

МАШИНОСТРОЕНИЕ

DOI: 10.24412/2077-8481-2025-4-5-13

УДК 539.3:004

И. М. КУЗМЕНКО, канд. техн. наук, доц.

И. Д. БОЧКАРЕВ

М. О. КУЗМЕНКО

Е. П. САМОЙЛОВ

Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ВНЕЦЕНТРЕННО НАГРУЖАЕМЫХ 3D-МОДЕЛЕЙ СТЕРЖНЕЙ

Аннотация

Представлены результаты исследования напряженно-деформированного состояния моделей стержня при их внецентренном нагружении.

Ключевые слова:

визуализация, стержень, 3D-модель, внецентренное нагружение, поперечное сечение, деформации, нормальные напряжения, эпюра напряжений, нейтральная ось.

Для цитирования:

Визуализация особенностей деформирования внецентренно нагруженных 3D-моделей стержней / И. М. Кузменко, И. Д. Бочкарев, М. О. Кузменко, Е. П. Самойлов // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2025. – № 4 (89). – С. 5–13.

Введение

В машиностроении и строительстве широкое применение находят конструктивные элементы в виде бруса (стержень, балка, вал). Такие элементы во многих случаях работают в условиях сложного нагружения, вызванного действием нескольких силовых факторов. В частности, если приложена внешняя сила вне центра тяжести поперечного сечения бруса, в этом сечении одновременно действуют продольная сила N (растягивающая или сжимающая) и изгибающие моменты M [1]. Такой вид нагружения бруса в механике материалов (сопротивлении материалов) называется внецентренным растяжением или сжатием.

Изучая дисциплины «Механика

материалов», «Сопротивление материалов» и «Механика материалов и конструкций», студенты технических специальностей испытывают определенные сложности при рассмотрении теории и решении задач по расчету стержней на внецентренное нагружение. Они связаны с трудностями наглядного представления особенностей восприятия бруском прикладываемой нагрузки и картиной его деформированного состояния.

Для активизации восприятия обучающимися учебной информации в педагогике используется принцип наглядности – метод визуализации информации в виде схем, рисунков, таблиц, т. е. процесс представления данных в виде изображения. Визуализация на учебных занятиях особенностей внецентренного нагружения стержня и его

напряженно-деформированного состояния позволит расширить кругозор учащихся при рассмотрении сложных видов нагружения.

Повысить эффективность метода визуализации возможно путем применения современных компьютерных технологий и использования материалов аддитивного синтеза при изготовлении образцов на основе трехмерных технологий (FFF-печать) [2, 3].

Аддитивные технологии, как перспективное направление совершенствования производства изделий различного назначения, широко используются с применением компьютерного моделирования. Для принятия оптимальных инженерных решений при проектировании изделий создаются их модели, а затем анализируются эксплуатационные и другие свойства. Один из важных этапов моделирования – прототипирование модели с целью создания функциональных прототипов изделия. Прототипирование [4] позволяет анализировать напряженно-деформированное состояние проектируемого образца на разных этапах разработки его конструктивной формы. Для этого в среде САПР SolidWorks разрабатывается исходная трехмерная модель – CAD-модель.

Затем, с применением аддитивных технологий, изготавливаются образцы,

которые исследуются с учетом их нагружения внешними нагрузками. В дальнейшем, изменяя компьютерную модель образца (варьируя форму, размеры и материалы изделия), можно создавать различные физические модели.

Основная часть

Исследования выполнялись на моделях из ABS-пластика. Механические свойства при растяжении образцов по ГОСТ1126–2017 (рис. 1) из полимера ABS, полученные по технологии FFF-печати, определены в [5], где приведены средние значения предела прочности материала ($\sigma_{pm} = 37,8$ МПа), условного предела текучести ($\sigma_{ptm} = 35,2$ МПа) и модуля упругости при растяжении ($E_p = 627,4$ МПа). В то же время веб-портал материалов в САПР SolidWorks для сплошного (литого) ABS-пластика указывает значения $\sigma_{pm} = 30$ МПа и $E_p = 2000$ МПа. Расхождения в показателях механических свойств, согласно [5], связаны с влиянием неравномерности структуры поперечного сечения напечатанных образцов, а также режимов печати. Поэтому в настоящих исследованиях приняты свойства материала по данным веб-портала, т. к. исследования моделей выполнялись только в САПР SolidWorks.

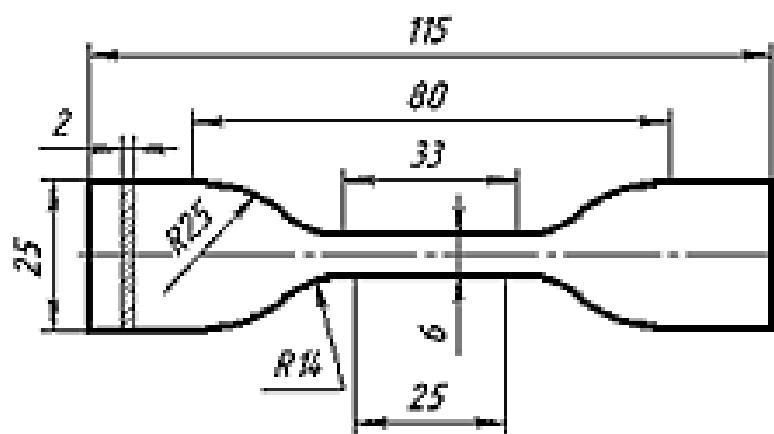


Рис. 1. Стандартный образец из пластика для испытаний на растяжение

На основе рекомендаций [2, 3] и прототипирования 3D-моделей стержня [6] проведены оценочные и оптимизационные исследования образцов, получаемых на основе технологий аддитивного синтеза.

Базовая модель – стержень высотой 50 мм из исследуемого материала

(пластик ABS) квадратного сечения со сторонами 30 мм, который нагружается осевой растягивающей силой F , т. е. подвергается центральному растяжению. Исследовалась также модель стержня, ослабленного пазами [7], расположеннымими симметрично относительно продольной оси Y (рис. 2, а).

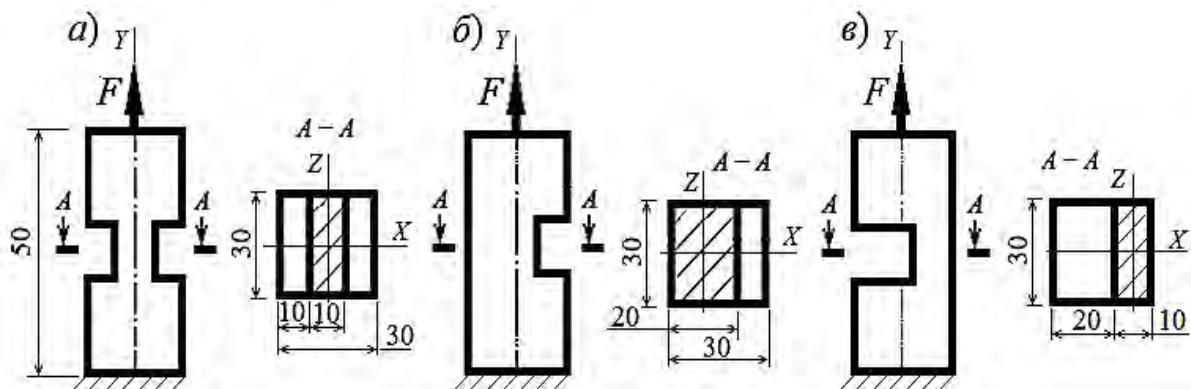


Рис. 2. Модели стержней, ослабленных пазами

Внецентренное нагружение моделировали, выполняя пазы различной глубины (рис. 2, б, в).

Величина силы F должна приниматься такой, чтобы напряжения по направлению продольной оси стержня не превышали предела пропорциональности материала $\sigma_{n\mu}$. Для проведения инженерного анализа моделей стержня в САПР SolidWorks принято значение предела пропорциональности полимера ABS $\sigma_{n\mu} = 0,5 \sigma_{pm} = 15,0$ МПа. Тогда для сечения стержня, ослабленного двумя пазами (см. рис. 2, а), имеющего площадь поперечного сечения $A_{oc\lambda} = 300 \text{ mm}^2$, сила $F_{n\mu}$ при осевом растяжении или сжатии (по оси Y)

$$F_{n\mu} = \sigma_{n\mu} \cdot A_{oc\lambda} =$$

$$= 15 \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 10^{-6} = 4500 \text{ Н.}$$

Анализ напряженно-деформиро-

ванного состояния моделей с пазами выполняли при нагрузке $F_{раб} = 2800$ Н. При этой нагрузке будет обеспечиваться работа материала модели в упругой области. Кроме того, при принятой нагрузке $F_{раб}$ будут надежно проявляться особенности деформирования моделей при различных вариантах расположения пазов, а также мест расположения возможных дефектов в виде трещин.

Величина нормальных напряжений по оси Y при нагружении базовой модели (стержня сплошного квадратного поперечного сечения (без пазов) со стороной, равной 30 мм) осевой нагрузкой составит

$$\sigma_y = \frac{F_{раб}}{A_{cn\mu}} = \frac{2800}{900 \cdot 10^{-6}} = 3,11 \text{ МПа.}$$

Сечение стержня, ослабленного двумя пазами глубиной по 10 мм, расположенными симметрично относительно продольной оси стержня (см. рис. 2, а),

будет воспринимать действие нормальных напряжений при осевом растяжении

$$\sigma_y = \frac{F_{pab}}{A_{osl}} = \frac{2800}{300 \cdot 10^{-6}} = 9,33 \text{ МПа.}$$

На рис. 3 представлены результаты расчета напряжений σ_y для этой модели.

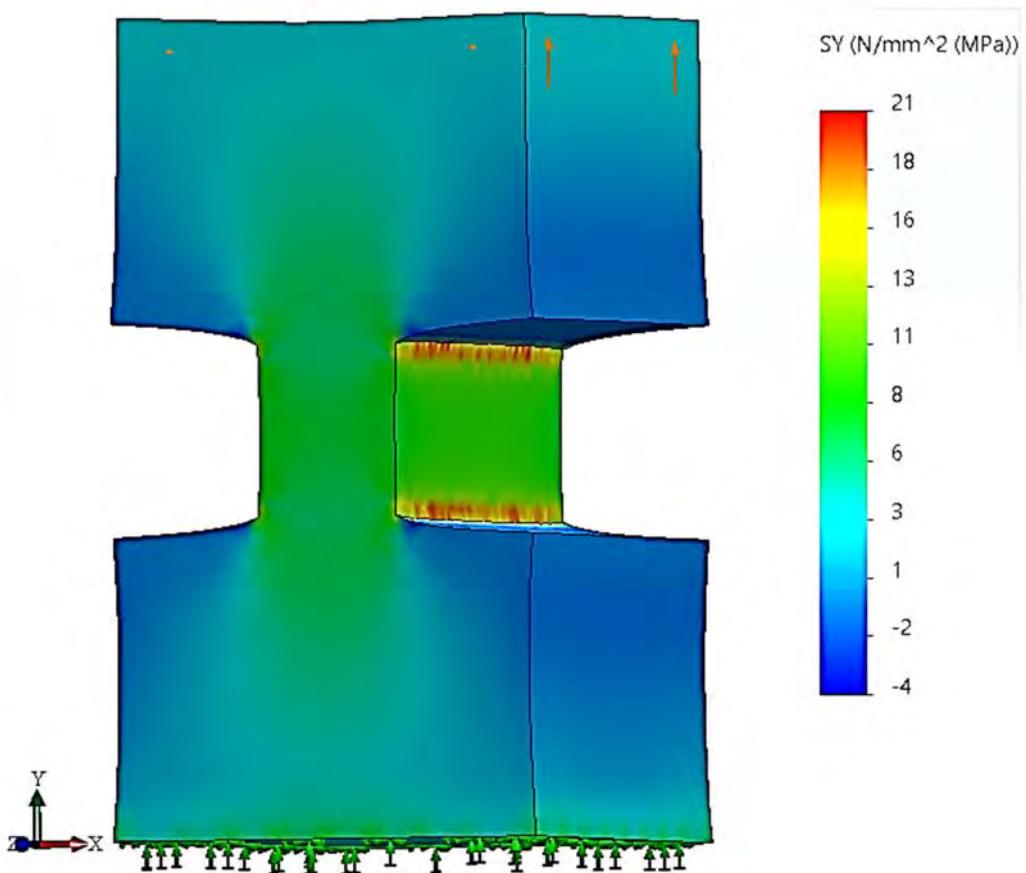


Рис. 3. Нормальные напряжения σ_y в поперечном сечении модели

Напряжения по всему поперечному сечению A_{osl} находятся в диапазоне 8...11 МПа.

Размеры моделей и глубина паза могут быть изменены в соответствии с задачами исследования.

Рассмотрим подробно расчет напряжений σ_y по формулам механики материалов для модели (см. рис. 2, б и 4). Сила к данной модели стержня приложена вдоль ее продольной оси Y : в поперечном сечении точка приложения этой силы обозначена F . Центр тяжести сечения, которое воспринимает нагружение, – точка C . Таким образом, сечение,

ослабленное пазом, нагружено внецентренно приложенной растягивающей нагрузкой.

При выполнении расчетов стержней на внецентрочное действие нагрузки используются зависимости [1].

Нормальные напряжения в поперечном сечении (см. рис. 4) по оси Y

$$\sigma_y = \pm \frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_p x}{i_z^2} + \frac{z_p z}{i_x^2} \right), \quad (1)$$

где x_p, z_p – координаты точки приложения силы; x, z – координаты точки

сечения, в которой определяются напряжения; i_z^2, i_x^2 – квадраты радиусов инерции сечения.

Положение нейтральной оси сече-

ния определяется отрезками a_x и a_z , которые эта ось отсекает на осях координат:

$$a_x = -\frac{i_z^2}{x_p}; \quad a_z = -\frac{i_x^2}{z_p}. \quad (2)$$

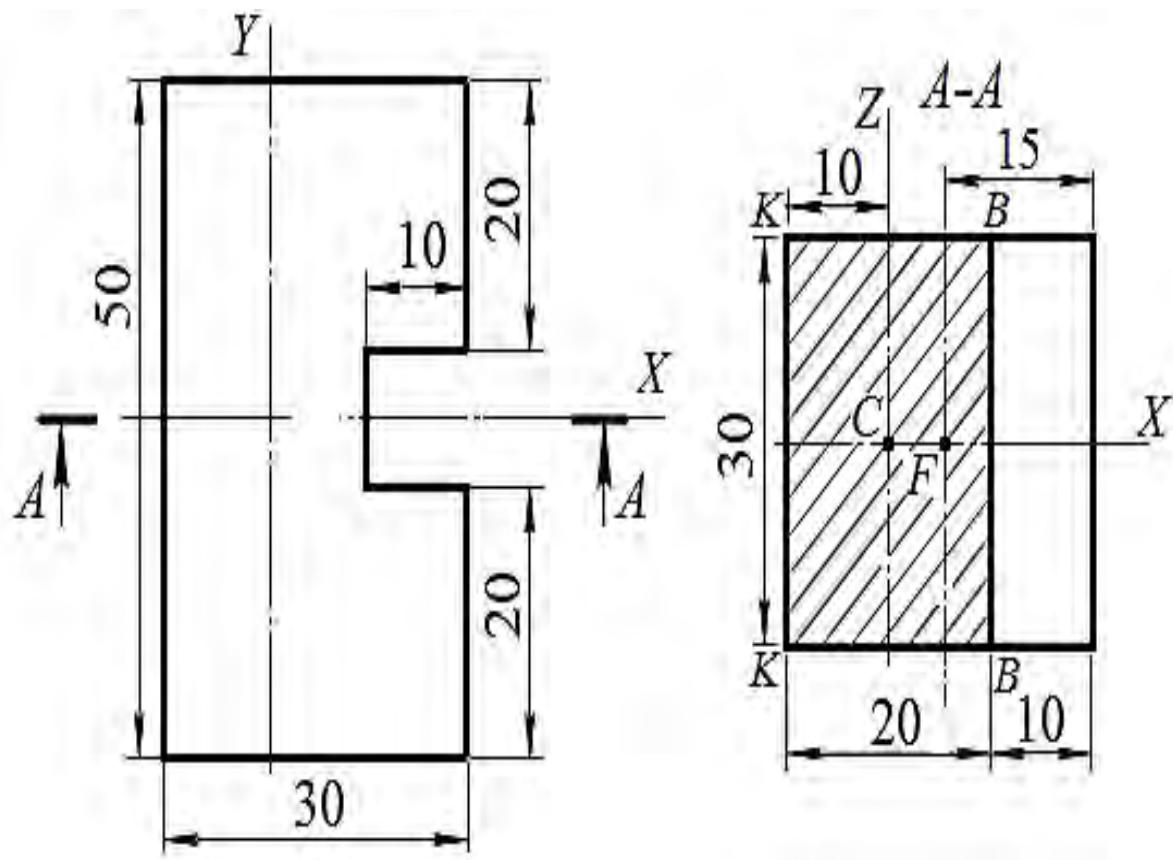


Рис. 4. Чертеж модели с пазом глубиной 10 мм

Рассматриваемая модель в области паза имеет площадь поперечного сечения, воспринимающего внешнюю нагрузку, $A = 600 \text{ мм}^2$ (см. рис. 4). Перед выражением (1) ставим знак плюс, т. к. сила F растягивающая, и подставляем значения координат и радиуса инерции сечения.

Отметим, что, в соответствии с принципом Сен-Венана, здесь и далее эти напряжения определяются по (1) без учета влияния концентрации напряжений.

Определяем напряжения по граням $B-B$ и $K-K$ этого сечения:

$$x_p = 5 \text{ мм}; \quad z_p = 0;$$

$$x_{B-B} = 10 \text{ мм}; \quad x_{K-K} = -10 \text{ мм};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 20^3}{12 \cdot 30 \cdot 20}} = 5,77 \text{ мм}.$$

$$\sigma_y^{B-B} = \frac{2800}{600 \cdot 10^{-6}} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{5 \cdot 10}{5,77^2} \right) = 11,68 \text{ МПа};$$

$$\sigma_y^{K-K} = \frac{2800}{600 \cdot 10^{-6}} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{5 \cdot (-10)}{5,77^2} \right) = -2,34 \text{ МПа.}$$

Отрезки a_x и a_z на осях координат, которые определяют положение нейтральной оси сечения (рис. 5), в соответствии с зависимостями (2),

$$a_x = -\frac{i_z^2}{x_p} = -\frac{5,77^2}{5} = -6,66 \text{ мм;}$$

$$a_z = -\frac{i_x^2}{z_p} = 0.$$

На этом же рисунке показана эпюра σ_y , построенная по результатам теоретического расчета по формуле (1).

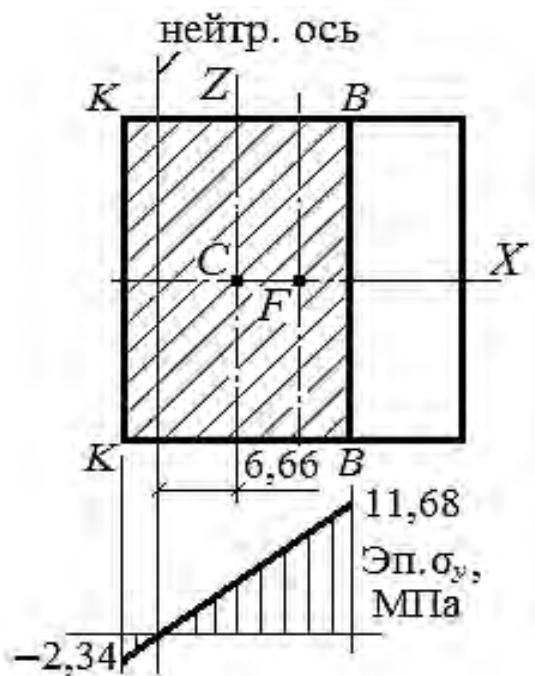


Рис. 5. Положение нейтральной оси и эпюра нормальных напряжений σ_y в поперечном сечении модели стержня с пазом 10 мм

Результаты исследования в среде САПР SolidWorks напряженно-деформированного состояния модели стержня с пазом глубиной 10 мм представлены на рис. 6.

На этом же рисунке также показаны зоны концентрации напряжений.

Далее рассмотрим модель с пазом глубиной 20 мм (см. рис. 2, в). Площадь поперечного сечения, воспринимающего внешнюю нагрузку, $A = 300 \text{ мм}^2$. В формулу (1) подставляем значения координат, входящих в эту формулу, и значение

радиуса инерции сечения.

Напряжения по граням $B-B$ и $K-K$ этого сечения

$$x_p = 10 \text{ мм}; z_p = 0;$$

$$x_{B-B} = 5 \text{ мм}; x_{K-K} = -5 \text{ мм};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 10^3}{12 \cdot 30 \cdot 10}} = 2,89 \text{ мм.}$$

$$\sigma_y^{B-B} = \frac{2800}{300 \cdot 10^{-6}} \left(1 + \frac{10 \cdot 5}{2,89^2} \right) = 65,31 \text{ МПа};$$

$$\sigma_y^{K-K} = \frac{2800}{600 \cdot 10^{-6}} \left(1 + \frac{10 \cdot (-5)}{2,89^2} \right) = -46,65 \text{ МПа}.$$

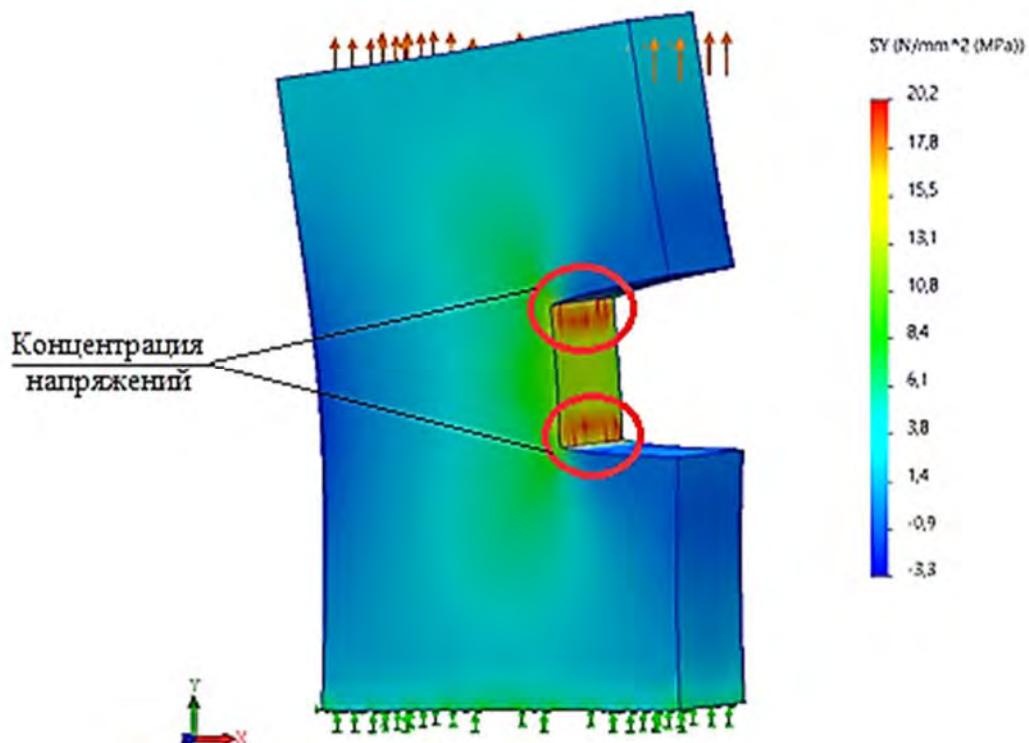


Рис. 6. Вид деформированной модели стержня с пазом глубиной 10 мм и распределение нормальных напряжений σ_y в поперечном сечении

Нейтральная ось сечения определяется отрезком a_x , который она отсекает на оси X :

$$a_x = -\frac{i_z^2}{x_p} = -\frac{2,89^2}{10} = -0,83 \text{ мм.}$$

На рис. 7 представлены трехмерная модель стержня, в соответствии с рис. 2, в, и распределение нормальных напряжений σ_y в поперечном сечении $A-A$ после нагружения этой модели в среде SolidWorks. Здесь также показаны зоны концентрации напряжений.

Для сравнения результатов расчета величины напряжений с результатами испытания 3D-моделей в САПР SolidWorks выполнено зондирование по ширине поперечного сечения каждой из рассмотренных моделей.

Определялись напряжения σ_y по направлению оси X в плоскости поперечного сечения, расположенной посередине высоты паза. Таким образом, снижалось влияние концентраторов напряжений на результаты измерения напряжений σ_y .

В табл. 1 приведены результаты определения нормальных напряжений σ_y

для моделей (см. рис. 2, *a–c*), полученные расчетом по формуле (1), значения этих напряжений, полученные зондированием в среде САПР SolidWorks, величины отрезков a_x , которыми опре-

деляется положение нейтральной оси поперечного сечения при внецентренном нагружении модели, а также погрешности Δ , %, определения исследованных параметров.

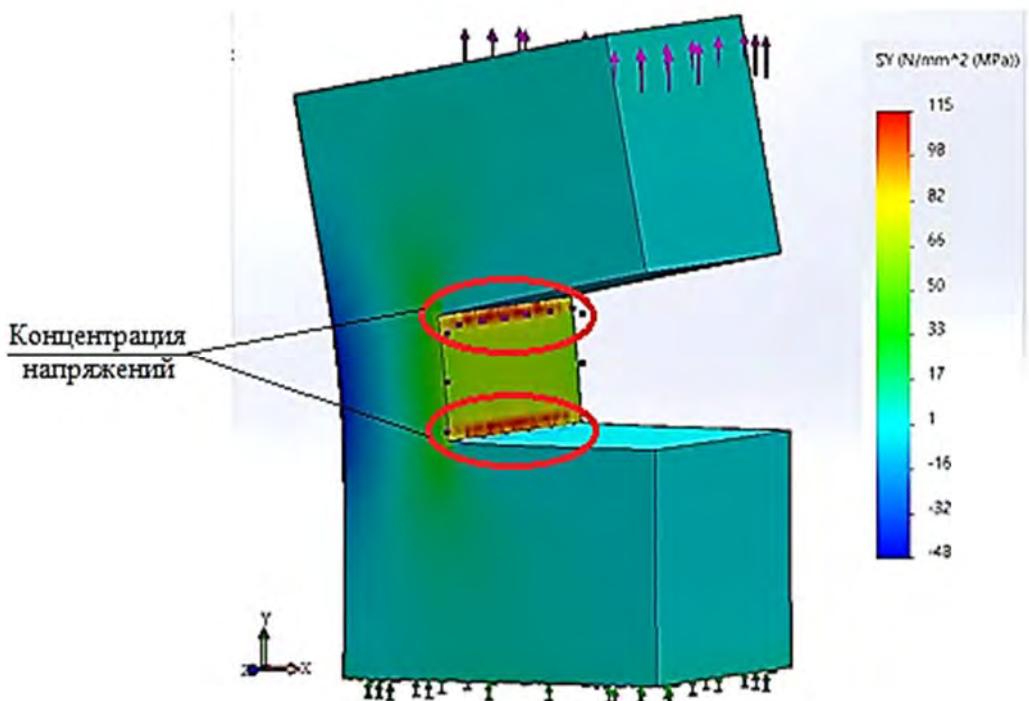


Рис. 7. Вид деформированной модели стержня с пазом глубиной 20 мм и распределение нормальных напряжений σ_y в поперечном сечении

Табл. 1. Напряжения σ_y , положение нейтральной оси (отрезок a_x) в поперечных сечениях моделей и погрешности Δ определения исследованных параметров

Вид модели в соответствии с рис. 2	σ_y на грани <i>B–B</i> , МПа			σ_y на грани <i>K–K</i> , МПа			a_x , мм		
	Расчет по (1)	SolidWorks	Δ , %	Расчет по (1)	SolidWorks	Δ , %	Расчет по (1)	SolidWorks	Δ , %
<i>a</i>	9,33	9,50	1,80	9,33	9,50	1,82	0	0	0
<i>b</i>	11,68	11,34	3,00	-2,34	-2,26	3,54	-6,66	-6,60	0,91
<i>c</i>	65,31	66,60	1,97	-46,65	-45,96	1,50	-0,83	-0,80	3,75

Выходы

1. Визуализация особенностей деформирования внецентренно нагруженных 3D-моделей бруса может быть использована при рассмотрении соответствующей темы на лекционных, практи-

ческих и лабораторных занятиях по дисциплине «Механика материалов», что позволит активизировать восприятие обучающимися учебной информации.

2. Представленные результаты исследования напряженно-деформированного состояния моделей с использова-

нием классических подходов сопротивления материалов и на основе компьютерного моделирования в среде САПР SolidWorks показали хорошую сходи-

мость анализируемых параметров. Погрешность не превышает допустимого для таких расчетов значения, равного 5 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузменко, И. М. Механика материалов : учеб. пособие : в 2 ч. / И. М. Кузменко. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2020. – Ч. 2. – 281 с.
2. Лукинских, С. В. Компьютерное моделирование и инженерный анализ в конструкторско-технологической подготовке производства: учеб. пособие / С. В. Лукинских. – Екатеринбург : Урал. ун-т, 2020. – 168 с.
3. Попковский, В. А. Компьютерное моделирование и инженерный анализ. Лабораторный практикум : учеб. пособие / В. А. Попковский. – Могилев: Бел.-Рос. ун-т, 2025. – 291 с.
4. Состояние и перспективы развития технологий быстрого прототипирования в промышленности / Л. А. Колесников, Г. П. Манжула, В. К. Шелег, А. М. Якимович // Наука и техника. – 2013. – № 6 (85). – С. 8–16.
5. Леонович, И. А. Исследование свойств ABS-пластика в образцах, полученных по технологии FFF-печати / И. А. Леонович, Д. Д. Адинцов // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2023. – № 1 (78). – С. 13–21.
6. Прототипирование 3D-моделей образцов из материалов аддитивного синтеза / И. Д. Бочкарев, М. О. Кузменко, Е. П. Самойлов, И. М. Кузменко // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2024. – С. 60–61.
7. Численный анализ напряженного состояния деталей, ослабленных пазами / И. Д. Бочкарев, М. О. Кузменко, Е. П. Самойлов, И. М. Кузменко // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2025. – С. 83–84.

Статья сдана в редакцию 15 сентября 2025 года

Контакты:

kuzmenko_im43@mail.ru (Кузменко Игорь Михайлович);
vaniabockarev@mail.ru (Бочкарев Иван Дмитриевич);
michael04Kous@mail.ru (Кузменко Михаил Олегович);
esamojlov642@mail.ru (Самойлов Егор Павлович).

I. M. KUZMENKO, I. D. BOCHKAREV, M. O. KUZMENKO, E. P. SAMOILOV

VISUALIZATION OF DEFORMATION FEATURES OF OFF-CENTER LOADED 3D ROD MODELS

Abstract

The results of an investigation of the stress-strain state of rod models under their off-center loading are presented.

Keywords:

visualization, rod, 3D-model, off-center loading, cross section, deformations, normal stresses, stress diagram, neutral axis.

For citation:

Visualization of deformation features of off-center loaded 3D rod models / I. M. Kuzmenko, I. D. Bochkarev, M. O. Kuzmenko, E. P. Samoilov // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2025. – № 4 (89). – P. 5–13.