

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

# МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

*Методические рекомендации к лабораторным работам  
для студентов специальности  
6-05-0716-03 «Информационно-измерительные приборы  
и системы» очной формы обучения*



Могилев 2025

УДК 389  
ББК 30.10  
М54

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «26» марта 2025 г.,  
протокол № 7

Составители: канд. техн. наук, доц. В. Ф. Поздняков;  
ст. преподаватель Е. В. Позднякова

Рецензент канд. техн. наук, доц. С. О. Парашков

Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов специальности 6-05-0716-03 «Информационно-измерительные приборы и системы» очной формы обучения.

Учебное издание

## МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Ответственный за выпуск А. В. Хомченко  
Корректор И. В. Голубцова  
Компьютерная верстка Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 16 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2025

## Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Инструктаж по технике безопасности при работе с электрическими приборами. Подготовка к работе и общие правила эксплуатации электроизмерительных приборов .....	4
2 Лабораторная работа № 2. Методы поверки аналоговых измерительных приборов. Проверка миллиамперметра и вольтметра .....	7
3 Лабораторная работа № 3. Методы поверки аналоговых измерительных приборов. Проверка ваттметра .....	15
4 Лабораторная работа № 4. Обработка результатов прямых измерений.....	18
5 Лабораторная работа № 5. Обработка результатов косвенных измерений.....	23
6 Лабораторная работа № 6. Разработка методики выполнения измерений.....	28
7 Лабораторная работа № 7. Разработка программы метрологической аттестации средств измерений.....	30
Список литературы.....	32
Приложение А. Пример выполнения задания по обработке результатов прямых измерений.....	33
Приложение Б. Исключение грубых погрешностей результатов наблюдений.....	37
Приложение В. Проверка нормального закона распределения результатов наблюдений.....	38
Приложение Г. Значение функции $\Phi(x)$ .....	40
Приложение Д. Пример выполнения обработки результатов косвенных измерений.....	41

# **1 Лабораторная работа № 1. Инструктаж по технике безопасности при работе с электрическими приборами. Подготовка к работе и общие правила эксплуатации электроизмерительных приборов**

**Цель работы:** изучить основные правила подготовки и безопасной работы с электроизмерительными приборами; усвоить основные правила эксплуатации средств измерений; получить практические навыки по эксплуатации электроизмерительных приборов.

## **1.1 Общие положения**

Электроизмерительная техника включает большой арсенал разнообразных по своим принципам, конструкции, назначению и исполнению средств. В основном это дорогостоящие и высокоточные приборы, комплексы, системы. С их помощью осуществляют контрольно-измерительные операции в условиях лаборатории, цехов, а также в полевых условиях. При всем их многообразии специфики имеются некоторые общие правила, которые обеспечивают безопасную эксплуатацию и охрану труда.

Каждое средство измерений должно иметь паспорт и инструкцию по эксплуатации, которыми руководствуется обслуживающий персонал. Без изучения инструкции пользоваться приборами, установками, комплексами запрещается. Перед включением в сеть проверяется наличие заземления, а коммутирующие и регулирующие устройства выставляются в исходное состояние.

Работа в лаборатории проводится под наблюдением. При этом к каждой лабораторной установке должен быть обеспечен свободный доступ: не допускается загромождение проходов, хождение студентов и посторонних лиц во время занятий. Мероприятия по технике безопасности и охране труда, технической надежности и пожарной защите являются составной частью подготовки и проведения лабораторных занятий. Эти мероприятия должен знать и обязательно выполнять каждый студент. Руководитель эксперимента и испытаний должен проинструктировать перед началом эксперимента каждого участника правилам безопасной эксплуатации данной установки и проверить наличие защитных и контрольных устройств. Все участники эксперимента должны вести себя так, чтобы не создавать опасные ситуации. Перед включением все участники извещаются об этом, например, фразой: «Включаю установку», «Подаю напряжение» и т. д. По окончании эксперимента устройство должно быть отключено и надежно защищено от повторного включения. Работа на электроустановках требует внимательного и ответственного отношения со стороны всех участников эксперимента. Электрический ток оказывает на организм вредное физиологическое воздействие. Нужно учитывать, что сопротивление тела человека колеблется от 10 до 100 кОм и при сравнительно небольшом напряжении может быть смертельный исход. Однако при неблагоприятных обстоятельствах воз-

действие тока на организм человека может быть еще хуже. Каждый участник эксперимента должен знать, как в кратчайший срок обесточить установку.

При несчастных случаях с кажущимся смертельным исходом необходимо отключить установку, начать принимать меры к оживлению пострадавшего и не прекращать их до прибытия врача, даже если для этого потребуется несколько часов. Безопасная и надежная эксплуатация средств измерений может быть обеспечена при соблюдении следующих рекомендаций: измерительные средства используются в строгом соответствии с инструкцией; измерительные средства необходимо защищать от ударов и сотрясений, от пыли; у приборов, снабженных арретиром, последний освобождается только при измерениях и сразу после измерения он должен быть арретирован; выбор прибора и его рабочего диапазона согласовывается с целью применения.

Для лабораторных условий применяются более точные приборы, для цеховых – более грубые. Многопредельные приборы перед началом работы и после необходимо переключить на самый большой диапазон. Регулируемые источники питания перед началом работы следует переключать на минимальное значение. Универсальные приборы нужно после измерений всегда переключать на наибольший диапазон измерения постоянного напряжения, т. к. в этом положении он может выдержать самые большие перегрузки. При транспортировке таких приборов необходимо устанавливать наибольший диапазон измерений постоянного тока. При работе с приборами на лабораторной установке более точные и высокочувствительные приборы устанавливаются так, чтобы они всегда находились в поле зрения наблюдателя. Соединительные провода прокладываются так, чтобы при подключении и отключении их приборы не могли быть сброшены со стола. Работать с приборами можно в том случае, если они прошли очередную поверку. Образцовые приборы применяются только для поверки рабочих средств измерений и хранятся в закрытых шкафах. Они используются в условиях, оговоренных в ГОСТ 8.395–80. Измерительные приборы и установки должны содержаться в чистоте.

*Подготовка к измерениям.* Каждое измерение является важной частью научно-исследовательской работы или основой для оценки состояния или параметров отдельных материалов, изделий, процессов. Поэтому измерения требуют тщательной и всесторонней подготовки. Поверхностная подготовка не столько разъясняет исследуемый процесс, сколько затуманивает его и зачастую ведет к выводу из строя измерительных средств. Прежде всего необходимо четко и конкретно определить, что должно быть измерено и в каких условиях. Существует общее правило: «Измерять так точно, насколько это возможно, но не точнее, чем это необходимо». Подготовку к измерениям нужно вести на высоком техническом уровне, с отчетливым представлением измерительной задачи, требований к результатам и программы обработки. При выборе места, схемы и средства измерений следует предварительно аналитически оценить возможные результаты с учетом того, что при обработке полученных данных они могут быть улучшены. На этот выбор оказывают влияние место и время проведения измерения. При измерениях на открытом воздухе или высокоточных измерениях в лаборатории

необходимо учитывать влияние температуры, влажности, вибраций и т. д. Рабочие места при измерениях должны иметь освещенность от 500 до 1000 лк. Не рекомендуется производить измерения в проходных помещениях. Для измерения выбирают наиболее благоприятное время суток с более стабильной температурой и с меньшими нагрузками в сети. Для записи результатов готовится протокол, по которому составляется отчет.

*Выполнение измерений.* Перед включением обязательно проверяются измерительная схема, положение переключателей на передних панелях приборов, режим их охлаждения, наличие заземления.

При отсчете показаний следует избегать погрешностей от параллакса, особенно для приборов с профильной шкалой. Чтобы уменьшить влияние вариаций, показания снимают один раз при уменьшении, другой – при увеличении измеряемой величины и из двух показаний находят среднее арифметическое. При выборе диапазона измерений необходимо отсчитывать результат на участие с более высокой чувствительностью и линейностью и в положении ближе к оцифрованному значению. Для совокупных и косвенных измерений с математическими расчетами добиваются получения целочисленных значений, чтобы упростить вычисления. Например, для величин, которые делятся, эффективнее подбирать значения, кратные 1, 2, 5 или с учетом принятого масштаба.

В схемах компенсационных измерений при уравновешивании измерительной цепи к состоянию равновесия (по указателю) подходят со стороны больших и меньших значений и добиваются минимального отклонения от нуля, если невозможно получить нулевое значение, например, при измерениях емкости или индуктивности мостом. При снятии характеристик рациональнее непосредственно наносить на график полученные значения, чем сводить их в таблицу. Это позволяет прогнозировать ход измерения и в местах возможных экстремумов, скачков и других характерных особенностей функции увеличивать число измерений и «прощупать» окрестность интересующих участков.

Если характер зависимости заранее известен, то число измерений заранее ограничивают. Например, для линейной зависимости достаточно проверить нулевое (или начальное) значение и конечное. Для оценки нелинейности характеристики проводят дополнительные измерения внутри диапазона измерений.

В соответствии с начальным и конечным значениями измеряемой величины выбирают систему координат и масштаб. Для значений с интервалом измерений, различающимся более чем в 10 раз, целесообразнее выбирать логарифмический масштаб. Масштаб графика должен обеспечивать удобную воспринимаемость и информативность.

## **1.2 Порядок выполнения работы**

1 Ознакомиться с лабораторной установкой и особенностями составляющих ее устройств.

2 Изучить инструкции по подготовке и эксплуатации приборов (по заданию).

3 Подготовить измерительные приборы к работе, проверить соответствие всех положений переключателей рекомендациям инструкции и включите приборы в сеть.

4 Произвести измерения, установить влияние субъективных и объективных причин на результат (оценить погрешность от параллакса, погрешность отсчета при повторных измерениях и т. д.).

В результате выполнения работы студент должен иметь навыки практической работы с комплексом и свободно подключать его к заданному объекту для измерения контролируемых параметров.

### ***Контрольные вопросы***

1 Какой вид тока опасней для человека и почему?

2 Поясните порядок включения учебного стенда.

3 Какие средства индивидуальной защиты от поражения электрическим током вы знаете?

4 Какие средства общей защиты от поражения электрическим током вы знаете?

5 Что необходимо сделать перед включением и работой с измерительным прибором?

## **2 Лабораторная работа № 2. Методы поверки аналоговых измерительных приборов. Проверка миллиамперметра и вольтметра**

**Цель работы:** изучить основные метрологические характеристики средств измерений; изучить методы поверки измерительных средств, схему поверки амперметра, схему поверки вольтметра; определить класс точности поверяемого амперметра и вольтметра; получить практические навыки поверки аналоговых электроизмерительных приборов.

### ***2.1 Основные теоретические положения***

Получение достоверной измерительной информации имеет важнейшее значение во всех отраслях народного хозяйства. Качество готового изделия определяется качеством использованных в нем материалов, степенью соблюдения технологических режимов изготовления деталей и узлов, качеством сборки. На всех этих этапах неотъемлемой частью производства выступает процесс получения измерительной информации. Для достижения высокого качества измерений необходимо обеспечить их единство и достоверность. Единство измерений обеспечивается единообразием средств измерений (СИ) и правильной методикой выполнения измерений. Единообразие СИ – это такое их состояние, когда все они градуированы в узаконенных единицах, а их метрологические свойства соответствуют нормам. Решением этих задач занимается государственная метрологиче-

ская служба. Деятельность органов государственной метрологической службы, направленная на обеспечение единства СИ, называется надзором за СИ. Одним из важнейших мероприятий надзора является поверка СИ, применяемых во всех отраслях народного хозяйства.

Поверкой СИ называется определение метрологической службой погрешностей СИ и установление его пригодности к применению. Проверка включает в себя ряд операций, позволяющих всесторонне оценить состояние прибора и допустить его к применению или забраковать. Она является одним из звеньев в многоступенчатой цепи передачи размера единицы от эталона к рабочему СИ. Именно эта связь с эталоном позволяет обеспечить единство СИ и единство измерений. Проверка СИ осуществляется путем сличения его показаний с показаниями более точного образцового СИ. Основным документом, регламентирующим организацию и проведение поверки, служит ПР 50.2.006–94 *Правила по метрологии. Государственная система обеспечения единства измерений. Порядок проведения поверки средств измерений*.

Проверку осуществляют территориальные органы Росстандарта: метрологические институты, центры стандартизации и метрологии, лаборатории Госнадзора за стандартами и измерительной техникой, а также метрологические службы предприятий, если им предоставлено право поверки. Проверка СИ производится в соответствии с требованиями нормативно-технических документов, в которых отражены технические характеристики СИ. От того, насколько они будут стабильны в процессе эксплуатации, зависит точность получаемых результатов. Чтобы СИ можно было пользоваться, нормируют его пределы допускаемых погрешностей, т. е. устанавливают такие границы, за пределы которых погрешность не должна выходить ни при изготовлении СИ на заводе, ни в процессе эксплуатации. СИ присваиваются классы точности.

*Классы точности СИ.* В случаях, когда СИ имеют только аддитивную погрешность, предел допускаемой абсолютной погрешности  $\Delta_{don}$  будет постоянен во всем диапазоне. Поэтому его выбирают в качестве нормирующего значения

$$\delta_{don} = \frac{\Delta_{don}}{X} 100 \% = \pm q.$$

Такая запись означает, что абсолютная погрешность СИ в любой точке диапазона измерений не превышает  $a$  единиц измеряемой величины:

$$\Delta_{don} = \pm q.$$

Однако указание только абсолютной погрешности не позволяет сравнивать между собой по точности приборы с разными диапазонами измерений, поэтому для электроизмерительных приборов большое распространение получило нормирование приведенной погрешности, определяемой формулой

$$\gamma = \frac{\delta_{don}}{X_N} 100 \% = \pm p,$$

где  $X_N$  – нормирующее значение.

Значение  $\gamma_{don}$  так же, как и  $\Delta_{don}$ , постоянно во всем диапазоне и может быть представлено одним числом  $p$ .

Для средств измерений с равномерной, практически равномерной или степенной шкалой, а также для измерительных преобразователей, если нулевое значение измеряемого параметра находится на краю или вне диапазона измерений, нормирующее значение устанавливается равным большему из пределов измерений. Для средств измерений, нулевое значение измеряемого параметра которых находится внутри диапазона измерений, нормирующее значение устанавливается равным большему из модулей пределов измерений. Для электрических измерительных приборов с практически равномерной или степенной шкалой и нулевой отметкой внутри диапазона измерений нормирующее значение устанавливается равным сумме модулей пределов измерений. Для средств измерений с установленным номинальным значением нормирующее значение устанавливают равным этому номинальному значению. Для измерительных приборов с существенно неравномерной шкалой нормирующее значение устанавливают равным всей длине шкалы, соответствующей диапазону измерений. В этом случае пределы абсолютной погрешности выражают, как и длину шкалы, в единицах измерения длины в миллиметрах.

Условное обозначение класса точности зависит от нормирующего значения. Если  $X_N$  выражено в единицах измеряемой величины, то класс точности обозначается числом, совпадающим с пределом допускаемой приведенной погрешности. Например, если  $\gamma_{don} = \pm 1,5 \%$ , то класс точности обозначается 1,5. Если нормирующее значение выражается длиной шкалы, то обозначение класса точности имеет вид 1,5. Это означает, что предел допускаемой погрешности равен 1,5 % длины шкалы.

В СИ преобладающей мультипликативной погрешностью удобнее нормировать предел допускаемой относительной погрешности, поскольку его значение будет постоянным во всем диапазоне:

$$\delta_{don} = \frac{\Delta_{don}}{X} 100 \% = \pm q.$$

Данная запись означает, что относительная погрешность СИ в любой точке диапазона измерения не превышает  $q$  процентов от показания СИ.

Условное обозначение класса точности, наносимое на СИ, в этом случае имеет вид 0,5. Это означает, что предел допускаемой относительной погрешности  $\delta_{don} = \pm 0,5 \%$ .

Для нормирования погрешностей СИ с аддитивной и мультипликативной погрешностями наибольшее распространение получила формула нормирования

предела допускаемой относительной погрешности вида

$$\delta_{don} = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_k}{X} \right| - 1 \right) \right] 100 \% ,$$

где  $X_k$  – конечное значение выбранного предела измерения;  
 $c, d$  – постоянные числа.

Класс точности в этом случае обозначают числами  $C$  и  $d$ , разделенными косой чертой ( $C/d$ ), например  $0,05 / 0,01$ .

Пределы допускаемых приведенных и относительных погрешностей ( $p$  и  $q$ ), а также коэффициенты  $C$  и  $d$ , в соответствии с ГОСТ 8.401–80, выбираются из следующего ряда чисел:  $1 \cdot 10^n, 1,5 \cdot 10^n, 2 \cdot 10^n, 3 \cdot 10^n, 4 \cdot 10^n, 5 \cdot 10^n, 6 \cdot 10^n$ , где  $n$  равно  $1; 0; -1; -2$  и т. д.

Наряду с основной погрешностью нормированию подлежит и дополнительная погрешность, вызванная различными влияющими факторами (температурой окружающей среды; отклонением СИ от нормального положения; частотой, напряжением и формой кривой питающего тока; внешними электрическими и магнитными полями и пр.). Для каждой влияющей величины должны быть установлены пределы допускаемых отклонений от нормальных, т. е. нормированы рабочие условия эксплуатации.

Дополнительная погрешность должна выражаться в таком же виде (абсолютная, относительная, приведенная), как и основная. Дополнительные погрешности, вызванные различными влияющими факторами, должны нормироваться по отдельности. За пределами нормального диапазона, но в пределах рабочей области погрешность СИ складывается из основной и дополнительной погрешностей. Если одновременно изменяется несколько влияющих величин, то каждая из них дает дополнительную погрешность, т. е. полная погрешность будет

$$\delta_{don} \Delta = \Delta_0 \sum_{i=1}^n \Delta_i ,$$

где  $\Delta_0$  – основная погрешность СИ;

$\Delta_i$  – дополнительная погрешность, вызванная изменением  $i$ -й влияющей величины.

*Методы поверки.* Проверка аналоговых электроизмерительных приборов может производиться одним из следующих методов:

- сопоставления (сличения) показаний поверяемого и образцового приборов;
- сравнения показаний поверяемого прибора с мерой данной величины.

В первом случае (рисунок 2.1) сигнал  $x$  от источника И измеряемой величины подают на поверяемый и образцовый приборы (ПП и ОП) и сравнивают показание  $X_h$  поверяемого прибора с показанием  $X_o$  образцового. Абсолютная погрешность ПП

$$\Delta = X_h - X_o .$$

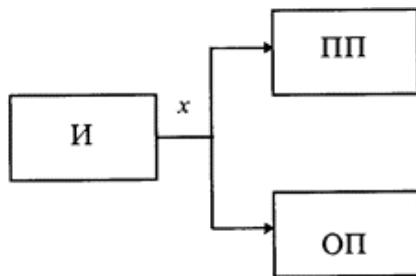


Рисунок 2.1 – Схема поверки СИ посредством использования образцового прибора

Во втором случае показания поверяемого прибора сравнивают с показанием  $X_{om}$  образцовой меры  $M$ , воспроизводящей измеряемую величину (рисунок 2.2).

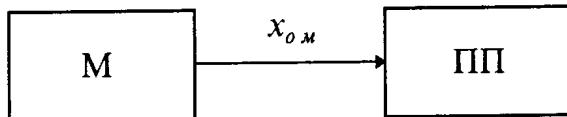


Рисунок 2.2 – Схема поверки СИ при использовании образцовой меры

Абсолютная погрешность определяется как

$$\Delta = X_h - X_{om}.$$

*Выбор образцового СИ.* Независимо от выбранного метода поверки соотношение пределов допускаемой абсолютной погрешности образцового и поверяемого СИ должно быть не более 1 : 3 (при поверке приборов классов точности от 0,05 до 0,5) и не более 1 : 4 (при поверке приборов классов точности от 1,0 до 5,0). В качестве образцовых можно использовать как аналоговые, так и цифровые СИ. Класс точности аналогового СИ при выборе в качестве образцового должен удовлетворять неравенству

$$K_o \leq a \cdot K_n \frac{X_{np}}{X_{no}},$$

где  $K_o, K_n$  – классы точности образцового и поверяемого приборов;

$a$  – требуемое соотношение (1 : 3, 1 : 4);

$X_{np}, X_{no}$  – нормирующее значение образцового и поверяемого приборов.

Операции, выполняемые при поверке.

*Внешний осмотр.* Задачей внешнего осмотра является обнаружение дефектов, которые могут привести к ошибкам при измерениях, быстрой порче прибора. К ним относятся: трещины или щели в корпусе прибора, через которые внутрь может проникнуть пыль или влага; искривление стрелки; нахождение внутри прибора посторонних или отсоединившихся предметов; отсутствие или неисправность зажимов, переключателей.

При внешнем осмотре проверяется работа корректора, который должен смещать указатель прибора от отметки механического нуля на 5 % длины шкалы и устанавливать его точно на нуль.

При обнаружении любого из перечисленных дефектов поверяемый прибор признается непригодным к применению и дальнейшей поверке не подлежит.

Опробование прибора ставит целью убедиться, что измерительный механизм прибора реагирует на изменения измеряемой величины, органы регулировки прибора способны выполнять свои функции.

В процессе опробования следует убедиться в отсутствии задевания подвижной части прибора за неподвижную. Для этого прибор подключают к источнику образцового сигнала или к образцовой регулируемой мере и плавно изменяют значение измеряемой величины от минимального до максимального и обратно. Указатель прибора при этом должен перемещаться вдоль шкалы без рывков и заеданий.

*Определение влияния наклона.* Центр тяжести подвижной части прибора должен совпадать с осью ее вращения. Для уравновешивания на подвижной части имеются специальные противовесы, перемещением которых добиваются требуемого положения центра тяжести. Под влиянием различных причин центр тяжести может сместиться, что приводит к зависимости показаний от угла наклона прибора. Влияние наклона допускается определять как на включенном, так и невключенном приборе. Определение влияния наклона производят следующим образом. Установив стрелку прибора на отметку шкалы  $X_N$  вблизи ее геометрической середины, поочередно наклоняют прибор в каждую из четырех сторон и отмечают каждый раз его показания  $X_\partial$ .

Для каждого случая находят приведенную погрешность  $\gamma$  по формуле

$$\gamma = \frac{X_N - X_\partial}{X_s} \cdot 100 \%,$$

где  $X_N$  – нормирующее значение шкалы прибора.

Ни одно из полученных значений  $\gamma$  не должно превышать предела допускаемой основной погрешности.

Время успокоения измеряют при помощи секундомера. Измерение производится не менее трех раз. Среднее арифметическое получаемых результатов измерения и будет временем успокоения колебаний подвижной части данного прибора. Оно не должно превышать 4 с. Если стрелка у прибора более 150 мм, то время успокоения не должно превышать 6 с. Определение основной погрешности и вариации.

Плавно увеличивая измеряемую величину, устанавливают указатель поверяемого прибора поочередно на каждую числовую отметку шкалы и записывают соответствующие этим положениям показания образцового прибора. Необходимо следить за тем, чтобы указатель каждый раз подходил к отметке шкалы со стороны меньших значений. Дойдя до максимальной отметки шкалы, нужно дать небольшую перегрузку, чтобы указатель дошел до опоры, а затем, плавно

уменьшая измеряемую величину, вновь установить указатель поверяемого прибора на каждую числовую отметку со стороны больших значений и записать соответствующие показания образцового прибора. Разность между показанием поверяемого  $X_{II}$  и образцового  $X_O$  приборов дает значение абсолютной погрешности  $\Delta = X_O + X_{II}$ .

Для каждой числовой отметки рассчитывают два значения погрешности:  $\Delta_e$  – при увеличении показаний и  $\Delta_h$  – при уменьшении. Ни одно из полученных значений абсолютной основной погрешности не должно превышать предела допускаемой абсолютной основной погрешности. Вариации показаний можно рассчитывать или как абсолютное значение разности между показаниями образцового прибора, соответствующими одной и той же отметке шкалы поверяемого прибора, полученными при возрастании и убывании измеряемой величины:  $\nu = X_e - X_h$ , или как абсолютное значение разности погрешностей, полученных при тех же условиях:  $\nu = \Delta_e - \Delta_h$ . Вариацию рассчитывают для каждой числовой отметки шкалы. Ни одно из полученных значений не должно превышать предела допускаемого значения основной погрешности.

Перед определением основных погрешностей и вариации следует установить указатель корректором на отметку механического нуля. Затем, подключив, например, к омметру образцовый магазин сопротивления  $R$ , постепенно изменяют его сопротивление, добиваясь установки указателя омметра на требуемую числовую отметку шкалы  $R_A$ . Действительное значение сопротивления  $R_A$  отсчитывают по образцовому магазину сопротивлений. Оно не должно выходить за границы интервала допускаемых значений сопротивлений, вычисленного для поверяемой числовой отметки шкалы и приведенного. Результаты периодической поверки измерительного прибора записываются в паспорт или аттестат – документы, подтверждающие пригодность измерительного средства для эксплуатации на определенный срок.

## **2.2 Порядок выполнения работы**

1 Для определения класса точности амперметра собрать схему, показанную на рисунке 2.3.

2 Перед включением стенда установить переключатель ЛАТРа в начальное положение (50 В).

3 Переменный резистор  $R13$  установить на максимальное сопротивление.

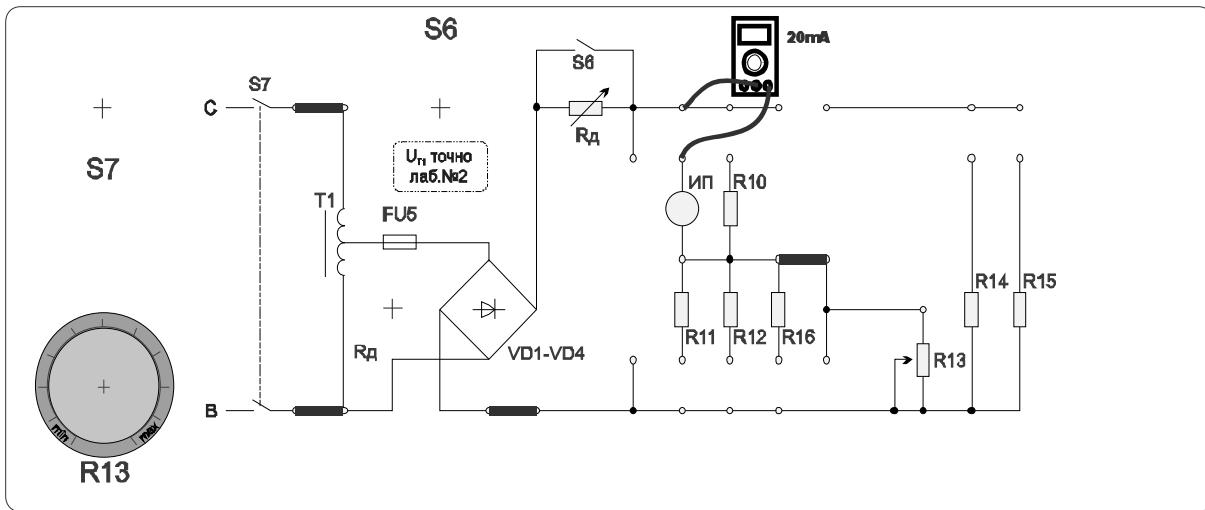
4 Включить стенд тумблером «СЕТЬ», затем – тумблер включения ЛАТРа ( $S7$ ), далее – тумблер питания цепей постоянного тока ( $S6$ ).

5 Изменить величину тока плавно с помощью переменного резистора  $R13$ .

6 Сделать необходимое для расчетов количество замеров.

7 По окончании работы вернуть все аппараты в исходное состояние.

8 Вычислить по результатам измерения абсолютную погрешность в нескольких точках шкалы поверяемого амперметра.



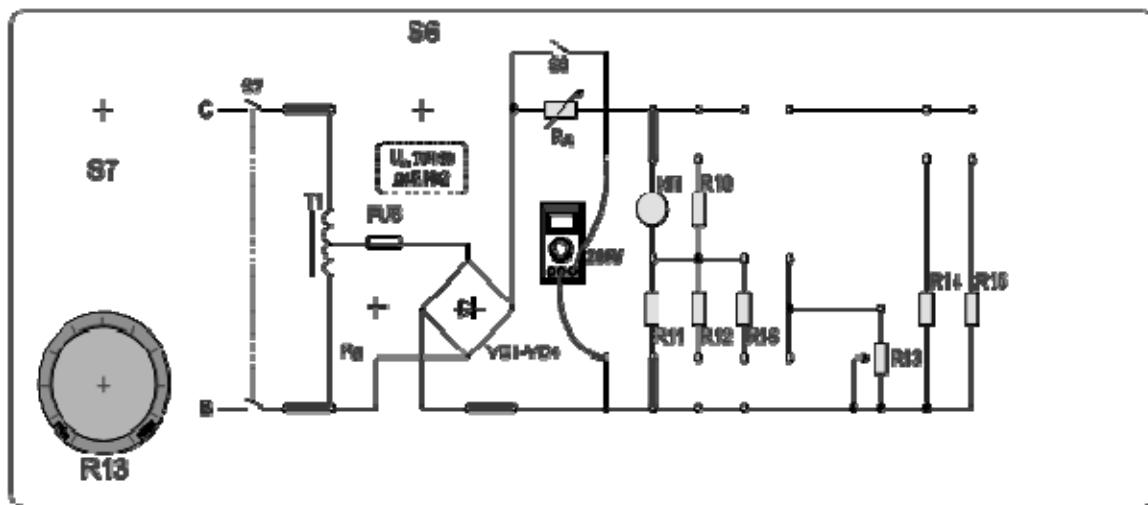
ИП – исследуемый прибор

Рисунок 2.3 – Схема для определения класса точности амперметра

9 Вычислить приведенную погрешность поверяемого амперметра.

10 Определить класс точности поверяемого амперметра и сравнить его с классом точности нанесенного на шкале поверяемого амперметра.

11 Для определения класса точности вольтметра собрать схему, показанную на рисунке 2.4.



ИП – поверяемый вольтметр

Рисунок 2.4 – Схема для определения класса точности вольтметра

12 Включить стенд, затем – тумблер включения питания ЛАТРа  $T1 - S7$ .

В данной работе в качестве поверяемого вольтметра используется миллиамперметр ИП с добавочным сопротивлением  $R11$  (при этом его максимальное отклонение равно 50 В), контрольным является мультиметр, установленный на предел измерения «200 В».

13 Изменить переключателем ЛАТРа величину напряжения (величина контролируется по мультиметру) до получения измеряемого напряжения на приборе ИП. Точная установка величины измеряемого напряжения производится переменным резистором  $Rd$ .

14 Сделать необходимое для расчетов количество замеров.

15 По окончании работы вернуть все аппараты в исходное положение и отключить стенд.

16 Вычислить по результатам измерения абсолютную погрешность в нескольких точках шкалы поверяемого вольтметра.

17 Вычислить приведенную погрешность поверяемого вольтметра.

18 Определить класс точности поверяемого вольтметра и сравнить его с классом точности нанесенного на шкале поверяемого вольтметра.

### ***Контрольные вопросы***

1 Что такое класс точности измерительного прибора?

2 Какие варианты способа сличения показаний поверяемого и образцового приборов вам известны?

3 Какие операции выполняются при поверке электроизмерительных приборов?

4 Как выбирается при поверке образцовое средство измерения?

5 Как определяется вариация показаний аналоговых приборов?

6 Что такое нормирующее значение шкалы прибора и как оно определяется?

7 Возможно ли проведение поверки вольтметра класса 0,5 с помощью вольтметра класса 0,2?

## **3 Лабораторная работа № 3. Методы поверки аналоговых измерительных приборов. Проверка ваттметра**

**Цель работы:** изучить основные метрологические характеристики приборов измерения мощности; изучить методы поверки измерительных средств, схему поверки ваттметра; определить класс точности поверяемого ваттметра; получить практические навыки поверки аналоговых электроизмерительных приборов.

### ***3.1 Основные теоретические положения***

Самый простой способ измерения мощности в цепях переменного и постоянного тока – это метод двух приборов с последующим расчетом (рисунок 3.1). Погрешность измерения в данном случае состоит из погрешности вольтметра и амперметра и погрешности метода. Погрешность метода обусловлена потреблением мощности приборов и зависит от схемы их включения.

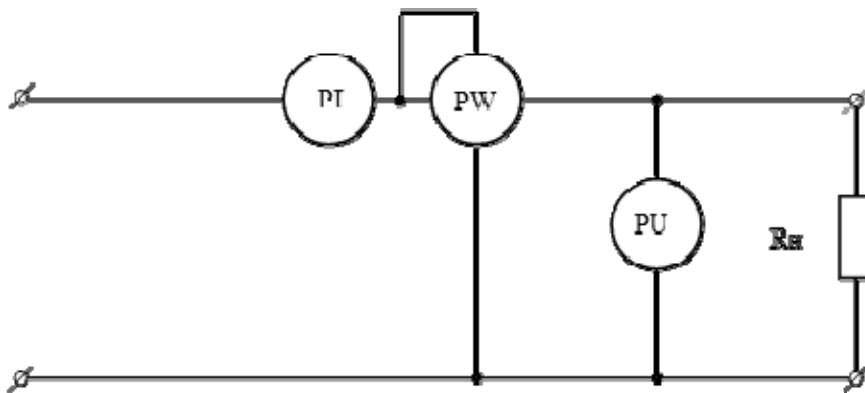


Рисунок 3.1 – Схема измерения мощности электрической цепи

Для измерения мощности с помощью вольтметра и амперметра в цепях постоянного тока чаще всего используют приборы магнитоэлектрической системы, которые обеспечивают широкий диапазон измерения и сравнительно высокую точность. Для измерения мощности более удобно использовать прямой метод измерения мощности посредством ваттметра.

Несмотря на удобства использования ваттметра на постоянном токе, он имеет ограниченное применение из-за сравнительно узкого диапазона измерения и из-за значительной мощности потребления.

В цепях переменного тока используются электродинамические и ферродинамические вольтметры и амперметры, а также электродинамические ваттметры. Ваттметры выпускаются на токи от 0,01 А и напряжения от 3 до 600 В, что значительно уже диапазона измерения амперметром и вольтметром.

Ваттметр PW измеряет активную мощность  $P$  измеряется в ваттах (Вт). Полная мощность определяется как произведение напряжения на ток, измеренные, соответственно, вольтметром и амперметром:  $S = I \cdot U$ . Полная мощность измеряется в вольтамперах (ВА). Реактивная мощность  $Q$  вычисляется по формуле

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} .$$

Для расширения диапазона измерения приборов в цепях переменного тока при измерении мощности включают трансформаторы тока и напряжения.

### **3.2 Порядок выполнения работы**

1 Для поверки ваттметра косвенным методом по результатам измерения тока и напряжения на активной нагрузке собрать электрическую схему, приведенную на рисунке 3.2.

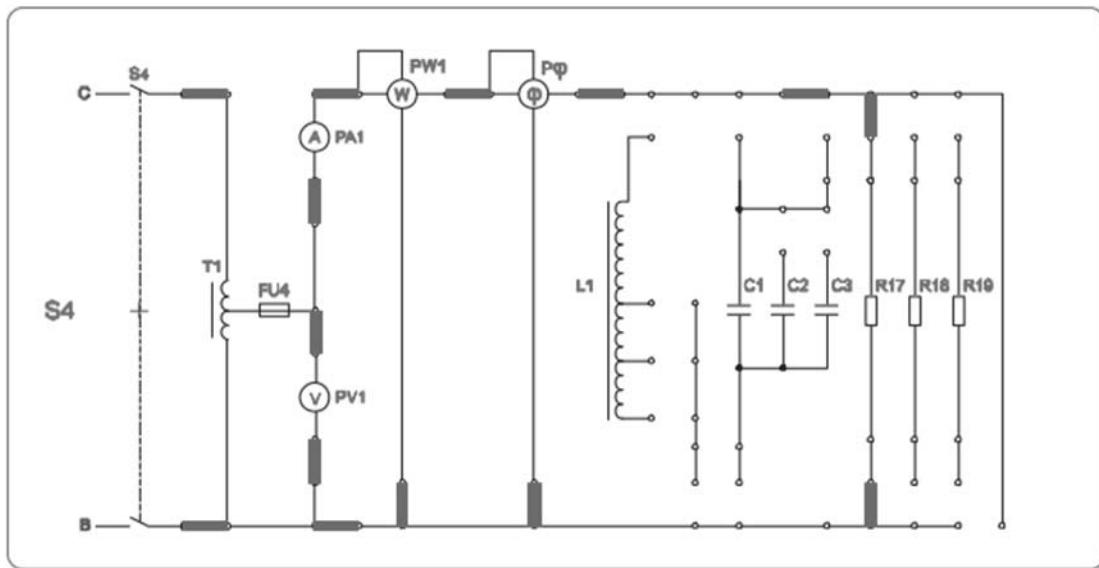


Рисунок 3.2 – Схема для поверки ваттметра косвенным методом

2 Для расчета величины полной (в цепи переменного тока с активной нагрузкой полная мощность будет равна активной мощности) мощности использовать формулу

$$P = U \cdot I,$$

сравнив с расчетом по формуле

$$P = R \cdot I^2.$$

3 В качестве эталонного вольтметра и эталонного омметра, необходимого для измерения активного сопротивления нагрузки, использовать цифровые мультиметры, расположенные на стенде.

4 Рассчитать погрешность на оцифрованных делениях шкалы ваттметра. Сравнить с классом точности, указанным на шкале ваттметра.

### ***Контрольные вопросы***

- 1 Что такое нормирующее значение шкалы прибора и как оно определяется?
- 2 Какие типы электромеханических приборов используются для прямого измерения мощности в электрической цепи?
- 3 В каких единицах измеряется мощность в цепи переменного тока?
- 4 Поясните принцип действия ферродинамического ваттметра.
- 5 Поясните принцип действия электродинамического ваттметра.

## 4 Лабораторная работа № 4. Обработка результатов прямых измерений

**Цель работы:** приобрести навыки и применения полученных знаний на практике при обработке результатов многократных прямых измерений.

### 4.1 Основные теоретические положения

При статистической обработке группы результатов наблюдений необходимо выполнить следующие операции [1].

1 Исключить известные систематические погрешности из результатов наблюдений.

2 Вычислить среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений, принимаемое за результат измерения  $\tilde{A}$ :

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (4.1)$$

3 Вычислить оценку среднего квадратического отклонения (СКО) результата наблюдения:

$$S(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n-1}}, \quad (4.2)$$

где  $x_i$  –  $i$ -й результат наблюдения;

$n$  – число результатов наблюдений.

4 Среднее квадратическое отклонение  $\sigma(\tilde{A})$  результата измерения оценить по формуле

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n(n-1)}}. \quad (4.3)$$

5 Проверить гипотезу о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению (приложение А). Проверку этой гипотезы проводить с уровнем значимости  $q$  от 10 % до 2 %. Конкретные значения уровней значимости должны быть указаны в методике выполнения измерений.

При  $n > 50$  для проверки принадлежности результатов наблюдений кциальному распределению предпочтительным является один из критериев: Пирсона  $\chi^2$  или Мизеса – Смирнова  $\omega^2$ . Если  $15 < n < 50$ , то предпочтителен

составной критерий (см. приложение А). При  $n \leq 50$  принадлежность результатов наблюдений к нормальному распределению не проверяют. При этом нахождение доверительных границ случайной погрешности по методике, предусмотренной ГОСТ 8.207–76, возможно в том случае, если заранее известно, что результаты наблюдения принадлежатциальному распределению.

6 Если результаты наблюдений удовлетворяют нормальному закону распределения, то грубые погрешности исключить в соответствии со стандартом. Так, при известном среднеквадратическом отклонении  $\sigma_n$  критерием аномаль-

ности служит соотношение между  $t_n = \frac{|\tilde{A} - x_1|}{\sigma_n}$  или  $t_n = \frac{|x_n - \tilde{A}|}{\sigma_n}$  и значением  $\beta$ ,

которое для данного  $n$  и принятой вероятности (уровня значимости)  $\alpha = 1 - P(t_n \geq \beta)$  берут из таблицы Б2. Если  $t_n \geq \beta$ , то результат  $x_1$  (или  $x_n$ ) аномальный. При неизвестном  $\sigma_n$  критерием аномальности служит соотно-

шение между  $U_n = \frac{|\tilde{A} - x_1|}{S(x)}$  или  $U_n = \frac{|x_n - \tilde{A}|}{S(x)}$  и значением  $\beta$ , которое для дан-

ного  $n$  и принятой вероятности  $\alpha = 1 - P(U_n \geq \beta)$  берут из таблицы Б.2. Если  $U_n \geq \beta$ , то результат  $x_1$  (или  $x_n$ ) отбрасывается как аномальный. В этом случае заново вычисляют результат измерения и оценку СКО результата измерения.

7 Доверительные границы  $\varepsilon$  (без учета знака) случайной погрешности результата измерения найти по формуле

$$\varepsilon = t \cdot S(\tilde{A}), \quad (4.4)$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента, который в зависимости от доверительной вероятности  $P_u$  числа результатов наблюдений  $n$  находят по таблице Б.1.

Доверительную вероятность  $P$  принимают равной 0,95, допускается указывать границы для доверительной вероятности  $P = 0,99$ . В особых случаях, например при измерениях, результаты которых имеют значение для здоровья людей, допускается вместо  $P = 0,99$  принимать более высокую доверительную вероятность.

8 Вычислить границы неисключенной систематической погрешности (неисключенных остатков систематической погрешности) результата измерения (НСП).

Неисключенная систематическая погрешность результата измерения образуется из составляющих, в качестве которых могут быть неисключенные систематические погрешности: метода, средств измерения, вызванные другими источниками. Границами составляющих НСП принимают, например, пределы допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, если случайные составляющие погрешности пренебрежимо малы.

При суммировании составляющих НСП результата измерения НСП средств измерения каждого типа и погрешности поправок рассматривают как случайные величины. Если данные о виде распределения случайных величин отсут-

ствуют, то их распределения принимают за равномерные. При равномерном распределении НСП их границы (без учета знака) вычисляют по формуле

$$\Theta = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \Theta_i^2}, \quad (4.5)$$

где  $\Theta_i$  – граница  $i$ -й неисключенной систематической погрешности;

$k$  – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью.

Коэффициент  $k$  принимают равным 1,1 при доверительной вероятности  $P = 0,95$ , а при доверительной вероятности  $P = 0,99$  коэффициент  $k$  принимают равным 1,4, если число суммируемых неисключенных систематических погрешностей более четырех ( $m > 4$ ). Если же число суммируемых погрешностей равно четырем или менее четырех, то значение  $k$  определяют по графику [4, рисунок 2.6].

Доверительную вероятность для вычисления границ неисключенной систематической погрешности принимают той же, что и при вычислении доверительных границ случайной погрешности результата измерения.

9 Вычислить доверительные границы погрешности результата измерения.

Если отношение  $\frac{\Theta}{S(\tilde{A})} < 0,8$ , то неисключенными систематическими погрешностями, по сравнению со случайными, пренебрегают и принимают, что граница погрешности результата  $\Delta = \varepsilon$ . Если  $\frac{\Theta}{S(\tilde{A})} > 8$ , то случайной погрешностью,

по сравнению со систематическими, пренебрегают и принимают, что границы погрешности результата  $\Delta = \Theta$ . Погрешность, возникающая из-за пренебрежения одной из составляющих погрешности результата измерения при выполнении указанных неравенств, не превышает 15 %. Если выше представленные неравенства не выполняются, то допускается границы погрешности результата измерения  $\Delta$  (без учета знака) вычислять по формуле

$$\Delta = K \cdot S_\Sigma, \quad (4.6)$$

где  $K$  – коэффициент, зависящий от соотношения случайной и неисключенной систематической погрешностей;

$S_\Sigma$  – оценка суммарного среднего квадратического отклонения результата измерения.

При этом  $S_\Sigma$  вычисляют по формуле

$$S_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\Theta_i^2}{3} + S^2(\tilde{A})}, \quad (4.7)$$

$$\text{а коэффициент } K = \frac{\varepsilon + \Theta}{S(\tilde{A}) + \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\Theta_i^2}{3}}}.$$

10 Форма записи результатов измерений.

Оформление результатов измерений производят по ГОСТ 8.011–72.

При симметричной доверительной погрешности результаты измерений представляют в следующей форме:

$$\tilde{A} \pm \Delta, P, n, \quad (4.8)$$

где  $\tilde{A}$  – результат измерения.

Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и погрешности  $\Delta$ .

При отсутствии данных о виде функций распределений составляющих погрешности результата и необходимости дальнейшей обработки результатов или анализа погрешностей результаты измерений представить в форме  $\tilde{A}; S(\tilde{A}), n; \Theta$ .

11 Правила округления.

Погрешность результата измерения указывается двумя значащими цифрами (все цифры, стоящие справа после нулей), если первая из них равна 1 или 2, и одной, если первая есть 3 и более. Округление производится лишь в окончательном ответе, а все предварительные расчеты выполняются не менее чем с одним-двумя лишними знаками.

## 4.2 Порядок выполнения работы

Студент должен выполнить тот вариант задачи, порядковый номер которого совпадает с его номером в журнале группы студентов.

Необходимо произвести оценку результата измерения постоянного тока по результатам 25 наблюдений с помощью амперметра, имеющего предел основной приведенной погрешности  $\gamma$ . Шкала применяемого прибора равномерная. Нулевая отметка находится на краю шкалы. Конечное значение диапазона измерения  $X_N$ . Известные систематические погрешности исключены. Неисключенные систематические погрешности измерительного прибора определяются пределом допускаемой абсолютной погрешности. Задачу решить для заранее выбранного уровня значимости  $q_1 / 2 = 5\%$ ,  $q_2 = 5\%$ . Статистическую обработку результатов наблюдений выполнить для доверительной вероятности  $P$ . Исходные данные по заданию.

Пример выполнения задания приведен в приложении А.

Задания для выполнения работы приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Исходные данные величин для выполнения работы

Порядковый номер	Результат наблюдений, I A									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5,4	5,9	5,8	5,9	5,6	5,1	4,8	4,3	5,1	5,3
2	5,4	4,8	4,9	3,3	4,8	5,4	4,2	5,2	5,8	4,7
3	31,5	30,7	29,9	31,8	32	31,7	30,9	23,5	31,9	30,6
4	7,9	7,1	7,3	7,5	7,6	7,2	7,4	7,1	6,1	6,9
5	32,2	28,5	29,8	31,4	30,9	30	30,2	32,2	32,3	33,3
6	5,2	5,7	5,5	5,2	6,7	7,8	5,5	5,6	6,0	5,1
7	10,3	10,4	9,4	9,6	9,3	8,9	8,7	9,6	9,3	11,0
8	1,63	1,75	0,90	1,74	1,60	1,54	1,57	1,59	1,79	1,59
9	7,5	6,4	7,3	7,1	6,0	6,8	7,5	7,5	7,7	7,0
10	44,3	44,4	43,2	44,1	45	45,2	44,7	44,9	44,1	44,2
11	5,11	5,29	4,53	5,3	4,54	4,81	4,31	5,01	5,09	6,23
12	71,4	72,5	73,2	71,3	73,5	74,7	76,4	72,4	72,1	70,6
13	5	4,9	5	4,9	4,9	4,2	5	5,1	5	4,9
14	50	50,4	50,3	50,2	51,6	50,8	51,4	51,7	59,3	50,6
15	6,74	6,94	7,1	6,17	6,6	6,3	6,9	6,9	6,9	6,1
16	9,7	7,8	5,8	8,4	7,8	6,5	5,2	8,4	7,2	8,2
17	31,5	30,7	27,9	31,8	32,9	31,7	30,9	29,5	31,9	30,6
18	50,6	50,7	52	59,3	51,1	51,3	51	53,3	53,2	50,3
19	73,6	73,3	74,5	74,3	74,9	73,8	71,7	74,5	73,1	74,6
20	3,17	3,26	3,33	2,35	3,37	3,30	3,22	3,27	3,21	3,24

Продолжение таблицы 4.1

Порядковый номер	Результат наблюдений, I A							P	$\gamma$	$X_N$
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	5,4	5,6	5,0	5,3	5,1	5,6	5,6	0,99	1,5	10
2	5,4	4,7	4,8	5,2	5,1	4,4	5,2	0,95	2	10
3	29,5	31,9	30,5	29,6	31,5	30,4	31,3	0,95	2	50
4	7	7,2	7,2	7,1	7	6,9	7,4	0,99	2	10
5	30,7	33,2	26,6	29,4	31,2	28,2	32,1	0,95	2	50
6	6,7	6,1	6,9	7,3	6,2	7,8	6,2	0,99	1,5	10
7	9,1	11,1	6	8,1	8,6	7,2	10,2	0,95	1	10
8	1,22	1,76	1,69	1,61	1,24	0,75	1,67	0,95	2,5	2
9	7,8	5,7	6,6	7,2	6,3	7,5	7,2	0,99	1	10
10	44,4	44,7	45,1	44,9	44,2	44,3	44,6	0,95	2	100
11	5,89	5	4,59	4,63	4,71	4,89	5,95	0,99	1	10
12	70,5	72,9	70,6	71,4	70,7	72,6	69,4	0,95	2	100
13	5	5	5	4,9	4,9	4,9	5	0,99	2	10
14	50,3	50,1	55,7	50,4	51,5	51,2	51,1	0,95	2	100
15	6,05	7,05	6,85	7,0	6,91	6,25	6,77	0,99	1,5	10
16	6,8	8,5	6,3	6,9	5,9	8,5	7,3	0,95	2	10
17	29,5	31,9	30,5	29,6	31,5	30,4	31,3	0,95	1	100
18	55,6	56,1	88	88,3	52,1	51,1	50,2	0,99	1	100
19	72,62	72,82	73,76	74,51	73,45	74,23	73,37	0,95	1	100
20	3,33	3,37	3,31	3,39	3,38	3,21	3,17	0,95	2	10

## **Контрольные вопросы**

- 1 Перечислите основные этапы обработки результатов прямых измерений.
- 2 Как правильно представлять результаты обработки измерений?
- 3 Дайте определение понятию «среднее значение».
- 4 Дайте определение понятию «дисперсия».
- 5 Дайте определение понятию «среднеквадратичное отклонение».
- 6 Чем отличаются между собой среднеквадратичная величина результата наблюдения от среднеквадратичного отклонения результата измерения?

## **5 Лабораторная работа № 5. Обработка результатов косвенных измерений**

**Цель работы:** приобрести навыки применения полученных знаний на практике при обработке результатов многократных косвенных измерений.

### **5.1 Основные теоретические положения**

Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – величины, измеренные прямыми методами. Тогда если измеряемая величина  $X$  является функцией от  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,  $X = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , то измерение считают косвенным. Погрешность определения величины  $X$  зависит не только от погрешности измерения величин  $x_n$ , но и от вида функциональной зависимости  $F$ .

Рассмотрим два случая косвенных измерений, отличающихся подходами при оценке их погрешности.

*Случай 1.* Измеряемые аргументы невзаимосвязаны. Оценку действительного значения измеряемой величины  $\bar{X}$  производят по формуле

$$\tilde{Q} = \bar{X} = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n),$$

где  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$  – среднее значение аргументов, получаемое по результатам прямых измерений.

Оценку абсолютной погрешности косвенного измерения производят по формуле

$$\tilde{\Delta} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \cdot \Delta x_i.$$

Составляющую погрешности  $\Delta x_i$  вычисляют по формуле

$$\Delta_i(x_i) = \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \cdot \Delta x_i.$$

Оценку среднего квадратического отклонения составляющих результирующей погрешности определяют из соотношения

$$S_i(\bar{X}) = \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \cdot S(\bar{x}_i),$$

где  $S(\bar{x}_i)$  – оценки среднего квадратического отклонения случайной погрешности результата измерения отдельных  $x_i$ .

Оценка СКО результата измерения

$$S(\bar{X}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_i^2(X_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \cdot S^2(\bar{x}_i)}.$$

Границы интервала, в котором с заданной вероятностью находится случайная погрешность результата измерения,

$$\varepsilon = \pm t_p^{9^{\text{TM}}} \cdot S(\bar{X}),$$

где  $t_p^{9^{\text{TM}}}$  – квантильный множитель распределения итогового результата косвенного измерения, соответствующий доверительной вероятности  $P$ .

Если число измерений не менее 20,  $t_p$  определяется из таблиц нормированного нормального распределения; если же число прямых измерений меньше 20, то можно воспользоваться распределением Стьюдента с эффективным числом степеней свободы

$$k_{9^{\text{TM}}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i^2}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n_i - 1} \cdot E_i^4} - 2,$$

где  $n_i$  – число прямых измерений величины  $x_i$ .

$$E_i = \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \cdot S(\bar{x}_i).$$

В качестве  $t_p^{9^{\text{TM}}}$  можно выбрать квантильный множитель распределения Стьюдента, число измерений которого соответствует минимальному числу произведенных измерений.

Если имеются систематические погрешности  $\Delta_{ci}$  прямо измеряемых величин  $x_i$ , то общую систематическую погрешность  $\Delta_c$  вычисляют по формуле

$$\Delta_c = \sum \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \cdot \Delta c_i.$$

Ее исключают из результата измерения введением поправки  $(-\Delta_c)$ .

Граница неисключенной систематической погрешности результата косвенного измерения вычисляется по формуле

$$\Theta = k \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \cdot \Theta_i^2},$$

где  $k$  – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью,  $k = 1,1$  при  $P = 0,95$ .

Суммарную погрешность результата косвенного измерения определяют согласно ГОСТ 8.207–76 в зависимости от соотношения  $\Theta$  и  $S(\bar{X})$ , как и для прямых измерений.

*Случай 2.* Измеряемые аргументы взаимосвязаны (коррелированы) и различие между результатами определяется как погрешностями измерений, так и теснотой связи измеряемых аргументов.

Оценка дисперсии результата косвенных измерений определяется по формуле

$$S^2(\bar{X}) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 \cdot S^2(\bar{x}_i) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right) \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial x_j} \right) \cdot \rho_{ij} \cdot S(x_i) \cdot S(x_j),$$

где  $\rho_{ij}$  – коэффициент корреляции погрешностей измерения величин  $x_i$  и  $x_j$ , учитывающий тесноту зависимости между ними.

Возможные значения коэффициента корреляции лежат в интервале  $-1 \leq \rho_{ij} \leq +1$ . Если  $\rho_{ij} = 0$ , то погрешности некоррелированы. Равенство  $\rho_{ij} = \pm 1$  свидетельствует о наличии функциональной (а не вероятностной) зависимости.

Оценку коэффициента корреляции производят по формуле

$$\tilde{\rho}_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m (x_{ki} - \bar{x}_i) \cdot (x_{kj} - \bar{x}_j)}{S(\bar{x}_i) \cdot S(\bar{x}_j)},$$

где  $m$  – наименьшее из чисел наблюдений за величинами  $x_i$  и  $x_j$ .

## 5.2 Порядок выполнения работы

Произвести оценку суммарной погрешности определения величины  $Z$  по результатам измерений величин  $X$  и  $Y$ . Величина  $Y$  измеряется инструментом с ценой деления  $h$ . Предел основной относительной погрешности измерения величины  $X$  составляет  $\delta$ .

Необходимо оценить погрешность определения  $Z$  по результатам наблю-

дений, приведенным в таблицах 5.1–5.11 согласно варианту по списку группы. Доверительная вероятность  $P = 0,95$ . Результаты измерений распределены по нормальному закону.

Таблица 5.1 – Вариант 1 ( $Z = \frac{X^2}{Y}$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	100,3	100,2	100,4	100,6	100,3
$Y$	26,6	26,5	26,8	26,9	26,5
$h$			0,1		
$\delta, \%$			1		

Таблица 5.2 – Вариант 2 ( $Z = \frac{Y}{X^2}$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	2,5	2,6	2,1	2,4	2,3
$Y$	4,8	4,9	4,4	4,3	4,8
$h$			0,2		
$\delta, \%$			5		

Таблица 5.3 – Вариант 3 ( $Z = \frac{2Y}{3X}$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	26,3	26,5	26,9	26,6	26,7
$Y$	13,2	13,3	13,5	13,4	13,3
$h$			0,2		
$\delta, \%$			2		

Таблица 5.4 – Вариант 4 ( $Z = X \cdot Y^2$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	44,3	44,5	44,8	44,7	44,5
$Y$	103	102	104	105	106
$h$			0,2		
$\delta, \%$			2		

Таблица 5.5 – Вариант 5 ( $Z = \frac{3Y}{5X}$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	5,0	5,2	5,4	5,1	5,6
$Y$	3,3	3,4	3,2	3,1	3,4
$h$			0,2		
$\delta, \%$			6		

Таблица 5.6 – Вариант 6 ( $Z = \frac{Y}{X^2}$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	4,6	4,8	4,9	4,4	4,5
$Y$	5,3	5,2	5,1	4,9	5,0
$h$			0,1		
$\delta, \%$			4		

Таблица 5.7 – Вариант 7 ( $Z = 2Y \cdot 3X$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	10,6	10,8	10,9	10,3	10,5
$Y$	4,3	4,4	4,2	4,1	4,5
$h$			0,1		
$\delta, \%$			4		

Таблица 5.8 – Вариант 8 ( $Z = X^2 \cdot 2Y$ )

Номер измере-ния	1	2	3	4		5
$X$	31,1	31,3	31,5	31,4		31,7
$Y$	12,8	12,9	12,7	12,4		12,5
$h$			0,2			
$\delta, \%$			5			

Таблица 5.9 – Вариант 9 ( $Z = Y^2 \cdot 2X$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	10,6	10,8	10,9	10,7	10,5
$Y$	6,6	6,4	6,5	6,4	6,3
$h$			0,2		
$\delta, \%$			2		

Таблица 5.10 – Вариант 10 ( $Z = \frac{2Y}{X^2}$ )

Номер измерения	1	2	3	4	5
$X$	8,4	8,2	8,5	8,6	8,8
$Y$	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
$h$			0,1		
$\delta, \%$			4		

### ***Контрольные вопросы***

- 1 Перечислите основные этапы обработки результатов косвенных измерений.
- 2 Как правильно представлять результаты обработки измерений?
- 3 Поясните понятия коррелированные и некоррелированные величины.
- 4 Дайте определение понятию «дисперсия».

5 Дайте определение понятию «среднеквадратичное отклонение».

6 Чем отличаются между собой среднеквадратичная величина результата наблюдения от среднеквадратичного отклонения результата измерения?

## **6 Лабораторная работа № 6. Разработка методики выполнения измерений**

**Цель работы:** ознакомится с основными положениями ГОСТ 8.010–2013; изучить структуру методики выполнения измерений; ознакомиться с типичными составляющими погрешностями измерений, которые необходимо учитывать при разработке методик измерения; провести оценку неопределенности измерений толщины металла ультразвуковым толщинометром.

### **6.1 Общие положения**

Большое значение для процесса измерений имеет его правильная организация. Любое измерение требует от исполнителя контроля, понимания и четкости выполнения всей совокупности операций, направленных на исключение или уменьшение влияния погрешностей на результат измерения. Сложность значительной части измерений и обработка их результатов обуславливает необходимость разработки методик выполнения измерений.

Методика выполнения измерений (МВИ) – установленная логическая последовательность операций и правил при измерении, выполнение которых обеспечивает получение результатов измерений в соответствии с принятым методом измерений.

Любая МВИ должна обеспечить воспроизведение единицы величины и выполнение операций по определению измеряемой величины. Очевидно, что при решении обеих этих задач неизбежна определенная погрешность, т. е.

$$y = (1/q)x,$$

где  $y$  – результат измерения;

$1/q$  – коэффициент чувствительности МВИ;

$x$  – измеряемая величина.

Так как  $q \neq 1$ , то  $y \neq x$ , а результат измерения содержит погрешность

$$\Delta = y - x = (1/q)x - x = [(1/q) - 1]x.$$

Эта погрешность зависит от значения измеряемой величины  $x$ , следовательно, она является мультипликативной. Причина ее появления – погрешность воспроизведения аттестуемой МВИ единицы величины.

Кроме указанной погрешности, обязательно появляется случайная составляющая общей погрешности, которую тоже необходимо оценить при аттестации методики измерений, используя статистические методы обработки результатов измерений.

Таким образом, при разработке МВИ обязательно учитывают как систематическую составляющую (мультиплективную и аддитивную), так и случайную составляющую в виде неопределенности измерений.

*ГОСТ 8.010–2013 Государственная система обеспечения единства измерений. Методики выполнения измерений. Основные положения* устанавливает общие положения и требования к разработке МВИ, их содержанию, аттестации, стандартизации, метрологическому надзору. Методики разрабатывают и применяют с целью обеспечения выполнения измерений с погрешностью, не превышающей требуемой или приписанной характеристики (характеристики погрешности любого результата совокупности измерений, полученного при соблюдении требований и правил данной МВИ).

Разработка МВИ состоит из нескольких этапов и включает в себя: выбор метода и средств измерений; установление последовательности и содержания операций при подготовке и выполнении измерений, обработке промежуточных и окончательных результатов измерений; установление приписанных характеристик погрешности измерений; разработку нормативов и процедур контроля точности получаемых результатов измерений; расчет оценки неопределенности получаемых измерений посредством разработанной методики; оформление МВИ как документа; аттестацию МВИ; стандартизацию МВИ.

Аттестация МВИ – процедура установления и подтверждения соответствия МВИ предъявленным к ней метрологическим требованиям. Аттестации подлежат МВИ, используемые в сфере распространения государственного метрологического контроля и надзора. Ее осуществляют метрологические службы и иные организационные структуры по обеспечению единства измерений.

Любая методика со временем теряет свою актуальность. Поэтому метрологической службой периодически проводится метрологическая экспертиза МВИ, которая включает в себя анализ каждого раздела методики. При несоответствии установленным требованиям методика перерабатывается и утверждается заново.

## **6.2 Порядок выполнения работы**

1 Изучить теоретический материал.

2 Определить область применения ультразвуковых толщиномеров. Ознакомиться с методикой измерения толщины металла ультразвуковым толщиномером А1210.

2 Провести измерение толщины металла образца 5 раз.

3 Найти среднее арифметическое результата измерений.

4 Ознакомиться с МВИ 01–2012 *Толщина металлических изделий. Методика выполнения измерений ультразвуковым методом.*

5 Рассчитать неопределенность измерений, руководствуясь МВИ 01–2012 (см. приложение А).

6 Отчет о работе должен включать в себя: наименование и цель работы; результаты измерения толщины стального образца; формулы для расчета неопределенности измерений; результат расчета неопределенности измерений.

## ***Контрольные вопросы***

- 1 Охарактеризуйте типичные составляющие и способы оценивания характеристик погрешностей измерений.
- 2 Какие методы измерений вы знаете? В чем их особенности?
- 3 Какими методами и средствами можно провести контроль точности результатов измерений?
- 4 Что такое неопределенность измерений?
- 5 От каких параметров зависит неопределенность измерений толщины металла ультразвуковым методом?
- 6 В каком виде представляется результат измерения?
- 7 Какие виды погрешностей измерений вы знаете?

## **7 Лабораторная работа № 7. Разработка программы метрологической аттестации средств измерений**

**Цель работы:** освоить порядок разработки метрологической аттестации средств измерений.

### ***7.1 Общие положения***

Метрологическая аттестация – это признание средства измерений (испытаний) узаконенным для применения (с указанием его метрологического назначения и метрологических характеристик) на основании тщательных исследований метрологических свойств этого средства. Метрологическая аттестация выполняется органами Государственной метрологической службы (ГМС) или метрологическими службами юридических лиц в соответствии с ГОСТ 8.326–89. Метрологической аттестации могут подвергаться: СИ, не подлежащие государственным испытаниям или утверждению типа органами ГМС; опытные образцы СИ, измерительные приборы, выпускаемые или ввозимые из-за границы в единичных экземплярах или мелкими партиями, измерительные системы и их каналы. На основании метрологической аттестации признают законными уникальные средства измерения и отбираемые из числа рабочих, предназначенные для применения в качестве образцовых.

Каждое средство измерений подвергается метрологической аттестации индивидуально. Основные задачи метрологической аттестации СИ: определение метрологических характеристик СИ и установление их соответствия требованиям нормативной документации; установление перечня метрологических характеристик СИ, подлежащих контролю при поверке; опробование методики поверки. Метрологическая аттестация проводится по специально разработанной и утвержденной программе. Результаты оформляются в виде протокола определенной формы. При положительных результатах выдается свидетельство о метрологической аттестации установленной формы, где указывают метрологические характеристики средства измерения. Между измерением и испытанием имеется различие: погрешность испытания складывается из погрешности

измерения и погрешности воспроизведения режимов испытания. Измерение можно считать частным случаем испытания, при котором условия последнего не представляют интереса. В соответствии с этим существуют различия в аттестации СИ и испытательного оборудования (основные положения и порядок проведения аттестации последнего утверждены ГОСТ Р 8.568–97 *Аттестация испытательного оборудования. Основные положения*). Основная цель метрологической аттестации испытательного оборудования – подтверждение возможности воспроизведения условий испытаний в пределах допустимых отклонений и установление возможности использования данного оборудования в соответствии с его назначением. Аттестация бывает первичной, периодической и повторной. Первичная аттестация заключается в экспертизе эксплуатационной и проектной документации, экспериментальном определении технических характеристик испытательного оборудования и подтверждении пригодности его к использованию. Технические и метрологические характеристики, подлежащие определению, выбирают из числа нормированных и установленных в документации. Данные характеристики должны свидетельствовать о возможности оборудования воспроизводить условия испытаний в течение установленного времени. В процессе первичной аттестации устанавливают: возможность воспроизведения внешних действующих факторов и (или) режимов функционирования объекта испытания, установленных в документах на методики испытаний конкретных видов продукции; отклонения параметров условий испытаний от нормированных значений; степень обеспеченности безопасности персонала и отсутствие вредного воздействия на окружающую среду; перечень характеристик оборудования, которые должны проверяться при периодической аттестации, а также методы, средства и периодичность аттестации.

Периодическую аттестацию проводят в процессе эксплуатации испытательного оборудования в объеме, необходимом для подтверждения соответствия его характеристик требованиям нормативных документов на методики испытаний и эксплуатационных документов, не реже одного раза в пять лет. Результаты аттестации оформляют в виде протокола. При положительных результатах на испытательное оборудование выдается аттестат определенной формы, а также делается запись в эксплуатационных документах. К метрологической аттестации допускаются лица, имеющие специальную подготовку и практический стаж работы в поверочных подразделениях. Аттестация проводится специально создаваемой комиссией из числа высококвалифицированных специалистов-метрологов. Итак, на основании метрологической аттестации средству измерений приписывается определенный ранг (образцовое, рабочее), а его владельцу дается право применять данное СИ в указанном качестве. Далее путем поверки периодически проверяется, соответствует ли средство измерений установленному ранее рангу, т. е. поверке отводится контрольная функция.

## **7.2 Порядок выполнения работы**

7.2.1 Изучить общие положения метрологической аттестации СИ. Ознакомиться с нормативной документацией, регламентирующей их метроло-

гическую аттестацию.

2 Проанализировать основные требования к проведению метрологической аттестации прибора для измерения твердости.

3 Разработать программу метрологической аттестации прибора для измерения твердости согласно ГОСТу. Отчет должен включать в себя: наименование и цель работы; эскиз измерительного прибора, на который необходимо разработать программу аттестации; программу метрологической аттестации средства измерений; протокол и свидетельство о метрологической аттестации; заполненную таблицу 7.1; выводы по работе.

Таблица 7.1 – Рассмотрение технической документации

Требование по рассмотрению технической документации	Указание по методике рассмотрения

### ***Контрольные вопросы***

- 1 Какова цель метрологической аттестации средств измерений?
- 2 Что определяют при метрологической аттестации средств измерений?
- 3 Назовите основные задачи метрологической аттестации СИ.
- 4 Каким документом оформляются результаты аттестации?
- 5 В каком случае средства измерения подвергаются аттестации?

### **Список литературы**

- 1 **Сергеев, А. Г.** Метрология, стандартизация и сертификация : учебник и практикум для академ. бакалавриата: в 2 ч. / А. Г. Сергеев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2017. – Ч. 1 : Метрология. – 325 с.
- 2 **Колчков, В. И.** Метрология, стандартизация и сертификация : учебник / В. И. Колчков. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ФОРУМ; ИНФРА-М, 2017. – 432 с.
- 3 **Степанов, А. М.** Метрология, стандартизация и сертификация : учеб. пособие / А. М. Степанов; под общ. ред. С. Н. Глаголева. – 3-е изд. – М. : АСВ, 2016. – 248 с.
- 4 Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений: ГОСТ 8.207–76. – М. : Изд-во стандартов, 1978. – 12 с. : ил.
- 5 Аттестация испытательного оборудования. Основные положения: ГОСТ Р 8.568–97. – М. : Госстандарт, 1978. – 8 с.

## Приложение А (рекомендуемое)

### Пример выполнения задания по обработке результатов прямых измерений

Произвести оценку результата измерения напряжения по результатам 25 наблюдений с помощью милливольтметра, имеющего предел основной приведенной погрешности  $\gamma = 1\%$ . Шкала применяемого прибора равномерная. Нулевая отметка находится на краю шкалы. Конечное значение диапазона измерения  $X_N = 50$  мВ. Известные систематические погрешности исключены. Неисключенные систематические погрешности прибора определяются пределом допускаемой абсолютной погрешности. Задачу решить для заранее выбранного уровня значимости  $q_1/2 = 5\%$ ,  $q_2 = 5\%$ . Статистическую обработку результатов наблюдений выполнить для доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

Статистическую обработку результатов наблюдений (таблица А.1) выполнили по [4] для доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

Таблица А.1 – Результаты наблюдений

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$A$ , мВ	20	20,5	19,5	19,5	20,5	20,5	19,5	20	20,5	20,5	20,5	20,5	19,5

Продолжение таблицы А.1

$n$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$A$ , мВ	18	19,5	19,5	19,5	20,5	22	20	19,5	20,5	19,5	19,5	20,5

Вычисление среднего арифметического исправленных результатов наблюдений, принимаемое за результат измерения  $\tilde{A}$  :

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где  $x_i$  –  $i$ -й результат наблюдения.

$$\tilde{A} = \frac{1}{25} (20 + 20,5 + 19,5 + \dots + 20,5) = \frac{1}{25} \cdot 500 = 20.$$

Вычисление оценки среднего квадратического отклонения (СКО) результата наблюдения производится следующим образом:

$$S(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{25-1} [0^2 \cdot 3 + (-0,5)^2 \cdot 10 + (-2)^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1]} = 0,75.$$

Среднее квадратичное отклонение  $\sigma(\tilde{A})$  результата измерения оцениваем по формуле

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n \cdot (n-1)}} = \sqrt{\frac{13}{25 \cdot (25-1)}} = 0,15.$$

Проверку гипотезы о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению, производим по составному критерию.

### **Критерий 1.**

Вычисляем отношение

$$\tilde{D} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \tilde{A}|}{n \cdot S^*} = \frac{14}{25 \cdot 0,72} = 0,77,$$

где  $S^*$  – суммарная оценка СКО, ее можно найти по формуле

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n}} = \sqrt{\frac{13}{25}} = 0,72.$$

Первый критерий удовлетворяется, если

$$D_{\frac{100-q_1}{2}} < \tilde{D} \leq D_{\frac{q_2}{2}},$$

где  $D_{\frac{100-q_1}{2}}$ ,  $D_{\frac{q_2}{2}}$  – квантили распределения, получаемые в соответствии с данными таблицы А.1  $n$ ,  $q_1/2$  и  $(100 - q_1/2)$ , причем  $q_1$  – заранее выбранный уровень значимости:  $q_1/2 = 5\%$ ,  $100 - q_1/2 = 95\%$ .

Так как  $0,7337 < \tilde{D} = 0,77 < 0,8637$ , то первый критерий удовлетворяется.

### **Критерий 2.**

Можно считать, что критерий 2 удовлетворяется, если не более  $m$  разностей  $|x_i - \tilde{A}|$  превзошли значение  $Z_{P/2} \cdot S$ . Здесь  $S$  – оценка СКО результата наблюдения;  $Z_{P/2}$  – верхняя квантиль распределения нормированной функции Лапласа, отвечающая вероятности  $P/2$  (см. таблицу В.2). Значение  $m$  выбирают из таблицы в зависимости от числа наблюдений  $n = 25$  и принятого уровня значимости  $q_2 = 5\%$ . В данном случае  $m = 2$ .

$$Z_{P/2} \cdot S = 2,17 \cdot 0,75 = 1,63.$$

Анализ показывает, что только две разности  $|18 - 20|$  и  $|22 - 20|$ , равные 2, превзошли 1,63. Итак, оба критерия соблюдаются и распределение результатов наблюдений соответствует нормальному закону.

Для исключения грубых погрешностей из результатов наблюдений строим возрастающий вариационный ряд чисел:

Крайние числа проверяем на аномальность. Критерием аномальности служит соотношение между  $U_1$  и  $U_2$

$$U_1 = \frac{|\tilde{A} - x_1|}{S(x)} \quad U_n = \frac{|x_n - \tilde{A}|}{S(x)},$$

где  $x_1, x_n$  – первый и последний члены ряда, и значением  $\beta$ , которое для данного  $n$  и принятой вероятности  $\alpha = 1 - P(u_n \geq \beta)$  берут из таблицы Б.2.

Так как  $\frac{|20-18|}{0,75} = 2,66 \leq \beta$  и  $\frac{|22-20|}{0,75} = 2,66 \leq \beta$ ,

то результаты наблюдений 18 и 22 мВ не являются аномальными.

Доверительные границы  $\varepsilon$  (без учета знака) случайной погрешности результата находим по формуле  $\varepsilon = t \cdot S(\tilde{A}) = 2,06 \cdot 0,15 = 0,31$ .

Доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата измерения принимаем в соответствии с условием задачи:

$$\theta = \Delta_o = \frac{\gamma X_N}{100 \%} = \pm 1,0 \% \cdot \frac{50}{100 \%} = \pm 0,5 \text{ A.}$$

Так как отношение  $\frac{\theta}{S(\tilde{A})} = \frac{0,5}{0,15} = 3,33$ , т. е.  $0,8 < 3,33 < 8$ , то границу

погрешностей результата измерения вычисляем по формуле

$$\Delta = K \cdot S_{\Sigma},$$

$$\text{где } S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3}} + S^2(\tilde{A});$$

$$K = \frac{\varepsilon + \theta}{S(\tilde{A}) + \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3}}},$$

$$\text{причем } \sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3} = \frac{\theta^2}{3\kappa^2}.$$

Если  $P = 0,95$ , то  $K = 1,1$ . Тогда абсолютная погрешность результатов измерения

$$\begin{aligned}\Delta &= K \cdot S = \frac{\varepsilon + 0}{S(\tilde{A}) + \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3}}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3} + S^2(\tilde{A})} = \frac{\varepsilon + 0}{S^2(\tilde{A}) + \frac{\theta}{\kappa\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\frac{\theta^2}{3\kappa^2} + S^2(\tilde{A})} = \\ &= \frac{0,31 + 0,5}{0,15 + \frac{0,5}{1,1\sqrt{3}}} \sqrt{\frac{0,5^2}{3 \cdot 1,1^2} + 0,15} = 1,1.\end{aligned}$$

Результат измерения:  $(20,0 \pm 1,1)$  мВ;  $P = 0,95$ ;  $n = 25$ .

## Приложение Б (справочное)

### Исключение грубых погрешностей результатов наблюдений

Таблица Б.1 – Значение коэффициента  $t$  для случайной величины  $Y$ , имеющей распределение Стьюдента с  $n - 1$  степенями свободы

$n - 1$	$P = 0,95$	$P = 0,99$	$n - 1$	$P = 0,95$	$P = 0,99$
3	3,182	5,841	16	2,120	2,921
4	2,776	4,604	18	2,101	2,878
5	2,571	4,032	20	2,086	2,845
6	2,447	3,707	22	2,074	2,819
7	2,365	3,499	24	2,064	2,797
8	2,306	3,355	26	2,056	2,779
9	2,262	3,250	28	2,048	2,763
10	2,228	3,169	30	2,043	2,750
12	2,179	3,055	$\infty$	1,960	2,576
14	2,145	2,977			

Таблица Б.2 – Значение коэффициента  $\beta$

Объем выборки	Предельное значение $\beta$ при уровне значимости $\alpha = 1 - P$	
	0,01	0,05
3	1,15	1,15
4	1,42	1,46
5	1,60	1,67
6	1,73	1,82
7	1,83	1,94
8	1,91	2,03
9	1,98	2,11
10	2,03	2,18
12	2,13	2,29
14	2,21	2,37
16	2,28	2,44
18	2,34	2,50
20	2,38	2,56

## Приложение В (рекомендуемое)

### Проверка нормального закона распределения результатов наблюдений

При числе результатов наблюдений  $n < 50$  нормальность их распределения проверяют при помощи составного критерия.

*Критерий 1.* Вычисляют отношение  $\tilde{D}$ :

$$\tilde{D} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \tilde{A}|}{n \cdot S^*},$$

где  $S^*$  – суммарная оценка среднего квадратического отклонения, вычисляемая по формуле

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n}}.$$

Результаты наблюдений можно считать распределенными нормально, если

$$D_{100-q_1/2} < \tilde{D} \leq D_{q_1/2},$$

где  $D_{100-q_1/2}$ ,  $D_{q_1/2}$  – квантили распределения, получаемые из таблицы А.1 по данным  $n$ ,  $q_1/2$  и  $100 - q_1/2$ , причем  $q_1$  – заранее выбранный уровень значимости критерия.

Таблица В.1 – Статистика  $D$

$n$	$q_1/2$		$(100 - q_1/2)$	
	1 %	5 %	95 %	99 %
16	0,9137	0,8884	0,7236	0,6829
21	0,9001	0,8768	0,7304	0,6950
26	0,8901	0,8686	0,7360	0,7040
31	0,8826	0,8625	0,7404	0,7110
36	0,8769	0,8578	0,7440	0,7167
46	0,8682	0,8508	0,7496	0,7256
51	0,8648	0,8481	0,7518	0,7291

*Критерий 2.* Можно считать, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению, если не более  $m$  разностей  $|x_i - \tilde{A}|$  превзошли значение  $Z_{P/2} \cdot S$ , где  $Z_{P/2}$  – верхняя квантиль распределения нормированной функции Лапласа, отвечающая вероятности  $P/2$ ;  $S$  – оценка среднего квадратического отклонения, вычисляемая по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n-1}}.$$

Значения  $P$  определяются из таблицы А.2 по выбранному уровню значимости  $q_2$  и числу результатов наблюдений  $n$ .

При уровне значимости, отличном от предусмотренных в таблице А.2, значение  $P$  находят путем линейной интерполяции.

В случае, если при проверке нормальности распределения результатов наблюдений группы для критерия 1 выбран уровень значимости  $q_1$ , а для критерия 2 –  $q_2$ , то результирующий уровень значимости составного критерия  $q \leq q_1 + q_2$ .

В случае, если хотя бы один из критериев не соблюдается, то считают, что распределение результатов наблюдений группы не соответствует нормальному.

Таблица В.2 – Значение  $P$  для вычисления  $Z_{P/2}$

$n$	$m$	$q_2$		
		1 %	2 %	5 %
10	1	0,98	0,98	0,96
11...14	1	0,99	0,98	0,97
15...20	1	0,99	0,99	0,98
21...22	2	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96
24...27	2	0,98	0,98	0,97
28...32	2	0,99	0,98	0,97
33...35	2	0,99	0,98	0,98
36...49	2	0,99	0,99	0,98

## Приложение Г (справочное)

### Значения функции $\Phi(x)$

Таблица Г.1 – Таблица значений функции  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
1,96	0,4750	2,20	0,4861	2,44	0,4927	2,68	0,4963
1,98	0,4761	2,22	0,4868	2,46	0,4931	2,70	0,4965
2,00	0,4772	2,24	0,4875	2,48	0,4934	2,72	0,4967
2,02	0,4783	2,26	0,4881	2,50	0,4938	2,74	0,4969
2,04	0,4793	2,28	0,4887	2,52	0,4941	2,76	0,4971
2,06	0,4803	2,30	0,4893	2,54	0,4945	2,78	0,4973
2,08	0,4812	2,32	0,4898	2,56	0,4948	2,80	0,4974
2,10	0,4821	2,34	0,4904	2,58	0,4951	2,82	0,4976
2,12	0,4830	2,36	0,4909	2,60	0,4953	2,84	0,4977
2,14	0,4838	2,38	0,4913	2,62	0,4956	2,86	0,4979
2,16	0,4846	2,40	0,4918	2,64	0,4959	2,88	0,4980
2,18	0,4854	2,42	0,4922	2,66	0,4961	2,90	0,4981

## Приложение Д (рекомендуемое)

### Пример выполнения обработки результатов косвенных измерений

Произвести оценку суммарной погрешности косвенного измерения мощности по результатам пяти прямых измерений тока и напряжения. Предел основной относительной погрешности амперметра составляет 1 %, вольтметра – 2 %. Результаты наблюдений представлены в таблице Д.1 и принадлежат нормальному распределению.

Таблица Д.1 – Результат измерений

Номер измерения	1	2	3	4	5
$U, \text{ В}$	0,1	0,1	0,3	0,2	0,1
$I, \text{ А}$	2,4	2,2	2,3	2,4	2,3

*Порядок выполнения.*

1 Проверки крайних значений возрастающих вариационных рядов  $U$  и  $I$  показали, что они не являются аномальными.

2 Вычислим средние арифметические значения  $U$  и  $I$ :  $\bar{U} = 10,12 \text{ В}$ ;  $\bar{I} = 2,32 \text{ А}$ .

3 Определим среднюю мощность по результатам измерения  $U$  и  $I$ :  $\bar{P} = \bar{U} \cdot \bar{I} = 22,26 \text{ Вт}$ .

4 Оценим квадрат СКО результатов измерения напряжения и тока:

$$S^2(\bar{U}) = \frac{\sum_{i=1}^5 (U_i - \bar{U})^2}{n \cdot (n-1)} = 440 \cdot 10^{-5} \text{ В}^2; \quad S^2(\bar{I}) = \frac{\sum_{i=1}^5 (I_i - \bar{I})^2}{n \cdot (n-1)} = 140 \cdot 10^{-5} \text{ А}^2.$$

5 Вычислим квадраты частных производных мощности по напряжению и току:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial U} \right)^2 = \bar{I}^2 = 5,38 \text{ А}^2; \quad \left( \frac{\partial P}{\partial I} \right)^2 = \bar{U}^2 = 102,41 \text{ В}^2.$$

6 Произведем оценку среднего квадратического отклонения результата измерения мощности:

$$S(\bar{P}) = \sqrt{\left( \frac{\partial P}{\partial U} \right)^2 \cdot S^2(\bar{U}) + \left( \frac{\partial P}{\partial I} \right)^2 \cdot S^2(\bar{I})} = \\ = \sqrt{5,38 \cdot 440 \cdot 10^{-5} + 102,41 \cdot 140 \cdot 10^{-5}} = 0,4e.$$

7 Вычислим доверительный интервал случайной погрешности, соответствующий  $P = 0,95$ :  $\varepsilon = t_{0,95} \cdot S(\bar{P}) = 2,776 \cdot 0,4 = 1,1$  Вт.

8 Определим доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата измерения. В качестве границ НСП измерения тока и напряжения принимаем пределы допускаемых погрешностей применяемых средств измерений: для вольтметра – 2 %, для амперметра – 1 %:

$$\Theta_U = \bar{U} \cdot 0,02 = 10,12 \cdot 0,02 = 0,2 \text{ В}; \Theta_I = \bar{I} \cdot 0,01 = 2,32 \cdot 0,01 = 0,02 \text{ А};$$

$$\Theta = k \cdot \sqrt{\left( \frac{\partial P}{\partial U} \right)^2 \cdot \Theta_U^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial I} \right)^2 \cdot \Theta_I^2} = 1,1 \cdot \sqrt{5,38 \cdot 0,2^2 + 102,41 \cdot 0,02^2} = 0,557.$$

9 Определим суммарную погрешность результата измерения  $\Delta$ .

Так как  $\frac{\Theta}{S(\bar{P})} = \frac{0,557}{0,4} = 1,39$ , т. е.  $0,8 < 1,39 < 8$ , то границы абсолютной по-

грешности результата измерения  $\Delta$  (без учета знака) определяют по более сложной формуле

$$\Delta = k \cdot S_{\Sigma} = \frac{\varepsilon + \Theta}{S(\bar{P}) + \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\Theta_i^2}{3}}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\Theta_i^2}{3} + S^2(\bar{P})} = \frac{\varepsilon + \Theta}{S(\bar{P}) + \sqrt{\frac{\left( \frac{\partial P}{\partial U} \right)^2 \cdot \Theta_U^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial I} \right)^2 \cdot \Theta_I^2}{3}}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\left( \frac{\partial P}{\partial U} \right)^2 \cdot \Theta_U^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial I} \right)^2 \cdot \Theta_I^2}{3} + S^2(\bar{P})} = \frac{1,1 + 0,557}{0,4 + \sqrt{\frac{0,256}{3}}} \cdot \sqrt{\frac{0,256}{3} + 0,16} = 1,186 \text{ Вт.}$$

10 Результат измерения следующий:

$$P = (22,26 \pm 1,19) \text{ Вт}, P = 0,95.$$

Вариант задачи выбирается в соответствии со списком группы студентов.