

А. И. ЯКИМОВ, К. В. БОГДАШЕВА

Белорусско-Российский университет

Могилев, Беларусь

Алгоритм Прима в теории графов – это жадный алгоритм для нахождения минимального остовного дерева в неориентированном графе с положительными весами. Он последовательно выбирает ребра, которые ведут к минимальному увеличению стоимости дерева, пока не будет соединена вся компонента связности [1].

В образовательном процессе рассматривают алгоритмическое описание.

Шаг 1. Инициализация.

1.1 Выбирают произвольную вершину графа и добавляют ее в остовное дерево.

1.2 Создают список всех ребер, которые соединяют текущие вершины остовного дерева с вершинами, не входящими в него.

Шаг 2. Выбор ребер.

Пока в остовном дереве не будут все вершины.

2.1 Из списка ребер выбирают ребро с минимальным весом.

2.2 Добавляют выбранное ребро и соответствующую вершину в остовное дерево.

2.3 Обновляют список ребер, добавив ребра, соединяющие новую вершину с остальными, не входящими в остовное дерево вершинами.

Шаг 3. Завершение.

Когда все вершины добавлены в остовное дерево, алгоритм останавливается.

Формальные определения позволяют избежать двусмысленности. Каждый

элемент и операция описываются четко, что облегчает понимание алгоритма. Используя теорию множеств, алгоритм становится более абстрактным и может применяться к различным типам графов и структурам данных. Это позволяет легко адаптировать алгоритм под различные требования. Формальные описания позволяют точно определить временную и пространственную сложность алгоритма, что полезно для оценки его эффективности и сравнения с другими алгоритмами. С помощью формальных методов можно легко проводить математические доказательства корректности алгоритма. Это включает в себя доказательство того, что алгоритм всегда находит минимальное остовное дерево. Формальные описания могут быть использованы для автоматической генерации кода или для верификации существующих алгоритмов с помощью программных инструментов.

Предлагается формальное описание алгоритма с использованием отношения инцидентности. Для этого введем символ отношения инцидентности \rightarrow (Юникод 22B8, Alt + X; имя Юникода – Multimap). Рассмотрим формальное описание на примере графа с тремя вершинами и нагруженными ребрами (рис. 1): $V = \{A, B, C\}$ – множество вершин, $E = \{(A, B), (A, C), (B, C)\}$ – множество ребер, $p : E \rightarrow \{p(A, B), p(A, C), p(B, C)\}$ – функция, задающая веса ребер.

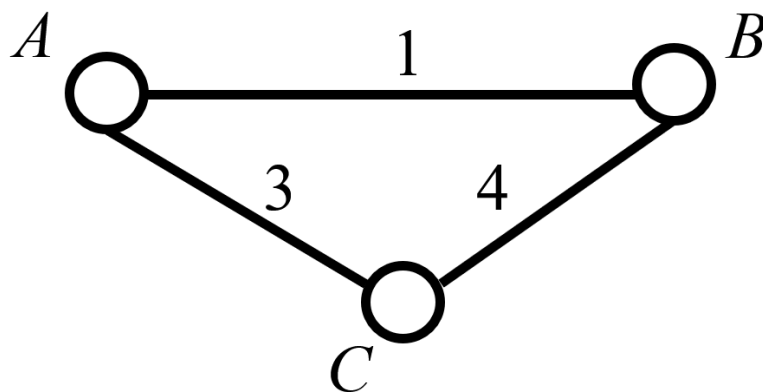


Рис. 1. Граф для реализации алгоритма Прима

Выбираем произвольную вершину A . Составляем список $\Gamma \langle i \rightarrow A \rangle$ ребер i , инцидентных вершине A :

$$\Gamma(i \rightarrow A) = \{(A, B), (A, C)\}.$$

Определяем ребро с минимальным весом:

$$\min_i p(i \rightarrow A) = \min \langle p(A, B), p(A, C) \rangle = \min \langle 1, 3 \rangle,$$

$$\min_i p(i \rightarrow A) = p(A, B) = 1.$$

Выбираем ребро (A, B) . Теперь в дереве две вершины A, B . Доступные ребра (A, C) и (B, C) :

$$\Gamma(i \multimap A) \cup \Gamma(i \multimap B) \setminus \{(A, B)\} = \{(A, C), (B, C)\}.$$

Выбираем ребро (A, C) с минимальным весом:

$$\min \langle p(A, C), p(B, C) \rangle = \min \langle 3, 4 \rangle = p(A, C) = 3.$$

Дерево построено.

Предлагаемая формализация алгоритма Прима позволяет закрепить компетенции из теории множеств и отношений, может служить хорошей основой для более сложных концепций.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алексеев, В. Е.** Теория графов : учеб. пособие / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова. – Н. Новгород : Нижегород. гос. ун-т, 2017. – 119 с.