

DOI: 10.24412/2077-8481-2025-4-59-67

УДК 621.9.042

В. М. ШЕМЕНКОВ¹, канд. техн. наук, доц.

С. Г. ПОЛТОРАЦКИЙ²

¹Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

²ООО «КомплексКАДБел» (Могилев, Беларусь)

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТРЕУГОЛЬНЫХ И ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ШЛИЦЕВЫХ ОТВЕРСТИЙ ОБКАТЫВАНИЕМ

Аннотация

Исследуются кинематические основы формирования треугольных и эвольвентных шлицевых отверстий методом обкатки с использованием специального осевого инструмента. Представлены математические модели траекторий движения центра инструмента, позволяющие точно программировать станки с ЧПУ для обработки сложных профилей. Разработанные параметрические уравнения описывают движение инструмента для формирования как треугольных, так и эвольвентных шлицевых отверстий. Метод демонстрирует высокую эффективность, точность и гибкость, что делает его перспективным для применения в машиностроении.

Ключевые слова:

кинематическое формообразование, обкатывание, треугольные отверстия, эвольвентные шлицы, траектория движения инструмента, параметрические уравнения, двуугольник, угловая скорость, математическое моделирование.

Для цитирования:

Шеменков, В. М. Кинематические основы формирования треугольных и эвольвентных шлицевых отверстий обкатыванием / В. М. Шеменков, С. Г. Полторацкий // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2025. – № 4 (89). – С. 59–67.

Введение

Современное машиностроение характеризуется возрастающими требованиями к функциональности, точности и экономической эффективности производства деталей со сложными профилями. Одной из ключевых и технологически сложных задач является формирование нецилиндрических отверстий, таких как гранные (квадратные, шестигранные и др.), звездообразные (типа TORX), а также сложноконтурных поверхностей, примером которых выступает эпитрохоидальный профиль статора роторно-поршневого двигателя (РПД) [1, 2].

Традиционные методы получения таких профилей – прошивка, протягивание, электроэрозионная обработка – обладают существенными недостатками. К ним относятся: необходимость применения специализированного, зачастую уникального и дорогостоящего

оборудования; высокие энергозатраты; ограниченная гибкость и невозможность обработки глухих отверстий; потребность в индивидуальном инструменте для каждого типа и размера профиля. Это значительно увеличивает номенклатуру оснастки и себестоимость продукции [1, 3]. В условиях импортозамещения и необходимости повышения конкурентоспособности отечественного машиностроения разработка гибких, универсальных и легко реализуемых на стандартном оборудовании технологий становится особо актуальной.

Перспективным направлением решения данной проблемы является использование методов лезвийной обработки на станках с числовым программным управлением (ЧПУ) фрезерно-сверлильно-расточной группы с применением специального осевого инструмента, работающего по принци-

пу кинематического формообразования (обкатывания). В [1, 2] были представлены теоретические основы данного подхода. В частности, в [1] разработана универсальная параметрическая модель траектории движения инструмента, позволяющая формировать отверстия любой гранности одним и тем же инструментом каплевидной формы, полученной на основе фигур постоянной ширины, например треугольника Рёло. Показано, что изменение масштаба траектории посредством коэффициента и количества проходов позволяет адаптировать процесс под требуемый профиль. В [2] данный метод был успешно распространен на более сложные периодические профили: предложена модель формирования отверстий типа TORX по траектории, описываемой уравнением «розы Гранди», и продемонстрирована принципиальная возможность фрезерования эпитрохoidalного контура статора РПД тем же универсальным инструментом по круговой траектории.

Внедрение любой новой технологии требует всестороннего анализа ее силовой реализации и эксплуатационных возможностей. В [3] был выполнен критически важный этап – имитационное моделирование процесса резания. Исследование подтвердило принципиальную реализуемость процесса на серийных станках с ЧПУ, показав, что упругие смещения режущей кромки инструмента при обработке основных конструкционных материалов не превышают допустимых значений для достижения 9-го качества точности.

Таким образом, проведенный цикл исследований [1–3] последовательно охватывает этапы от теоретического обоснования и геометрического моделирования до верификации силовых и точностных характеристик процесса. Логическим продолжением и центральной задачей для практической реализации метода является изучение кинематических основ формирования

некруглых отверстий и отверстий с периодическим профилем.

Предлагаемая технология представляет значительный интерес для производства деталей с треугольными отверстиями, используемыми в качестве защитных элементов, а также внутренних эвольвентных шлицев, являющихся основой современных высоконагруженных соединений.

Ключевым фактором, определяющим качество и точность получаемого профиля, является строгое согласование кинематики движения инструмента относительно заготовки. Таким образом, цель данной работы – разработка точных математических моделей траектории центра инструмента для формообразования треугольных и эвольвентных шлицевых отверстий, что выступает фундаментом для автоматизации данных процессов на оборудовании с ЧПУ.

Основная часть

Как уже было описано ранее [4], формирование гранных отверстий методом обкатки лезвийным инструментом заключается в том, что центр инструмента перемещается по определенной траектории, одновременно с этим инструмент вращается вокруг своей оси и перемещается вдоль оси перпендикулярно к обрабатываемой плоскости. Из этого можно вынести, что главной особенностью такой обработки являются инструмент и траектория.

В качестве примера формирования треугольного отверстия рассмотрим равносторонний треугольник, общие геометрические параметры которого и параметры основы инструмента представлены на рис. 1.

В основе инструмента для формирования треугольных отверстий лежит кривая, называемая двуугольник (рис. 2) [5]. Основным параметром его является радиус, который можно выразить как

$$R_{ИНСТР} = R_{ВП} \cdot 3; \quad (1)$$

$$R_{ИНСТР} = R_{ВП} + R_{ОП}; \quad (2)$$

$$R_{ИНСТР} = h_{ТР} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}, \quad (3)$$

где $R_{ИНСТР}$ – радиус дуг инструмента;
 $R_{ВП}$ – радиус вписанной окружности обрабатываемого треугольного отверстия;
 $R_{ОП}$ – радиус описанной окружности обрабатываемого треугольного отверстия;
 $h_{ТР}$ – высота формируемого треугольного отверстия;
 a – длина стороны формируемого треугольника.

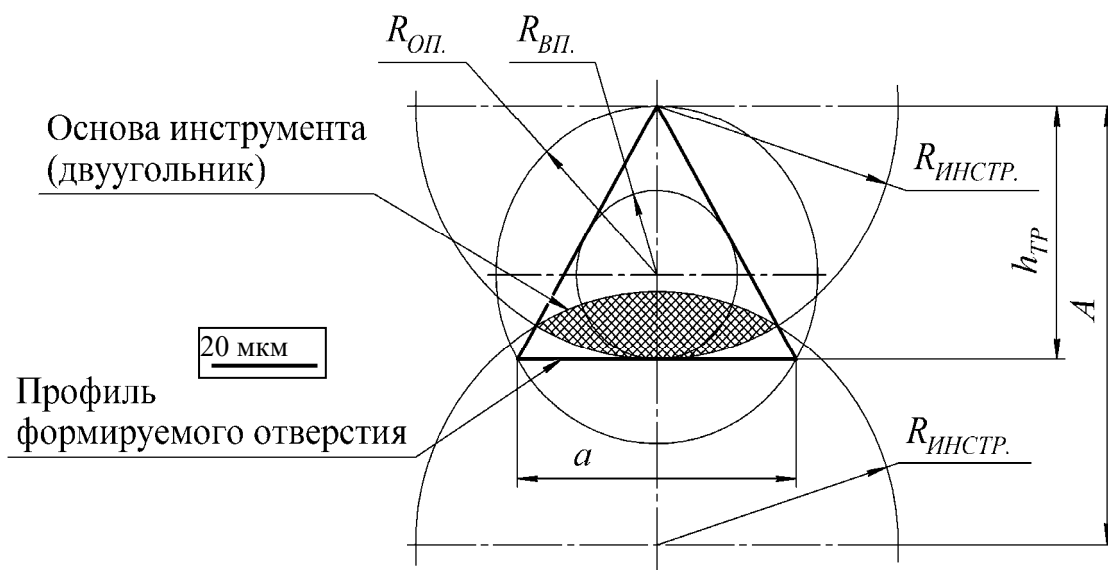


Рис. 1. Основные параметры треугольного отверстия, необходимые для построения профиля режущего инструмента

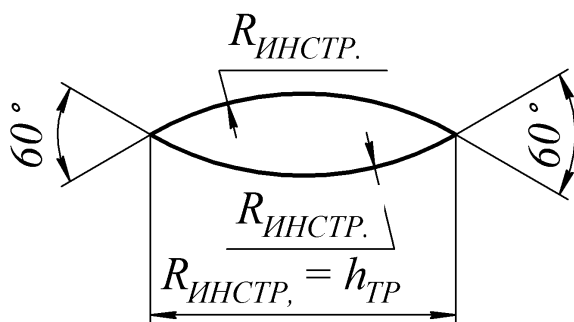


Рис. 2. Профиль режущего инструмента (двуугольник)

Межосевое расстояние между образующими основу инструмента окружностями A , мм, определяется по формуле

$$A = R_{ВП} \cdot 2,598. \quad (4)$$

После построения профиля основы инструмента для формирования треугольных отверстий приступим к построению траектории перемещения центра инструмента при обработке. Обкатаем основу инструмента так, чтобы его вершины формировали тре-

угольник (рис. 3). Соединим все точки центра основы инструмента при обра-

ботке и получим траекторию движения.

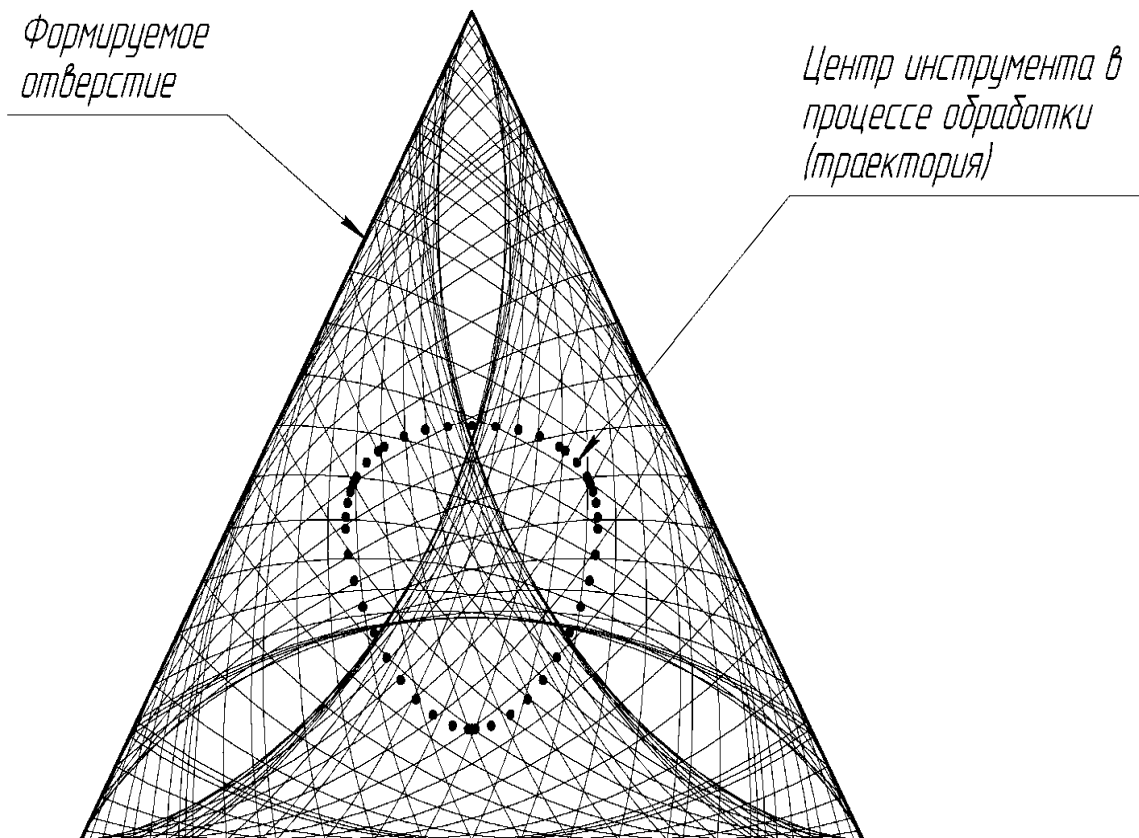


Рис. 3. Траектория перемещения инструмента при обработке треугольных отверстий

Чтобы задать такую траекторию перемещения станку с числовым программным управлением, необходимо описать ее математически. Траектория имеет сложную форму, разобьем её на простые дуги, таким образом можно описать уравнением каждую дугу в своем угловом диапазоне. На рис. 4 показано, как разбита траектория на дуги с помощью шести окружностей с центрами в точках 1, 2, 3, 4, 5, 6. Координаты этих точек можно найти по формуле

$$\begin{cases} x_1 = 0,2016 \cdot R_{ВП}; & y_1 = 0,1164 \cdot R_{ВП}; \\ x_2 = 0; & y_2 = -R_{ВП}; \\ x_3 = -0,2016 \cdot R_{ВП}; & y_3 = 0,1164 \cdot R_{ВП}; \\ x_4 = \frac{R_{ВП}}{1,155}; & y_4 = \frac{R_{ВП}}{2}; \\ x_5 = 0; & y_5 = -0,2312 \cdot R_{ВП}; \\ x_6 = -\frac{R_{ВП}}{1,155}; & y_6 = \frac{R_{ВП}}{2}. \end{cases} \quad (5)$$

Параметрическое уравнение окружности имеет вид [6]

$$\begin{cases} x = x_1 + R \cdot \cos \varphi; \\ y = y_1 + R \cdot \sin \varphi; \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \end{cases} \quad (6)$$

где x_1, y_1 – координаты центра окружности; R – радиус окружности; φ – переменная угла.

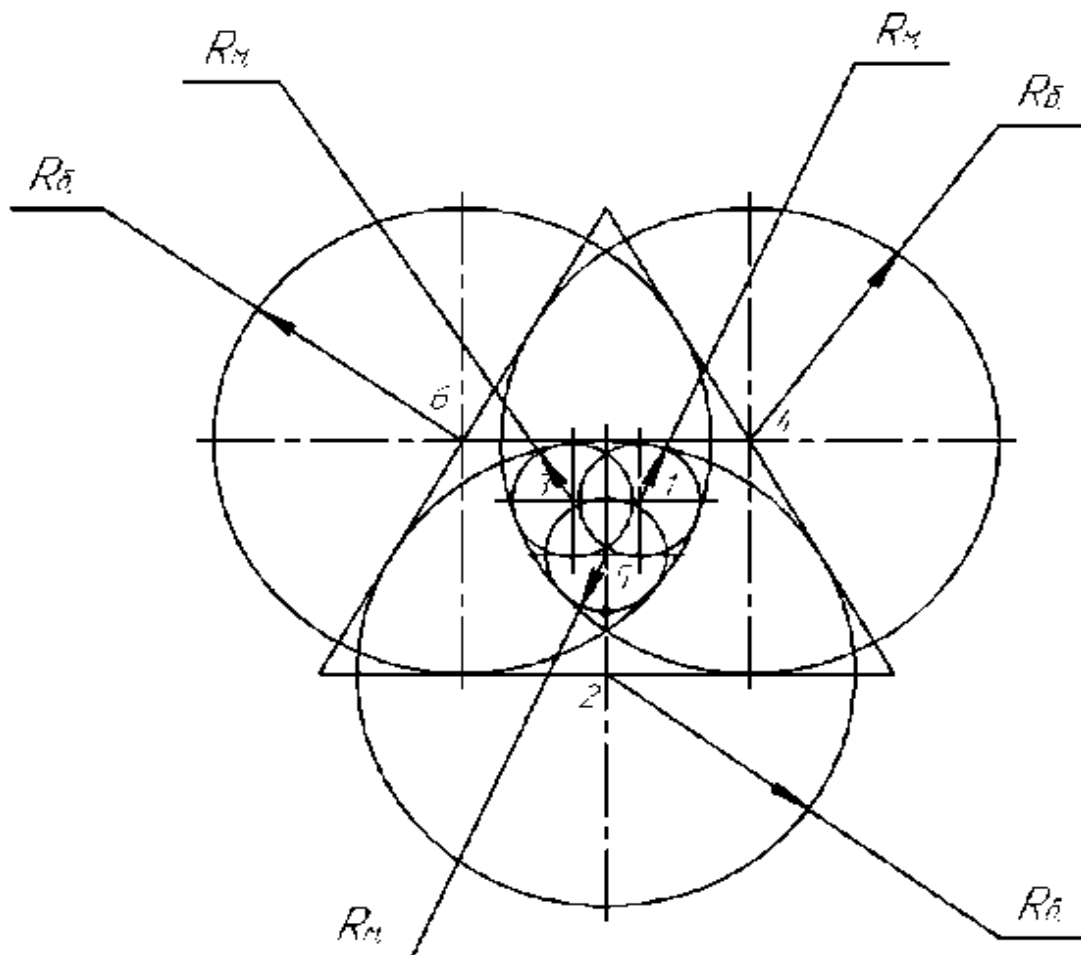


Рис. 4. Разбиение траектории на простые дуги

Замкнутая окружность получится в том случае, если переменная угла φ пройдет полный диапазон от 0 до 2π . Чтобы получить дугу, нужно ограни-

чить этот диапазон. Исходя из вышеперечисленного, можно выразить систему уравнений, описывающую траекторию движения инструмента, как

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + R_m \cdot \cos \varphi; & y'_1 = y_1 + R_m \cdot \sin \varphi; & 340^\circ \leq \varphi \leq 80^\circ; \\ x'_2 = x_2 + R_6 \cdot \cos \varphi; & y'_2 = y_2 + R_6 \cdot \sin \varphi; & 80^\circ \leq \varphi \leq 100^\circ; \\ x'_3 = x_3 + R_m \cdot \cos \varphi; & y'_3 = y_3 + R_m \cdot \sin \varphi; & 100^\circ \leq \varphi \leq 200^\circ; \\ x'_4 = x_4 + R_6 \cdot \cos \varphi; & y'_4 = y_4 + R_6 \cdot \sin \varphi; & 200^\circ \leq \varphi \leq 220^\circ; \\ x'_5 = x_5 + R_m \cdot \cos \varphi; & y'_5 = y_5 + R_m \cdot \sin \varphi; & 220^\circ \leq \varphi \leq 320^\circ; \\ x'_6 = x_6 + R_6 \cdot \cos \varphi; & y'_6 = y_6 + R_6 \cdot \sin \varphi; & 320^\circ \leq \varphi \leq 340^\circ, \end{cases} \quad (7)$$

где R_m – радиус меньшей образующей, $R_m = R_{ВП} / 2,74$; R_b – радиус большей образующей, $R_b = R_{инстр} \cdot 2$.

Также можно предложить новый способ получения внутренних эвольвентных шлицев с плоским дном впадины [7]. Основа инструмента для такой обработки будет иметь форму кап-

ли (рис. 5). Здесь Da – диаметр окружности вершин зубьев втулки; Df – диаметр окружности впадин втулки.

Обкатаем основу инструмента так, чтобы его вершины формировали шлицы. Соединим все точки центра основы инструмента при обработке и получим траекторию движения (рис. 6).

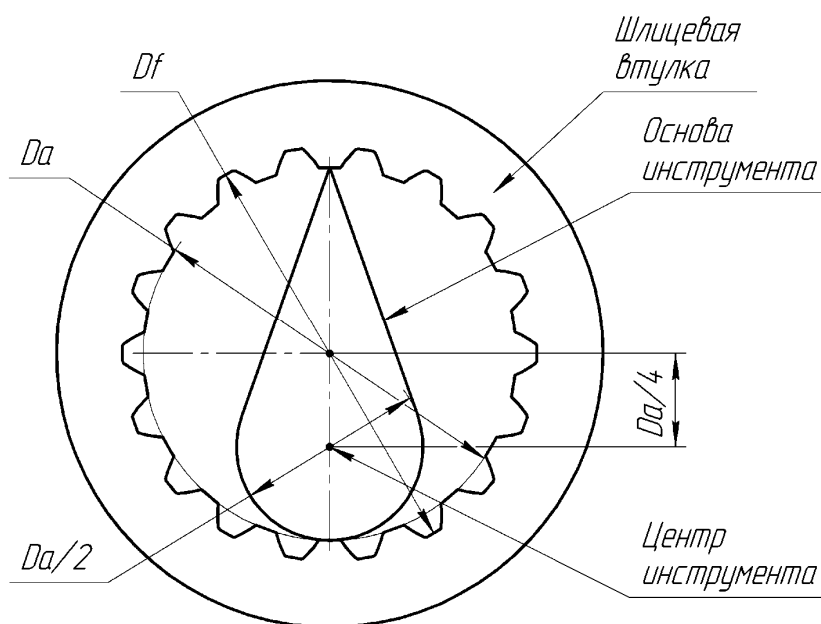


Рис. 5. Основа инструмента для обработки эвольвентных шлицев

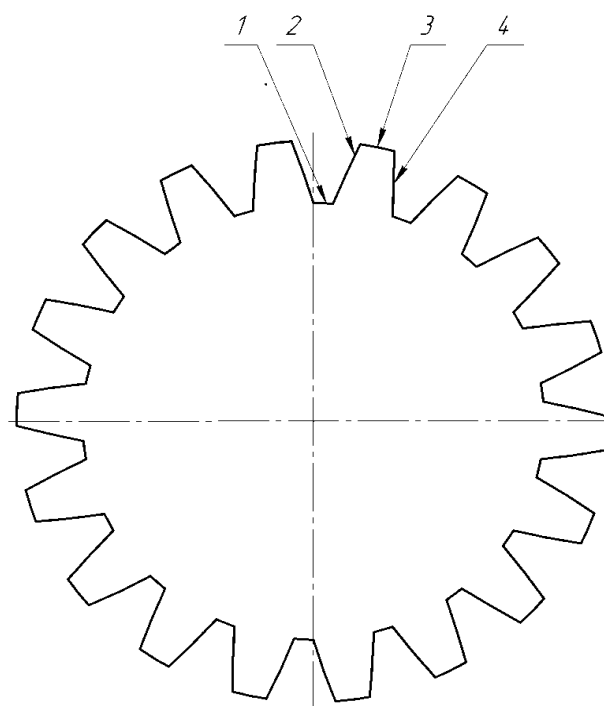


Рис. 6. Траектория перемещения инструмента при обработке эвольвентных шлицев

Траектория имеет сложную форму, зависящую от количества зубьев шлица z . Чтобы математически описать

эту траекторию, достаточно описать четыре дуги, которые создают круговой массив.

Дуга 1:

$$\begin{cases} x = Da \cdot 0,5 \cdot \cos \varphi; \\ y = Da \cdot 0,5 \cdot \sin \varphi; \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{360^\circ}{z \cdot 3}. \end{cases} \quad (8)$$

Дуга 2:

$$\begin{cases} x = (0,774 \cdot Da - 2,707) \cdot \cos\left(90^\circ + \frac{360^\circ}{2 \cdot z}\right) + (0,8 \cdot Da - 2,751 \cdot \cos \varphi); \\ y = (0,774 \cdot Da - 2,707) \cdot \sin\left(90^\circ + \frac{360^\circ}{2 \cdot z}\right) + (0,8 \cdot Da - 2,751 \cdot \sin \varphi); \\ 0,0077 \cdot z^2 - 1,1403 \cdot z + 278,8 \leq \varphi \leq 0,0748 \cdot z^2 - 3,6045 \cdot z + 305,09. \end{cases} \quad (9)$$

Дуга 3:

$$\begin{cases} x = ((Da \cdot 0,5) - (Df - Da)) \cdot \cos \varphi; \\ y = ((Da \cdot 0,5) - (Df - Da)) \cdot \sin \varphi; \\ 0,12 \cdot z^2 - 4,55 \cdot z + 54,35 \leq \varphi \leq -0,1 \cdot z^2 + 0,72 \cdot z + 35,15. \end{cases} \quad (10)$$

Дуга 4:

$$\begin{cases} x = (0,774 \cdot Da - 2,707) \cdot \cos\left(270^\circ + \frac{360^\circ}{2 \cdot z} + \frac{360^\circ}{3 \cdot z}\right) + (0,8 \cdot Da - 2,751 \cdot \cos \varphi); \\ y = (0,774 \cdot Da - 2,707) \cdot \sin\left(270^\circ + \frac{360^\circ}{2 \cdot z} + \frac{360^\circ}{3 \cdot z}\right) + (0,8 \cdot Da - 2,751 \cdot \sin \varphi); \\ 0,1575 \cdot z^2 - 5,765 \cdot z + 175,01 \leq \varphi \leq 0,2242 \cdot z^2 - 8,2183 \cdot z + 202,15. \end{cases} \quad (11)$$

Еще одним важным параметром обработки треугольных и шлицевых отверстий является угловая скорость ω , рад/с [8].

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}, \quad (12)$$

где $\Delta \varphi$ – угол поворота, рад; Δt – промежуток времени, мин.

Так как центр инструмента проходит траекторию перемещения за один оборот инструмента вокруг своей оси, принимаем $\Delta\varphi = 360^\circ$, а $\Delta t = 1/n$, где n – частота вращения шпинделя, об/мин.

Таким образом,

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}.$$

Заключение

Проведенное исследование кинематики процесса формообразования треугольных и эвольвентных отверстий методом обкатки позволяет сделать вывод о высокой эффективности и перспективности данного метода. Разработанные математические модели траекторий дви-

жения центра инструмента, представленные системами параметрических уравнений, являются законченным аппаратом для программирования современных станков с ЧПУ и дают возможность с высокой степенью точности управлять процессом обработки.

Полученные результаты имеют существенную практическую ценность. Они позволяют перейти от экспериментальной настройки оборудования к детерминированному проектированию технологических процессов изготовления деталей с некруглыми отверстиями. Внедрение данной методики на машиностроительных предприятиях даст возможность сократить время производства, повысить точность изготавливаемых деталей и расширить номенклатуру обрабатываемых профилей отверстий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полторацкий, С. Г. Формирование гранных отверстий осевым вращающимся инструментом / С. Г. Полторацкий, В. М. Шеменков // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2022. – № 2 (75). – С. 14–22.
2. Полторацкий, С. Г. Теоретическая модель получения отверстий типа TORX и контуров статора роторно-поршневого двигателя / С. Г. Полторацкий, В. М. Шеменков // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2022. – № 3 (76). – С. 69–76.
3. Полторацкий, С. Г. Моделирование процесса формирования гранных отверстий специальным осевым инструментом / С. Г. Полторацкий, В. М. Шеменков // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2024. – № 3 (84). – С. 42–50.
4. Полторацкий, С. Г. Особенности формирования квадратных отверстий сверлением / С. Г. Полторацкий // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Белгород, 25–27 мая 2020 г. – Белгород : БГТУ им. В. Г. Шухова, 2020. – С. 2456–2460.
5. Смирнов, В. И. Курс высшей математики : в 3 т / В. И. Смирнов. – М. : Наука, 1974. – Т. 3, ч. 2. – 260 с.
6. Корн, Г. Свойства окружностей, эллипсов, гипербол и парабол : справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – 4-е изд. – М. : Наука, 1978. – 368 с.
7. Основные нормы взаимозаменяемости. Соединения шлицевые эвольвентные с углом профиля 30° . Размеры, допуски и измеряемые величины: ГОСТ 6033–80. – Введен 01.01.1982. – М. : Изд-во стандартов, 1983. – 86 с.
8. Трофимова, Т. И. Курс физики: учеб. пособие / Т. И. Трофимова. – 11-е изд., стер. – М. : Академия, 2006. – 560 с.

Статья сдана в редакцию 23 сентября 2025 года

Контакты:

vshemenkov@yandex.by (Шеменков Владимир Михайлович);
poltos17@gmail.com (Полторацкий Сергей Григорьевич).

V. M. SHEMENKOV, S. G. POLTORATSKIY

KINEMATIC FUNDAMENTALS OF FORMING TRIANGULAR AND INVOLUTE SPLINED HOLES BY ROLLING

Abstract

The article investigates the kinematic fundamentals of forming triangular and involute splined holes using the rolling method with a special axial tool. Mathematical models for the trajectories of tool center motion are presented, enabling precise programming of CNC machines for processing complex profiles. The developed parametric equations describe the tool motion for forming both triangular and involute splined holes. The method demonstrates high efficiency, accuracy, and flexibility, making it promising for application in mechanical engineering.

Keywords:

kinematic shape generation, rolling, triangular holes, involute splines, tool path trajectory, parametric equations, two-gon, angular velocity, mathematical modeling.

For citation:

Shemenkov, V. M. Kinematic fundamentals of forming triangular and involute splined holes by rolling / V. M. Shemenkov, S. G. Poltoratskiy // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2025. – № 4 (89). – P. 59–67.