

УДК 004.42

# ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ПРИМА В ТЕОРИИ ГРАФОВ

А. И. ЯКИМОВ, К. В. БОГДАШЕВА

Белорусско-Российский университет

Могилев, Беларусь

Алгоритм Прима в теории графов – это жадный алгоритм для нахождения минимального остовного дерева в неориентированном графе с положительными весами. Он последовательно выбирает ребра, которые ведут к минимальному увеличению стоимости дерева, пока не будет соединена вся компонента связности [1].

В образовательном процессе рассматривают алгоритмическое описание.

Шаг 1. Инициализация.

1.1 Выбирают произвольную вершину графа и добавляют ее в остовное дерево.

1.2 Создают список всех ребер, которые соединяют текущие вершины остовного дерева с вершинами, не входящими в него.

Шаг 2. Выбор ребер.

Пока в остовном дереве не будут все вершины.

2.1 Из списка ребер выбирают ребро с минимальным весом.

2.2 Добавляют выбранное ребро и соответствующую вершину в остовное дерево.

2.3 Обновляют список ребер, добавив ребра, соединяющие новую вершину с остальными, не входящими в остовное дерево вершинами.

Шаг 3. Завершение.

Когда все вершины добавлены в остовное дерево, алгоритм останавливается.

Формальные определения позволяют избежать двусмысленности. Каждый

элемент и операция описываются четко, что облегчает понимание алгоритма. Используя теорию множеств, алгоритм становится более абстрактным и может применяться к различным типам графов и структурам данных. Это позволяет легко адаптировать алгоритм под различные требования. Формальные описания позволяют точно определить временную и пространственную сложность алгоритма, что полезно для оценки его эффективности и сравнения с другими алгоритмами. С помощью формальных методов можно легко проводить математические доказательства корректности алгоритма. Это включает в себя доказательство того, что алгоритм всегда находит минимальное остовное дерево. Формальные описания могут быть использованы для автоматической генерации кода или для верификации существующих алгоритмов с помощью программных инструментов.

Предлагается формальное описание алгоритма с использованием отношения инцидентности. Для этого введем символ отношения инцидентности  $\rightarrow$  (Юникод 22B8, Alt + X; имя Юникода – Multimap). Рассмотрим формальное описание на примере графа с тремя вершинами и нагруженными ребрами (рис. 1):  $V = \{A, B, C\}$  – множество вершин,  $E = \{(A, B), (A, C), (B, C)\}$  – множество ребер,  $p : E \rightarrow \{p(A, B), p(A, C), p(B, C)\}$  – функция, задающая веса ребер.

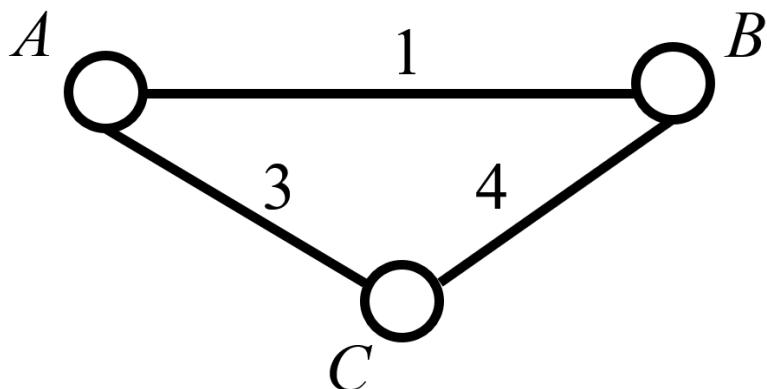


Рис. 1. Граф для реализации алгоритма Прима

Выбираем произвольную вершину  $A$ . Составляем список  $\Gamma(i \rightarrow A)$  ребер  $i$ , инцидентных вершине  $A$ :

$$\Gamma(i \rightarrow A) = \{(A, B), (A, C)\}.$$

Определяем ребро с минимальным весом:

$$\min_i p(i \rightarrow A) = \min \{p(A, B), p(A, C)\} = \min \{1, 3\},$$

$$\min_i p(i \rightarrow A) = p(A, B) = 1.$$

Выбираем ребро  $(A, B)$ . Теперь в дереве две вершины  $A, B$ . Доступные ребра  $(A, C)$  и  $(B, C)$ :

$$\Gamma(i \multimap A) \cup \Gamma(i \multimap B) \setminus \{(A, B)\} = \{(A, C), (B, C)\}.$$

Выбираем ребро  $(A, C)$  с минимальным весом:

$$\min < p(A, C), p(B, C) > = \min < 3, 4 > = p(A, C) = 3.$$

Дерево построено.

Предлагаемая формализация алгоритма Прима позволяет закрепить компетенции из теории множеств и отношений, может служить хорошей основой для более сложных концепций.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алексеев, В. Е.** Теория графов : учеб. пособие / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова. – Н. Новгород : Нижегород. гос. ун-т, 2017. – 119 с.