шатунов на 5 мм (на 12,5 %) приводит к снижению кинетической энергии исследуемого механизма на 5,4 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лифты. Общие требования безопасности к устройству и установке. Лифты для транспортирования людей или людей и грузов = Lifts. General safety requirements for the construction and installation. Lifts for the transport of persons and persons and goods : ГОСТ 33984.1–2016. – Взамен ГОСТ Р 53780–2010 ; введ. 22.11.2016. – М. : Стандартиформ, 2017. – 156 с.
2. **Архангельский, Г. Г.** Лифты : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям «Механизация и автоматизация строительства» и «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование» / Г. Г. Архангельский; под общ. ред. Д. П. Волкова. – М. : Ассоц. строит. вузов, 2010. – 576 с.
3. **Яблонский, А. А.** Курс теоретической механики: в 2 ч. Ч. 2: Динамика / А. А. Яблонский. – 3-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 1966. – 411 с.
4. Полезная модель ВУ 12899, МПК В 66В 5/04 (2006.01). Двухсторонний ограничитель скорости лифта : № u 20210321 : заявлено 13.12.2021 : опубл. 30.06.2022 / Куцепенко А. В., Подымако М. Э., Дондик С. А., Сеницын Г. С., Князев К. Н. ; заявитель ОАО «Могилевский завод лифтового машиностроения». – 9 с.
5. **Куцепенко, А. В.** Современные направления развития конструкций центробежных ограничителей скорости лифтов / А. В. Куцепенко, М. Э. Подымако, Е. С. Лустенкова // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 20–21 апр. 2023 г. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2023. – С. 86–87.
6. **Куцепенко, А. В.** Современные средства обеспечения безопасности во время движения кабины лифта вверх и при ее остановке в этажной площадке = Modern Means of Ensuring Safety During the Upward Movement of the Elevator Car and When it Stops in the Floor Area / А. В. Куцепенко, А. И. Антоневич, Д. В. Непша // Наука и техника. – 2023. – № 6. – С. 460–469.
7. **Лустенков, М. Е.** Геометрический анализ центробежного ограничителя скорости лифта со встречным расположением заклинивающих элементов / М. Е. Лустенков, А. В. Куцепенко // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2023. – № 3. – С. 47–55.
8. **Куцепенко, А. В.** Геометрический анализ шарнирного механизма центробежного ограничителя скорости лифта с двумя выходными звеньями / А. В. Куцепенко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2024. – № 4 (69). – С. 61–69.
9. **Бать, М. И.** Теоретическая механика в примерах и задачах: в 2 т. Т. 2: Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 3-е изд., стер. – М. : Наука, 1966. – 663 с.
10. **Ефимова, Т. А.** Числовые, функциональные и степенные ряды: учеб. пособие / Т. А. Ефимова, В. Ю. Сахаров. – СПб. : С.-Петербург. ун-т, 1997. – 100 с.
11. **Будак, Б. М.** Кратные интегралы и ряды : учебник / Б. М. Будак, С. В. Фомин. – М. : Физматлит, 1967. – 608 с.

Статья сдана в редакцию 11 июня 2025 года

Контакты:

bn_ntc@liftmach.by (Куцепенко Александр Владимирович);
lustenkov@yandex.by (Лустенков Михаил Евгеньевич).

A. V. KUTSEPOLENKO, M. E. LUSTENKOV

ENERGY ANALYSIS OF A CRANK-AND-ROCKER MECHANISM OF A SPEED LIMITER IN THE PULLEY REFERENCE FRAME

Abstract

An energy analysis of a crank-and-rocker mechanism with two output links connected to an input link by connecting rods has been performed relative to the moving reference frame of the speed limiter pulley. The kinetic energy has been calculated by a technique based on the initial position of the mechanism and infinitesimal displacements of its links. A model of the mechanism has been developed in MSC.ADAMS. For mechanisms with several output links, it is proposed to use a calculation scheme with regard to their final positions. The dependence of the kinetic energy of the mechanism under study on the input link rotation speed has been obtained, which takes

Машиностроение

into account the non-synchronous movement of the output links. It has been determined that reducing lengths of the connecting rods of the mechanism leads to a decrease in its kinetic energy.

Keywords:

two-way centrifugal elevator speed limiter, crank-and-rocker mechanism with two output links, kinetic energy, Lagrange equation.

For citation:

Kutsepolenko, A. V. Energy analysis of a crank-and-rocker mechanism of a speed limiter in the pulley reference frame / A. V. Kutsepolenko, M. E. Lustenkov // *Belarusian-Russian University Bulletin*. – 2025. – № 3 (88). – P. 52–63.