МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

ФИЗИКА

Методические рекомендации к лабораторным работам для студентов всех специальностей и направлений подготовки дневной и заочной форм обучения

МЕХАНИКА

Часть 1

Могилев 2026

УДК 531
ББК 22.31
Ф55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «9» декабря 2025 г., протокол № 4

Составители: канд. физ.-мат. наук, доц. О. Е. Коваленко;
канд. физ.-мат. наук, доц. А. И. Ляпин;
д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко

Рецензент канд. техн. наук, доц. М. Н. Миронова

В методических рекомендациях приводится описание лабораторных установок, рассматривается их принцип действия, излагается порядок выполнения работ по разделу «Механика» курса физики.

Учебное издание

ФИЗИКА

МЕХАНИКА

Часть 1

Ответственный за выпуск	А. В. Хомченко
Корректор	А. А. Подошевко
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

Содержание

Меры безопасности при проведении лабораторных работ на кафедре физики

1 К работе в учебной лаборатории допускаются студенты, прошедшие инструктаж по охране труда с соответствующей записью в протоколе проверки знаний по мерам безопасности.

2 В учебную лабораторию запрещено входить в верхней одежде.

3 Для работы приборов используется напряжение 220 В, представляющее опасность для жизни, что требует повышенного внимания и обязательного выполнения правил и норм охраны труда.

4 Перед началом проведения лабораторной работы студенту необходимо внимательно осмотреть приборы и оборудование на рабочем столе: нет ли механических повреждений, оголенных или оборванных проводов; проверить наличие заземления на приборах. О неисправностях сообщить преподавателю или лаборанту.

5 При проведении работы следует надёжно закреплять грузы на лабораторной установке, находиться вне зоны действия движущихся предметов.

6 При работе с электроплитками и колбами нужно остерегаться ожогов.

7 Приступить к выполнению лабораторной работы с разрешения преподавателя.

8 При проведении работы необходимо быть внимательным, не отходить от рабочего места, при нарушении хода работы остановить выполнение и сообщить о неполадках преподавателю или лаборанту.

9 В случае возгорания электрических проводов или приборов необходимо их немедленно обесточить и сообщить преподавателю или лаборанту.

10 В случае поражения работающего электрическим током необходимо:

– немедленно отключить оборудование;
– освободить пострадавшего от токоведущих частей;
– уложить пострадавшего;
– проверить у пострадавшего наличие дыхания;
– убедиться в наличии пульса;
– при необходимости приступить в искусственному дыханию, вызвать врача скорой помощи по тел. 103.

11 По окончании лабораторной работы необходимо отключить электрические приборы, навести порядок на своём рабочем месте.

1 Лабораторная работа № 1. Определение плотности твердых тел и расчет погрешностей измерений

Цель работы: приобрести навыки взвешивания тел, использования измерительных инструментов. Определить плотность твердых тел. Рассчитать погрешности результата в соответствии с существующими ГОСТами.

Общие сведения

Термины и определения.

Измерением называется нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Измерить какую-либо величину – это значит сравнить её с другой однородной с ней величиной, которая принята за единицу измерения.

В задачу измерения входит:

– измерение величины;

– определение погрешности измерения;

– оценка надежности результата.

Измерения разделяются на прямые, косвенные, совокупные и совместные. В лабораторном практикуме чаще всего встречаются прямые и косвенные измерения.

Прямое измерение – измерение, при котором искомое значение измеряемой величины находят непосредственно из опытных данных.

Косвенное измерение – измерение, при котором искомое значение измеряемой величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям.

Погрешностью измерения называется отклонение результата измерения величины от ее истинного значения, происходящее из-за несовершенства метода и средств измерений, непостоянства условий наблюдения, а также от недостаточного опыта наблюдателя или несовершенства его органов чувств. Погрешности разделяются на случайные, систематические и промахи.

Случайная погрешность измерения – это погрешность, изменяющаяся случайно при повторных измерениях одной и той же величины. Эти погрешности вызываются большим количеством причин, характер и размер влияния которых на результат измерения невозможно определить. Присутствие их обнаруживается в том, что при повторении измерения одной и той же величины в одинаковых условиях и с одинаковой тщательностью получают отличающиеся друг от друга результаты. Величина этих погрешностей при единичном измерении не может быть определена. Оценка погрешности дается путем выполнения нескольких измерений и обработки полученного ряда результатов методами математической статистики.

Систематическая погрешность измерения – это погрешность, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины. Систематические погрешности можно разделить на четыре группы:

1) погрешности, природа которых известна. Их можно учесть введением поправок, например, тепловое расширение линейки и др. (величина поправок указывается в паспорте или рассчитывается самостоятельно. Если величина погрешности меньше средней квадратичной погрешности результата измерений, ею пренебрегают);

2) погрешности известного происхождения, но неизвестной величины (неравномерность шкалы прибора, трение в подшипниках и др.), которые обычно предусматриваются гарантированным классом точности (указывается предприятием-изготовителем в паспорте или на шкале прибора);

3) ошибки, о существовании которых не подозревают, хотя величина их может быть очень значительна, например, влияние раковин, пор или инородных включений на плотность тела (эти ошибки стремятся уменьшить тщательностью методики эксперимента или применением нескольких методик одновременно);

4) погрешности, обусловленные свойствами измеряемого объекта, например, эллиптичность основания цилиндрической детали.

Промахи – это грубые ошибки, существенно превышающие ожидаемую при данных условиях погрешность. Они вызываются невнимательностью экспериментатора или внезапными отказами приборов. Наблюдения, содержащие промахи, отбрасываются.

При совместном действии погрешностей всех видов их суммарное влияние на результат измерений подчиняется статистическим законам, поэтому никогда неизвестно «истинное» значение измеряемой величины, но имеется возможность определить некоторый интервал значений, который «накрывает» среднее с заданной вероятностью.

При обработке результатов лабораторных работ доверительный интервал обычно считают симметричным, а доверительную вероятность P выбирают не выше 0,95. В этом случае допускается представление результата в виде

$$X = \overline{X} \pm \Delta X, P,$$

где $\overline{X}$ – среднее значение измеренной величины;

ΔX – суммарная абсолютная погрешность опыта;

P – установленная вероятность или доверительная вероятность (надежность), с которой погрешность измерения находится в этих границах.

Данное выражение можно представить в виде интервала $\overline{X} - \Delta X \le \overline{X} \le \overline{X} + \Delta X$, который называется доверительным.

Обработка результатов прямых измерений

В задачу прямого измерения входит:

– определение среднего значения измеряемой величины с учетом поправки на систематическую погрешность;

– вычисление случайной погрешности, погрешности прибора и округления для заданной надежности P = const;

– определение доверительного интервала, в котором с заданной надежностью находится искомая величина.

Определение случайных погрешностей. Если три-четыре пробных измерения показывают различающиеся друг от друга результаты, то это значит, что в данном опыте присутствует случайная ошибка, для расчета которой следует выполнить достаточно большое число измерений (обычно 10–15). Вся совокупность значений X_i называется выборкой объема n.

Порядок вычислений следующий.

1 *Определение среднеарифметического значения измеряемой величины*:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}. \tag{1.1}$$

2 *Определение случайной погрешности измерений.* Эта операция включает несколько этапов:

– определение случайного отклонения результата i-го измерения от среднего:

$$\Delta X_i = X_i - \overline{X}; \tag{1.2}$$

– определение выборочной средней квадратичной погрешности одного измерения:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i^2}{n-1}}; \tag{1.3}$$

– определение предельной погрешности измерения $\Delta_{пред}$ (под предельной погрешностью понимается полуширина доверительного интервала, соответствующего вероятности P), например,

$$\Delta_{пред} = 3S \text{ (для } P = 0{,}997) \tag{1.4}$$

для выявления в данном ряду измерений промахов (промахом можно считать измерение, при котором случайное отклонение превысило предельную погрешность $\Delta_i > \Delta_{пред}$). Измерения, содержащие промахи, должны быть отброшены, как не заслуживающие доверия;

– определение средней квадратичной погрешности результата (среднее квадратичное отклонение среднего арифметического характеризует распределение средних значений X, полученных в различных выборках):

$$S_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \Delta X_i^2} = \frac{S}{\sqrt{n}}; \tag{1.5}$$

– определение случайной погрешности измерения:

$$\overset{0}{\Delta} = t_{p,n} \cdot S_{\overline{X}}, \tag{1.6}$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента.

Если $n > 30$, то случайная погрешность измерения находится по формуле

$$\overset{0}{\Delta} = \lambda_P \cdot S_{\overline{X}},$$

где λ_P – коэффициент для заданной надежности P.

3 *Определение погрешности прибора.* Предельная ошибка прибора указывается в паспорте или определяется по классу точности, который отмечен на панели прибора соответствующим числом.

Классом точности измерительного прибора называется выраженное в процентах отношение предельной абсолютной погрешности к максимальному значению измеряемой им величины:

$$K = \frac{\delta}{X_{\max}} 100.$$

Если указан класс точности, то ошибку прибора можно определить по формуле

$$\delta = \frac{K \cdot X_{\max}}{100}.$$

Погрешность прибора является систематической погрешностью, но из-за отсутствия информации об этой погрешности её можно рассматривать и учитывать при вычислениях как случайную (у приборов с известным K фактическая погрешность может быть разной по величине и знаку, но, конечно, не больше, чем следует из формулы).

Таким образом, абсолютная погрешность, вносимая прибором, может быть рассчитана по формуле

$$\Delta_{ПР} = \lambda_P \frac{\delta}{3}. \tag{1.7}$$

4 *Определение погрешности округления.* В случаях, когда показания округляются до целых делений или до доли деления, возникает случайная погрешность (ошибка округления), которая имеет, как правило, равномерное распределение. Если нет систематических ошибок, максимальная погрешность не превышает половины интервала округления. Интервал округления может равняться цене деления прибора, если отсчет берется с точностью до целых делений, половине цены деления, если отсчеты округляются до половины деления.

Абсолютная погрешность округления

$$\Delta_{ОКР} = P\frac{h}{2}, \tag{1.8}$$

где h – интервал округления.

5 *Определение полной погрешности измерения* (*полуширины доверительного интервала*). Полная погрешность измерения определяется «квадратичным суммированием»:

$$\Delta X = \sqrt{\overset{0}{\Delta}{}^2 + \Delta_{ПР}^2 + \Delta_{ОКР}^2}\ . \tag{1.9}$$

После введения поправки к среднему значению измеряемой величины (если поправка составляет 0,1 от полной квадратичной погрешности измерения, то её можно не учитывать) записывается результат измерения в виде

$$X = \left(\overline{X} \pm \Delta X\right), \quad P = \ldots\ .$$

Примечания

1 Если одна из погрешностей (случайная, приборная или погрешность округления) в 2–3 раза меньше других, то при вычислении суммарной погрешности ею можно пренебречь. Если в трех-четырех опытах случайная погрешность не проявляется, то учитывают лишь приборную погрешность и погрешность округления.

2 Максимальной погрешностью прибора и интервалом округления штангенциркуля и микрометра считают число, выгравированное на них сбоку.

3 При работе с линейкой приборную погрешность учесть нельзя, а погрешность округления зависит от качества изготовления линейки.

Обработка результатов косвенных измерений

Если физическая величина не может быть измерена непосредственно, а является некоторой функцией величин, определяемых экспериментально, то обработка данных происходит следующим образом. За искомую величину принимается значение функции, вычисленное для средних значений аргументов:

$$\overline{Y} = f\left(\overline{X}_1,\ \overline{X}_2,\ \overline{X}_3,\ \ldots,\ \overline{X}_n\right). \tag{1.10}$$

Так как эта величина является случайной, решается задача определения, с какой вероятностью она заключена в том или ином интервале.

Полуширина доверительного интервала для функции определяется по формуле

$$\Delta Y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)^2 \Delta X_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)^2 \Delta X_n^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial X_j}\right)^2 \Delta X_j^2}$$

или

$$\Delta Y = \overline{Y}\sqrt{\left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial X_1}\Delta X_1\right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial X_2}\Delta X_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial X_n}\Delta X_n\right)^2} =$$

$$= \overline{Y}\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial X_j}\Delta X_j\right)^2}, \qquad (1.11)$$

где ΔX_j – абсолютные погрешности прямых измерений величин X_1, X_2, …, X_n, вычисляемые по правилам обработки прямых измерений;

$\partial f / \partial X_j$, $\partial(\ln f)/\partial X_j$ – частные производные соответствующих функций по аргументам X_1, X_2, …, X_n.

Надежность того, что искомое значение функции накрывается доверительным интервалом, также считается равной P.

Если переменные входят в функцию в виде произведений, частных или степенных функций, то формула (1.11) приводится к виду

$$\Delta Y = \overline{Y}\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\Delta X_j}{\overline{X}_j}\right)^2}\,. \qquad (1.12)$$

Формула (1.12) означает правило квадратичного суммирования относительных погрешностей.

Результаты измерений и вычислений записываются в виде

$$Y = (\overline{Y} \pm \Delta Y), \quad P = \ldots\,.$$

Программа работы

1 Определить массу параллелепипеда при помощи рычажных весов.

2 Измерить линейные размеры параллелепипеда, используя штангенциркуль. Измерения произвести 5 раз в различных местах для каждой из сторон. Найти среднее арифметическое значение длины, ширины и высоты параллелепипеда по формуле (1.1). Измерения должны быть произведены с точностью, обусловленной измерительным прибором.

3 Рассчитать плотность параллелепипеда по формуле

$$\overline{\rho} = \frac{m}{\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}}, \qquad (1.13)$$

сравнить результат с известными данными (таблицы Б.1–Б.5).

Вычисления производить в соответствии с правилами приближенных вычислений (приложение А). Все результаты представлять в виде $a\cdot 10^n$, $b\cdot 10^m$, $c\cdot 10^p$.

4 Данные занести в таблицы 1.1–1.3.

5 Определить случайные отклонения всех измерений Δa_i, Δb_i, Δc_i по формуле (1.2).

Таблица 1.1 – Определение погрешностей измерения стороны a

Номер измерения	$a_i \cdot 10^n$, м	$\bar{a} \cdot 10^n$, м	$\Delta a_i \cdot 10^q$, м	$(\Delta a_i)^2 \cdot 10^r$, м^2	$S_{\bar{a}} \cdot 10^s$, м	$\overset{0}{\Delta} \cdot 10^s$, м	$\Delta_{пр} \cdot 10^s$, м	$\Delta_{окр} \cdot 10^s$, м	$\Delta a \cdot 10^s$, м

Таблица 1.2 – Определение погрешностей измерения стороны b

Номер измере-ния	$b_i \cdot 10^m$, м	$\bar{b} \cdot 10^m$, м	$\Delta b_i \cdot 10^q$, м	$(\Delta b_i)^2 \cdot 10^r$, м^2	$S\bar{b} \cdot 10^s$, м	$\overset{0}{\Delta} \cdot 10^s$, м	$\Delta_{пр} \cdot 10^s$, м	$\Delta_{окр} \cdot 10^s$, м	$\Delta b \cdot 10^s$, м

Таблица 1.3 – Определение погрешностей измерения стороны c

Номер измере-ния	$c_i \cdot 10^p$, м	$\bar{n} \cdot 10^p$, м	$\Delta c_i \cdot 10^q$, м	$(\Delta c_i)^2 \cdot 10^r$, м^2	$S\bar{n} \cdot 10^s$, м	$\overset{0}{\Delta} \cdot 10^s$, м	$\Delta_{пр} \cdot 10^s$, м	$\Delta_{окр} \cdot 10^s$, м	$\Delta c \cdot 10^s$, м

6 Определить среднюю квадратичную погрешность результата S по формуле (1.5) для каждой из сторон.

7 Найти случайные погрешности $\overset{0}{\Delta}$ для сторон a, b, c по формуле (1.6). Надежность P принять равной 0,90. При P = 0,90 и n = 5 коэффициент Стьюдента равен $t_{P,n} = 2{,}1$.

8 Определить приборную погрешность $\Delta_{пр}$ по формуле (1.7). При $P = 0{,}90$ коэффициент $\lambda_P = 1{,}7$. Погрешность прибора δ берется равной цене деления измерительного прибора.

9 Определить погрешность округления $\Delta_{окр}$ по формуле (1.8). Интервал округления h берется равным цене деления измерительного прибора.

10 Найти погрешность прямых измерений Δ для величин a, b, c по формуле (1.9).

11 Найти погрешность измерения плотности по формуле (1.12). Для данной работы эта зависимость имеет вид

$$\Delta\rho = \bar{\rho}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{\bar{c}}\right)^2}\ .$$

За погрешность измерений массы Δm принять половину массы наименьшей гири разновеса.

12 Записать окончательный результат в форме

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho,\ P = 0{,}9.$$

Например, $\rho = (2{,}73 \pm 0{,}21) \cdot 10^3$ кг/м^3, $P = 0{,}90$.

Контрольные вопросы

1 Что называется измерением и что значит измерить какую-либо величину?

2 Что входит в задачу измерения?

3 Какие бывают измерения? Дать их определения и привести примеры.

4 Что называют погрешностью измерения? Какие бывают погрешности?

5 Дать определения и формулы случайных и систематических погрешностей.

6 Как определить приборную погрешность линейки, секундомера, микрометра, штангенциркуля?

7 Каков порядок обработки результатов косвенных измерений? Рассмотреть на конкретном примере.

2 Лабораторная работа № 2. Определение ускорения свободного падения при помощи математического маятника

Цель работы: экспериментально определить ускорение свободного падения при помощи математического или оборотного маятника и оценить погрешность результата.

Общие сведения

Ускорение свободного падения – ускорение, приобретаемое телами под действием силы тяжести $\vec{F}_m$:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_m}{m}.$$

Если не учитывать суточное вращение Земли, то можно считать, что сила, с которой тело притягивается Землей, будет определяться по закону всемирного тяготения:

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2},$$

где G – гравитационная постоянная;
m – масса тела;
M – масса Земли;
R – радиус Земли;
h – высота над уровнем моря.

Таким образом,

$$g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}.$$

Если обозначить ускорение при $h = 0$ как g, причем $g = G\frac{M}{R^2}$, то

$$g_h = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2.$$

Полученная формула выражает зависимость ускорения свободного падения от высоты над уровнем моря. Если высота много меньше радиуса Земли, то можно этой зависимостью пренебречь и считать силу тяжести и ускорение свободного падения постоянными величинами.

Учитывая суточное вращение Земли, надо принимать во внимание то, что сила тяготения и сила тяжести для одного и того же тела, находящегося на поверхности Земли, отличаются друг от друга по модулю и направлению. Сила тяготения $\vec{F}$ всегда направлена по радиусу к центру Земли, сила тяжести $\vec{F}_m$ – по линии отвеса в данном месте Земли (рисунок 2.1).

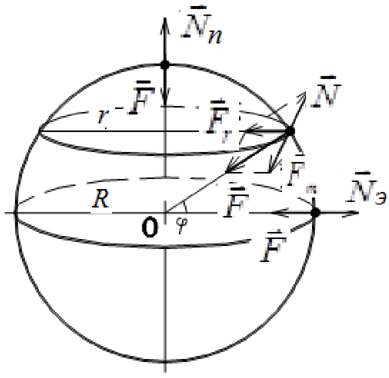


Рисунок 2.1 – Влияние вращения Земли на ускорение свободного падения

Сила тяжести зависит от географической широты φ. Причина этой зависимости заключается в том, что любое тело, покоящееся относительно Земли, участвует в её суточном вращении и, следовательно, движется вокруг земной оси по окружности радиусом r. На тело действуют сила тяготения $\vec{F}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$, направленная под некоторым углом к $\vec{F}$. Равнодействующая этих сил $\vec{F}_r$ сообщает телу центростремительное ускорение $\vec{a}_n$. Это ускорение направлено так же, как и сила $\vec{F}_r$. Следовательно, сила реакции опоры $\vec{N}$ уравновешивает не силу тяготения $\vec{F}$, а её составляющую $\vec{F}_m$, которая называется силой тяжести. Второй составляющей силы тяготения является сила $\vec{F}_r$. Из рисунка 2.1 видно, что сила тяжести всюду, кроме полюсов и экватора, направлена не к центру Земли, а под некоторым углом к её радиусу. Сила тяжести зависит от широты места, поэтому и ускорение свободного падения имеет различные значения в разных местах Земли.

Как показали измерения, зависимость ускорения свободного падения от широты места выражается формулой

$$g_H = g_O\left(1 - \frac{\cos^2\varphi}{189}\right),$$

где g_H – ускорение свободного падения на данной широте;
g_O – ускорение свободного падения на уровне моря, на широте полюса;
φ – географическая широта места.

Максимальное значение сила тяжести и ускорение свободного падения принимают на полюсах, где φ = 90°, $r = 0$, $a_n = 0$, g = 9,83 м/с^2. На полюсе сила тяжести равна силе тяготения и направлена к центру Земли. Минимальное значение ускорение свободного падения и сила тяжести имеют на экваторе, где φ = 0, $r = R$, g = 9,78 м/с^2. Для средних широт ускорение свободного падения принято считать равным 9,81 м/с^2.

Другой причиной зависимости силы тяжести от географической широты является то, что полярный радиус земного шара меньше экваториального на 21,5 км. Однако эта зависимость менее существенна, чем суточное вращение Земли. Расчеты показывают, что из-за сплюснутости Земли значение ускорения свободного падения на экваторе меньше его значения на полюсе на 0,18 %, а из-за суточного вращения – на 0,34 %.

Опытное определение величины ускорения свободного падения имеет, кроме чисто научного, практическое значение. Например, опытное определение g в разных местах Земли является одним из широко распространенных методов геологической разведки. В некоторых местах земной поверхности, например, в области Курской магнитной аномалии, обнаруживается отклонение значений g от той величины, которую оно должно было иметь в данном месте. Эти местности являются областями гравитационной аномалии. Гравитационная аномалия связана обычно с нахождением на земной поверхности большого скопления пород, плотность которых значительно отличается от средней плотности пород земной коры. Поэтому исследование гравитационной аномалии является одним из методов разведки полезных ископаемых. Гравиметрические методы (относительные измерения g) применяются также для определения формы Земли. Существует несколько методов опытного определения ускорения свободного падения. Рассмотрим определение g с помощью математического маятника.

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити. На практике математическим маятником можно считать тяжелое тело, подвешенное на легкой нити, длина которой во много раз больше размеров тела.

Если отклонить маятник от положения равновесия так, чтобы нить составляла небольшой угол α с вертикалью и затем отпустить его, то он начнет колебаться в вертикальной плоскости. При малых углах отклонения колебания математического маятника можно считать гармоническими. На маятник в отклоненном состоянии действует возвращающая сила F (рисунок 2.2). Ее проекция на прямую, касательную к окружности, имеет вид

$$F = F_m \sin\alpha = -mg\sin\alpha = -mg\frac{x}{l}, \qquad (2.1)$$

где m – масса шарика;
α – угол отклонения;
l – длина нити;
x – величина смещения.

При записи данного соотношения учтено, что $F_m = mg$, $\sin\alpha = \frac{x}{l}\alpha$, а углы α малы, так что $\sin\alpha \approx \alpha$. Знак «минус» обусловлен тем, что сила F всегда направлена к положению равновесия и поэтому имеет знак, противоположный знаку x.

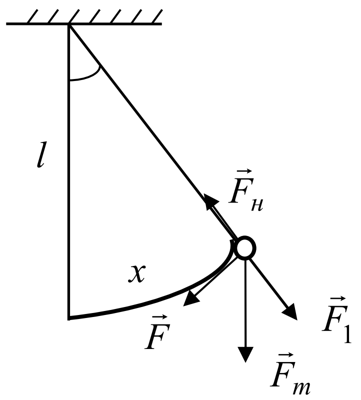


Рисунок 2.2 – Математический маятник

Возвращающая сила направлена по касательной к траектории движения груза в сторону положения равновесия (в сторону, противоположную смещению).

Определим период колебаний математического маятника. В соответствии со вторым законом Ньютона

$$F = ma. \qquad (2.2)$$

Учитывая, что $a = \frac{d^2x}{dt^2}$, и подставляя формулу (2.1) в (2.2), получим

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{mg}{l}x;$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0. \tag{2.3}$$

Формула (2.3) представляет собой дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Множитель $\frac{g}{l}$ перед вторым слагаемым – это квадрат циклической частоты ω:

$$\omega^2 = \frac{g}{l}.$$

Тогда циклическая частота

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T}.$$

Отсюда выражаем период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{2.4}$$

Как видно из формулы (2.4), период колебаний маятника не зависит от амплитуды колебаний, если ее значения невелики. Период колебаний математического маятника зависит лишь от его длины и ускорения свободного падения в данном месте Земли.

Описание лабораторной установки

Для определения ускорения свободного падения g по формуле (2.4) нужно опытным путем найти период колебаний T и длину маятника l.

Измерения l осложняются тем, что приходится определять положение точки подвеса и центра тяжести шарика. Однако эти трудности можно обойти и определить ускорение свободного падения g без непосредственного измерения l. Для этого шарик подвешивают на нити так, чтобы можно было измерить длину нити маятника.

Если определить период колебаний маятника T_1 при длине l_1, а затем, укоротив нить, снова определить период колебаний T_2 при длине l_2, то ускорение g можно рассчитать следующим образом.

Периоды колебаний T_1 и T_2 математического маятника при различных его длинах определяются формулами:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}; \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Разность квадратов периодов T_1^2 и T_2^2

$$T_1^2 - T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{g} .$$

Отсюда выражаем ускорение свободного падения:

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{T_1^2 - T_2^2} . \qquad (2.5)$$

Из формулы (2.5) следует, что для опытного определения ускорения нужно найти изменение длины маятника ($l_1 - l_2$) и нет необходимости измерять длины маятника l_1 и l_2.

Изменение длины маятника определяется с помощью ползунка, укрепленного на шкале (рисунок 2.3). Оно равно ($a_1 - a_2$), где a_1 и a_2 – показания шкалы, соответствующие длинам маятника l_1 и l_2. Тогда формула (2.5) для расчета ускорения свободного падения примет вид

$$g = 4\pi^2 \frac{|a_1 - a_2|}{|T_1^2 - T_2^2|} . \qquad (2.6)$$

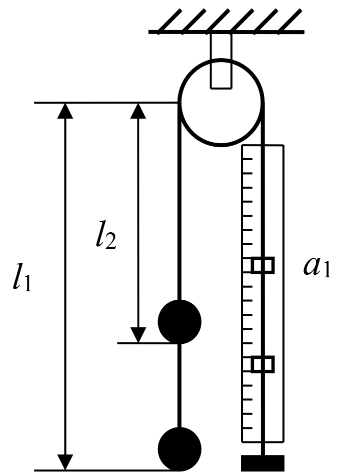


Рисунок 2.3 – Лабораторная установка

Программа работы

1 Вращая рукоятку подъемного механизма, установить шар на расстоянии 10 см от пола и по шкале определить положение a_1 ползунка, соответствующее длине l_1 маятника.

2 Отклонить маятник на угол порядка 5…6 град (размах нижнего конца нити 8…10 см) и предоставить ему возможность свободно колебаться. Пропустив три-четыре полных колебания, пустить секундомер в тот момент, когда маятник достигает максимального отклонения, и определить время t_1

80…100 полных колебаний маятника. Найти период $T_1 = \dfrac{t_1}{n}$.

3 Повторить п. 2 ещё 2 раза и по полученным данным вычислить среднее значение периода колебаний $\overline{T}_1$ при длине l_1.

4 Укоротив маятник на 50…70 см, определить по шкале положение a_2 ползунка при новой длине маятника l_2.

5 Отклонить маятник на небольшой угол и снова предоставить ему возможность свободно колебаться. Пропустив три-четыре полных колебания, пустить секундомер в тот момент, когда маятник достигнет максимального отклонения, и определить время 80…100 полных колебаний маятника. Найти период $T_2 = \dfrac{t_2}{n}$.

6 Повторить п. 5 ещё 2 раза и по полученным данным вычислить среднее значение периода колебаний $\overline{T}_2$ при длине l_2.

7 По полученным данным T_1, T_2, a_1, a_2 по формуле (2.6) вычислить ускорение свободного падения g. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 2.1.

Таблица 2.1 – Определение ускорения свободного падения

Номер измерения	a_1, м	n_1	t_1, с	T_1, с	$\overline{T}_1$, с	a_2, м	n_2	t_2, с	T_2, с	$\overline{T}_2$, с	g, м/с^2
1											
2											
3											

8 Определить относительную погрешность вычислений по формуле

$$E_g = \frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{|a_1 - a_2|} + 2\frac{\overline{T}_1 \Delta T_1 + \overline{T}_2 \Delta T_2}{\left|\overline{T}_1^2 - \overline{T}_2^2\right|},$$

где $\Delta\pi = 0{,}005$ при $\pi = 3{,}14$;

Δa_1 и Δa_2 равны половине цены деления шкалы, т. е. 0,5 мм;

$$\Delta T_1 = \frac{\left|(T_1)_1 - \overline{T}_1\right| + \left|(T_1)_2 - \overline{T}_1\right| + \left|(T_1)_3 - \overline{T}_1\right|}{3};$$

$$\Delta T_2 = \frac{\left|(T_2)_1 - \overline{T}_2\right| + \left|(T_2)_2 - \overline{T}_2\right| + \left|(T_2)_3 - \overline{T}_2\right|}{3}.$$

9 Определить абсолютную погрешность измерений по формуле

$$\Delta g = E_g \cdot g.$$

10 Результат измерений представить в виде

$$g = \overline{g} \pm g.$$

Контрольные вопросы

1 Что такое ускорение свободного падения?

2 Как зависит ускорение свободного падения от широты места и почему?

3 Вывести зависимость ускорения свободного падения от высоты над уровнем моря.

4 Что такое математический маятник? При каком условии колебания маятника будут гармоническими?

5 Пояснить сущность метода определения ускорения свободного падения.

6 Вывести формулу периода колебаний математического маятника.

7 Вывести рабочую формулу.

3 Лабораторная работа № 3. Изучение законов кинематики и динамики поступательного движения на машине Атвуда

Цель работы: экспериментально проверить законы равномерного и равноускоренного движений, основное уравнение динамики поступательного движения.

Общие сведения

Движение тела, при котором прямая, соединяющая любые две его точки, перемещаясь вместе с телом, остаётся параллельной своему первоначальному направлению, называется поступательным. Поскольку при поступательном движении все точки тела движутся одинаково, то вполне достаточно изучить движение только одной его точки. Материальной точкой называется такое тело, размерами и формой которого можно пренебречь в данной задаче.

Длиной пути называют расстояние S, пройденное точкой за рассматриваемый промежуток времени и измеряемое вдоль траектории в направлении движения точки. Для характеристики движения материальной точки вводят векторную величину – скорость $\vec{v}$, определяющую как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени. Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки в сторону её движения. При прямолинейном движении направление вектора $\vec{v}$ не изменяется, модуль вектора перемещения равен длине пути. Если модуль скорости точки остается во время движения неизменным (v = const), то такое движение называется равномерным. При равномерном движении за любые равные промежутки времени материальная точка проходит равные пути.

Если же за произвольные равные промежутки времени точка проходит разные пути, то численное значение ее скорости с течением времени изменяется. Такое движение называется неравномерным. Для характеристики изменения скорости таких движений вводится понятие ускорения: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$. В случае неравномерного прямолинейного движения ускорение характеризует только быстроту изменения численного значения скорости движения: $a = \frac{dv}{dt}$.

Движение точки называется равнопеременным, если в этом движении a = const, т. е. за равные промежутки времени значения изменения модуля скорости одинаковы. Если $a > 0$, то движение называется равноускоренным и вектор $\vec{a}$ совпадает по направлению со скоростью $\vec{v}$, если $a < 0$, то движение – равнозамедленное и вектор $\vec{a}$ противоположен по направлению скорости $\vec{v}$.

Рассмотрим равнопеременное прямолинейное поступательное движение точки вдоль оси OX. Так как $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \text{const}$, то скорость

$$v_x = v_x(0) + a_x t, \tag{3.1}$$

а ее модуль равен первой производной по времени от пути этой точки

$$v_x = \frac{dS}{dt},$$

тогда зависимость пути S от времени определяется с помощью интегрирования:

$$S(t) = S(0) + \int_0^t v_x(t)\,dt = S(0) + v_x(0)t + \frac{a_x t^2}{2}, \tag{3.2}$$

где $S(0)$, $v_x(0)$ – значения пути и скорости в момент начала отсчета времени ($t = 0$).

Таким образом, при равнопеременном движении путь является квадратичной функцией времени.

Тела приобретают ускорение в результате действия на них сил. Если тело движется поступательно и при движении не деформируется, то его можно рассматривать как материальную точку. Согласно основному закону динамики ускорение материальной точки прямо пропорционально величине вызывающей его силы, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально её массе

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

откуда $\vec{F} = m\vec{a}$. Масса является мерой инертности тела (материальной точки) в поступательном движении.

Описание лабораторной установки

Основные законы кинематики и динамики могут быть проверены опытным путем на машине Атвуда (рисунок 3.1). Машина Атвуда состоит из вертикальной штанги *2* со шкалой, сверху которой установлен легкий блок. Через блок перекинута тонкая капроновая нить с прикрепленными грузами *3* одинаковых масс M. Грузы могут быть установлены на подставках *4*, передвигающихся по штанге, одна из которых снабжена электромагнитом *5* для удержания грузов. На штанге крепится платформа с кольцом *1*, предназначенная для снятия перегрузка массой m, под действием которого грузы приходят в движение.

Начиная с того момента, когда перегрузок снят, грузы движутся равномерно ($a = 0$) с той скоростью, которой они обладали в момент снятия перегрузка. При изменении расстояния между кольцом и сплошной платформой выполняется условие

$$\frac{h_1}{t_1} = \frac{h_2}{t_2} = \ldots = \frac{h_n}{t_n} = v = \text{const}\,, \tag{3.3}$$

где h_i – путь, проходимый грузом за время t_i.

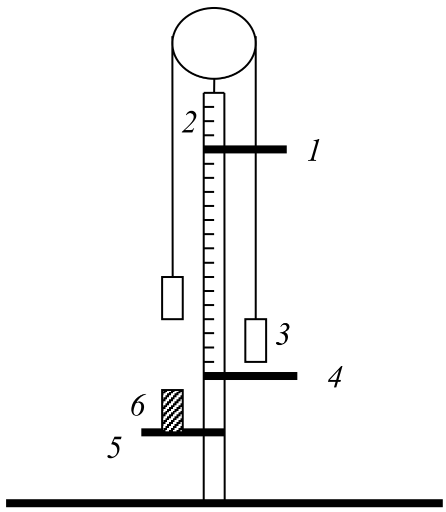


Рисунок 3.1 – Машина Атвуда

Груз с перегрузком будут двигаться равноускоренно от момента начала движения до снятия перегрузка кольцевой платформой. Если в начальный момент $S(0) = 0$, $v_x(0) = 0$, то из формул (3.1) и (3.2) получим

$$v = at\,; \tag{3.4}$$

$$S = \frac{at^2}{2}\,, \tag{3.5}$$

где S – расстояние, проходимое грузом с перегрузком за время t;

v – скорость груза на момент снятия перегрузка.

Так как груз дальше будет двигаться равномерно, то его скорость будет оставаться постоянной:

$$v = \frac{h}{t'}\,, \tag{3.6}$$

где h – путь, проходимый грузом от кольцевой до сплошной платформы за время t'.

При увеличении расстояния между висящим грузом и кольцевой платформой растет и скорость равномерного движения. При одном и том же перегрузке ускорение системы одинаково, поэтому из (3.2)

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = ... = \frac{v_n}{t_n} = \text{const}. \tag{3.7}$$

Так как ускорение системы одинаково при изменении расстояния от груза до платформы, то из формулы (3.3), выражая ускорение, получим

$$a = \frac{2S_1}{t_1^2} = \frac{2S_2}{t_2^2} = ... = \frac{2S_n}{t_n^2} = \text{const}. \tag{3.8}$$

Для проверки второго закона Ньютона необходимо, чтобы движущая масса оставалась постоянной, а величина действующей силы изменялась. Это можно осуществить, перекладывая перегрузки m_1 и m_2 с одного груза на другой. Сила, приводящая систему в движение, равна разности весов правого и левого тел. Если два перегрузка находятся на правом грузе, то

$$F_1 = (m_1 + m_2)g \ .$$

Если меньший перегрузок массой m_2 переложить на левый груз, то

$$F_2 = (m_1 - m_2)g \ .$$

На основании второго закона Ньютона эти силы будут выражаться следующими соотношениями:

$$F_1 = (2M + m_1 + m_2)a_1;$$

$$F_2 = (2M + m_1 + m_2)a_2.$$

Используя зависимость (3.6), найдем отношение F_1 к F_2:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = \frac{S_1 \cdot t_2^2}{S_2 \cdot t_1^2}. \tag{3.9}$$

Программа работы

Изучение равномерного движения.

1 Установить на правый груз перегрузок. Замкнуть цепь электромагнита и установить систему так, чтобы левый груз находился внизу, а кольцо *1* для снятия перегрузка – на расстоянии 40…50 см от нижнего основания правого груза. Нижнюю сплошную платформу закрепить на расстоянии 50 см от кольцевой платформы.

2 Выключить электромагнит кнопкой и в момент снятия перегрузка пустить секундомер. Когда правый груз ударится о сплошную платформу, секундомер остановить.

3 Повторить измерения не менее трех раз для разных расстояний от кольцевой платформы до сплошной, осуществляя передвижение сплошной платформы.

4 Проверить соотношение (3.3). Высота h определяется разностью отсчетов по верхнему краю правого груза и положению снятого перегрузка (т. е. высоту груза надо вычитать от установленного расстояния от кольцевой до сплошной платформы, т. к. снятие перегрузка происходит в верхней части, а удар о платформу – в нижней части груза *3*). Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Проверка уравнения кинематики равномерного движения $h = vt$

Номер измерения	h_i, м	t_i, с	v_i, м/с
1			
2			
3			

Изучение законов равноускоренного движения.

1 Установить на правый груз перегрузок. Систему в состоянии покоя должен удерживать электромагнит. Несколько ниже висящего груза поместить кольцевую платформу, а еще ниже – сплошную.

2 Выключить электромагнит, одновременно пуская секундомер. Измерить время t_1 от момента начала движения грузов до снятия перегрузка кольцевой платформой.

3 Измерить время движения t'_1 от момента снятия перегрузка до момента удара о сплошную платформу. Зная расстояние между платформами и высоту груза *3*, определить скорость равномерного движения груза по формуле (3.6). Промежуток времени следует взять как среднее из трех отдельных измерений.

4 Повторить пп. 1–3 не менее трех раз, изменяя расстояние между правым грузом и кольцевой платформой.

5 Проверить соотношение (3.7). Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 – Проверка уравнения кинематики равноускоренного движения $v = at$

<table>
<tr><th>Номер измерения</th><th>t_i,, с</th><th>t'_i, с</th><th>$\overline{t'_i}$, с</th><th>h_i, м</th><th>v_i, м/с</th><th>a_i, м/с^2</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

6 На правый груз установить большой и малый перегрузки, замкнуть цепь,

установить систему в начальное положение так, чтобы левый груз находился внизу и удерживался электромагнитом. Затем установить сплошную платформу на некотором расстоянии S от нижнего основания груза *3*.

7 Выключить электромагнит и одновременно пустить секундомер. В момент удара груза о платформу секундомер остановить. Измерение времени для данной высоты повторить 3 раза. Найти среднее время движения t.

8 Повторить пп. 6–7 еще 2 раза для различных расстояний S.

9 Проверить соотношение (3.8). Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.3.

Таблица 3.3 – Проверка уравнения кинематики равноускоренного движения $v = at$

Номер измерения	S_i, м	t_i, с	$\overline{t_i}$, с	a_i, м/с^2
1				
2				
3				

Проверка второго закона Ньютона.

1 Установить на правый груз оба перегрузка: m_1 и m_2. Включить электромагнит, установить систему в начальное положение так, чтобы левый груз находился внизу и удерживался электромагнитом. Затем установить сплошную платформу на некотором расстоянии S от нижнего основания правого груза.

2 Разомкнуть цепь и одновременно пустить секундомер. В момент удара груза о платформу секундомер остановить. Измерение времени для данной высоты повторить 3 раза. Найти среднее время движения t.

3 Переложить меньший перегрузок на левый груз и повторить измерения п. 2.

4 Проверить соотношение (3.9). Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.4.

Таблица 3.4 – Проверка второго закона Ньютона $F = ma$

Номер измерения	m_1, с	m_2, с	t_i, с	$\overline{t_i}$, с	S_i, м	$\frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}$	$\frac{S_1 \cdot t_2^2}{S_2 \cdot t_1^2}$
1							
2							

Контрольные вопросы

1 Какое движение называется поступательным, равномерным, равнопеременным?

2 Что такое скорость? что она характеризует?

3 Что такое ускорение? что оно характеризует?

4 Вывести формулу перемещения точки при равнопеременном прямолинейном поступательном движении.

5 Сформулировать основной закон динамики (второй закон Ньютона).

6 В каких случаях модуль перемещения точки равен пути, пройденному точкой за тот же промежуток времени?

4 Лабораторная работа № 4. Изучение кинематических законов неравномерного движения

Цель работы: определить скорость, ускорение и уравнение движения тела, участвующего одновременно во вращательном и поступательном движениях.

Общие сведения

Часто на практике движение твердого тела может быть представлено как совокупность поступательного и вращательного видов движения. Например, в случае плоского движения (движение, при котором все точки тела перемещаются в параллельных плоскостях) – качение шара или цилиндра по плоской поверхности. Мгновенная ось вращения в этом случае перемещается как по плоскости (т. е. относительно неподвижной системы отсчета), так и по поверхности цилиндра или шара.

При поступательном движении все точки твердого тела совершают в один и тот же промежуток времени одинаковые перемещения. Поэтому мгновенные скорости и ускорения всех точек тела одинаковы. Достаточно определить движение одной точки тела (например, его центра инерции), чтобы полностью охарактеризовать движение всего тела.

Если тело вращается, то все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Тогда для описания вращательного движения нужно знать положение оси вращения в пространстве и угловую скорость тела в каждый момент времени.

Рассмотрим частный случай: шар *1*, двигаясь по наклонному прямоугольному профилю *3*, участвует одновременно в поступательном и вращательном движениях (рисунок 4.1).

Кинетическая энергия шара равна сумме его кинетической энергии поступательного движения центра масс со скоростью v и кинетической энергии вращения с угловой скоростью ω вокруг мгновенной оси.

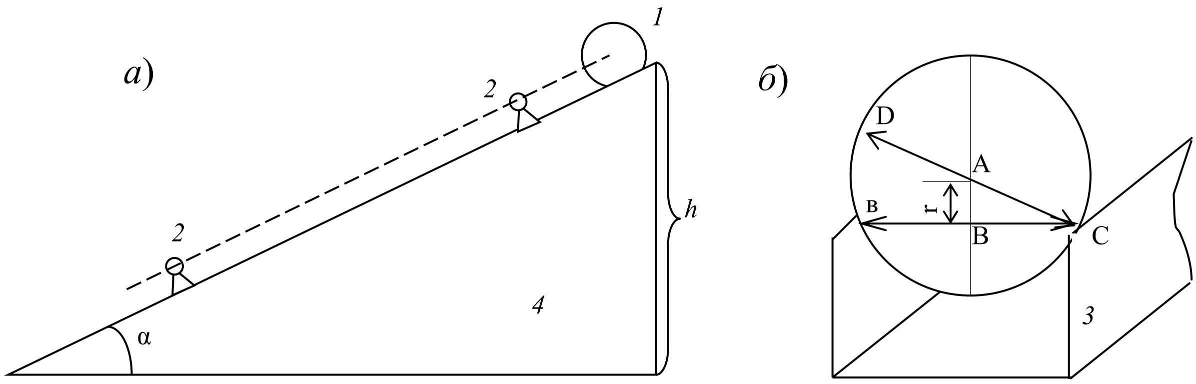


Рисунок 4.1 – Установка для изучения кинематических законов

Закон сохранения механической энергии в этом случае имеет вид

$$\frac{J \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h \,, \qquad (4.1)$$

где $\frac{J \cdot \omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращения шара;

$\frac{m \cdot v^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения шара;

$m \cdot g \cdot h$ – изменение потенциальной энергии;

J – момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс;

ω – угловая скорость относительно мгновенной оси вращения;

m – масса шара;

v – линейная скорость центра масс шара;

h – высота, на которой находится шар относительно нижнего края профиля.

Описание лабораторной установки

Лабораторная установка (см. рисунок 4.1, *а*) состоит из наклонного металлического профиля *3*, укреплённого на подставке *4*, цифрового электрического счетчика «Полигит-1» (секундомера), коммутационного усилителя, двух световых барьеров *2*, выпрямителя ВС-12, соединительных проводов. Коммутационный усилитель подключен к секундомеру и световым барьерам, состоящим из датчика и лампы. Принцип действия данной установки заключается в том, что при прохождении шаром первого светового барьера происходит прерывание светового пучка и срабатывание фотоэлектрического устройства (датчика). Время прерывания фиксируется секундомером.

Определим теоретически мгновенную скорость шара в зависимости от пройденного пути, выразив её из формулы (4.1).

Угловая скорость ω и линейная скорость v связаны соотношением

$$\omega = \frac{v}{r}, \qquad (4.2)$$

где r – расстояние от центра масс шара до мгновенной оси вращения.

Из треугольника АВС по теореме Пифагора (см. рисунок 4.1, *б*)

$$r = \frac{\sqrt{D^2 - b^2}}{2}, \tag{4.3}$$

где D – диаметр шара;

b – ширина профиля (расстояние между точками касания шара с профилем вдоль мгновенной оси вращения).

Момент инерции шара

$$J = \frac{2}{5} m \cdot R^2 + m \cdot r^2. \tag{4.4}$$

Тогда из (4.1), с учетом (4.2)–(4.4), получим

$$v_m = \sqrt{\frac{5g \cdot h\left(D^2 - b^2\right)}{6D^2 - 5b^2}}.$$

Из рисунка 4.1, *а* видно, что $h = l \cdot \sin\alpha$ (где l – длина желоба). С учетом этого окончательное выражение для теоретического значения мгновенной скорости шара, в зависимости от угла наклона профиля α и расстояния l_i от верхнего края профиля, примет вид

$$v_{mi} = \sqrt{\frac{5g \cdot l_i \cdot \sin\alpha \cdot \left(D^2 - b^2\right)}{6D^2 - 5b^2}}. \tag{4.5}$$

Мгновенную скорость $v_{iэ}$ можно определить экспериментально как отношение диаметра шара ко времени, в течение которого шар проходит путь, равный его диаметру:

$$v_{эi} = \frac{D}{t_i}. \tag{4.6}$$

Программа работы

Подготовка лабораторной установки к работе.

1 Включить в сеть секундомер, нажать клавиши **I** – включено и **1000 Гц**. Дать прибору прогреться 2…3 мин, затем нажать клавишу **Messen** (измерение) и убедиться в том, что секундомер отсчитывает время. Нулевое положение обеспечивается нажатием клавиши **null**.

2 Включить выпрямитель в сеть. Подключить штекеры первого светового барьера (расположенного выше по наклонной плоскости) к клеммам (+, –) выпрямителя.

3 Нажать клавиши **Top** и **Dunkel** коммутационного усилителя. Установить нулевое положение цифрового табло секундомера.

Определение мгновенной скорости шара.

1 Закрепить первый световой барьер на расстоянии l_1 = 10…15 см от верхнего края профиля. Используя шаблон, установить датчик светового барьера так, чтобы малое отверстие его совпало с верхней поверхностью шаблона. В этом случае световой пучок расположен в диаметральной плоскости шара. Юстировку световых барьеров проводить каждый раз после передвижения их по профилю.

2 Измерить ширину профиля b (внутренний размер) и диаметр шара D штангенциркулем. Записать данные в таблицу 4.1. Установить шар на профиль до его упора со стенкой, расположенной вертикально, а затем отпустить. Секундомер покажет время, за которое шар проходит расстояние, равное его диаметру. Для данного положения светового барьера измерить время прохождения 5 раз. Определить среднее время $t_1 = \frac{\sum_1^k t_k}{k}$, $k = 5$.

3 По вышеприведенной методике повторить измерения в четырех точках на профиле, передвигая световой барьер вниз по профилю на 10…15 см (положения точек – l_2, l_3, l_4 и l_5).

4 По формуле (4.6) определить экспериментальные значения скоростей $v_{эi}$ в данных точках.

5 По формуле (4.5) рассчитать мгновенные скорости v_{mi} в данных точках. Угол наклона профиля α указан на установке. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 4.1.

Таблица 4.1 – Определение экспериментального и теоретического значений мгновенной скорости шара

Номер измерения	D, м	b, м	l_i, м	t_i, с	$v_{эi}$, м/с	v_{mi}, м/с
1						
2						
3						
4						
5						

6 Построить график зависимости $v_{mi} = f(l_i)$, а затем нанести на него экспериментальные точки $v_{эi}$.

Определение среднего ускорения.

1 Нажать клавишу **Schranke 1+2** коммутационного усилителя. Установить первый световой барьер на расстоянии l_1 , второй – в положение l_2 . Пуская шар от начала профиля 5 раз, в каждом случае измерить время движения шара между двумя барьерами и найти среднее значение ΔT_1 . Полученные данные занести в таблицу 4.2.

Таблица 4.2 – Определение среднего ускорения

Номер измерения	ΔT_i, с	T_i, с	$v_{эi}$, м/с	$\overline{a}$, м/с^2	$S(t)$, м
1					
2					
3					
4					
5					

2 Устанавливая второй световой барьер последовательно на расстояния l_3, l_4, l_5, в каждом случае измерять время движения шара между двумя барьерами. Первый световой барьер при этом не передвигается. Полученные данные занести в таблицу 4.2.

3 Рассчитать время движения шара от начала профиля до первого светового барьера по формуле

$$T_1 = \frac{2l_1}{v_{э1}}.$$

4 Рассчитать время движения шара от начала профиля до второго светового барьера для всех его положений. Для этого к значению T_1 надо поочерёдно прибавлять измеренные значения ΔT_i, т. е. $T_2 = T_1 + \Delta T_1$; $T_3 = T_1 + \Delta T_2$ и т. д. Все данные занести в таблицу 4.2. Значения $v_{эi}$ переписать из таблицы 4.1.

5 Построить график зависимости $v_{эi} = f(T_i)$.

6 Из графика $v_{эi} = f(T_i)$ по тангенсу угла наклона определить среднее ускорение $\overline{a}$.

7 Записать уравнение движения шара $S = f(T)$.

Контрольные вопросы

1 Что такое поступательное и вращательное движения?

2 Записать закон сохранения энергии применительно к условиям данной работы.

3 Записать формулу момента инерции шара.

4 Как движется шар по профилю: равномерно, равноускоренно? Пояснить.

5 Дать определения среднего ускорения, мгновенного ускорения.

6 Чем объяснить некоторые расхождения экспериментальных и расчетных данных?

7 Вывести формулу для мгновенной скорости шара.

5 Лабораторная работа № 5. Определение коэффициента трения качения с помощью наклонного маятника

Цель работы: изучить теорию наклонного маятника и экспериментально определить коэффициент трения качения.

Общие сведения

Если тело *A* катится по поверхности тела *B*, т. е. движется так, что точки их соприкосновения не обладают относительной скоростью, то трение, возникающее в этом случае, называется трением качения. Возникновение трения в таких случаях объясняется тем, что тело *A* и опора *B* (рисунок 5.1) взаимно деформируются под действием силы нормального давления *N*. Поэтому телу *A* приходится как бы преодолевать барьер *C* (в условиях данной работы молекулярным схватыванием можно пренебречь). Пусть тело *A* равномерно катится по поверхности тела *B* под действием силы *F*. Тогда в точке *C*, вокруг которой в данный момент происходит вращение тела *A*, возникает приложенная к нему сила реакции опоры Q^1. Эта сила равна по величине и противоположна по направлению равнодействующей *Q*. Если разложить силу Q^1 на составляющие N^1 и $F_{тр}$, параллельные соответственно *N* и *F*, то будут справедливы следующие равенства:

$$N^1 = N; \quad F_{тр} = F. \tag{5.1}$$

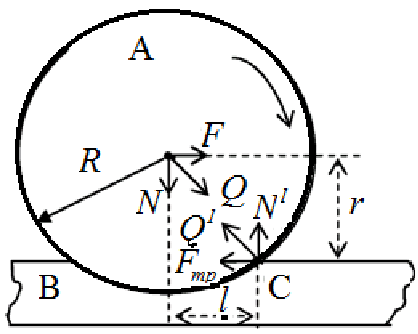


Рисунок 5.1 – Силы, действующие при качении

Здесь сила трения $F_{тр}$, приложенная к движущемуся телу и направленная против движения, является силой трения качения.

При равномерном качении тела *A* сумма моментов всех сил (*F*, *N*, N^1 и $F_{тр}$) относительно точки вращения *C* равна нулю, т. е.

$$M_F + M_N + M_N{}^1 + M_{Fтр} = 0.$$

Поскольку силы N^1 и $F_{тр}$ приложены к точке *C*, то их моменты относительно этой точки равны нулю: $M_{\text{N}}{}^1 = M_{Fтр} = 0$. Из рисунка 5.1 видно, что $M_F = F \cdot r$, $M_N = – N \cdot l$. Поэтому условие равновесия принимает вид

$$F \cdot r = N \cdot l\,, \tag{5.2}$$

где r – плечо движущей силы F;

l – плечо силы N нормального давления.

Из формул (5.1) и (5.2) следует, что

$$F_{тр} = l\frac{N}{R}\,. \tag{5.3}$$

При равномерном качении тела практически всегда выполняются условия $l \ll r$ и $r \approx R$ (где R – радиус кривизны тела A). Это эквивалентно условию $F_{тр} \ll N$. Тогда выражение (5.3) для силы трения можно переписать в следующем виде:

$$F_{тр} = f \cdot \frac{N}{R}\,. \tag{5.4}$$

Следует отметить, что при скольжении подобное соотношение между силами трения и нормального давления не выполняется. Величина f в формуле (5.4) называется *коэффициентом трения качения*. Являясь плечом силы нормального давления, этот коэффициент имеет размерность длины и, в зависимости от свойств трущихся поверхностей, составляет десятые и сотые доли миллиметра.

В данной работе коэффициент трения качения определяется из условий колебания наклонного маятника, когда колеблющееся тело катится по исследуемой поверхности. Виды сбоку и спереди показаны на рисунках 5.2 и 5.3.

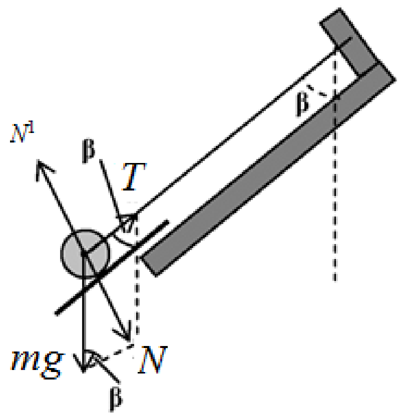


Рисунок 5.2 – Вид сбоку

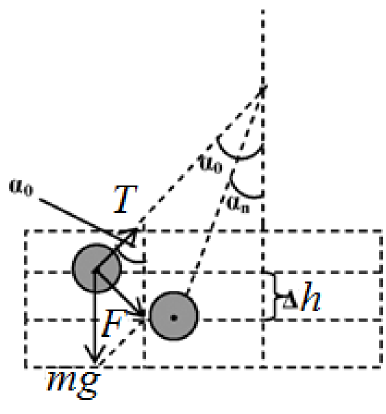


Рисунок 5.3 – Вид спереди

Расчетную формулу для определения коэффициента трения качения можно вывести на основании закона сохранения энергии.

Если $\Delta W = P \cdot \Delta h$ – это уменьшение энергии колеблющегося тела после некоторого числа n колебаний и $A = F_{тр} \cdot S$ – работа сил сопротивления качению при этих колебаниях, то по закону сохранения энергии можно записать

$$P \cdot \Delta h = F_{тр} \cdot S\,, \tag{5.5}$$

где P – сила тяжести;

Δh – разность высот центра тяжести тела в начальном и конечном крайних положениях по отношению к произвольно выбранному горизонтальному уровню;

$F_{тр}$ – сила трения;

S – путь, пройденный телом после n колебаний.

Из рисунков 5.2 и 5.3 видно, что

$$N = m \cdot g \cdot \sin\beta\,; \tag{5.6}$$

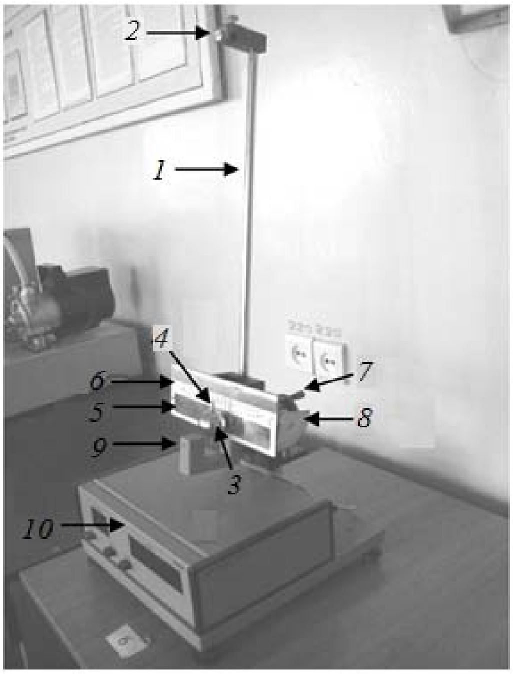
$$\Delta h = l \cdot (\cos\alpha_n - \cos\alpha_0)\,, \tag{5.7}$$

где l – длина маятника;

α_0, α_n – начальный и конечный (после n колебаний) углы отклонения колеблющегося тела от положения равновесия;

m – масса колеблющегося тела;

β – угол наклонения маятника (наклонения колонки *1*, рисунок 5.4).



1 – колонка; *2* – вороток для изменения длины маятника; *3* – шар; *4* – «водилка» для крепления шара; *5* – кронштейн для крепления образцов; *6* – шкала для измерения угла α отклонения шара от положения равновесия; *7* – вороток для изменения угла наклона колонки; *8* – шкала для измерения угла β наклона колонки; *9* – лампочка фотоэлектрического датчика; *10* – секундомер

Рисунок 5.4 – Внешний вид установки

Подставив формулы (5.4), (5.6) и (5.7) в формулу (5.5), получим

$$mgl\left(\cos\alpha_n - \cos\alpha_0\right) = \frac{f \cdot m \cdot g \cdot \sin\beta \cdot S}{R}\,. \tag{5.8}$$

Выразим из формулы (5.8) величину *f*:

$$f = \frac{R \cdot l \cdot (\cos\alpha_n - \cos\alpha_0)}{\sin\beta \cdot S}. \tag{5.9}$$

Введем величину «полного угла» α, соответствующего *n* колебаниям. Значение α приближенно можно определить по формуле

$$\alpha = n \cdot (\alpha_0 + \alpha_n). \tag{5.10}$$

Тогда путь, пройденный телом за *n* колебаний, определится формулой

$$S = \frac{2\pi \cdot R}{360} \cdot \alpha = \frac{2\pi \cdot R}{360} \cdot n \cdot (\alpha_0 + \alpha_n). \tag{5.11}$$

Подставив формулу (5.11) в формулу (5.9), получим расчетную формулу для коэффициента трения качения

$$f = \frac{l \cdot (\cos\alpha_n - \cos\alpha_0)}{\sin\beta \cdot n \cdot (\alpha_0 + \alpha_n)} \cdot \frac{360}{2\pi}. \tag{5.12}$$

Следует отметить, что в условиях данной работы для предлагаемой пары трущихся поверхностей коэффициент трения качения практически не зависит от скорости качения.

Описание лабораторной установки

Внешний вид установки приведен на рисунке 5.4.

Программа работы

1 Прикрепить шар на водилке *4* (см. рисунок 5.4) и вставить образец (пластинку из исследуемого материала) в кронштейн *5*. Пункт 1 выполняется при необходимости.

2 Включить сетевой шнур миллисекундомера *10* в сеть и, нажав кнопку **СЕТЬ**, проверить, все ли индикаторы секундомера высвечивают нули, а также засветилась ли лампочка фотоэлектрического датчика *9*.

3 Измерить длину *l* маятника. При необходимости установить длину маятника вращением воротка *2*. При этом обратить внимание на то, чтобы водилка *4* пересекала световой поток фотоэлектрического датчика.

4 Установить угол наклона маятника. Для этого, вращая воротком *7*, наклонить колонку *1* на угол $\beta = 30°$, отсчитывая его по шкале *8*.

5 Отклонить шар от положения равновесия на угол α = 4º…5º, отсчитывая его по шкале *6*.

6 Удерживая шар, нажать кнопку **СБРОС**, подготавливая секундомер к измерению.

7 Отпустив шар, отсчитать n полных колебаний и угол α_n отклонения шара, соответствующий n-му колебанию (число n = 10…20 задается преподавателем).

В конце n-го колебания нажатием кнопки **СТОП** выключить секундомер.

Число n считывается с табло **ПЕРИОДЫ**, а угол α_n регистрируется визуально по шкале *6*.

8 Измерения по пп. 5–7 повторить не менее трех раз.

9 Измерения по пп. 4–7 повторить последовательно для углов $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.

10 Вычислить по формуле (5.12) значения коэффициента трения качения f_β для каждого угла β. Вычислить среднее значение $<f>$.

11 Вычислить относительную погрешность измерения f_β по формуле

$$\delta_\beta = \frac{\left| f_\beta - < f > \right|}{< f >} \cdot 100\ \%.$$

12 Результаты занести в таблицу 5.1.

Таблица 5.1 – Результаты измерений и вычислений

β, град	l, м	n	α_{0i}, град	α_{ni}, град	$<\alpha_0>$, град	$<\alpha_n>$, град	f_β, м	$<f>$, м	δ_β, %
30									
45									
60									

Контрольные вопросы

1 Что такое трение качения?

2 Записать условие равновесия тела при равномерном качении.

3 Какой формулой определяется сила трения качения?

4 Каков физический смысл коэффициента трения качения? В каких единицах измеряется, от чего зависит?

5 Какой закон положен в основу вывода расчетной формулы для определения коэффициента трения качения? Записать формулу закона и пояснить физический смысл.

6 Записать расчетную формулу для определения коэффициента трения качения и дать физический смысл величин, входящих в нее.

7 Объяснить экспериментально наблюдаемую зависимость f от α_0 и β.

Список литературы

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики / И. В Савельев. – СПб. : Лань, 2019. – Т. 1.

2 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учеб. пособие / Т. И. Трофимова. – М. : Академия, 2017.

3 **Майсова, Н. Н.** Практикум по курсу общей физики / Н. Н. Майсова. – М. : Высш. шк., 1970.

4 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 2001.

Приложение А
(рекомендуемое)

О приближенных вычислениях

Числовые значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении физических задач, являются большей частью приближенными. Часто при вычислениях добиваются получения такой точности результатов, которая совершенно не оправдывается точностью использованных данных. Это приводит к бесполезной затрате труда и времени.

Приближенные вычисления необходимо вести с соблюдением следующих правил.

1 При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Значащими цифрами называют все цифры, кроме нуля, а также нуль в двух случаях: когда он стоит между значащими цифрами, когда он стоит в конце числа и известно, что единиц соответствующего разряда в данном числе нет.

Например: требуется сложить числа

$$4{,}462 + 2{,}38 + 1{,}17273 + 1{,}0262 = 9{,}04093.$$

Полученный результат следует округлить до сотых долей, т. е. принять сумму равной 9,04, т. к. слагаемое 2,38 задано с точностью до сотых долей.

2 При умножении нужно округлить сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр.

Например: требуется перемножить числа

$$3{,}723 \cdot 2{,}4 \cdot 5{,}1846.$$

В соответствии с правилом следует вычислять выражение

$$3{,}7 \cdot 2{,}4 \cdot 5{,}2.$$

В окончательном результате нужно оставлять такое же количество значащих цифр, какое имеется в сомножителях после из округления. В промежуточных результатах необходимо оставлять на одну значащую цифру больше. Такое же правило следует соблюдать и при делении приближенных чисел.

3 При возведении в квадрат или в куб следует в результате брать столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.

Например: $1{,}32^2 \approx 1{,}74$.

4 При извлечении квадратного или кубического корня в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном выражении.

Например: $\sqrt{1{,}17 \cdot 10^{-8}} \approx 1{,}08 \cdot 10^{-4}$.

5 При вычислении сложных выражений следует применять указанные правила в соответствии с видом производимых действий.

Например: $\dfrac{(3{,}2+17{,}062)\sqrt{3{,}7}}{5{,}1\cdot 2{,}007\cdot 10^3}$.

Сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две. Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округляться до трех значащих цифр:

$$\frac{(3{,}2+17{,}062)\cdot\sqrt{3{,}7}}{5{,}1\cdot 2{,}007\cdot 10^3} \approx \frac{20{,}3\cdot 1{,}92}{10{,}3\cdot 10^3} \approx \frac{39{,}0}{10{,}3\cdot 10^3} \approx 3{,}79\cdot 10^{-3}.$$

После округления результата до двух значащих цифр получаем окончательный ответ: $3{,}8 \cdot 10^{-3}$.

Приложение Б
(справочное)

Таблицы физических величин

Таблица Б.1 – Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения около Земли	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	γ	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с
Атомная единица массы	а. е. м.	$1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг

Таблица Б.2 – Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м

Таблица Б.3 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70 \cdot 10^3$	Медь	$8{,}93 \cdot 10^3$
Барий	$3{,}50 \cdot 10^3$	Никель	$8{,}90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6{,}02 \cdot 10^3$	Олово	$7{,}30 \cdot 10^3$
Висмут	$9{,}80 \cdot 10^3$	Свинец	$11{,}3 \cdot 10^3$
Вольфрам	$19{,}35 \cdot 10^3$	Серебро	$10{,}5 \cdot 10^3$
Железо	$7{,}88 \cdot 10^3$	Сталь	$7{,}60 \cdot 10^3$
Литий	$0{,}53 \cdot 10^3$	Цезий	$1{,}90 \cdot 10^3$
Лед (при t = 0 ºС)	$0{,}92 \cdot 10^3$	Цинк	$7{,}15 \cdot 10^3$

Таблица Б.4 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4 ºС)	$1{,}00 \cdot 10^3$	Нефть	$0{,}94 \cdot 10^3$
Глицерин	$1{,}26 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1{,}26 \cdot 10^3$
Ртуть	$13{,}6 \cdot 10^3$	Спирт	$0{,}80 \cdot 10^3$

Таблица Б.5 – Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Азот	1,25	Гелий	0,18
Аргон	1,78	Кислород	1,43
Водород	0,09	Криптон	3,73
Воздух	1,29	Неон	0,89