УДК 37.091.3:51

ОБ ИНТЕРЕСЕ К ПРИКЛАДНЫМ ЗАДАЧАМ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

А. А. РОМАНЕНКО
Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

В процессе преподавания дисциплины «Математический анализ» для специальности «Прикладная математика», уделяя внимание прикладным задачам дисциплины, заметил, что студентов особенно не интересуют доказательства теоретических положений, а интересуют прикладные задачи. Так, в материалах третьего семестра в теме «Знакочередующиеся ряды» большой интерес вызвали задачи, связанные с оценками значений частичных сумм и остатков рядов. В теме «Ряды Тейлора – Маклорена» – задачи, связанные с приближенными вычислениями значений функций, доказательствами таблицы эквивалентных бесконечно малых функций (вариантов первых замечательных пределов), приближенными вычислениями определенных интегралов и приближенными решениями задачи Коши для ОДУ.

В приложениях темы «Ряды Фурье» [1] вызвали интерес задачи, связанные с суммированием числовых рядов с помощью рядов Фурье, решениями обыкновенных дифференциальных уравнений. Возникли также вопросы при изучении амплитудно-частотного спектра периодического сигнала. Где он используется? Пришлось объяснять, как с помощью амплитудно-частотного спектра можно зашифровать сигнал, объяснять такие вопросы, как «голосовой портрет человека» (наряду с отпечатками пальцев, структурой сетчатки глаза или чертами лица). Хотя продемонстрировать это не представляется возможным ввиду отсутствия соответствующих технических средств, кроме разговоров, например, о телевизионных интервью сотрудников спецслужб, в которых лицо заретушировано, а голос искажен.

Возникли также вопросы по прикладным аспектам интегральных преобразований Фурье. «Голые» интегральные представления различных элементарных функций не вызвали особого интереса. Словесные объяснения по использованию в области теоретической физики студентов не устраивали, а для демонстрации прикладных аспектов интегралов Фурье необходимо знание методов анализа интегралов теории функций комплексной переменной, а это материал следующего семестра [2]. Для того чтобы хоть как-то удовлетворить интерес студентов, я на примере показал, как с помощью интегралов Фурье можно найти общее решение линейного неоднородного ДУ с постоянными коэффициентами, хотя подход применим и к ДУ с переменными коэффициентами, для которых не существует общих методов решения, а анализируя интегральные представления элементарных и специальных функций получать их решения. Выбрал простую задачу, которую можно решить известными методами, чтобы потом сравнить. Найти общее решение ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + 4y = \begin{cases} e^{-x}, \ x \geq 0, \\ 0, \quad x < 0. \end{cases} \tag{1}$$

Подвергая прямому преобразованию Фурье левую и правую части уравнения (1), воспользовавшись свойством линейности интеграла Фурье и Фурье-образом производной функции, т. е. если $F\left[y(x)\right] = F(\omega)$, то $F\left[y^{(k)}(x)\right] = (i\omega)^k F(\omega)$, получаем

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} y'' e^{-i\omega x} dx + 4\int\limits_{-\infty}^{\infty} y e^{-i\omega x} dx y = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-x} e^{-i\omega x} ,$$

или

$$-\omega^2 F(\omega) + 4F(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-x} e^{-i\omega x} = \ldots = \frac{1}{1+i\omega}.$$

В результате получили линейное алгебраическое уравнение относительно Фурье-образа искомой функции $y(x)$ (решения ДУ). Решаем его:

$$F(\omega) = \frac{1}{(1+i\omega)\left(4-\omega^2\right)}.$$

А теперь выполняем обратное преобразование Фурье и находим интегральное представление искомого решения:

$$y(x)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{i\omega x}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i\omega x}}{(1+i\omega)\left(4-\omega^2\right)}d\omega.$$

Анализ полученного интегрального представления решения перенесен на следующий семестр, где будут изучаться методы анализа интегралов от ФКП с помощью теории вычетов.

В результате студенты были удовлетворены увиденным и не задавали больше вопросов о практическом использовании преобразований Фурье.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Романенко, А. А.** О приложениях при изучении темы «Ряды и интеграл Фурье» специальности «Прикладная математика» / А. А. Романенко // Преподавание математики в высшей школе и работа с одарёнными студентами в современных условиях : материалы Междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 20 февр. 2025 г. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2025. – С. 50–51.

2. **Романенко, А. А.** Об изучении дисциплины «Теория функций комплексной переменной» / А. А. Романенко // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях : материалы Междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 22 февр. 2024 г. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2024. – С. 65–68.