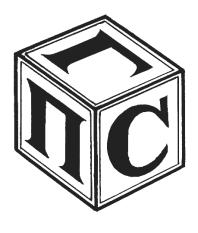
### МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Промышленное и гражданское строительство»

### ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ И КАМЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов специальностей 7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений» и 6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью» очной и заочной форм обучения

Часть 1



Могилев 2025

УДК 69.059 ББК 38.7 Ж51

#### Рекомендовано к изданию учебно-методическим отделом Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Промышленное и гражданское строительство» «30» января 2025 г., протокол № 7

Составитель канд. техн. наук, доц. Ю. Г. Москалькова

Рецензент канд. техн. наук, доц. О. В. Голушкова

В методических рекомендациях приведены расчеты изгибаемых элементов железобетонных конструкций по сопротивлению сечений, нормальных к продольной оси элемента прямоугольного и таврового профиля. Содержат теоретический материал и примеры расчета.

#### Учебное издание

#### ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ И КАМЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

#### Часть 1

Ответственный за выпуск С. В. Данилов

Корректор А. А. Подошевко

Компьютерная верстка Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат  $60\times84/16$ . Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение: Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования «Белорусско-Российский университет». Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/156 от 07.03.2019. Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский университет, 2025

### Содержание

Введение	4
1 Проверка предельных состояний несущей способности (ULS) с ис-	
пользованием модели сопротивления сечения, основанной на прямоуголь-	
ной эпюре напряжений	5
1.1 Общие положения проверки предельных состояний несущей спо-	
собности с использованием модели сопротивления сечения, основанной на	
прямоугольной эпюре напряжений	5
1.2 Элементы прямоугольного сечения с одиночной арматурой	7
1.3 Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с армированием в	
сжатой и растянутой зонах (с двойной арматурой)	18
1.4 Изгибаемые элементы таврового сечения	22
2 Проверка предельных состояний несущей способности (ULS)	
с использованием параболически-линейной диаграммы деформирования	
бетона	33
Список литературы	40
Приложение А	42
Приложение Б	44
Приложение В	45

#### Введение

Методические рекомендации разработаны в соответствии с требованиями действующих ТНПА по проектированию железобетонных конструкций СП 5.03.01–2020 *Бетонные и железобетонные конструкции*.

Настоящие рекомендации предназначены для студентов специальностей 7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений» и 6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью» всех форм обучения для решения задач на практических занятиях с целью приобретения навыков практических расчетов и конструирования железобетонных элементов без предварительного напряжения рабочей арматуры.

Методические рекомендации также могут быть полезны студентам строительного факультета при выполнении расчетно-конструктивного раздела дипломного проекта.

При использовании данных методических рекомендаций в процессе решения задач студентам целесообразно руководствоваться прежде всего положениями действующих ТНПА, обращая внимание на изменения к ним (при наличии изменений). Перечень действующих ТНПА доступен на https://tnpa.by.

В зависимости от содержания и формы изложения отдельных пунктов строительных норм (СН) различают принципы и правила проектирования.

#### Принципы проектирования включают в себя:

- общие формулировки и определения, для которых не предусматриваются альтернативные варианты;
- требования и расчетные модели, для которых не допускаются альтернативные варианты, при отсутствии других указаний.

Принципы обозначены буквой P, следующей за номером абзаца.

*Правила проектирования* являются общепризнанными правилами, которые обеспечивают выполнение принципов и удовлетворяют их требованиям.

Допускается применение альтернативных правил проектирования, отличных от правил, приведенных в СН для строительных сооружений, при условии доказательства того, что альтернативные правила соответствуют основным принципам и, как минимум, обеспечивают достижение равных показателей безопасности, эксплуатационной пригодности и долговечности, предполагаемых в случае применения Еврокодов.

Если вместо правила проектирования используется альтернативное правило, то результат расчета нельзя считать полностью соответствующим СН, даже если расчет выполняется в соответствии с принципами СН.

В СН правила проектирования обозначены номером в скобках.

## 1 Проверка предельных состояний несущей способности (ULS) с использованием модели сопротивления сечения, основанной на прямоугольной эпюре напряжений

### 1.1 Общие положения проверки предельных состояний несущей способности с использованием модели сопротивления сечения, основанной на прямоугольной эпюре напряжений

Проверку предельных состояний несущей способности при действии изгибающих моментов и продольных сил для железобетонных элементов, имеющих простую симметричную форму (прямоугольную, тавровую, двутавровую), с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой граней, и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения элемента, выполненного из бетона класса прочности не выше C50/60, производят с использованием модели сопротивления сечения, основанной на прямоугольной эпюре напряжений (жесткопластическая модель) согласно [2, п. 8.1.4].

Проверки производят из общего условия метода частных коэффициентов, по которому усилия от расчетных воздействий (эффектов воздействий) не должны превышать расчетных сопротивлений сечений с трещиной, нормальной к продольной оси элемента:

$$E_d \leq R_d$$
, (1.1)

где  $E_d$  – расчетное значение эффектов воздействий;

 $R_d$  – расчетное сопротивление.

Минимальные классы бетона по прочности на сжатие для обеспечения долговечности конструкций принимаются согласно [2, приложение  $\Gamma$ ] в зависимости от классов экспозиции [2, п. 6.3.2.2, таблица 6.9].

Области деформирования характеризуются соответствующей комбинацией относительной деформации крайнего сжатого волокна бетона и относительной деформацией арматуры в растянутой зоне сечения [2, п. 8.1.3.2]. Характерные расчетные схемы распределения относительных деформаций в сечении железобетонного элемента при проверке предельных состояний несущей способности с использованием деформационной расчетной модели сопротивления приведены на рисунке 1.1 [2, рисунок 8.1], а значения соответствующих относительных деформаций в крайнем волокне бетона сжатой зоны и в растянутой арматуре приведены в таблице 1.1 [2, таблица 8.1].

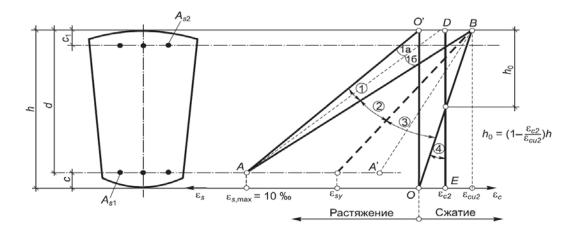


Рисунок 1.1 – Расчетные схемы распределения относительных деформаций

Таблица 1.1 — Значения относительных деформаций для характерных областей деформирования сечения

		1 0/	T
		е деформации, ‰	_
Обо-	$\varepsilon_{s1}$ в растянутой		
значе-	(менее сжатой) ар-	$\varepsilon_{cc}$ крайнем волокне	Примечание
ние	матуре площадью	бетона сжатой зоны	
	$A_{s1}$		
1			Разрушение по растянутой арматуре (ха-
			рактерно для изгибаемых элементов)
1a	$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{sR} = +10 \%$	$ \epsilon_{cc}  <  \epsilon_{c2}(\epsilon_{c3}) $	Сопротивление бетона в сжатой зоне
1 a	CS1 - CSK - + 10 700		_
			полностью не используется, разрушение
			в результате текучести растянутой арма-
			туры (слабоармированные сечения при
			$\sigma_{cc} < f_{cd}$
16	$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{sR} = 10 \%$	$\left  \left  \varepsilon_{c2} \left( \varepsilon_{c3} \right) \right  \le$	Сопротивление бетона в сжатой зоне и
		$ \leq $ $\epsilon_{cc}$ $ \leq $ $\epsilon_{cu2}$ $(\epsilon_{cu3})$	растянутой арматуры используются пол-
2	$\varepsilon_{sy} \le \varepsilon_{s1} < 10 \%$	$ \leq \varepsilon_{cc} \leq \varepsilon_{cu2} (\varepsilon_{cu3}) $ $ \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cu2} (\varepsilon_{cu3}) $	ностью (разрушение происходит по бетону
			сжатой зоны и по растянутой арматуре)
3			Разрушение по бетону сжатой зоны (ха-
			рактерно для внецентренно-сжатых эле-
			ментов)
3a	$0 \le \varepsilon_{s1} < \varepsilon_{sy} =$	$\left  \varepsilon_{cc} \right  = \left  \varepsilon_{cu2} \left( \varepsilon_{cu3} \right) \right $	Сопротивление растянутой арматуры
Ja	$= f_{vd}/E_s$		
	$-J_{yd}/L_{s}$		полностью не используется, разрушение
			в результате раздавливания бетона в сжа-
			той зоне сечения; двузначная эпюра
			напряжений
36	$\varepsilon_{s1} < 0$	$\left  \begin{array}{c c} \varepsilon_{cc} \end{array} \right  = \left  \begin{array}{c c} \varepsilon_{cu2} \left( \varepsilon_{cu3} \right) \end{array} \right $	Арматура у менее сжатой грани сечения
			сжата и сопротивление не используется
			полностью; однозначная эпюра напряже-
			ний (сечение полностью сжато)
4	$\left  \varepsilon_{c2} \left( \varepsilon_{c3} \right) \right  \leq$	$ \varepsilon_{c2}(\varepsilon_{c3})  \leq$	Арматура сжата и ее сопротивление мо-
	$< \varepsilon_{s1} < 0$	$\begin{vmatrix} \varepsilon_{c2} \left( \varepsilon_{c3} \right)   \leq \\ \leq \varepsilon_{cc}   \leq \varepsilon_{cu2} \left( \varepsilon_{cu3} \right) \end{vmatrix}$	жет быть использована полностью. Раз-
	_ ~-	-   30   -   502 (-603)	рушение по бетону сжатой зоны, одно-
			значная эпюра напряжений (характерно
			для центрально-сжатых элементов)

#### 1.2 Элементы прямоугольного сечения с одиночной арматурой

Так как действительные законы распределения напряжений по сечению сложны, принимают следующие упрощения: напряжения в бетоне в предельном состоянии принимают равными расчетному сопротивлению  $f_{cd}$ , а напряжения в арматуре — расчетному сопротивлению арматуры  $f_{vd}$ .

При этом действительную криволинейную эпюру напряжений в бетоне сжатой зоны заменяют на эквивалентную прямоугольную (альтернативная модель, метод предельных усилий). То есть может приниматься равномерное распределение напряжений по высоте эффективной сжатой зоны сечения, как показано на рисунке 1.2.

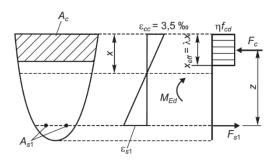


Рисунок 1.2 — Диаграмма деформирования бетона при сжатии: упрощенный прямоугольный блок [2, рисунок 8.8]

Значение коэффициента  $\lambda$ , применяемого для определения эффективной высоты сжатой зоны сечения  $x_{eff}$ , и значение коэффициента  $\eta$  для определения эффективной прочности следуют из условий [2, п. 6.1.5.5]:

- при  $f_{ck} \le 50$  МПа  $-\lambda = 0.8$  и  $\eta = 1.0$ ;
- при  $50 < f_{ck} \le 90 \text{ M}\Pi a \lambda = 0.8 (f_{ck} 50) / 400$  и  $\eta = 1 (f_{ck} 50) / 200$ .

При уменьшении ширины сжатой зоны сечения по направлению к наиболее сжатой грани значения  $\eta f_{cd}$  умножают на коэффициент, равный 0,9.

Предельное усилие в бетоне сжатой зоны определяют при напряжениях, равных расчетной прочности бетона на сжатие  $\sigma_{cc} = \eta f_{cd}$ . Формально строительные правила проектирования [2] регламентируют в расчетных моделях сопротивления сечений учитывать коэффициент  $\eta$  при определении прочности бетона сжатой зоны. Но поскольку расчет конструкций из высокопрочных бетонов в данных методических рекомендациях не рассматривается, а значит коэффициент  $\eta = 1$ , то далее прочность бетона будем записывать как  $f_{cd}$ .

Сжимающие напряжения равномерно распределены по эффективной высоте  $x_{eff} = \lambda x$  условной сжатой зоны (прямоугольная эпюра напряжений в сжатой зоне бетона) сечения, высота которой должна быть не более граничного значения:

$$x_{eff} \le \lambda \cdot (\xi_{\lim} \cdot d),$$
 (1.2)

где  $\xi_{\text{lim}}$  — граничное значение относительной высоты сжатой зоны бетона, при котором предельное состояние элемента наступает одновременно с достижением в растянутой арматуре относительной деформации  $\epsilon_{sy}$ , соответствующей

текучести, и предельной относительной деформации  $\varepsilon_{cu2}$  в крайнем волокне бетона сжатой зоны сечения. Определяется по формуле [2, формула (8.6)] с учетом коэффициента  $\lambda = 0.8$  [2, п. 6.1.5.5, п. 8.1.4.2] (прямоугольная эпюра напряжений в сжатой зоне):

$$\xi_{\lim} = \frac{\lambda \varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{sv} + \varepsilon_{cu2}},\tag{1.3}$$

где  $\varepsilon_{cu2}$  — предельная относительная деформация в крайнем волокне бетона сжатой зоны сечения, принимается по [2, таблица 6.1]; при  $f_{ck} \le 50$  МПа  $\left| \varepsilon_{cu2} \right| = 3,5$  %;

 $\varepsilon_{sy}$  — относительная деформация арматуры при достижении напряжениями в ней расчетного сопротивления  $f_{vd}$ :

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s},\tag{1.4}$$

где  $E_s$  – модуль упругости арматурной стали;  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Проверку предельного состояния несущей способности изгибаемых железобетонных элементов, имеющих не менее одной плоскости симметрии, и изгибаемых в этой плоскости, производят из условия

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}, \tag{1.5}$$

где  $M_{Ed}$  – расчетный изгибающий момент, вызванный расчетными воздействиями или сочетаниями воздействий (т. е. возникающий от внешних воздействий);

 $M_{Rd}$  — расчетный изгибающий момент, воспринимаемый сечением (т. е. сопротивление изгибу, максимальный момент, который может воспринять сечение).

Момент в сечении определяется относительно какой-либо точки путем умножения величины внутреннего усилия на плечо приложения этой силы (при нескольких усилиях – как сумма моментов с учетом знака).

Момент может быть определен относительно любой точки сечения, но традиционно расчетный момент внутренних усилий  $M_{Rd}$  определяют относительно центра тяжести рабочей (растянутой) арматуры либо (в отдельных случаях) относительно центра тяжести бетона сжатой зоны. В этом случае в расчете появляется величина z — плечо пары сил, которое представляет собой расстояние между двумя внутренними усилиями (см. рисунок 1.2).

Для получения расчетных зависимостей необходимо рассмотреть распределение напряжений по сечению однопролетной статически определимой балки. С этой целью в ней проводят сечение, отбросив правую часть, заменяют ее действие внутренними силами (рисунок 1.3).

Железобетонные элементы с одиночной арматурой — это элементы, в которых в сжатой зоне арматура по расчету не требуется. Сжатая арматура будет установлена конструктивно (без расчета) и в модели сопротивления сечений, нормальных к продольно оси, учитываться не будет, т. е. в таком сечении будут

возникать только два внутренних усилия: растягивающее усилий в арматуре  $F_{s1}$  (приложено по центру тяжести растянутой рабочей арматуры) и сжимающее усилие в бетоне сжатой зоны  $F_{cc}$  (приложено по центру тяжести эпюры напряжений в бетоне сжатой зоны – в точке пересечения диагоналей). Величина усилия определяется путем умножения значений нормальных напряжений на площадь (см. рисунок 1.3).

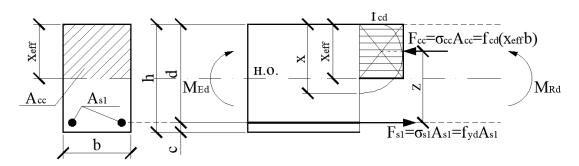


Рисунок 1.3 – Расчетное сечение балки с одиночным армированием

Сопротивление нормального сечения элемента будет обеспечено, если расчетный момент от внешней нагрузки  $M_{Ed}$  не превысит расчетного момента внутренних усилий  $M_{Rd}$  относительно центра тяжести сечения растянутой арматуры (формула (1.6)) или центра тяжести бетона сжатой зоны (формула (1.7)), т. е.

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = F_{cc} \cdot z = \left( f_{cd} \cdot A_{cc} \right) \cdot \left( d - \frac{x_{eff}}{2} \right) = \left( f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} \right) \cdot \left( d - \frac{x_{eff}}{2} \right); \quad (1.6)$$

$$M_{Ed} \le M_{Rd} = F_{s1} \cdot z = \left( f_{yd} A_{s1} \right) \cdot \left( d - \frac{x_{eff}}{2} \right), \tag{1.7}$$

где  $F_{cc}$  – равнодействующая усилий в бетоне сжатой зоны;

 $F_{s1}$  – равнодействующая усилий в растянутой арматуре

 $A_{cc}$  – площадь сечения сжатой зоны бетона;

 $A_{s1}$  – площадь сечения растянутой арматуры;

 $f_{cd}$  – расчетная прочность бетона осевому сжатию;

 $f_{yd}$  – расчетная прочность арматуры осевому растяжению;

b – ширина сечения;

 $x_{\it eff}$  – условная эффективная высота сжатой зоны бетона;

d – рабочая высота сечения, d = h - c;

h – высота сечения балки;

c — расстояние от центра тяжести рабочей арматуры до нижней грани сечения.

Высота условной сжатой зоны бетона  $x_{eff}$  определяется из условия равенства нулю суммы проекций всех сил на продольную ось элемента:

$$F_{cc} = F_{s1}; (1.8)$$

$$f_{cd} \cdot (b \cdot x_{eff}) = f_{yd} \cdot A_{s1}; \tag{1.9}$$

$$x_{eff} = \frac{f_{yd} \cdot A_{s1}}{f_{cd} \cdot b}.$$
 (1.10)

Особенности напряженно-деформированного состояния сечения в расчетах характеризует относительная высота сжатой зоны сечения  $\xi$ , которая определяется как отношение высоты условной сжатой зоны сечения к рабочей высоте:

$$\xi = \frac{x_{eff}}{d} = \frac{f_{yd} \cdot A_{s1}}{f_{cd} \cdot b \cdot d} = \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \rho, \tag{1.11}$$

где  $\rho$  – коэффициент армирования,  $\rho = A_{s1} / (b \cdot d)$ .

В расчетной практике часто используют также понятие процент армирования, т. е. ( $\rho \cdot 100 \%$ ).

Значение относительной высоты сжатой зоны сечения, вводимое в расчеты, не должно превышать граничной относительной высоты  $\xi_{\text{lim}}$ , так как при  $\xi > \xi_{\text{lim}}$  (или  $x_{eff} > x_{eff,\text{lim}}$ ) разрушение элемента начинается со сжатой зоны бетона, а при этом разрушение носит хрупкий характер, что опасно.

При выполнении условия  $\xi < \xi_{\text{lim}}$  (области деформирования сечения 1а, 1б и 2) разрушение сечения происходит пластически — по первому случаю третьей стадии напряженно-деформированного состояния (н.д.с.). Арматура, расположенная в растянутой зоне, первой достигает предела текучести  $f_{yd}$  (см. [2, п. 8.1.3.6]).

Если выполняется условие  $\xi = \xi_{\text{lim}}$ , то предела прочности достигают одновременно бетон и арматура (см. [2, п. 8.1.3.4]).

Разрушение сечения будет происходить по бетону сжатой зоны при условии, что  $\xi > \xi_{\text{lim}}$  (области деформирования сечения 3а, 3б и 4), и называться хрупким (третья стадия н.д.с., случай 2), а элементы — переармированными, т. к. содержат избыточное количество арматуры (см. [2, п. 8.1.3.7]).

Для упрощения практических расчетов формулу (1.6) преобразуют, подставляя в уравнение  $M_{Rd}$  относительно центра тяжести арматуры  $x_{eff} = \xi \cdot d$ :

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi (d - 0.5 \cdot \xi \cdot d) = f_{cd} \cdot b \cdot d^2 \cdot \xi (1 - 0.5\xi). \tag{1.12}$$

В расчеты вводятся новые обозначения:

- относительный изгибающий момент

$$\alpha_m = \alpha_c \cdot \eta_n = \xi \cdot (1 - 0.5\xi); \tag{1.13}$$

– относительное плечо внутренней пары сил

$$\eta_u = \frac{z}{d} = 1 - 0.5\xi = 0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{\alpha_m}{C_0}};$$
(1.14)

- относительная высота сжатой зоны бетона

$$\xi = \frac{x_{eff}}{d} = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}, \tag{1.15}$$

где z – плечо пары сил  $F_{cc}$  и  $F_{s1}$ ;

 $\alpha_c$  — относительное продольное усилие, воспринимаемое бетоном сжатой зоны,  $\alpha_c = \omega_c \cdot \xi$ ;

 $\omega_c$  — коэффициент полноты эпюры напряжений в бетоне сжатой зоны, для жесткопластической модели можно принять  $\omega_c = 0.81$ ;

 $C_0$  — коэффициент, для бетонов классов по прочности на сжатие C12/15...C50/60  $C_0 = \omega_c$  /  $K_2 = 0.81$  / 0.416 = 1.947 [6].

Относительные величины  $\alpha_m$ ,  $\eta_u$  и  $\xi$  связаны меду собой: зная значение одной из них, можно определить значение двух других по формулам, приведенным выше, или по таблице A.1.

Расчет предельного момента с учетом введения в расчет относительного момента  $\alpha_m$  производится по формуле (преобразуем формулу (1.6))

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2. \tag{1.16}$$

Отсюда могут быть определены относительный момент  $\alpha_m$  или рабочая высота сечения d:

$$\alpha_m = \frac{M_{Rd}}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2}; \tag{1.17}$$

$$d = \sqrt{\frac{M_{Rd}}{\alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b}}. (1.18)$$

Аналогично преобразуется уравнение (1.7) (принимаем  $x_{eff} = \xi \cdot d$ ):

$$M_{Rd} = A_{s1} f_{yd} \left( d - 0.5 x_{eff} \right) = A_{s1} f_{yd} \left( d - 0.5 \xi d \right) = A_{s1} f_{yd} d \left( 1 - 0.5 \xi \right) = A_{s1} f_{yd} d \eta_u. \quad (1.19)$$

Для определения минимально необходимой площади продольной арматуры, необходимой для восприятия момента  $M_{Ed}$ , принимает  $M_{Ed} = M_{Rd}$ , тогда требуемая площадь растянутой арматуры

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{vd} \cdot \eta_u \cdot d}.$$
 (1.20)

Формулы справедливы при  $\xi \leq \xi_{\lim}$  и  $\alpha_m \leq \alpha_{m,\lim}$ .

При  $\xi > \xi_{\text{lim}}$  (переармированное сечение) расчеты можно производить, заменяя  $x_{eff}$  на  $x_{eff,\text{lim}}$ , т. е.  $x_{eff} = \xi_{\text{lim}} \cdot d$ .

Пользуясь полученными формулами, можно решать следующие основные задачи трех типов: определять площадь растянутой арматуры  $A_{s1}$ ; осуществлять подбор размеров поперечного сечения элементов b, h и площадь арматуры  $A_{s1}$ , проверять несущую способность сечения.

Кроме того, при подборе рабочей арматуры обязательно следует учитывать конструктивные требования согласно [2, раздел 11].

Основные конструктивные требования следующие:

- количество стержней желательно назначить таким, чтобы арматура поместилась в одном ряду;
- следует стремиться к меньшему количеству разных диаметров рабочей арматуры; разница в диаметрах рабочей арматуры должна быть не более 4 мм;
- расстояние в свету между стержнями одного ряда и по вертикали между рядами параллельных стержней должно быть не менее бо́льшего диаметра стержня, не менее  $d_g + 5$  ( $d_g$  диаметр зерна крупного заполнителя) и не менее 20 мм [2, п. 11.4.4.2, рисунок 11.14]; расстояние между осями стержней по вертикали 50 мм;
  - стержни большего диаметра желательно располагать в нижнем ряду;
- армирование должно быть симметричным относительно вертикальной оси симметрии сечения;
  - процент переармирования не должен превышать 5 %.

При решении задач сначала заданному классу бетона и арматуры определяют расчетные характеристики материалов.

Расчетная прочность бетона на сжатие  $f_{cd}$  [2, п. 6.1.2.11]:

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} k_{tc} f_{ck}}{\gamma_c},\tag{1.21}$$

где  $f_{ck}$  – характеристическая (нормативная) прочность бетона на осевое сжатие [2, таблица 6.1];

 $\gamma_c$  – частный коэффициент безопасности по бетону,  $\gamma_c$  = 1,5 [2, п. 4.2.5.3, таблица 4.6];

 $\alpha_{cc}$  – коэффициент, учитывающий разность между прочностью бетона, установленную с применением контрольных образцов, и эффективной прочностью бетона в конструктивном элементе:

$$\alpha_{cc} = \left(\frac{40}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \le 1;$$
(1.22)

 $k_{tc}$  – коэффициент, учитывающий влияние на прочность бетона длительности действия нагрузки, неблагоприятного способа ее приложения, повышенной хрупкости высокопрочного бетона и т. п.; рекомендуемое значение  $k_{tc} = 1,0$ .

Расчетная прочность арматуры  $f_{vd}$  [2, п. 6.1.2.11]:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_c},\tag{1.23}$$

где  $f_{yk}$  – характеристическая (нормативная) прочность арматуры (указывается в классе арматуры, например, для арматуры класса S500  $f_{yk}$  = 500 МПа);

 $\gamma_s$  — частный коэффициент безопасности по арматуре,  $\gamma_s$  = 1,15 [2, п. 4.2.5.3, таблица 4.6].

Номинальную толщину защитного слоя бетона определяют как сумму минимальной толщины защитного слоя  $c_{\min}$  и допустимого отклонения  $\Delta c_{dev}$  по формуле [2, п. 6.3.4.1]

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev}, \tag{1.24}$$

где  $c_{\min}$  — минимальная толщина защитного слоя бетона, назначают из условия обеспечения надежного сцепления арматуры и окружающего бетона, требований анкеровки; защиты стали от коррозии (долговечности) и соответствующей огнестойкости согласно [2, п. 6.3.4.3];

 $\Delta c_{dev}$  — допустимое отклонение толщины защитного слоя, рекомендуемое значение  $\Delta c_{dev} = 10$  мм [2, п. 6.3.4.13].

С учетом конструктивных требований [2, п. 11.2.1.2, таблица 11.1] вычисляем минимальную площадь арматуры  $A_{s1}$  с учетом минимального процента армирования  $\rho_{\min}$ :

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \ge 0.0013bd, \tag{1.25}$$

где  $f_{ctm}$  — средняя прочность на осевое растяжение бетона нормального веса, установленная для проектирования конструкций [2, таблица 6.1].

Необходимую площадь продольной растянутой арматуры также можно определить по формуле

$$A_{s1} = \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}.$$
 (1.26)

Арматурные стержни или проволоку подбираем по максимальному из

значений  $A_{s1}$  и  $A_{s,min}$  в соответствии с сортаментом арматурной стали (таблица Б.1) согласно СТБ 1704 [4].

**Пример 1** — Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 300$  мм; h = 600 мм. Бетон нормального веса класса C20/25. Арматура класса S500 (стержневая). Изгибающий момент  $M_{Ed}$ , действующий в сечении, равен 150 кН·м. Определить площадь продольной арматуры  $A_{s1}$ .

#### Решение

Для бетона класса C20/25 находим расчетное сопротивление  $f_{cd}$ .

$$\alpha_{cc} = \left(\frac{40}{20}\right)^{\frac{1}{3}} = 1,25 > 1.$$

Принимаем  $\alpha_{cc} = 1,0$ , тогда расчетная прочность бетона сжатой зоны

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} k_{tc} f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 20}{1,5} = 13,33 \text{ M}\Pi a.$$

Для арматуры класса S500 расчетная прочность арматуры

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ M}\Pi a.$$

Ориентировочно задаемся расстоянием от нижней грани сечений до центра тяжести растянутой арматуры c таким образом, чтобы обеспечить минимальный защитный слой бетона  $c_{\min} = 25$  мм (класс экспозиции XC2, класс конструкции S4). Принимаем допустимое отклонение толщины защитного слоя  $\Delta c_{dev} = 10$  мм.

Номинальная толщина защитного слоя бетона

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 25 + 10 = 35 \text{ MM}.$$

Ориентировочно задаемся диаметром рабочей арматуры 10 мм, тогда

$$c = c_{nom} + 0.5\emptyset = 35 + 0.5 \cdot 10 = 40$$
 MM.

Принимаем c = 40 мм. Тогда рабочая высота сжатой зоны бетона

$$d = h - c = 600 - 40 = 560$$
 MM.

Определяем значение относительного момента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = \frac{150 \cdot 10^6}{13,33 \cdot 300 \cdot 560^2} = 0,120.$$

Зная значение  $\alpha_m$ , устанавливаем значения относительной высоты сжатой зоны  $\xi$  и относительного плеча внутренней пары сил  $\eta_u$ :

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0, 12} = 0,128;$$
  
$$\eta_u = 1 - 0.5\xi = 1 - 0.5 \cdot 0.128 = 0.936.$$

Определяем граничное значение относительной высоты сжатой зоны  $\xi_{\text{lim}}$  при  $\varepsilon_{cu2} = 3,5$  ‰:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{2 \cdot 10^5} = 0,002175 = 2,175 \%_0,$$

$$\xi_{\lim} = \frac{\lambda \varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu2}} = \frac{0,8 \cdot 3,5}{2,175 + 3,5} = 0,493.$$

Поскольку выполняется условие  $\xi=0.128<\xi_{\rm lim}=0.493,$  необходимая площадь сечения продольной растянутой арматуры

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{vd} \eta_u d} = \frac{150 \cdot 10^6}{435 \cdot 0,936 \cdot 560} = 657,9 \text{ mm}^2.$$

Минимальная площадь сечения продольной рабочей арматуры для изгибаемых элементов при  $f_{ctm} = 2,2$  МПа:

$$A_{s,\min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{vk}} \cdot b \cdot d = 0,26 \cdot \frac{2,2}{500} \cdot 300 \cdot 560 = 192,2 \text{ mm}^2 < 0.00 \cdot 100 = 100$$

$$< 0.0013bd = 0.0013 \cdot 300 \cdot 560 = 218.4 \text{ mm}^2.$$

Принимаем  $A_{s,\min}=218,4$  мм², тогда требуемая площадь продольной арматуры  $A_{s1}=\max\{657,9;\,218,4\}=657,9$  мм².

Подбираем стержни по площади  $A_{s1}=657,9$  мм². По сортаменту арматуры (см. таблицу Б.1) принимаем два стержня диаметром 16 мм, один стержень диаметром 14 мм и один стержень диаметром 12 мм (2 $\varnothing$ 16 + 1 $\varnothing$ 14 + 1 $\varnothing$ 12) из арматуры класса S500 с площадью

$$A_{s1} = 402 + 153.9 + 113.1 = 669 \text{ mm}^2$$
.

Процент переармирования

$$\rho = \frac{669 - 657,9}{657,9} \cdot 100 \% = 1,7 \% < 5\%.$$

Площадь продольной арматуры подобрана корректно.

В поперечном сечении арматурные стержни располагаем в два ряда следующим образом: два стержня диаметром 16 мм в нижнем ряду в углах сечения,

один стержень диаметром 14 мм в нижнем ряду в середине, один стержень диаметром 12 мм в верхнем ряду над стержнем диаметром 14 мм. Вертикальное расстояние в свету между стержнями диаметрами 14 мм и 12 мм - 50 мм, тогда вертикальное расстояние между указанными стержнями в осях равно (50+14/2+12/2)=76 мм. Принимаем расстояние между рядами продольной арматуры в осях равным 80 мм (округляем до 5 мм в большую сторону), т. к. на рабочих чертежах обычно указывают размеры с привязкой к центру тяжести арматуры.

Пример 2 — Полка сборной ребристой панели покрытия, которая испытывает действие изгибающего максимального момента в пролете 0,6 кН⋅м. Плита изготовлена из тяжелого бетона класса C25/30. Полка армируется проволокой S500 диаметром 4 мм. Определить размеры сечения полки и площадь сечения продольной рабочей арматуры.

#### Решение

Для бетона класса C25/30 и арматуры класса S500 определяем расчетные сопротивления (см. пример 1):  $f_{cd} = 16,67$  МПа;  $f_{yd} = 435$  МПа.

Учитывая, что минимальный пролет армирования для изгибаемых элементов равен 0,13 % [2, п. 11.2.1.2, таблица 11.1], назначаем процент армирования полки плиты  $\rho = 0,5$  %, тогда

$$\xi = \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 0,005 \cdot \frac{435}{16,67} = 0,130.$$

Определяем значение коэффициента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0.5\xi) = 0.130 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.130) = 0.122.$$

Так как в статическом расчете полка плиты представляет собой многопролетную неразрезную балку, то ширину расчетной полосы b принимаем равной 1000 мм.

Рассчитываем рабочую высоту полки плиты:

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{\alpha_m f_{cd} b}} = \sqrt{\frac{0.6 \cdot 10^6}{0.122 \cdot 16.67 \cdot 1000}} = 17.2 \text{ mm}.$$

Принимаем минимальный защитный слой бетона  $c_{\min} = 10$  мм (класс экспозиции X0, класс конструкции S4) и допустимое  $\Delta c_{dev} = 10$  мм. Тогда номинальная толщина защитного слоя бетона

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 10 + 10 = 20 \text{ MM}.$$

Диаметр рабочей арматуры 4 мм. Тогда

$$c = c_{nom} + 0.5\emptyset = 20 + 0.5 \cdot 4 = 22 \text{ MM}.$$

Тогда требуемая по расчету полная высота полки

$$h = 17.2 + 22 = 39.2$$
 MM.

Так как полки ребристых плит армируются сварными сетками, то в сечении будут непосредственно друг над другом располагаться два стрежня диаметром 4 мм (стержни сетки в двух направлениях), и для всех стержней должна быть обеспечена необходимая толщина защитного слоя  $c_{cov} = c_{nom} = 20$  мм. Поэтому полная высота полки конструктивно не может быть менее

$$h_{\min} = 20 + 20 + 4 + 4 = 48 \text{ MM}.$$

Окончательно принимаем высоту полки плиты 50 мм (кратное 10 мм).

Тогда рабочая высота сечения полки  $d=0.5h=0.5\cdot 50=25$  мм, т. к. сетка укладывается посередине сечения.

С полученными размерами b=1000 мм, h=50 мм, d=25 мм определяем значение коэффициента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = \frac{0.6 \cdot 10^6}{16.67 \cdot 1000 \cdot 25^2} = 0.058.$$

По значению  $\alpha_m$  рассчитываем относительную высоту сжатой зоны  $\xi$  и граничную относительную высоту сжатой зоны  $\xi_{\text{lim}}$ :

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,058} = 0,060;$$

$$\xi_{\lim} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu2}} = \frac{\lambda \varepsilon_{cu2}}{f_{yd} / E_s + \varepsilon_{cu2}} = \frac{0,8 \cdot 3,5}{435 \cdot 10^{-3} / (2 \cdot 10^5) + 3,5} = 0,493.$$

Так как  $\xi = 0.060 < \xi_{\text{lim}} = 0.493$ , то определяем площадь растянутой арматуры

$$A_{s1} = \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,060 \cdot 1000 \cdot 25 \cdot \frac{16,67}{435} = 57,48 \text{ mm}^2.$$

Или можно определить требуемую площадь арматуры, используя значение относительного плеча внутренней пары сил

$$\eta_u = 1 - 0.5 \cdot \xi = 1 - 0.5 \cdot 0.060 = 0.97.$$

Вычисляем площадь продольной арматуры:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{vd} \eta_u d} = \frac{0.6 \cdot 10^6}{435 \cdot 0.97 \cdot 25} = 56.88 \,\text{mm}^2.$$

По сортаменту арматуры (см. таблицу Б.1) принимаем на 1 п. м проволочную арматуру в количестве 5 шт. диаметром 4 мм класса S500 с шагом  $S=250~\mathrm{mm}$ .

**Пример** 3 — Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 200$  мм, h = 500 мм. Бетон нормального веса класса C20/25. Арматура класса S500. Площадь растянутой арматуры  $A_{s1} = 804$  мм² (четыре стержня диаметром 16 мм). Изгибающий момент  $M_{Ed} = 120$  кН·м. Сжатая арматура установлена по конструктивным соображениям. Проверить прочность сечения.

#### Решение

Для бетона класса C20/25 и арматуры класса S500 находим расчетные сопротивления:  $f_{cd} = 13,33$  МПа;  $f_{vd} = 435$  МПа.

Ориентировочно задаемся расстоянием от нижней грани сечений до центра тяжести растянутой арматуры c таким образом, чтобы обеспечить требуемый защитный слой бетона  $c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 15 + 10 = 25$  мм (классы XC1, S4), т. е.  $c = c_{nom} + 0.5$ Ø.

Назначаем c = 50 мм. Тогда рабочая высота сжатой зоны бетона

$$d = h - c = 500 - 50 = 450$$
 MM.

Рассчитываем значение относительной высоты сжатой зоны сечения:

$$\xi = \frac{f_{yd}A_{s1}}{f_{cd}bd} = \frac{435 \cdot 804}{13,33 \cdot 200 \cdot 450} = 0,292.$$

Определяем граничное значение высоты сжатого сечения:  $\xi_{\text{lim}} = 0,493$ .

Так как  $\xi = 0.292 < \xi_{\text{lim}} = 0.493$ , то разрушение происходит в результате достижения рабочей арматурой предела текучести.

Определяем значение относительного момента:

$$\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0.5\xi) = 0.292 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.292) = 0.249.$$

Находим величину изгибающего момента, воспринимаемого сечением балки:

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 = 0.207 \cdot 13.33 \cdot 200 \cdot 450^2 \cdot 10^{-6} = 134.4 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Rd} = 134,4$  к $H \cdot M > M_{Ed} = 120$  к $H \cdot M$ , то прочность сечения обеспечена.

### 1.3 Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с армированием в сжатой и растянутой зонах (с двойной арматурой)

Изгибаемые элементы, содержащие, помимо растянутой арматуры  $A_{s1}$ , арматуру  $A_{s2}$ , расположенную в сжатой зоне сечения, неэкономичны по расходу металла, поэтому их рассчитывают в следующих проектных ситуациях:

- при ограниченной высоте сечения, когда необходимо усиление сжатой зоны бетона. Такая необходимость выясняется после определения  $x_{eff}$ ,  $\xi$  и  $\alpha_m$  в предположении однозначного армирования при несоблюдении условия  $\xi < \xi_{\text{lim}}$ ;
  - при наличии знакопеременного момента;
  - в случае, когда арматуру в сжатой зоне сечения устанавливают по

конструктивным соображениям (монтажные стержни) для образования каркасов, и она может учитываться в расчетах.

Расчетная схема элементов с двойным армированием представлена на рисунке 1.4.

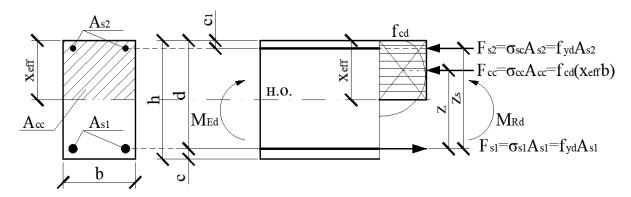


Рисунок 1.4 – Расчетная схема элемента с двойным армированием

Прочность сечения элемента с двойным армированием будет обеспечена, если расчетный момент от внешней нагрузки  $M_{Ed}$  не превысит расчетного момента внутренних усилий относительно центра тяжести растянутой арматуры:

$$M_{Ed} \le M_{Rd} = F_{cc} \cdot (d - 0.5x_{eff}) + F_{s2} \cdot (d - c_1),$$
 (1.27)

где  $F_{s2}$  – равнодействующая усилий в сжатой арматуре;

 $c_1$  – расстояние от сжатой (верхней) грани сечения до центра тяжести сжатой арматуры.

Формулы для расчета сечений элементов с двойной арматурой получены из тех же условий, что и для элементов с одиночной арматурой. В соответствии с расчетной схемой (см. рисунок 1.4) условие прочности изгибаемого элемента в предельном состоянии имеет вид

$$M_{Ed} \le M_{Rd} = f_{cd}bx_{eff} (d - 0.5x_{eff}) + f_{yd}A_{s2} (d - c_1) =$$

$$= f_{cd}b\xi d(d - 0.5\xi d) + f_{yd}A_{s2} (d - c_1) = \alpha_m f_{cd}bd^2 + f_{yd}A_{sc} (d - c_1). \tag{1.28}$$

Сжатая арматура требуется по расчету, когда разрушение элемента с одиночным армированием (армирование только в растянутой зоне) происходит в результате раздробления бетона сжатой зоны (хрупкое разрушение), т. е. при  $\xi > \xi_{\rm lim}$ .

Дополнительную сжатую арматуру устанавливают в сечении и учитывают в расчете для того, чтобы «усилить» сжатую зону и изменить характер разрушения с хрупкого на пластический (чтобы выполнялось условие  $\xi \leq \xi_{lim}$ ).

Максимальное усилие, которое может воспринять бетон сжатой зоны определяется при условии достижения высоты сжатой зоны граничного значения

 $x_{eff, lim} = \xi_{lim} \cdot d$ . Тогда площадь сечения сжатой арматуры получаем из уравнения (1.28), приняв  $M_{Ed} = M_{Rd}$  в предположении полного использования сжатой зоны бетона, т. е. заменив  $\xi$  на  $\xi_{lim}$ , а значит  $\alpha_m$  на  $\alpha_{m, lim}$ :

$$A_{s2} = \frac{M_{Ed} - \alpha_{m, \lim} f_{cd} b d^{2}}{f_{yd} (d - c_{1})}.$$
 (1.29)

При отрицательном значении  $A_{s2}$  или равном нулю арматуру в сжатой зоне можно не устанавливать.

Когда подобрана площадь сжатой арматуры  $A_{s2}$ , составляем уравнение проекции всех сил на горизонтальную ось:

$$f_{vd}A_{s1} = f_{cd}bx_{eff} + f_{vd}A_{s2}. (1.30)$$

Дальнейший расчет производят при бо́льшем значении  $A_{s2}$ , т. е. по фактической площади сжатой арматуры, установленной в сечении согласно сортаменту, а не по расчетному значению.

Из формулы (1.29) выражаем  $x_{eff}$ , откуда получаем  $\xi$ :

$$x_{eff} = \frac{f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{s2}}{f_{cd} b}; {1.31}$$

$$\xi = \frac{x_{eff}}{d} = \frac{f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{s2}}{f_{cd} b d}.$$
 (1.32)

Площадь растянутой арматуры  $A_{s1}$  получают из условия (1.30), принимая высоту сжатой зоны равной ее граничному значению  $x_{eff, lim} = \xi_{lim} d$ :

$$A_{s1} = \frac{f_{cd}bx_{eff,\text{lim}} + f_{yd}A_{s2}}{f_{yd}} = \frac{f_{cd}b\xi_{\text{lim}}d + f_{yd}A_{s2}}{f_{yd}}.$$
 (1.33)

Формулами (1.32) и (1.33) можно пользоваться при  $x_{eff} > 1,1c_1$ .

В противном случае сжатая арматура окажется вблизи нейтральной оси и напряжения в ней будут ниже  $f_{yd}$  сжатой арматуры.

При расчете элементов с двойной арматурой могут встретиться два типа задач: определение площади сжатой и растянутой арматуры и проверка несущей способности сечения.

Значение  $\alpha_m$ , по которому определяется  $\xi$ , можно найти по формуле

$$\alpha_{m} = \frac{M_{Ed} - A_{s2} f_{yd} (d - c_{1})}{f_{cd} b d^{2}}.$$
(1.34)

В практических расчетах необходимость в сжатой арматуре  $A_{s2}$  выявляется только в ходе расчета, поэтому решение задачи начинают по алгоритму расчета задачи первого типа для одиночного армирования. Если  $\xi > \xi_{\text{lim}}$  (или  $\alpha_m > \alpha_{m,\text{lim}}$ ) и увеличение размеров сечения невозможно или нецелесообразно, переходят к двойному армированию согласно вышеуказанному алгоритму.

**Пример 4** — Балка прямоугольного сечения с размерами b=200 мм, h=500 мм. Бетон нормального веса класса C12/15, арматура класса S500. Изгибающий момент  $M_{Ed}=180$  кH·м. Определить площадь сечения растянутой  $A_{s1}$  и сжатой  $A_{s2}$  арматуры.

#### Решение

Определяем расчетные сопротивления бетона класса C12/15 и арматуры класса S500:  $f_{cd} = 8$  МПа;  $f_{yd} = 435$  МПа. С учетом толщины защитного слоя бетона и предполагаемых диаметров арматурных стержней назначаем c=30 мм и  $c_1 = 25$  мм. Тогда рабочая высота сечения

$$d = h - c = 500 - 30 = 470$$
 MM.

Определяем значение относительного момента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = \frac{180 \cdot 10^6}{8 \cdot 200 \cdot 470^2} = 0,509.$$

Определяем граничное значение относительной высоты сжатой зоны:  $\xi_{\text{lim}} = 0,617,$  по которому вычисляем величину  $\alpha_{m,\text{lim}}$ :

$$\alpha_{\mathit{m,lim}} = \xi_{\mathit{lim}} \left( 1 - 0.5 \xi_{\mathit{lim}} \right) = \xi_{\mathit{lim}} \left( 1 - 0.5 \xi_{\mathit{lim}} \right) = 0.493 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.493) = 0.371.$$

Так как  $\alpha_m = 0.509 > \alpha_{m, \text{lim}} = 0.371$ , сжатую арматуру нужно устанавливать по расчету.

Рассчитываем требуемую площадь сжатой арматуры:

$$A_{s2} = \frac{M_{Ed} - \alpha_{m, \lim} f_{cd} b d^2}{f_{vd} (d - c_1)} = \frac{180 \cdot 10^6 - 0,371 \cdot 8 \cdot 200 \cdot 470^2}{435 \cdot (470 - 25)} = 252,5 \text{ MM}.$$

Принимаем по сортаменту (см. таблицу Б.1) два стержня диаметром 14 мм с  $A_{s2} = 308 \text{ мм}^2$ .

Рассчитываем площадь растянутой арматуры:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd}b\xi_{\lim}d + f_{yd}A_{s2}}{f_{yd}} = \frac{8 \cdot 200 \cdot 0,493 \cdot 470 + 435 \cdot 308}{435} = 1160,3 \text{ mm}^2$$

Принимаем два стержня диаметром 25 мм и один стержень диаметром 20 мм с общей площадью  $A_{sl} = 982 + 314,2 = 1296,2$  мм<sup>2</sup>, что больше  $A_{s,min}$ .

**Пример 5** — Балка прямоугольного сечения с размерами b=300 мм, h=600 мм. Бетон нормального веса класса C25/30, арматура класса S500. Площадь растянутой арматуры  $A_{s1}=1847$  мм² (три стержня диаметром 28 мм) и площадь сечения сжатой арматуры  $A_{s2}=402$  мм² (два стержня диаметром 16 мм). Изгибающий момент  $M_{Ed}=300$  кН·м. Проверить сопротивление сечения.

#### Решение

Расчетные сопротивления бетона и арматуры:  $f_{cd} = 16,67 \text{ M}\Pi \text{a}, f_{yd} = 435 \text{ M}\Pi \text{a}.$  С учетом толщины защитного слоя бетона и заданных диаметров арматурных стержней назначаем c = 40 мм и  $c_1 = 30 \text{ мм}$ . Рабочая высота сечения

$$d = h - c = 600 - 40 = 560$$
 MM.

Определяем значение относительной высоты сжатой зоны сечения:

$$\xi = \frac{f_{yd}A_{s1} - f_{yd}A_{s2}}{f_{cd}bd} = \frac{435 \cdot (1847 - 402)}{16,67 \cdot 300 \cdot 560} = 0,224.$$

Условная высота сжатой зоны сечения

$$x_{eff} = \xi \cdot d = 0.224 \cdot 560 = 125.4 \text{ MM}.$$

Так как  $x_{eff}$  = 125,4 мм,  $x_{lim}$  =  $\xi_{lim} \cdot d$  = 0,493  $\cdot$  560 = 276 мм при учете в расчете сжатой арматуры.

Определяем значение относительного момента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0.5\xi) = 0.224 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.224) = 0.199.$$

Предельный момент, воспринимаемый сечением:

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 + f_{yd} \cdot A_{s2} (d - c_1) =$$

$$= 0,199 \cdot 16,67 \cdot 300 \cdot 560^2 + 402 \cdot 435 \cdot (560 - 30) = 404,8 \text{ kH} \cdot \text{M}.$$

Так как выполняется условие  $M_{Rd} = 404,8 \text{ кH} \cdot \text{м} > M_{Ed} = 300 \text{ кH} \cdot \text{м}$ , то сопротивление сечения обеспечено.

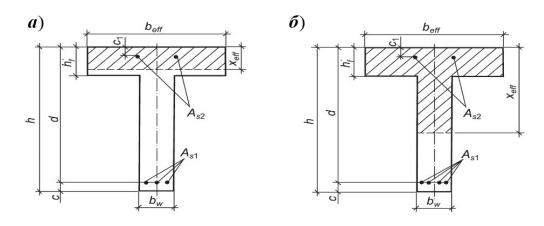
#### 1.4 Изгибаемые элементы таврового сечения

Тавровый профиль расчетного поперечного сечения железобетонных элементов встречается наиболее часто, поскольку такие конструкции является более экономичным по расходу материала по сравнению с прямоугольным сечением. Эффективная ширина полки при проверках предельных состояний назначается согласно [2, п. 5.5.2]. Проверку изгибаемых железобетонных элементов таврового и двутаврового сечений с полкой в сжатой зоне сечения производят

согласно [2, п. 8.1.4.7].

При расчете железобетонных конструкций, имеющих тавровое сечение с полкой в сжатой зоне, принято рассматривать два случая расчета в зависимости от положения нейтральной оси (рисунок 1.5) [2, п. 8.1.4.8, рисунок 8.9]. Первый случай — сжатая зона полностью расположена в пределах полки, т. е.  $x_{eff} \le h'_f$ , где  $h'_f$ — высота полки (см. рисунок 1.5, a).

Тавровое сечение такого типа обычно встречается в сечениях с развитой полкой. В этом случае тавровое сечение рассчитывают как прямоугольное шириной  $b'_f$  и высотой h. Для расчета используют формулы, полученные ранее для прямоугольного сечения с одиночным армированием, в которых заменяют b на  $b'_f$ , где  $b'_f$ — ширина полки таврового сечения. Второй случай— нижняя граница сжатой зоны расположена за пределами полки, то есть  $x_{eff} > h'_f$  (см. рисунок 1.5,  $\delta$ ). Такие сечения железобетонных элементов встречаются при расчете балочных конструкций с малой шириной свесов полки.



a – в полке;  $\delta$  – в ребре

Рисунок 1.5 — Схемы положения границы условной сжатой зоны в изгибаемом железобетонном элементе таврового сечения [2, рисунок 8.9]

Чтобы установить положение нижней границы условной сжатой зоны (положение нейтральной оси), находят момент  $M'_f$ , воспринимаемый полкой таврового сечения из условия, что вся полка сжата, т. е. при  $x_{eff} \le h'_f$  (для элементов с одиночным армированием сжатая арматура не учитывается в расчете, т. е.  $A_{s2} = 0$ ):

$$M'_f = F_{cc} + F_{s2} = f_{cd} \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot (d - 0.5h'_f) + f_{yd}A_{s2} \cdot (d - c_1),$$
 (1.35)

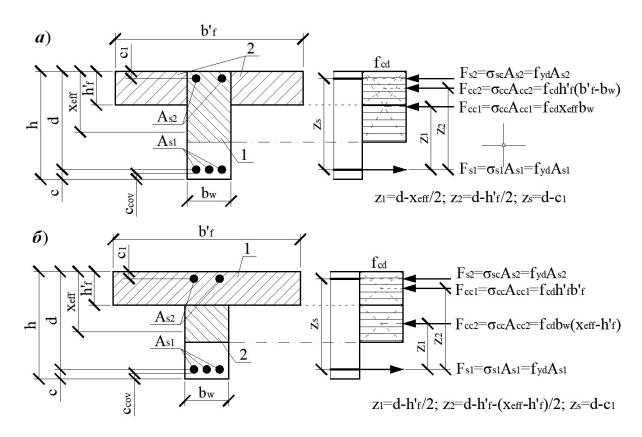
Если внешний расчетный момент  $M_{Ed}$  не превышает момента  $M'_f$ , воспринимаемого полкой  $(M_{Ed} \leq M'_f)$ , то нейтральная линия проходит в полке — первый случай расчета.

Если условие  $M_{Ed} \le M'_f$  не выполняется, т. е.  $M_{Ed} > M'_f$ , то нейтральная линия пересекает ребро — второй случай расчета (см. рисунок 1.5,  $\delta$ ).

При расчете второго варианта (нейтральная ось проходит в ребре) ширины сечения меняется в пределах высоты условной сжатой зоны  $x_{eff}$ . Поэтому в

расчете удобно делить площадь сжатой зоны  $A_{cc}$  на участки простой прямоугольной формы (рисунок 1.6), например:

- учитывать ребро по всей высоте сжатой зоны (участок 1 площадью  $A_{cc1} = b_w \cdot x_{eff}$ ) и свесы полки участок 2 площадью  $A_{cc2} = (b'_f b_w) \cdot h'_f$  (см. рисунок 1.6, a);
- учитывать отдельно полку (участок 1 площадью  $A_{cc1} = b'_f \cdot h'_f$ ) и отдельно сжатую часть ребра участок 2 площадью  $A_{cc2} = (x_{eff} h'_f) \cdot b_w$  (см. рисунок 1.6,  $\delta$ ).



a — разделение сжатой зоны на участок 1 (ребро по всей высоте сжатой зоны) и участок 2 (свесы полки);  $\delta$  — разделение сжатой зоны на участок 1 (полка) и участок 2 (сжатая часть ребра)

Рисунок 1.6 — Расчетная схема для таврового сечения с нейтральной линией, проходящей в ребре

Исходные расчетные уравнения для второго случая расчета получают из условия равновесия системы усилий и проекций сил на продольную ось элемента согласно схеме внутренних усилий по рисунку 1.6, a (усилие в сжатой арматуре  $F_{s2}$  в расчете не учитывается при  $\xi \leq \xi_{\text{lim}}$ ):

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = f_{cd} \cdot b_{w} \cdot x_{eff} \cdot (d - 0.5x_{eff}) + f_{cd} \cdot h'_{f} \cdot (b'_{f} - b_{w}) \cdot (d - 0.5h'_{f}) =$$

$$= f_{cd} \cdot b_{w} \cdot \xi \cdot d \cdot (d - 0.5 \cdot \xi \cdot d) + f_{cd} \cdot h'_{f} \cdot (b'_{f} - b_{w}) \cdot (d - 0.5h'_{f}) =$$

$$= \alpha_{m} \cdot f_{cd} \cdot b_{w} \cdot d^{2} + f_{cd} \cdot h'_{f} \cdot (b'_{f} - b_{w}); \qquad (1.36)$$

$$f_{yd} \cdot A_{s1} = f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} + f_{cd} \cdot h'_{f} \cdot (b'_{f} - b_{w}) = f_{cd} \cdot b \cdot \xi \cdot d + f_{cd} \cdot h'_{f} \cdot (b'_{f} - b_{w}). \quad (1.37)$$

Из формулы (1.36) находим  $\alpha_m$ :

$$\alpha_{m} = \frac{M_{Ed} - f_{cd} \left( b'_{f} - b_{w} \right) h'_{f} \left( d - 0.5 h'_{f} \right)}{f_{cd} b_{w} d^{2}}.$$
 (1.38)

Из равенства (1.37) находим площадь растянутой арматуры  $A_{s1}$ :

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} \left[ b_w \cdot \xi \cdot d + h'_f \cdot \left( b'_f - b_w \right) \right]}{f_{vd}}.$$
 (1.39)

Если  $\xi > \xi_{\text{lim}}$ , то сжатая арматура должна быть установлена по расчету. Следовательно, принимаем высоту условной сжатой зоны бетона, равной граничному значению  $x_{eff,\text{lim}} = \xi_{\text{lim}} \cdot d$ , и определяем площадь сжатой арматуры  $A_{s2}$  с учетом расчетной схемы по рисунку 1.6, a:

$$A_{s2} = \frac{M_{Ed} - \alpha_{m, \lim} f_{cd} b_{w} d^{2} - f_{cd} h_{f} ' (b'_{f} - b_{w}) (d - 0, 5h'_{f})}{f_{yd} (d - c_{1})}.$$
 (1.40)

Величину относительного момента  $\alpha_m$  при условии двойного армирования (с учетом фактически принятой  $A_{s2}$ ) рассчитываем по формуле

$$\alpha_{m} = \frac{M_{Ed} - f_{cd} h'_{f} (b'_{f} - b_{w}) (d - 0.5 h'_{f}) - f_{yd} A_{s2} (d - c_{1})}{f_{cd} b_{w} d^{2}}.$$
 (1.41)

Значение площади сечения растянутой арматуры  $A_{s1}$  в этом случае:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} \xi b_w d + f_{cd} h'_f (b'_f - b_w) + f_{yd} A_{s2}}{f_{yd}}.$$
 (1.42)

Все формулы выводятся исходя из принятой расчетной схемы (см. рисунок 1.6). Если при решении задачи принята другая расчетная схема (например, по рисунку 1.6,  $\delta$ ), то формулы будут отличаться.

Если условие  $M_{Ed} \le M'_f$  выполняется, то значение высоты сжатой зоны определяем как для прямоугольного сечения с размерами  $b'_f$  и h:

$$x_{eff} = \frac{A_{s1} f_{yd}}{f_{cd} b'_{f}}.$$
 (1.43)

Изгибающий момент  $M_{Rd}$ , который может воспринимать сечение, может быть определен по формуле

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b'_f \cdot d^2. \tag{1.44}$$

Если условие  $M_{Ed} \le M'_f$  не выполняется, то нейтральная линия сечения проходит в ребре и высоту условной сжатой зоны  $x_{eff}$  определяем из уравнения (1.37) проекций всех сил (по рисунку 1.6, a) на продольную ось:

$$x_{eff} = \frac{A_{s1} f_{yd} - f_{cd} (b'_f - b_w) h'_f}{f_{cd} b_w}.$$
 (1.45)

Значение изгибающего момента  $M_{Rd}$ , воспринимаемого сечением, в этом случае определяется по формуле

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 + f_{cd} \cdot h'_f \cdot (b'_f - b_w) \cdot (d - 0.5h'_f). \tag{1.46}$$

При наличии арматуры  $A_{s2}$  в сжатой зоне сечения, т. е. при двойном армировании, в расчетных формулах (1.44)–(1.47) появляются соответствующие ей значение усилия  $F_{s2} = f_{yd}A_{s2}$  и момент  $F_{s2}z_s = f_{yd}A_{s2}(d-c_1)$  (аналогично формулам для прямоугольного сечения с двойным армированием).

**Пример 6** — Балка таврового сечения  $b'_f = 1500$  мм,  $h'_f = 40$  мм; h = 400 мм;  $b_w = 200$  мм, c = 40 мм. Бетон нормального веса C25/30. Арматура S500. Изгибающий момент, действующий в сечении,  $M_{Ed} = 220$  кН·м. Сжатая арматура в расчете не учитывается ( $A_{s2} = 0$ ). Определить площадь сечения растянутой арматуры  $A_{s1}$ .

#### Решение

Для бетона класса C25/30 и арматуры класса S500 находим расчетные сопротивления:  $f_{cd} = 16,67$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа.

Рабочая высота сечения

$$d = 400 - 40 = 360$$
 MM.

Проверяем положение нейтральной оси в сечении:

$$M'_f = f_{cd} \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot (d - 0.5h'_f) =$$
= 16,67 · 1500 · 40 · (360 – 0.5·40) · 10<sup>-6</sup> = 340,1 кН·м;
 $M'_f = 340.1 \text{ кH·м} > M_{Ed} = 220 \text{ кH·м},$ 

Следовательно, нейтральная ось проходит в пределах полки (первый случай расчета). Тогда сечение рассчитываем как прямоугольное шириной  $b'_f = 1500$  мм и высотой h = 400 мм.

По формуле (1.17), заменяя b на  $b'_f$ , определяем  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}b'_f d^2} = \frac{220 \cdot 10^6}{16,67 \cdot 1500 \cdot 360^2} = 0,068.$$

Зная величину  $\alpha_m$ , рассчитываем значения  $\xi$  и  $\eta$ :

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,068} = 0,070;$$
  

$$\eta = 1 - 0.5 \cdot \xi = 1 - 0.5 \cdot 0.070 = 0.965.$$

Находим значение  $\xi_{\text{lim}}$  по формуле (1.3):  $\xi_{\text{lim}} = 0.493$ .

Так как  $\xi = 0.070 < \xi_{\text{lim}} = 0.493$ , то сжатую арматуру в расчете не учитываем. Тогда требуемая площадь растянутой арматуры

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{vd} \eta d} = \frac{220 \cdot 10^6}{435 \cdot 0,965 \cdot 360} = 1455,8 \text{ mm}^2.$$

Согласно [2, таблица 6.1] принимаем  $f_{ctm} = 2,6$  МПа. Тогда минимальный процент армирования

$$\rho_{\min} = 26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{vd}} = 26 \cdot \frac{2.6}{435} = 0.155 \% > 0.13 \%.$$

Принимаем  $\rho_{min} = 0.155$  %, тогда минимальная площадь арматуры

$$A_{s,\min} = \frac{\rho_{\min}}{100} \cdot b_{w} \cdot d = \frac{0,155}{100} \cdot 200 \cdot 360 = 111,6 \text{ mm}^{2}.$$

Принимаем три стержня диаметром 25 мм класса S500 с  $A_{s1}$  = 1473 мм². Процент переармирования

$$\rho = \frac{1473 - 1455.8}{1455.8} \cdot 100\% = 1.2\% < 5\%.$$

**Пример** 7 — Элемент таврового сечения с размерами  $b'_f = 400$  мм;  $h'_f = 120$  мм; h = 600 мм;  $b_w = 200$  мм, c = 50 мм. Класс бетона C12/15, класс арматуры S500. Расчетный изгибающий момент  $M_{Ed} = 200$  кН·м. Определить площадь сечения растянутой арматуры  $A_{s1}$ .

#### Решение

Для бетона класса C12/15 и арматуры класса S500 находим расчетные сопротивления:  $f_{cd} = 8$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа. Рабочая высота сечения

$$d = h - c = 600 - 50 = 550$$
 MM.

Проверяем расположение нейтральной оси в сечении.

Момент, воспринимаемый полкой таврового сечения, в предположении, что вся полка сжата:

$$M_f' = f_{cd} \cdot b_f' \cdot h_f' \cdot (d - 0.5h_f') =$$
  
= 8 · 400 · 120 · (550 – 0.5 · 120) · 10<sup>-6</sup> = 188,2 кН·м <  $M_{Ed}$  = 200 кН·м.

Следовательно, нейтральная ось пересекает ребро (второй случай расчета). Согласно расчетной схеме (по рисунку 1.6, a) определяем  $\alpha_m$ :

$$\alpha_{m} = \frac{M_{Ed} - f_{cd}h'_{f}(b'_{f} - b_{w})(d - 0.5h'_{f})}{f_{cd}b_{w}d^{2}} = \frac{200 \cdot 10^{6} - 8 \cdot 120 \cdot (400 - 200)(550 - 0.5 \cdot 120)}{8 \cdot 200 \cdot 550^{2}} = 0.219.$$

По значению  $\alpha_m$  рассчитываем  $\xi$ :

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,219} = 0,250.$$

Расчетом определяем  $\xi_{\text{lim}} = 0,493$ , тогда

$$\alpha_{m,\text{lim}} = \xi_{\text{lim}} \cdot (1 - 0.5\xi_{\text{lim}}) = 0.493 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.493) = 0.371.$$

Так как  $\alpha_m = 0.219 < \alpha_{m,\text{lim}} = 0.371$ , то разрушение произойдет в результате достижения растянутой рабочей арматурой предела текучести (пластически), то есть сжатая арматура по расчету не требуется.

Определяем площадь сечения растянутой арматуры:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} \cdot \left[ \left( b'_f - b_w \right) h'_f + \xi b_w d \right]}{f_{yd}} = \frac{8 \cdot \left[ \left( 400 - 200 \right) \cdot 120 + 0,250 \cdot 200 \cdot 550 \right]}{435} = 947,1 \text{ mm}^2.$$

При  $f_{ctm} = 1,6$  МПа [2, таблица 6.1] минимальный процент армирования

$$\rho_{\min} = 26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yd}} = 26 \cdot \frac{1.6}{435} = 0.09 \% < 0.13 \%.$$

Принимаем  $\rho_{min} = 0.13$  %, тогда минимальная площадь арматуры

$$A_{s,\text{min}} = \frac{\rho_{\text{min}}}{100} \cdot b_w \cdot d = \frac{0.13}{100} \cdot 200 \cdot 550 = 143 \text{ MM}^2.$$

Принимаем два стержня диаметром 25 мм с  $A_{s1} = 982$  мм<sup>2</sup>. Процент переармирования будет равен

$$\rho = \frac{982 - 947,1}{947,1} \cdot 100 \% = 3,7 \% < 5 \%.$$

**Пример 8** — Балка таврового сечения с размерами  $b'_f = 1200$  мм;  $h'_f = 40$  мм, h = 400 мм;  $b_w = 200$  мм, c = 40 мм. Бетон нормального веса класса C25/30. Арматура класса S500. Изгибающий момент  $M_{Ed} = 420$  кH·м. Определить необходимую площадь сечения арматуры.

Решение

Для бетона класса C25/30 и арматуры класса S500 находим расчетные сопротивления:  $f_{cd} = 16,67$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа.

Рабочая высота сечения

$$d = h - c = 400 - 40 = 360$$
 MM.

Определяем расположение нейтральной оси сечения:

$$M_f' = f_{cd} \cdot b_f' \cdot h_f' \cdot (d - 0.5h_f') =$$
  
= 16,67 · 1200 · 40 · (360 – 0.5 · 40) · 10<sup>-6</sup> = 272,1 кН·м.

Так как  $M_f' = 272,1$  к $H \cdot M < M_{Ed} = 420$  к $H \cdot M$ , то нейтральная линия проходит в ребре сечения (второй случай расчета).

Рассчитываем значение  $\alpha_m$ :

$$\alpha_{m} = \frac{M_{Ed} - f_{cd}h'_{f}(b'_{f} - b_{w})(d - 0, 5h'_{f})}{f_{cd}b_{w}d^{2}} =$$

$$=\frac{420\cdot10^6-16,67\cdot40\cdot\left(1200-200\right)\left(360-0,5\cdot40\right)}{16,67\cdot200\cdot360^2}=0,447.$$

При  $\xi_{\text{lim}} = 0.493$   $\alpha_{m,\text{lim}} = 0.371$ . Так как  $\alpha_m = 0.447 > \alpha_{m,\text{lim}} = 0.371$ , то сжатая арматура требуется по расчету.

Принимаем расстояние от верхней грани сечения до центра тяжести сжатой арматуры  $c_1 = 30$  мм, тогда значение площади сечения сжатой арматуры  $A_{s2}$ :

$$A_{s2} = \frac{M_{Ed} - \alpha_{m, \lim} f_{cd} b_{w} d^{2} - f_{cd} h'_{f} (b'_{f} - b_{w}) (d - 0, 5h'_{f})}{f_{vd} (d - c_{1})} =$$

$$=\frac{420 \cdot 10^{6} - 0,371 \cdot 200 \cdot 360^{2} \cdot 16,67 - 16,67 \cdot 40 \cdot \left(1200 - 200\right)\left(360 - 0,5 \cdot 40\right)}{435 \cdot \left(360 - 30\right)} =$$

$$= 229.8 \, \text{Mm}^2$$
.

По конструктивным соображениям в сечении установлена  $A_{s2} = 308$  мм<sup>2</sup> (два стержня диаметром 14 мм), что больше 229,8 мм<sup>2</sup>.

Дальнейший расчет выполняем при  $A_{s2} = 308$  мм<sup>2</sup>.

Определяем значение  $\alpha_m$ :

$$\alpha_{m} = \frac{M_{Ed} - f_{cd}h'_{f}(b'_{f} - b_{w})(d - 0.5h'_{f}) - f_{yd}A_{s2}(d - c_{1})}{f_{cd}b_{w}d^{2}} =$$

$$=\frac{420 \cdot 10^{6} - 16,67 \left(1200 - 200\right) \cdot 40 \cdot \left(360 - 0,5 \cdot 40\right) - 435 \cdot 308 \cdot \left(360 - 30\right)}{16,67 \cdot 200 \cdot 360^{2}} = 0,345.$$

Рассчитываем относительную высоту сжатой зоны ξ:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0.345} = 0.443.$$

Находим площадь сечения растянутой арматуры:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} b_{w} \xi d + f_{cd} (b'_{f} - b_{w}) h'_{f} + f_{yd} A_{s2}}{f_{yd}} =$$

$$=\frac{16,67\cdot 200\cdot 0,443\cdot 360+16,67\cdot \left(1200-200\right)\cdot 40+435\cdot 308}{435}=3063,2~\text{mm}^2.$$

Принимаем четыре стержня диаметром 32 мм с  $A_{s1}$  = 3217 мм<sup>2</sup>. Процент переармирования  $\rho$  будет равен

$$\rho = \frac{3217 - 3063, 2}{3217} \cdot 100 \% = 4.8 \% < 5 \%.$$

**Пример 9** – Балка таврового поперечного сечения с размерами  $b'_f = 500$  мм;  $h'_f = 80$  мм; h = 600 мм; b = 200 мм. Бетон нормального веса класса C20/25. Арматура класса S500. Элемент армирован тремя стержнями диаметром 20 мм с  $A_{s1} = 942$  мм², установленными в ребре сечения. Изгибающий момент, действующий на балку,  $M_{Ed} = 150$  кН·м. Проверить сопротивление таврового сечения.

#### Решение

Для бетона класса C20/25 и арматуры класса S500 находим расчетные сопротивления:  $f_{cd} = 13,33 \text{ М}\Pi \text{a}, f_{yd} = 435 \text{ M}\Pi \text{a}.$ 

Назначаем c=50 мм. Тогда рабочая высота сечения с учетом толщины защитного слоя бетона и половины диаметра арматуры:

$$d = h - c = 600 - 50 = 550$$
 MM.

Согласно условию (1.35) устанавливаем расположение нейтральной оси сечения:

$$M_{Ed} = 150 \text{ kH} \cdot \text{m} \le M'_f = f_{cd} \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot (d - 0.5h'_f) =$$
  
= 13.33 \cdot 500 \cdot 80 \cdot (550 - 0.5 \cdot 80) \cdot 10^{-6} = 271.9 \text{ kH} \cdot \text{m}.

Следовательно, нейтральная ось проходит в полке. Расчет производим по первому случаю (как для прямоугольного сечения шириной  $b'_f$ ). Расчетная схема сечения приведены на рисунке 1.6, a.

Определяем высоту условной сжатой зоны сечения:

$$x_{eff} = \frac{A_{s1}f_{yd}}{f_{cd}b'_{f}} = \frac{942 \cdot 435}{13,33 \cdot 500} = 61,5 \text{ MM}.$$

Используя значение  $x_{eff}$ , рассчитываем значения  $\xi$  и  $\alpha_m$ :

$$\xi = x_{eff} / d = 61,5 / 550 = 0,11;$$
  
$$\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0,5 \cdot \xi) = 0,11 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,11) = 0,104.$$

При  $\xi_{\text{lim}} = 0,493$   $\alpha_{m,\text{lim}} = 0,371$ . Так как  $\alpha_m = 0,104 < \alpha_{m,\text{lim}} = 0,371$ , то сжатую арматуру в расчете учитывать не требуется.

Определяем момент, который может быть воспринят сечением:

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b'_f \cdot d^2 = 0.104 \cdot 1 \cdot 13.33 \cdot 500 \cdot 550^2 \cdot 10^{-6} = 209.7 \text{ kH} \cdot \text{M}.$$

Так как  $M_{Ed}$  = 150 кH·м <  $M_{Rd}$  = 209,7 кH·м, следовательно, прочность сечения обеспечена.

**Пример 10** – Балка таврового сечения с размерами  $b'_f = 500$  мм;  $h'_f = 40$  мм; h = 600 мм;  $b_w = 200$  мм, c = 40 мм. Класс бетона С16/20. Арматура растянутой зоны сечения – два стержня диаметром 25 мм класса S500 с  $A_{s1} = 982$  мм². Изгибающий момент, действующий на сечение от внешней нагрузки,  $M_{Ed} = 420$  кН·м. Проверить прочность таврового сечения.

#### Решение

Для бетона класса С16/20 и арматуры класса S500 находим расчетные сопротивления:  $f_{cd} = 10,67$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа.

Определяем рабочую высоту сечения:

$$d = h - c = 600 - 40 = 560$$
 MM.

Устанавливаем нахождение нейтральной линии сечения:

$$M'_f = f_{cd} \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot (d - 0.5h'_f) =$$
  
= 10.67 · 500 · 40 · (560 – 0.5 · 40) · 10<sup>-6</sup> = 115.2 кН·м.

Так как  $M_{Ed}=420~{\rm kH\cdot m}>M_f'=115,2~{\rm kH\cdot m}$ , то нейтральная ось проходит в ребре (второй случай расчета). Расчетная схема сечения и система внутренних усилий приведены на рисунке 1.6, a.

Определяем условную эффективную высоту сжатой зоны бетона:

$$x_{\it eff} = \frac{A_{\it s1}f_{\it yd} - f_{\it cd}h'_{\it f}\left(b'_{\it f} - b_{\it w}\right)}{f_{\it cd}b_{\it w}} = \frac{982 \cdot 435 - 10,67 \cdot 40 \cdot \left(500 - 200\right)}{10,67 \cdot 200} = 140,2 \; \rm MM.$$

Используя значение  $x_{eff}$ , рассчитываем значения  $\xi$  и  $\alpha_m$ :

$$\xi = x_{eff} / d = 140.2 / 560 = 0.25;$$
  
$$\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0.5 \cdot \xi) = 0.25 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.25) = 0.219.$$

При  $\xi_{\text{lim}} = 0.493~\alpha_{m,\text{lim}} = 0.371$ . Так как  $\alpha_m = 0.219 < \alpha_{m,\text{lim}} = 0.371$ , то сжатую арматуру в расчете учитывать не требуется.

Момент, воспринимаемый тавровым сечением:

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d + f_{cd} \cdot h'_f \cdot (b'_f - b_w) \cdot (d - 0.5h'_f) =$$

$$= 0.219 \cdot 10.67 \cdot 500 \cdot 560^2 + 10.67 \cdot 40 \cdot (500 - 200) \cdot (560 - 0.5 \cdot 40) =$$

$$= 435540864 \text{ H} \cdot \text{MM} = 435.5 \text{ kH} \cdot \text{M}.$$

Так как  $M_{Ed}$  = 420 кH·м <  $M_{Rd}$  = 435,5 кH·м, следовательно, прочность сечения обеспечена.

#### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 300$  мм, h = 600 мм. Бетон нормального веса класса C20/25. Арматура класса S500 (стержневая). Изгибающий момент  $M_{Ed}$ , действующий в сечении, равен 150 кН·м. Требуется определить площадь продольной арматуры.

**Задача 2.** Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 200$  мм, h = 500 мм. Бетон нормального веса класса C20/25. Арматура класса S500. Площадь растянутой арматуры  $A_{s1} = 804$  мм² (четыре стержня диаметром 16 мм). Изгибающий момент  $M_{Ed} = 120$  кH·м. Сжатая арматура установлена по конструктивным соображениям. Требуется проверить прочность сечения.

*Задача 3.* Тавровое сечение с геометрическими размерами:  $b'_f = 1200$  мм,  $b_w = 200$  мм, h = 400 мм,  $h'_f = 40$  мм. Бетон нормального веса класса C25/30. Продольная арматура класса S500. В сжатой зоне установлена арматура, площадь которой составляет  $A_{s2} = 3,39$  см<sup>2</sup> (3 $\varnothing$ 12 S500). Изгибающий момент  $M_{Ed} = 300$  кH·м. Требуется определить площадь растянутой арматуры.

**Задачи 4.** Элемент таврового сечения с размерами  $b'_f$ = 1200 мм,  $h'_f$  = 60 мм, h = 600 мм,  $b_w = 200$  мм. Класс бетона и арматуры C16/20 и S500. Расчётный изгибающий момент  $M_{Ed}$ = 300 кH·м. Требуется определить площадь сечения растянутой арматуры  $A_{s1}$ .

**Задача 5.** Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 200$  мм, h = 500 мм. Бетон нормального веса класса C16/20, арматура класса S500. Изгибающий момент  $M_{Ed} = 220$  кН·м. Требуется определить площадь сечения растянутой  $A_{s1}$  и сжатой  $A_{s2}$  арматуры.

## 2 Проверка предельных состояний несущей способности (ULS) с использованием параболически-линейной диаграммы деформирования бетона

Проверку предельных состояний несущей способности при действии изгибающих моментов и продольных сил для железобетонных элементов, имеющих простую симметричную форму (прямоугольную, тавровую, двутавровую), с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой граней, и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения элемента, выполненного из бетона класса не выше C50/60, производят с использованием упрощенной деформационной расчетной модели сопротивления согласно [2, п. 8.1.3], принимая значения параметрических точек  $\varepsilon_{c2}$  и  $\varepsilon_{cu2}$  для бетона соответствующего класса по прочности на сжатие согласно [2, таблица 6.1].

При применении деформационной расчетной модели сопротивления для выполнения проверки предельных состояний несущей способности железобетонных конструкций действуют следующие допущения:

- для средних по длине элемента деформаций бетона и арматуры применяют гипотезу плоского сечения;
- напряжения и деформации бетона представляют диаграммами деформирования  $\sigma_c \varepsilon_c$  в соответствии с [2, п. 6.1.5];
- напряжения и деформации арматуры представляют диаграммами деформирования  $\sigma_s \varepsilon_s$  в соответствии с [2, п. 6.2.2 и 6.2.3];
  - бетон, испытывающий растяжение, в расчетах не учитывают;
- применяют следующие критерии исчерпания сопротивления сечения: при нелинейных расчетах конструкций  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$  и  $\varepsilon_{sy} \le \varepsilon_s < \varepsilon_{ud}$ ; при проверочных расчетах сопротивления сечений  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$  и  $\varepsilon_{sy} \le \varepsilon_s < 10$  ‰.

Проверку предельных состояний несущей способности сечений, нормальных к продольной оси элемента, с использованием упрощенных диаграмм деформирования бетона производят с учетом области деформирования, в которой работает сечение рассчитываемого элемента конструкции при рассматриваемом уровне нагружения.

Области деформирования характеризуются соответствующей комбинацией относительной деформации крайнего сжатого волокна бетона и относительной деформацией арматуры в растянутой зоне сечения [2, п. 8.1.3].

Если расчетное сечение работает в области деформирования 1 и 2, арматура в растянутой зоне используется полностью и разрушения следует ожидать по «растянутой зоне». В области 1а, характерной для слабоармированных элементов (когда коэффициент продольного армирования, определяемый как отно-

шение площади арматуры к площади бетонного сечения, приближается к минимальному), либо когда предельное сопротивление элемента, обусловленное прочностными характеристиками бетона и геометрическими размерами сечения, существенно превышает величину действующих усилий, относительные деформации сжатого бетона не достигают предельных значений, т. е. бетон полностью не используется. Область деформирования 3 описывает переход через граничное состояние сечения, когда прочность бетона используется полностью, но растянутая арматура (менее сжатая) не достигает предельных относительных деформаций. В этом случае разрушение сечения следует ожидать по «сжатой зоне» в результате достижения предельных деформаций бетона. Помимо того, что названный случай приводит к неэкономичному проектированию конструкций, он является опасным, т.к. ведет к быстрому хрупкому разрушению сечения по сжатому бетону.

Схемы усилий, действующих в расчетном сечении, для областей деформирования сечения при расчете сопротивления элементов приведены в [2, п. 8.1.3.3, рисунки 8.2–8.4], а также на рисунке 2.1 представлена схема усилий, действующих в расчетном сечении, при расчете сопротивления изгибаемых элементов.

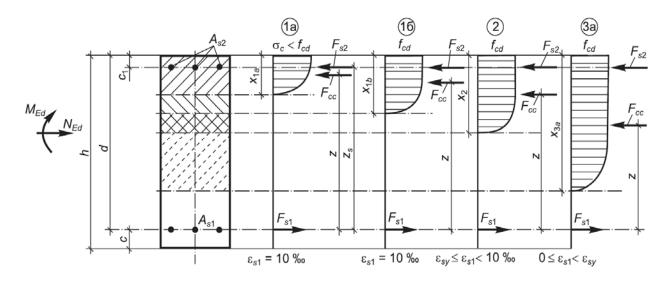


Рисунок 2.1 — Схемы усилий, действующих в расчетном сечении, для областей деформирования 1a, 1б, 2, 3a при расчете сопротивления изгибаемых, внецентренно-сжатых и внецентренно-растянутых элементов с двузначной эпюрой деформаций

Очевидно, что *наиболее рациональной* расчетной ситуацией при проектировании изгибаемых, внецентренно-сжатых и внецентренно-растянутых элементов (работающих с двузначной эпюрой деформаций), является такая, при которой сечение с заданными геометрическими размерами, прочностными и деформационными характеристиками материалов и количеством армирования работает в *области деформирования 2*. Область деформирования 4 относится к работе сжатых элементов при однозначной эпюре деформаций, когда относительные деформации в менее сжатой арматуре  $A_{s1}$  достигают предельных значений (при сжатии).

Проверку предельного состояния несущей способности изгибаемых железо-

бетонных элементов прямоугольного сечения [2, рисунок 8.4] при  $\xi \leq \xi_{\text{lim}}$  — области деформирования сечения 1a, 1б и 2 (рисунок 2.1) — производят исходя из общего условия метода частных коэффициентов:  $M_{Ed} \leq M_{Rd}$ .

Значение  $M_{Rd}$  определяют по формуле (2.1), относительную высоту сжатой зоны бетона  $\xi$  – из условия (2.2):

$$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 + k_{s2} f_{vd} A_{s2} \cdot (d - c_1); \tag{2.1}$$

$$f_{yd}A_{s1} = \alpha_c f_{cd}bd + k_{s2}f_{yd}A_{s2}, \qquad (2.2)$$

где  $k_{s2}$  — коэффициент, характеризующий уровень напряжений в сжатой арматуре в зоне сечения  $A_{s2}$ ; определяют по формуле

$$k_{s2} = \frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{sy}} \le 1,0; \tag{2.3}$$

 $\varepsilon_{s2}$  — относительная деформация сечения на уровне центра тяжести арматуры площадью сечения  $A_{s2}$  в сжатой зоне сечения; определяют по формуле

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\varepsilon_{cc}}{\xi} \cdot \left(1 - \frac{c_1}{d}\right); \tag{2.4}$$

 $\varepsilon_{cc}$  – относительная деформация крайнего сжатого волокна бетона;

 $\alpha_c$  — относительное продольное усилие, воспринимаемое бетоном сжатой зоны; определяют по формуле

$$\alpha_c = \omega_c \xi = \frac{F_{cc}}{f_{cd}bd}; \tag{2.5}$$

 $\omega_c$  — коэффициент полноты эпюры напряжений в бетоне сжатой зоны; определяется по таблице В.1 [2, приложение Д, таблицы Д.1].

Проверку предельного состояния несущей способности изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения при  $\xi > \xi_{\text{lim}}$  (область деформирования сечения 3а согласно рисунку 2.1) производят из условия  $M_{Ed} \leq M_{Rd}$ .

При этом относительную высоту сжатой зоны бетона  $\xi$  определяют из условия равновесия продольных сил:

$$k_{s1}f_{yd}A_{s1} = \alpha_c f_{cd}bd + k_{s2}f_{yd}A_{s2}, \qquad (2.6)$$

где  $k_{s1}$  – коэффициент, характеризующий уровень напряжений в арматуре площадью сечения  $A_{s1}$ ; определяют по формуле

$$k_{s2} = \frac{\mathcal{E}_{s1}}{\mathcal{E}_{sy}} \le 1,0; \tag{2.7}$$

 $\varepsilon_{s1}$  — относительная деформация сечения на уровне центра тяжести арматуры площадью сечения  $A_{s1}$ ; определяют по формуле

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\xi} \cdot (1 - \xi) \text{ при } \xi \le \beta_h = \frac{h}{d}. \tag{2.8}$$

Таким образом, для прямоугольного сечения определение площади сжатой арматуры (при  $\xi > \xi_{\text{lim}}$ ) и растянутой арматур определяются соответственно по формулам

$$A_{s2} = \frac{M_{Ed} - \alpha_{m.\lim} f_{cd} b d^{2}}{k_{s2} f_{yd} (d - c_{1})};$$
(2.9)

$$A_{s1} = \frac{\omega_c \xi f_{cd} bd + k_{s2} f_{yd} A_{s2}}{k_{s1} f_{yd}}.$$
 (2.10)

Коэффициент  $\alpha_m$  при наличии сжатой арматуры, установленной по расчету:

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed} - k_{s2} f_{yd} A_{s2} (d - c_1)}{f_{cd} b d^2}.$$
 (2.11)

Правила геометрической идеализации тавровых сечений, относящиеся главным образом к назначению эффективной ширины полки  $b_{eff}$  (или  $b'_f$ ), изложены в [2, п. 5.5.2]. При расчете железобетонных элементов, имеющих тавровое сечение с полкой в сжатой зоне, принято рассматривать два расчетных случая в зависимости от положения нейтральной оси:

- при  $x_{eff} \le h'_f$  или  $\xi \le h'_f/d$  нейтральная ось располагается в пределах полки, тогда к расчету принимают прямоугольное сечение с размерами  $b'_f \times h$ . Это вытекает из принятого допущения о том, что сопротивление бетона растянутой зоны в расчете не учитывается;
- при  $x_{eff} > h'_f$  или  $\xi > h'_f/d$  нейтральная ось располагается нейтральная ось располагается вне полки и пересекает ребро таврового сечения. В этом случае сжатая зона имеет сложную форму, включая и часть ребра.

При расчете тавровых сечений имеют место несколько расчетных ситуаций, связанных с различным очертанием эпюры напряжений в сжатой полке.

В сечении тавровой балки могут иметь место три расчетные ситуации, соответствующие принятым областями деформирования 1а, 16 или 2. При этом характер распределения сжимающих напряжений зависит от относительной толщины полки  $h'_f/d$  и относительной высоты сжатой зоны  $\xi$ . Расчетный случай, когда нейтральная ось проходит в полке сечения, соответствует случаю расчета прямоугольных сечений с шириной сжатой зоны  $b = b'_f$ .

Если нейтральная ось располагается в ребре, очертание эпюры сжимающих напряжений в полке таврового сечения может быть криволинейным. Эпюра напряжений в полке может быть представлена частью параболы, состоять из

прямоугольника и фрагмента полной параболы или иметь вид прямоугольника.

Как и в первом случае решение следует искать в областях деформирования 1а, 1б и 2. Общее решение для этого случая может быть получено при использовании принципа суперпозиции двух взаимно дополняющих схем сечения: сечение разбивается на участки прямоугольной формы аналогично тому, как показано на рисунке 1.6.

Основные зависимости для расчета железобетонных элементов таврового сечения с использованием параболически-линейной диаграммы деформирования бетона, полученные интегрированием исходных уравнений для случая, когда  $\xi > h'_f/d$  и элементы выполнены из бетона, имеющего класс по прочности на сжатие не более C50/60, представлены в [2, приложение Д, таблица Д.1], а также приведены в таблице В.1.

**Пример 1** — Прямоугольное сечение с размерами b = 300 мм, h = 600 мм, c = 50 мм,  $c_1 = 30$  мм. Бетон класса C25/30 ( $f_{ck} = 25$  МПа,  $f_{cd} = 16,67$  МПа). Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа,  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа). Изгибающий момент  $M_{Ed} = 700$  кН·м. Определить площадь растянутой арматуры.

Решение

Рабочая высота сжатой зоны бетона

$$d = h - c = 600 - 50 = 550$$
 mm.

Определяем значение относительного изгибающего момента  $\alpha_m$  в предположении, что  $\xi \leq \xi_{\rm lim}$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = \frac{700 \cdot 10^6}{16,67 \cdot 300 \cdot 550^2} = 0,463.$$

Граничная величина относительного момента  $\alpha_{m,\text{lim}} = 0,427$  (см. пример 1). Так как  $\alpha_m = 0,463 > \alpha_{m,\text{lim}} = 0,427$ , требуется установка сжатой арматуры по расчету.

Принимаем  $k_{s2} = 1$  (см. формулу (2.7)), что соответствует полному использованию сжатой арматуры. Тогда требуемая площадь арматуры в сжатой зоне определяется из условия (2.6) по формуле (2.3):

$$A_{sc} = \frac{M_{Ed} - \alpha_{m, \lim} f_{cd} b d^2}{k_{s2} f_{vd} (d - c_1)} = \frac{700 \cdot 10^6 - 0,417 \cdot 16,67 \cdot 300 \cdot 550^2}{1 \cdot 435 \cdot (550 - 30)} = 305,8 \text{ mm}^2.$$

Принимаем два стержня диаметром 14 мм с общей площадью  $A_{s2} = 308$  мм<sup>2</sup> (см. таблицу Б.1).

Определяем величину относительного изгибающего момента, воспринимаемого сжатой зоной бетона:

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed} - k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1)}{f_{cd} b d^2} = \frac{700 \cdot 10^6 - 1 \cdot 435 \cdot 308 \cdot (550 - 30)}{16,67 \cdot 300 \cdot 550^2} = 0,4167 < \alpha_{m, \text{lim}} = 0,417.$$

По таблице А.1 получаем, что при  $\alpha_m = 0.417$  деформированное состояние сечения соответствует области 2, т. е. растянутая арматура достигает предельных деформаций.

По таблице В.1 для области деформирования 2 определяем, что  $\varepsilon_{s1}=10$  ‰,  $\alpha_m=\frac{17}{21}\xi-\frac{33}{98}\xi^2\cdot$  Решая это квадратное уравнение, определяем  $\xi=0,747$ . Находим продольное относительное усилие (см. таблицу В.1):

$$\alpha_c = \frac{17}{21}\xi = \frac{17}{21} \cdot 0,747 = 0,608;$$
 
$$\varepsilon_{s2} = 3,5 \cdot \frac{\xi - c_1 \, / \, d}{\xi} = \frac{3,5 \cdot \left(0,747 - 30 \, / \, 550\right)}{0,747} = 3,24 \, \%_0;$$
 
$$k_{s1} = \frac{\varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{s1} \cdot 10^{-3}}{f_{yd} \, / \, E_s} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{435 \, / \left(2 \cdot 10^5\right)} = 4,59 > 1,0;$$
 принимаем  $k_{s1} = 1,0;$  
$$k_{s2} = \frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{s2} \cdot 10^{-3}}{f_{yd} \, / \, E_s} = \frac{3,24 \cdot 10^{-3}}{435 \, / \left(2 \cdot 10^5\right)} = 1,49 > 1,0;$$
 принимаем  $k_{s2} = 1,0.$ 

Требуемую площадь рабочей арматуры определяем по формуле (2.4):

$$A_{s1} = \frac{\alpha_c f_{cd} b d + k_{s2} f_{yd} A_{s2}}{k_{s1} f_{yd}} = \frac{0,608 \cdot 16,67 \cdot 550 \cdot 300 + 1 \cdot 435 \cdot 308}{1 \cdot 435} = 4152,4 \text{ mm}^2;$$

$$A_{st} = \frac{\xi \omega_c f_{cd} b d + k_{s2} f_{yd} A_{sc}}{f_{yd}} = \frac{0,565 \cdot 0,810 \cdot 16,67 \cdot 300 \cdot 650 + 1 \cdot 435 \cdot 226}{435} = 3644,9 \text{ mm}^2.$$

Принимаем два стержня диаметром 36 мм с  $A_s = 2036$  мм<sup>2</sup> и два стержня диаметром 32 мм с  $A_s = 1609$  мм<sup>2</sup>. Общая площадь рабочей арматуры составит  $A_{s1} = 2036 + 1609 = 3645$  мм<sup>2</sup>.

**Пример 2** — Тавровое сечение с размерами h = 400 мм,  $h'_f = 50$  мм,  $b'_f = 800$  мм,  $b_w = 200$  мм, d = 360 мм. Бетон нормального веса класса C25/30 ( $f_{ck} = 25$  МПа,  $f_{cd} = 16,67$  МПа), арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа). Момент, действующий в сечении,  $M_{Ed} = 130$  кН·м. Определить площадь растянутой арматуры.

#### Решение

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси.

Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения шириной  $b'_f$ :

$$\xi_f = \frac{h'_f}{d} = \frac{50}{360} = 0.139 < \xi_{\text{lim}} = 0.617.$$

По таблице А.1 устанавливаем, что сечение находится в стадии деформирования 1а.

По формулам из таблицы В.1 [2, таблица Д.1] находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сечения, расположенным в пределах высоты полки:

$$M'_{f} = \alpha_{m} f_{cd} b'_{f} d^{2} = \frac{1,25\xi^{2} (3\xi^{2} - 12\xi + 4)}{(1 - \xi)^{2}} f_{cd} b'_{f} d^{2} =$$

$$=\frac{1,25\cdot 0,139^2\cdot \left(3\cdot 0,139^2-12\cdot 0,139+4\right)}{\left(1-0,139\right)^2}\cdot 16,67\cdot 800\cdot 360^2\cdot 10^{-6}=134,6 \text{ kH}\cdot \text{m}.$$

Так как  $M_{Ed} = 130$  кН·м  $< M'_f = 134,6$  кН·м, нейтральная ось расположена в полке. Поэтому дальнейший расчет производим как для прямоугольного сечения шириной  $b'_f = 800$  мм с рабочей высотой d = 360 мм.

Определяем значение относительного момента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = \frac{130 \cdot 10^6}{16,67 \cdot 800 \cdot 360^2} = 0,075.$$

При  $\alpha_m = 0.075$  по таблице А.1 находим величину  $\eta_u = 0.951$ . Тогда требуемая площадь рабочей арматуры

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{rd}\eta d} = \frac{130 \cdot 10^6}{435 \cdot 0,951 \cdot 360} = 872,9 \text{ mm}^2.$$

Принимаем два стержня диаметром 25 мм с  $A_{s1} = 982$  мм<sup>2</sup>.

#### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 300$  мм, h = 700 мм. Бетон нормального веса класса C216/20. Арматура класса S500 (стержневая). Изгибающий момент  $M_{Ed}$ , действующий в сечении, равен 170 кН·м. Требуется определить площадь продольной арматуры.

- **Задача 2.** Прямоугольное сечение размерами  $b_w = 300$  мм, h = 700 мм,  $c = c_1 = 30$  мм. Бетон нормального веса класса C25/30. Арматура класса S500. Площадь растянутой продольной арматуры  $A_{s1} = 32,17$  см² (4Ø32), сжатой  $A_{s2} = 3,39$  см² (3Ø12). Изгибающий момент  $M_{Ed} = 600$  кH·м. Требуется проверить прочность сечения.
- *Задача 3.* Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 200$  мм, h = 500 мм. Бетон нормального веса класса C20/25, арматура класса S500. Изгибающий момент  $M_{Ed} = 220$  кH·м. Требуется определить площадь сечения арматуры.
- **Задачи 4.** Балка прямоугольного сечения с размерами  $b_w = 300$  мм, h = 500 мм, Бетон нормального веса класса C20/25. Арматура класса S500. Площадь растянутой арматуры  $A_{s1} = 804$  мм² (четыре стержня диаметром 16 мм класса S500). Изгибающий момент  $M_{Ed} = 100$  кH·м. Арматура в сжатой зоне сечения установлена по конструктивным соображениям. Требуется проверить прочность сечения.

#### Список литературы

- 1 Основы проектирования строительных конструкций: CH 2.01.01-2022. Введ. 23.11.2022 (взамен CH 2.01.01-2019). Минск: Минстройархитектуры, 2022. 65 с.
- 2 Бетонные и железобетонные конструкции: СП 5.03.01–2020. Переиздание (март 2022 г.) с Изменением № 1 (введено в действие с 20.05.2022 постановлением Минстройархитектуры от 15.03.2022 № 33). Введ. 16.09.2020 (с отменой СНиП 2.03.01–84 и СНБ 5.03.01–02). Минск: Минстройархитектуры, 2020. 244 с.
- 3 Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования: курс лекций / Под ред. Т. М. Пецольда, В. В. Тура. Брест: БГТУ, 2003. 380 с.
- 4 Арматура ненапрягаемая для железобетонных конструкций. Технические условия: СТБ 1704—2012. Переиздание (август 2021 г.) с Изменением № 1 (введено в действие с 01.08.2019 постановлением Госстандарта Республики Беларусь от 08.04.2019 № 24), Поправками (ИУ ТНПА № 3—2013, ИУ ТНПА № 2—2020). Введ. 01.01.2013 (взамен СТБ 1704—2006). Минск: Минстройархитектуры, 2010. 23 с.
- 5 Арматура напрягаемая для железобетонных конструкций. Технические условия: СТБ 1706–2006\*. Переиздание с Изменением № 1 (введено в действие с 01.01.2008 постановлением Госстандарта РБ № 61 от 29.11.2007), Изменением № 2 (введено в действие с 01.12.2008 постановлением Госстандарта РБ № 43 от 29.08.2008), Изменением № 3 (введено в действие с 01.04.2012 постановлением Госстандарта РБ № 94 от 22.12.2011). Введ. 01.04.2007; в части 5.5, 5.6,

- 6.2, 7.12-01.01.2010 (с отменой ГОСТ 10884-94 в части арматуры классов Aт800 и Aт1200). Минск: Минстройархитектуры, 2007.-13 с.
- **Тур, В. В.** Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В. В. Тур, А. А. Кондратчик. Брест: БГТУ, 2000. 400 с.
- **Байков, В. Н**. Железобетонные конструкции. Общий курс / В. Н. Байков, Э. Е. Сигалов. М.: Стройиздат, 1985. 767 с.
- **Голышев, А. Б.** Проектирование железобетонных конструкций: справ. пособие / А. Б. Голышев. Киев: Будівельнык, 1990. 496 с.
- 9 Д**розд, Я. Н.** Предварительно-напряженные железобетонные конструкции / Я. Н. Дрозд, Г. П. Пастушков. Минск: Выш. шк., 1984. 250 с.
- **Попов, Н. Н.** Проектирование и расчет железобетонных и каменных конструкций / Н. Н. Попов, А. В. Забегаев. М.: Высш. шк., 1989. 320 с.

# Приложение А (справочное)

Таблица А.1 – Значения ξ, ηu, αm при проверке предельных состояний несущей способности для практического расчета изгибаемых элементов симметричного сечения (бетон классов по прочности на сжатие С12/15...С50/60) [6, таблица 6.7]

		Коэфф	Коэффициент		Относ	Относительная деформация, ‰	,		Коэфф	Коэффициент		Отност	Относительная деформация, ‰
Ооласть деформирования	$\xi = x/d$	$ \alpha_c = 0 $ $ \alpha_c = 0 $ $ \alpha_c = 0 $	$\mu_u = \frac{1}{2}$	$\alpha_m = \alpha_c \eta_u$	сжатия в бетоне $\varepsilon_c(+)$	растяжения в арматуре $\epsilon_{s1}$ (+)	Ооласть деформирования	$\xi = x/d$	$\alpha_c = 0$ $\alpha_c = 0$	p/z = p/z	$\alpha_m = \alpha_c \eta_u$	$\varepsilon$ жатия в бетоне $\varepsilon_c(+)$	$c$ жатия в растяжения $6$ етоне в арматуре $c_c(+)$ $c_{s1}(+)$
1	2	3	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14
Область 1а	0,02	0,002 0,993		0,002	0,20	10,0	Область 2	0,42	0,340	0,825	0,281	3,50	4,83
	0,04	986'0 800'0	986,0	0,008	0,42	10,0		0,44	0,356 0,817	0,817	0,291	3,50	4,45
	90,0	0,017	0,017 0,979	0,017	0,64	10,0		0,46	0,372	608'0	0,301	3,50	4,11
	0,08		0,030 0,972	0,029	0,87	10,0		0,48	0,388	0,800	0,311	3,50	3,79
	0,10	0,045	0,045 0,965	0,044	1,11	10,0		0,50	0,405	0,792	0,321	3,50	3,50
	0,12		0,063 0,957	0,061	1,36	10,0		0,52	0,421	0,784	0,330	3,50	3,23
	0,14	0,083	0,949	0,079	1,63	10,0		0,54	0,437	0,775	0,339	3,50	2,98
	0,16	0,104   0,940	0,940	0,098	1,90	10,0		0,56	0,453	0,767	0,348	3,50	2,75
Верхний предел	0,167	0,167 0,111 0,938	0,938	0,104	2,00	10,0		0,58	0,469	0,759	0,356	3,50	2,53
mi Hionico McH	(			1				_					
Область 16	0,18	0,125 0,931	0,931	0,117	2,20	10,0		0,00	0,486	0,750	0,364	3,50	2,33
	0,20		0,147   0,922	0,135	2,50	10,0	Граничное значе-	0,627	0,508	0,739	0,375	3,50	2,085
	0,22	0,168	0,168 0,912	0,153	2,82	10,0	ние для области 2	0,617	$0,500 \mid 0,743$		0,372	3,50	2,175
	0,24	0,24 0,189 0,902	0,902	0,171	3,16	10,0	при арматуре S500						

Окончание таблицы А.1

3		\$	9	7	8	1	2	3	4	5	9
0,259   0,211   0,892   0,187   3,50	0,187	3,5(	0	10,0	Область 2 при	99,0	0,540	0,722	0,390	3,50	1,75
					арматуре S240,	0,68	0,550	0,717	0,395	3,50	1,65
0,26 0,212 0,892 0,188 3,50	0,188	3,50		9,96	область 3 при	0,70	0,567	0,709	0,402	3,50	1,50
0,28   0,227   0,884   0,200   3,50	0,200	3,50		9,00	арматуре S500	0,72	0,583	0,701	0,408	3,50	1,36
0,30   0,243   0,875   0,213   3,50	0,213	3,5(	0	8,17		0,74	0,599	0,692	0,415	3,50	1,23
0,32   0,259   0,867   0,225   3,50	0,225	3,5(	(	7,44		0,76	0,615	0,684	0,421	3,50	1,11
0,34   0,275   0,859   0,236   3,50	0,236	3,5	0	6,79	Граничное значе-	0,769	0,622	0,680	0,423	3,50	1,05
0,36   0,291   0,850   0,248   3,50	0,248	3,5(	(	6,22	ние для арматуры						
0,38   0,308   0,842   0,259   3,50	0,259	3,5(	0	5,71	S240						
0,40   0,324   0,834   0,270   3,50	0,270	3,5(	(	5,25							
0,769 0,622 0,680 0,423 3,50	0,423	3,50		1,05	Область 3 при	96,0	7777 96,0	0,601 0,467	0,467	3,50	0,15
					арматуре S240, область 3 при						
0,78 0,631 0,675 0,426 3,50	0,426	3,50		0,99	арматуре S500	86,0	0,793	0,592	0,470	3,50	0,07
0,80   0,648   0,667   0,432   3,50	0,432	3,50		0,87		1,00	0,810	0,584	0,473	3,50	0,00
0,82   0,664   0,659   0,437   3,50	0,437	3,50		0,77		1,02	0,826	0,576	0,476	3,50	-0.07
0,84   0,680   0,651   0,442   3,50	0,442	3,50		0,67		1,04	0,842	0,568	0,478	3,50	-0,13
0,86   0,696   0,642   0,447   3,50	0,447	3,50		0,57		1,06	0,858	0,560	0,480	3,50	-0.20
0,88   0,712   0,634   0,452   3,50	0,452	3,50		0,48		1,08	0,874	0,550	0,481	3,50	-0.26
0,90   0,729   0,626   0,456   3,50	0,456	3,50		0,39		1,10	0,890	0,543	0,483	3,50	-0.32
0,92   0,745   0,617   0,460   3,50	0,460	3,5(	(	0,30		1,12	0,907	0,534	0,484	3,50	-0.38
0,94   0,761   0,609   0,463   3,50	0,463	3,50		0,22		1,14	0,923	0,525	0,485	3,50	-0,43

# Приложение Б (справочное)

 Таблица Б.1 – Сортамент арматурных стержней согласно СТБ 1704–2012 [4], СТБ 1706–2006 [5]

0.	C													
(иаметр ассов	S800					+	+	+	+	+				
Выпускаемый диаметр для сталей классов	S500	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Выпус для с	S240			+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Масса 1 п. м,	KT	060,0	0,139	0,222	568,0	719,0	888'0	1,208	1,578	2,466	3,853	4,834	6,313	9,864
Площадь поперечного сечения, мм², при числе стержней	6	113	<i>LL</i> 1	255	453	<i>L</i> 0 <i>L</i>	8101	1385	0181	8282	4418	5542	7238	11309
	8	101	151	226	405	879	506	1231	108	2514	2362	4926	6434	10053
	L	88	137	861	352	055	79 <i>Z</i>	1077	1407	2199	3436	4310	9630	9628
	9	92	811	170	302	471	629	923	1206	1885	2945	<b>369</b> ε	4825	7540
ечения, м	5	63	86	142	122	868	595	692	1005	1571	2454	6L0E	4021	6283
Площадь поперечного	4	50	62	113	201	314	452	616	804	1256	1963	2463	3217	5026
	3	38	65	58	121	236	688	462	809	941	1473	1847	2413	3770
	2	25	68	25	101	151	977	808	402	879	786	1232	1608	2513
	1	12,6	9,61	28,3	50,3	2,87	113,1	153,9	201,1	314,2	6,064	615,8	804,2	1256
Номинальный	диаметр, мм	4	5	9	8	10	12	14	16	20	25	28	32	40

Таблица Б.2 – Соотношения между диаметрами свариваемых стержней в сварных сетках и каркасах, изготовляемых с помощью точечной

Диаметр стержня одного направления, мм	10	12	14	16	20	25	28	32	40
Наименьший допустимый диаметр стержня другого направления, мм	4	4	4	4	5	8	8	8	10

# Приложение В (справочное)

Таблица В.1 - Основные зависимости для расчета железобетонных элементов прямоугольного сечения по упрощенному методу с использованием параболически-линейной диаграммы деформирования бетона

30HbI	Относительный момент $\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}$	$\frac{1,25\xi^{2}\left(3\xi^{2}-12\xi+4\right)}{\left(1-\xi\right)^{2}}$	$1,14\xi-0,57\xi^2-0,07$	$\frac{17}{21}\xi - \frac{33}{98}\xi^2$	$\frac{17}{21}\xi - \frac{33}{98}\xi^2$	$\beta_h \left[ 1 - \frac{\beta_h}{2} - p_4 \left( \frac{4}{21} - \frac{8}{49} \beta_h \right) \right]$
Параметры усилия в бетоне сжатой зоны	Относительное плечо $\mathfrak{n}_u = z / d$	$\frac{3\xi^2 - 12\xi + 4}{4\left(1 - \frac{8}{3}\xi\right)}$	$1 - \frac{8,55\xi^2 - 1,1\xi + 0,05}{16\xi - 1}$	$1 - \frac{99}{238} \xi$	$1 - \frac{99}{238} \xi$	$1 - \frac{\beta_h}{2} \cdot \frac{1 - p_4 \frac{16}{49}}{1 - p_4 \frac{4}{21}}$
аметры усилия	Othocatella- Hoe ycaine $\alpha_c = \omega_c \xi = \frac{F_{cc}}{f_{cd}bd}$	$\frac{5\xi^2\left(1-\frac{8}{3}\xi\right)}{\left(1-\xi\right)^2}$	$\frac{16\xi - 1}{15}$	$\frac{17}{21}\xi$	$\frac{17}{21}\xi$	$\beta_h\left(1-p_4\frac{4}{21}\right)$
Пар	Коэффициент полноты эпюры напряжений $\omega_c$	$\frac{5\xi\left(1-\frac{8}{3}\xi\right)}{\left(1-\xi\right)^{2}}$	$\frac{16-\xi}{15\xi}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{17}{21}$	$1-p_4\frac{4}{21},$ где $p_4=\left(rac{4eta_h}{7\xi-3eta_h} ight)$
	ОТНОСИ- ТЕЛЬНАЯ ДС- формация Сжатой ар- матуры ε <sub>5</sub> 2,	$10^{\frac{\xi-c_1/d}{1-\xi}}$	$10\frac{\xi-c_1/d}{1-\xi}$	$3,5\frac{\xi-c_1/d}{\xi}$	$3,5\frac{\xi-c_1/d}{\xi}$	$\frac{14\left(\xi - \frac{c_1}{d}\right)}{7\xi - 3\beta_h}$
Относи-	тельная деформа- ция рас- тянутой арматуры ε <sub>s1</sub> , %0	10	10	$3.5\frac{1-\xi}{\xi}$	$3.5\frac{1-\xi}{\xi}$	$\frac{14\left(\xi-1\right)}{7\xi-3\beta_{h}}$
Напряже-	ния $\sigma_c$ крайнего           сжатого           волокна           бетона           при $\varepsilon$ , %	$f_{cd} arepsilon_c \left( 1 - rac{arepsilon_c}{4}  ight)$	fcd	fcd	$f_{cd}$	$f_{cd}$
Относи-	тельная деформация крайнего сжатого волокна белона с. %	$\frac{10}{1-5}$	$10\frac{\xi}{1-\xi}$	3,5	3,5	14ξ 7ξ – 3β <sub>h</sub>
T	Диапазон изменения от- носительной высоты сжа- той зоны ξ	$\xi \leq \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} < \xi \le \frac{7}{27}$	$\frac{7}{27} < \xi \le \frac{7}{2\epsilon_{sy} + 7}$	$\frac{7}{2\varepsilon_{sy}+7}<\xi\leq\beta_{h}$	ξ>β,
	Ста-	Ia	Ib	П	III	VI
	-					-