

УДК 533.6

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ  
ДИНАМИЧЕСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. А. ЖУРОВА

Научный руководитель А. А. РОМАНЕНКО, канд. физ.-мат. наук, доц.  
Белорусско-Российский университет  
Могилев, Беларусь

При ламинарном обтекании вязкой жидкости клинообразных тел образуется динамический пограничный слой, который определяется на основе решения нелинейной сингулярной краевой задачи

$$f''' = -((m+1)/2) f f'' + m(f'^2 - 1); \quad (1)$$

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \quad (2)$$

где  $f(\eta)$  – безразмерная функция;  $\eta$  – безразмерная переменная;  $m$  – параметр, характеризующий скорость внешнего течения, при этом  $m \in [0,1]$ . Задача (1), (2) не имеет точного аналитического решения. Ее решение получают численными конечно-разностными методами, что достаточно трудоемко.

В данной работе решение задачи (1), (2) получено как решение задачи Коши методом Рунге – Кутта, для реализации которого требуется знание  $f''(0, m)$ . Для конкретных  $m$  значения  $f''(0, m)$  найдены методом подбора с выполнением условия  $f'(\infty, m) = 1 \pm \varepsilon$  ( $\varepsilon$  – наперед заданная погрешность). Однако поиск  $f''(0, m)$  методом подбора представляет собой достаточно кропотливую работу, что неприемлемо для инженерных экспресс-расчетов при других значениях  $m$  из непрерывного промежутка  $m \in [0,1]$ . В этой связи по 11 найденным значениям  $f''(0, m)$  с помощью регрессионного анализа построен оптимальный аппроксимационный полином

$$f''(0, m) = \sum_{n=0}^7 a_n m^n, \quad (3)$$

который позволяет вычислить  $f''(0, m)$  для любого  $m$  из промежутка  $m \in [0,1]$ .

В табл. 1 приведены значения  $f''(0, m)$ , найденные методом подбора и рассчитанные на основании (3) в узлах аппроксимации.

Табл. 1. Значения функции  $f''(0, m)$

$m$	0	0,0526	0,111	0,176	0,25	0,333	0,428	0,538	0,666	0,818	1,0
$f''(0, m)$ подбор	0,33205	0,425880	0,511842	0,594210	0,675479	0,757448	0,841635	0,929513	1,022660	1,122919	1,232588
$f''(0, m)$ по (3)	0,33207	0,425797	0,512046	0,593948	0,675651	0,757420	0,841592	0,929549	1,022674	1,122922	1,232587

Решение задачи (1), (2) с помощью полинома (3) показало приемлемость полученных коэффициентов полинома для инженерных экспресс-расчетов.