МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Логистика и организация производства»

ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМЕТРИКА В ЛОГИСТИКЕ

Методические рекомендации к лабораторным работам для студентов специальности 6-05-1042-01 «Транспортная логистика» дневной и заочной форм обучения

Могилев 2026

УДК 330.4
ББК 65в631
П75

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Логистика и организация производства» «6» марта 2026 г., протокол № 14

Составитель ст. преподаватель Т. А. Бородич

Рецензент канд. экон. наук, доц. А. В. Александров

Представлены материалы к лабораторным занятиям для студентов специальности 6-05-1042-01 «Транспортная логистика» очной и заочной форм обучения.

Учебное издание

ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМЕТРИКА В ЛОГИСТИКЕ

Ответственный за выпуск	М. Н. Гриневич
Корректор	А. Т. Червинская
Компьютерная верстка	М. М. Дударева

Подписано в печать 22.04.2026. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,94. Тираж 36 экз. Заказ № 298.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

Содержание

1 Повторение использования основных статистических функций MS Excel 4
2 Предварительная обработка данных 8
3 Проведение множественного корреляционного анализа в MS Excel 11
4 Расчет и экономическое обоснование параметров уравнения множественной регрессии 14
5 Проверка выполнения предпосылок МНК: наличие и устранение гетероскедастичности и автокорреляции остатков 16
6 Проверка временного ряда на наличие тренда 20
7 Анализ временных рядов 24
8 Адаптивное прогнозирование 29
Список литературы 31

1 Повторение использования основных статистических функций MS Excel

Цель работы: получить навыки использования основных статистических функций MS Excel.

Задачи работы:

– изучить основные статистические характеристики и функции для их расчета;

– получить навыки применения инструментов MS Excel для простейших статистических вычислений.

Задача 1. Исходные данные представлены в таблице 1.1. Построить случайную выборку размера 10, вычислить статистические характеристики: среднее, медиану, среднеквадратическое отклонение, дисперсию.

Таблица 1.1 – Исходные данные

Фирма	Доход, у. е.	Фирма	Доход, у. е.	Фирма	Доход, у. е.	Фирма	Доход, у. е.
1	43 300	11	44 100	21	56 400	31	33 000
2	44 300	12	51 500	22	33 600	32	31 700
3	34 600	13	35 900	23	38 100	33	48 600
4	38 000	14	35 600	24	42 500	34	39 300
5	44 700	15	43 000	25	44 900	35	33 000
6	45 600	16	38 600	26	35 200	36	36 300
7	42 700	17	32 400	27	60 800	37	28 400
8	36 900	18	22 900	28	42 500	38	46 900
9	38 400	19	48 100	29	47 600	39	37 300
10	33 700	20	31 900	30	36 100	40	41 000

Задача 2. По исходным данным о логистических операторах, представленным в таблице 1.2, произвести группировку 40 операторов по объемам оказанных услуг и по собственному капиталу.

Построить гистограмму частот и кумуляту.

Таблица 1.2 − Характеристика банков

Номер банка	Собственный капитал, %	Объем оказанных услуг, тыс. р.	Номер банка	Собственный капитал, %	Объем оказанных услуг, тыс. р.
1	10	3084	10	8	10828
2	16	5205	11	10	2719
3	8	5084	12	11	3576
4	13	1361	13	16	8170
5	11	5768	14	36	511
6	8	4466	15	9	822
7	3	1392	16	15	1693
8	12	7266	17	11	476
9	8	4119	18	14	421

Окончание таблицы 1.2

Номер банка	Собственный капитал, %	Объем оказанных услуг, тыс. р.	Номер банка	Собственный капитал, %	Объем оказанных услуг, тыс. р.
19	19	3879	30	10	906
20	9	993	31	11	1226
21	23	2811	32	14	4
22	26	46	33	11	22267
23	15	171	34	11	31
24	23	245	35	15	23
25	19	1773	36	12	311
26	13	3993	37	30	610
27	13	3254	38	21	1178
28	12	764	39	9	2600
29	9	1218	40	16	1

Ход работы

Методы построения выборки.

Простейший подход. Главный принцип простейшего подхода – это равновероятность всех возможных выборок. Пусть N – количество элементов во всей совокупности, а n – размер выборки. Если эти значения малы и количество этих выборок невелико, то теоретически можно разбить интервал от 0 до 1 на N равных подынтервалов, каждый из которых соответствовал бы одному из элементов исходной совокупности, и воспользоваться случайной функцией СЛЧИС (), которая генерирует значения случайной величины, равномерно распределенной на интервале (0;1). Или использовать функцию СЛУЧМЕЖДУ(1;40).

Для выбора из диапазона исходных данных соответствующей величины дохода используем функцию ВЫБОР(номер индекса; значение 1, значение 2; ...).

Метод стратификации. Рассмотрим данный метод, который также иногда называют методом пропорциональных частичных выборок. Предположим, что все множество исходных данных, состоящее из N элементов, разбито на I непересекающихся подмножеств, состоящих из Ni элементов, так что:

$$N = N_1 + N_2 + \ldots + N_i. \qquad (1.1)$$

Для того чтобы получить выборку размера n, нам необходимо выбрать n_i представителей из каждой i-й подгруппы так, чтобы:

$$n = n_1 + n_2 + \ldots + n_{\mathrm{i}}\,. \qquad (1.2)$$

Количества n_i вычисляют, округляя величины $n \cdot N_i / N$. После того как величины n_i определены, можно применить метод простых случайных выборок.

Механическая выборка.

При этой выборке элементы генеральной совокупности, обычно предварительно расположенные в некотором порядке, нумеруются и разбиваются на n. В выборку включается только одна группа. Если начало отбора соответствует

5-му элементу ($k = 5$), то будут взяты 5-й, 15-й, 25-й … элементы. В общем случае выбираются k-й, ($k + n$), ($k + 2n$), ($k + 3n$), …элементы групп по номерам. Например, для $n = 10$: 1-я группа включает1-й, 11-й, 21-й,… элементы, 2-я –2-й, 12-й, 22-й,… и т. д.

Использовать формулу =ИНДЕКС(диапазон; СТРОКА(1:1)*k), где $k = N/n$.

Сравнить результаты вычислений статистических характеристик:

– среднего (функция СРЗАЧ());

– дисперсии (функция ДИСП.В());

– среднеквадратическое отклонение (функция СТАНДОТКЛОН.В());

– медиана (функция МЕДИАНА()).

При проведении группировок важное значение имеет правильное решение о том, на какое число групп следует подразделять совокупность. Если признак атрибутивный, то число групп, на которое следует подразделять совокупность, определяется числом качественных градаций этого признака. В случае, если группировочный признак количественного порядка непрерывный или дискретный, с большим размахом вариации, то число групп может быть определено по формуле Стерджесса

$$n = 1 + 3{,}322\ \lg N, \tag{1.3}$$

где n – число групп;

N – численность совокупности.

Для характеристики групп должны быть образованы интервалы, которые могут быть равные и неравные, открытые и закрытые. При равных интервалах их величина определяется по формуле

$$i = \frac{(X_{\max} - X_{\min})}{n} = \frac{R}{n}, \tag{1.4}$$

где n – число групп;

$X_{\max}$ – максимальное значение;

$X_{\min}$ – минимальное значение;

R – размах вариации.

При построении равных интервалов определяются нижняя и верхняя границы каждого из них, причем считается, что пределы наблюдения могут входить «включительно» или «исключительно». На практике применяются оба метода, но все же предпочтительнее принцип «исключительно».

Для графического изображения интервального вариационного ряда применяется гистограмма. При ее построении на оси абсцисс откладываются интервалы ряда, высота которых равна частотам, отложенным на оси ординат. Над осью абсцисс строятся прямоугольники, площадь которых соответствует величинам произведений интервалов на их частоты.

В практике экономической работы возникает потребность в преобразовании рядов распределения в кумулятивные ряды, строящиеся по накопленным частотам (с их помощью можно определить структурные средние, прослеживать за процессом концентрации изучаемого явления). Используя накопленные частоты, строят график в виде кумуляты (кривой сумм). При графическом изображении кумуляты накопленные частоты наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов. Длина этих линий равна величине накопленных частот в конкретном интервале. Соединяя затем эти перпендикуляры, получаем ломаную линию.

Строится вариационный ряд по группировочному признаку. Упорядочиваются данные по величине возрастания результативного признака с помощью функции «Сортировка».

По формуле (1.3), определяется количество интервалов, а по формуле (1.4) – высота интервала i.

Верхняя граница каждого интервала определяется по следующей формуле (полученные значения используется в меню «Гистограмма» как карман интервалов):

$$x = X_{\min} + i \cdot k, \qquad (1.5)$$

где k – порядковый номер интервала.

Значения частот определяются при помощи процедуры «Гистограмма» (закладка «Данные», раздел «Анализ данных»):

1) входной интервал – исходные значения результативного признака;

2) интервал карманов – значения границ интервалов группировочного признака.

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Какая функция Excel позволяет найти дисперсию и среднеквадратическое отклонение?

2 Какой инструмент используется для анализа показателей множественной регрессии в пакете MS Excel?

3 Какие инструменты используются для проверки статистических гипотез в пакете MS Excel?

2 Предварительная обработка данных

Цель работы: получить навыки предварительной обработки статистических данных.

Задачи работы:

– изучить основные статистические характеристики и функции MS Excel для их расчета;

– получить навыки применения инструментов MS Excel для простейших статистических вычислений.

Задача 1. Имеются данные об объеме оказанных услуг транспортно-экспедиционной компанией за 60 дней: 7, 8, 8, 9, 9, 11, 7, 5, 6, 7, 13, 8, 8, 9, 12, 10, 11, 6, 7, 5, 3, 8, 12, 9, 8, 10, 6, 7, 10, 6, 6, 7, 4, 3, 8, 8, 7, 7, 11, 12, 7, 5, 6, 7, 4, 13, 10, 11, 8, 5, 7, 8, 9, 9, 11, 6, 6, 5, 4, 7.

Необходимо:

а) построить статистический ряд;

б) определить размах выборки, среднюю величину, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, показатели вариации;

в) построить эмпирическую функцию распределения частот;

г) оценить характер распределения объема продаж;

д) построить по эмпирическим данным нормальное распределение частот, оценить соответствие ему фактических данных по критерию Пирсона χ^2;

е) построить полигон относительных частот фактического и нормального распределений.

Задача 2. Транспортные предприятия подразделяются по объему оказанных услуг следующим образом (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Группировка предприятий по объему оказанных услуг

Объем оказанных услуг, тыс. р.	Число предприятий, ед.
До 3	30
4–5	50
6–10	400
11–20	800
21–50	1800
51–70	600
71–100	700
101–200	700
201 и >	120

Необходимо:

а) определить размах выборки, среднюю величину, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, показатели вариации;

б) построить эмпирическую функцию распределения частот;

в) оценить характер распределения объема продаж;

г) построить по эмпирическим данным нормальное распределение частот, оценить соответствие ему фактических данных по критерию Пирсона χ^2;

д) построить полигон и гистограмму распределения.

Ход работы

Электронные таблицы Excel имеют огромный набор средств для анализа статистических данных. Наиболее часто используемые статистические функции встроены в основное ядро программы, т. е. эти функции доступны с момента запуска программы.

Для вычислений статистических характеристик используются следующие функции:

– СЧЕТ() – вычисляет объем совокупности выборочной или генеральной;

– СРЗАЧ() – вычисляет среднее арифметическое;

– ДИСП.В() – вычисляет дисперсию по выборке;

– СТАНДОТКЛОН.В() – вычисляет среднеквадратическое отклонение по выборке;

– СРОТКЛ() – вычисляет среднее линейное отклонение;

– МЕДИАНА() – вычисляет медиану;

– МОДА() – вычисляет моду;

– СКОС() – вычисляет асимметрию;

– ЭСЦЕСС() – вычисляет эксцесс.

Критерий согласия Пирсона. Критерий основан на сравнении эмпирических и теоретических частот. Эмпирические частоты получают в результате эксперимента, а теоретические частоты рассчитывают либо по формулам, либо с использованием функции НОРМ.РАСП(). Предварительно необходимо найти точечные оценки параметров предполагаемого распределения по выборке, а затем использовать их для вычисления теоретических частот.

Критерий имеет χ^2 – распределение с$k = m - r - 1$ степенями свободы, где m – число интервалов вариационного ряда; r – число параметров теоретического распределения, вычисленных по экспериментальным данным.

Для вычисления расчетного значения критерия Пирсона используется функция ХИ2.ТЕСТ().

Другие более специализированные функции входят в дополнительную подпрограмму, называемую пакетом анализа. Команды и функции пакета анализа называют инструментами анализа.

Для вычисления статистических характеристик в пакете анализа есть инструмент «Описательная статистика».

Запускаем пакет «Excel» и создаем в нем новый файл с исходными данными. Закладка Данные – Пакет анализа. В появившемся окне выбираем «Описательная статистика». Вводим входной интервал, содержащий исходные данные. Ставим знак напротив «Метки в первой строке», что указывает на наличие названия факторов в первой строке. Новый рабочий лист называем «Статистика». Активируем вывод итоговой статистики и указываем уровень надежности 95 % (вероятность ошибки расчетов 5 %). Нажимаем «ОК». На вновь появившемся листе «Статистика» для каждого фактора будут рассчитаны среднее значение, дисперсия, среднеквадратическое отклонение (стандартное отклонение), эксцесс, асимметрия (асимметричность).

Для каждого фактора рассчитываем погрешность асимметрии и эксцесса соответственно по следующим формулам:

$$\sigma(A) = \sqrt{\frac{\sigma \cdot (n-1)}{(n+1)\cdot(n+3)}}; \tag{2.1}$$

$$\sigma(E) = \sqrt{\frac{24n \cdot (n-2)\cdot(n-3)}{(n+1)^2 \cdot (n+3)\cdot(n+5)}}, \tag{2.2}$$

где n – объем выборки;

$\sigma\,(A)$, $\sigma\,(E)$ – погрешности асимметрии и эксцесса соответственно;

σ – среднеквадратическое отклонение.

Если $E_k \leq 1{,}5\ \sigma(E)$, $(A_3) \leq 1{,}5\ \sigma(A)$, то распределение исследуемого признака не противоречит нормальному закону распределения. Если $E_k \geq 2\sigma(E)$, $(A_3) \geq 2\sigma(A)$, то исследуемый признак не соответствует нормальному закону распределения и проводить корреляционно-регрессионный анализ с использованием этого фактора нельзя (фактор исключается из модели).

Также рассчитывается коэффициент вариации по формуле

$$v_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100, \tag{2.3}$$

где v_x – коэффициент вариации;

σ_x – среднеквадратическое отклонение;

$\bar{x}$ – среднее значение фактора.

Если коэффициент вариации меньше 33 %, то данные, характеризующие данный фактор, являются однородными.

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Раскройте понятие следующих статистических харатеристик: среднее значение, дисперсия, среднеквадратическое отклонение (стандартное отклонение), эксцесс, асимметрия (асимметричность).

2 Критерии проверки исходных данных на соответсвие нормальному закону распределения.

3 Проведение множественного корреляционного анализа в MS Excel

Цель работы: изучить особенности множественного корреляционного анализа в MS Excel.

Задачи работы:

– изучить особенности проведения корреляционного анализа;

– получить практический навык работы в MS Excel при проведении корреляционного анализа.

Задание 1

По данным, представленным в таблице 3.1, провести корреляционный анализ переменных:

– Y – индекс эффективности логистики;

– X_1 – ВВП 2024 г., % к 2015 г.;

– X_2 – уровень отслеживания прохождения грузов, %;

– X_3 – уровень компетенции логистических операторов, %;

– X_4 – уровень инфраструктурной обеспеченности, %;

– X_5 – уровень эффективности таможенного оформления, % ;

– X_6 – валовое потребление, % к ВВП.

Таблица 3.1 – Исходные данные

Страна	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
1	2	3	4	5	6	7	8
Австрия	3,99	115	33,43	77,0	75,5	56,1	25,2
Австралия	3,77	123	30,01	78,2	78,5	61,8	21,8
Республика Беларусь	2,54	74	31,01	68,0	78,4	59,1	25,7
Бельгия	4,05	111	35,43	77,2	77,7	63,3	17,8
Великобритания	4,01	113	32,37	77,2	84,4	64,1	15,9
Германия	4,19	110	33,30	77,2	75,9	57,0	22,4
Дания	3,92	119	38,08	75,7	76,0	50,7	20,6
Индия	3.22	146	24,15	62,6	67,5	57,1	25,2
Испания	3,78	113	32,95	78,0	78,2	62,0	20,7
Италия	3,73	108	35,04	78,2	78,1	61,8	17,5
Канада	3,81	113	30,56	79,0	78,6	58,6	19,7
Казахстан	2,77	71	30,07	67,6	84,0	71,7	18,5
Китай	3,6	210	28,44	69,8	59,2	48,0	42,4
Латвия	3,02	94	28,61	68,4	90,2	63,9	23,0
Нидерланды	3,11	118	32,59	77,9	72,8	59,1	20,2
Норвегия	3,74	130	33,50	78,1	67,7	47,5	25,2
Польша	3,50	127	33,44	72,5	82,6	65,3	22,4
Россия	2,69	61	27,04	66,6	74,4	53,2	22,7
США	3,92	117	36,42	76,7	83,3	67,9	18,1
Украина	2,83	46	27,53	68,8	83,7	61,7	20,1

Окончание таблицы 3.1

1	2	3	4	5	6	7	8
Финляндия	3,92	107	29,16	76,8	73,8	52,9	17,3
Франция	3,86	110	35,51	78,1	79,2	59,9	16,8
Чехия	3,62	99,2	31,77	73,9	71,5	51,5	29,9
Швейцария	3,91	101	32,80	78,6	75,3	61,2	20,3
Швеция	4,07	105	31,60	78,5	79,0	53,1	14,1

Ход работы

1 Простейшим визуальным способом выявить наличие взаимосвязи между количественными переменными является построение *диаграммы рассеяния* (*корреляционное поле*). Это график, на котором по горизонтальной оси (X) откладывается одна переменная, по вертикальной (Y) – другая. Каждому объекту на диаграмме соответствует точка, координаты которой равняются значениям пары выбранных для анализа переменных.

2 Рассчитать коэффициент корреляции с применением встроенной функции Excel КОРРЕЛ().

3 Использовать надстройку Excel Пакет анализа – Корреляция для расчета корреляционной матрицы.

Эта процедура предназначена для проведения корреляционного анализа, установления тесноты линейной связи между переменными.

В стартовом окне процедуры Пакет анализа выбираем Корреляция. Входной интервал – выбирают значения переменных, между которыми будут рассчитаны парные коэффициенты корреляции Пирсона (рисунок 3.1). После нажатия на кнопку OK на экране появится корреляционная матрица.

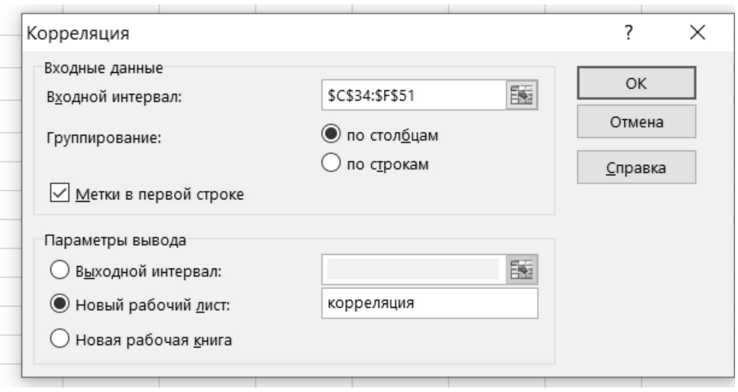

Рисунок 3.1 – Окно «Корреляция»

Коэффициент корреляции – это показатель, оценивающий тесноту линейной связи между признаками. Он может принимать значения от –1 до +1. Знак «–» означает, что связь обратная, «+» – прямая. Чем ближе коэффициент к 1, тем теснее линейная связь. При величине коэффициента корреляции (по Дворецкому) менее 0,3 связь оценивается как слабая, от 0,31 до 0,5 – умеренная, от 0,51 до 0,7 – значительная, от 0,71 до 0,9 – тесная, 0,91 и выше – очень тесная.

После расчета парных коэффициентов корреляции необходимо проверить достоверность рассчитанных коэффициентов корреляции с помощью критерия Стьюдента. Для этого вычисляется расчетное значение критерия Стьюдента по формуле

$$t_p = \frac{|r| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}. \qquad (3.1)$$

Расчетное значение сравнивают с критическим. Критическое значение вычисляют с использованием встроенной функции MS Excel СТЬЮДРАС-ПРОБР ().

Если расчетное значение больше критического, то коэффициент корреляции статистически значим.

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Какова цель корреляционного анализа?

2 Как графически определить наличие/отсутствие связи между признаками?

3 Что такое ковариация?

4 Что показывает коэффициент корреляции?

5 По какой шкале можно оценить силу связи между переменными?

6 Какая функция Excel позволяет найти коэффициент корреляции?

7 Для чего используется t-критерий?

8 Какие показатели рассчитываются в пункте «Корреляция» пакета «Анализ данных»?

4 Расчет и экономическое обоснование параметров уравнения множественной регрессии

Цель работы: научиться строить множественную регрессию.

Задачи работы:

– изучить специфику построения модели множественной регрессии;

– изучить особенности построения множественной регрессии средствами MS Excel.

Задача 1. По данным, представленным в таблице 3.1, провести первичную обработку переменных. Установить наличие линейной зависимости между $У$ и X_1, …, X_6. Найти уравнение регрессии. Оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии и надежность построенной модели.

Задача 2. На основании индивидуальных заданий (таблицы 4.1 и 4.2) ставится задача оценки параметров нормального закона распределения и других характеристик корреляционной связи, а также исследования статистических свойств оценок.

1 На основе наблюдений над n объектами, каждый из которых (описывается) характеризуется значениями k-признаков, представленных в виде матрицы $X = \{x_{ij}\}$ типа «объект – свойство» размерности ($n \times k$), $n = 50$, $k = 3$ ($n = 20$, $k = 3$), оценить числовые характеристики вектора признаков $X = (x1; x2, ... , xk)$, включая характеристики линейной связи между признаками, частные и множественные коэффициенты корреляции.

2 В случае подтверждения нормального характера распределения X исследовать полученные оценки.

3 Оценить уравнение регрессии и исследовать его.

Таблица 4.1 – Варианты индивидуальных заданий

Вариант	Переменные	Вариант	Переменные
1	1, 2, 3	11	2, 3, 4
2	1, 2, 4	12	2, 3, 5
3	1, 2, 5	13	2, 3, 6
4	1, 2, 6	14	2, 3, 7
5	1, 2, 7	15	2, 4, 5
6	1, 3, 4	16	2, 4, 6
7	1, 3, 5	17	2, 4, 7
8	1, 3, 6	18	2, 5, 6
9	1, 3, 7	19	2, 5, 7
10	1, 4, 5	20	2, 6, 7

Таблица 4.2 – Исходные данные для индивидуальных заданий

Номер наблюдения	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Xy
1	73	48	99	31	284	68	279
2	69	40	83	28	265	47	245
3	72	52	106	30	298	40	354
4	72	50	107	23	264	35	212
5	65	39	79	25	232	60	323
6	67	49	100	25	272	37	285
7	56	38	80	25	292	41	240
8	70	47	96	27	245	46	361
9	63	41	98	31	274	46	236
10	64	50	97	25	256	53	246
11	70	52	92	28	291	43	357
12	67	36	90	25	290	53	361
13	60	55	108	30	257	54	343
14	63	43	107	28	258	50	390
15	80	45	96	28	309	45	208
16	71	56	86	31	257	50	301
17	74	45	98	23	316	25	306
18	68	55	97	28	251	44	334
19	65	63	128	26	278	54	342
20	73	47	88	26	268	56	274
21	57	48	117	28	273	48	336
22	71	55	110	27	280	44	277
23	66	37	94	25	244	49	320
24	76	38	82	26	243	50	278
25	70	46	97	27	269	46	266
26	68	41	91	28	255	46	294
27	74	42	118	27	229	47	308
28	69	53	87	29	272	39	271
29	68	57	104	24	263	49	228
30	71	39	89	23	249	44	414

Ход работы

При построении многофакторной корреляционно-регрессионной модели последовательно выполняется ряд этапов.

1 Априорное исследование экономической проблемы.

2 Формирование перечня факторов и их логический анализ.

3 Сбор исходных данных и их первичная обработка.

4 Спецификация функции регрессии.

5 Оценка функции регрессии.

6 Отбор главных факторов.

7 Проверка адекватности модели.

8 Экономическая интерпретация.

9 Прогнозирование неизвестных значений зависимой переменной.

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Что понимается под множественной регрессией?
2 Какие задачи решаются при построении уравнения регрессии?
3 Какие задачи решаются при спецификации модели?
4 Что показывает значение коэффициента множественной корреляции?

5 Проверка выполнения предпосылок МНК: наличие и устранение гетероскедастичности и автокорреляции остатков

Цель работы: научиться оценивать наличие эффекта гетероскедастичности, автокорреляции и использовать взвешенный метод наименьших квадратов.

Задачи работы:
– изучить предпосылки МНК;
– изучить методы оценки гетерескедастичности и автокорреляции в остатках.

Задача 1. На основании данных, полученных при решении задачи 1 из разд. 3, оценить наличие гетерескедастичности и автокорреляции в остатках по каждой из независимых переменных.

Задача 2. На основе представленных исходных данных (таблицы 5.1–5.4) провести оценку на гетерескедастичность. Результаты регрессии, включающей 25 первых по переменной $X1$ наблюдений из 75, приведены в таблицах 5.1 и 5.2.

Таблица 5.1 – Результаты дисперсионного анализа по первым 25 наблюдениям

Источник вариации	*df*	*SS*	*MS*	*F*	Значимость *F*
Регрессия	2	205102,9	102551,5	8,004213	0,002443
Остаток	22	281868,1	12812,19		
Итого	24	486971,1			

Таблица 5.2 – Результаты регрессионного анализа по первым 25 наблюдениям

Источник вариации	Коэффициент	Стандартная ошибка	*t*-статистика	*P*-значение	Нижние 95 %	Верхние 95 %
Y-пересечение	–90,7009	909,6909	–0,09971	0,921481	–1977,28	1795,883
Стоимость транспортных средств, тыс. р.	3,426506	0,86477	3,962333	0,000661	1,633083	5,219928
Среднемесячная заработная плата водителя, р.	–0,01064	0,033398	–0,31871	0,75295	–0,07991	0,05862

Результаты регрессии, включающей последние 25 наблюдений переменной $X1$, приведены в таблицах 5.3–5.4.

Таблица 5.3 – Результаты дисперсионного анализа по последним 25 наблюдениям

Источник вариации	*df*	*SS*	*MS*	*F*	Значимость *F*
Регрессия	2	600308,3	300154,2	9,415013	0,001111
Остаток	22	701368,3	31880,38		
Итого	24	1301677			

Таблица 5.4 – Результаты регрессионного анализа по последним 25 наблюдениям

Источник вариации	Коэффициент	Стандартная ошибка	*t*-статистика	*P*-значение	Нижние 95 %	Верхние 95 %
Y-пересечение	1 224,991	1040,43	1,18	0,2516	–932,73	3382,71
Стоимость транспортных средств, тыс. р.	1,779	0,88	2,02	0,0560	–0,05	3,61
Среднемесячная заработная плата водителя, р.	0,093	0,03	2,72	0,0124	0,02	0,16

Ход работы

Для оценки наличия и устранения гетероскедастичности и автокорреляции используется ряд остатков ε_t, который получается после построения регрессионной модели.

Гомоскедастичность – дисперсия каждого отклонения ε_t одинакова для всех значений t.

Гетероскедастичность – дисперсия объясняемой переменной (а следовательно, и случайных ошибок) непостоянна.

В тестах на гетероскедастичность проверяется основная гипотеза $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_n^2$ (т. е. модель гомоскедастична) против альтернативной гипотезы H_1 не H_0 (т. е. модель гетероскедастична).

Тест Гольдфельда – Куандта (*Goldfeld – Quandt*) применяется, как правило, когда есть предположение о прямой зависимости дисперсии ошибок от величины некоторой объясняющей переменной, входящей в модель.

Предполагается, что ε_t имеет нормальное распределение. Тест включает в себя следующие шаги.

1 Упорядочить данные по убыванию (или по возрастанию) той независимой переменной, относительно которой есть подозрение на гетероскедастичность.

2 Исключить d средних (в этом упорядочении) наблюдений ($d \approx \frac{n}{4}$, где n – общее количество наблюдений).

3 Провести две независимые регрессии первых $\left(\frac{n}{2} - \frac{d}{2}\right)$ наблюдений и последних $\left(\frac{n}{2} - \frac{d}{2}\right)$ наблюдений и найти соответственно ESS_1 и ESS_2. Из ESS_1 и ESS_2 выбираем большую и меньшую величины – ESS_{max} и ESS_{min} соответственно.

4 Составить статистику $F = \dfrac{ESS_{\max}}{ESS_{\min}}$ и найти по распределению Фишера $F_c = F\left(\dfrac{n}{2} - \dfrac{d}{2} - k - 1,\ \dfrac{n}{2} - \dfrac{d}{2} - k - 1\right)$, где k – число объясняющих переменных модели.

5 Если $F \geq F_c$, то гипотеза H_0 отвергается, т. е. модель гетероскедастична, а если $F < F_c$, то гипотеза H_0 принимается, т. е. модель гомоскедастична.

Тест Бреуша – Пагана (*Breusch – Pagan*).

Этот тест применяется в тех случаях, когда предполагается, что дисперсии σ_t^2 зависят от некоторых дополнительных переменных. Пусть $\sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma \cdot N_t$, $t = 1, 2, \ldots, n$. Тест состоит в следующем.

1 Провести обычную регрессию и получить $\bar{e} = (e_1,\ e_2, ...,\ e_n)$. Для этого в диалоговом окне «Регрессия» установить флажок на функцию «Остатки».

2 Построить оценку $\overline{\overline{\sigma}}_t^2 = \dfrac{1}{n}\sum e_t^2 = \dfrac{ESS}{n}.$

3 Провести регрессию $\dfrac{e_t^2}{\overline{\overline{\sigma}}_t^2} = \gamma_0 + \gamma \cdot N_t$ и найти для нее объясненную часть вариации *RSS*.

4 Построить статистику $\dfrac{RSS}{2}$.

5 Если $\dfrac{RSS}{2} > \chi^2(p)$, где p – число переменных, от которых зависит σ_t^2, то имеет место гетероскедастичность.

Если $\dfrac{RSS}{2} < \chi^2(p)$, то гомоскедастичность.

При этом $\chi^2(p)$ – критическая точка распределения χ^2 (хи-квадрат) при выбранном уровне значимости α.

Тест Дарбина – Уотсона на наличие автокорреляции.

Общая схема критерия Дарбина – Уотсона следующая.

1 По эмпирическим данным построить уравнение регрессии по МНК и определить значения отклонений $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ для каждого наблюдения t ($t = 1, 2, \ldots, n$).

2 Рассчитать статистику DW:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_{(t)} - e_{(t-1)})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_{(t)}{}^2}. \tag{5.1}$$

3 По таблице критических точек распределения Дарбина – Уотсона для заданного уровня значимости α, числа наблюдений n и количества объясняющих переменных k определить два значения: d_1 – нижняя граница и d_u – верхняя граница.

4 Сделать выводы по правилу:

- $0 \le DW < d_l$ – существует положительная автокорреляция, H_0 отвергается;
- $d_l \le DW < d_u$ – вывод о наличии автокорреляции не определен;
- $d_u \le DW < 4 - d_u$ – автокорреляция отсутствует, H_0 принимается;
- $4 - d_u \le DW < 4 - d_l$ – вывод о наличии автокорреляции не определен;
- $4 - d_l \le DW \le 4$ – существует отрицательная автокорреляция, H_0 отвергается.

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Каково среднее значение случайного отклонения при выполнении предпосылок МНК?

2 Что такое гомоскедастичность и гетероскедастичность?

3 Что такое автокорреляция случайных отклонений?

6 Проверка временного ряда на наличие тренда

Цель работы: получить навыки моделирования тенденций временного ряда.

Задачи работы:
– изучить характеристики, описывающие временной ряд;
– получить навыки моделирования тенденций временных рядов MS Excel.

Задача 1. В таблице 6.1 приведены годовые данные об объемах оказанных услуг логистическим оператором.

Таблица 6.1 – Исходные данные

Номер года	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Объем услуг, тыс. р.	4400	5200	4950	5700	6000	7100	6900	7200	8200	7950

Продолжение таблицы 6.1

Номер года	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Объем услуг, тыс. р.	8100	8500	8400	7300	7750	8000	7950	8400	9050	9450

На основании данных задачи проверить гипотезу о наличии тренда во временном ряду:

а) методом проверки разности средних уровней;
б) методом Фостера – Стюарта;
в) используя критерий серий, основанный на медиане выборки.

Задача 2. В таблице 6.2 приведены данные об объемах оказанных услуг логистическим оператором поквартально.

Таблица 6.2 – Исходные данные

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$Y(t)$, тыс. р.	6	4,4	5	9	7,2	4,8	6	10	8	5,6	6,4	11	9	6,6	7	10,8

Необходимо проверить гипотезу о наличии тренда во временном ряду:

а) методом проверки разности средних уровней;
б) методом Фостера – Стюарта;
в) используя критерий серий, основанный на медиане выборки.

Ход работы

Проверка гипотезы о наличии тренда.

Метод проверки разностей средних уровней. Реализация этого метода состоит из четырех этапов.

На первом этапе исходный временной ряд $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ разбивается на две примерно равные по числу уровней части: в первой части n_1 первых уровней исходного ряда, во второй – из остальных уровней ($n_1 + n_2 = n$).

На втором этапе для каждой из этих частей вычисляются средние значения и дисперсии:

$$\overline{y_1} = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1}; \qquad \sigma_1^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} (y_t - \overline{y_1})^2}{n_1 - 1}.; \tag{6.1}$$

$$\overline{y_2} = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n} y_t}{n_2}; \qquad \sigma_2^2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n} (y_t - \overline{y_2})^2}{n_2 - 1}. \tag{6.2}$$

Третий этап заключается в проверке равенства (однородности) дисперсий обеих частей ряда с помощью F-критерия Фишера, которая основана на сравнении расчетного значения этого критерия:

$$F = \begin{cases} \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, & \text{если } \sigma_1^2 > \sigma_2^2; \\[2ex] \dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, & \text{если } \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \end{cases} \tag{6.3}$$

с табличным (критическим) значением критерия Фишера $F\alpha$ с заданным уровнем значимости (уровнем ошибки) α. В качестве α чаще всего берут значения 0,1 (10-процентная ошибка), 0,05 (5-процентная ошибка), 0,01 (1-процентная ошибка). Величина $1 - \alpha$ называется доверительной вероятностью.

Если расчетное значение F меньше табличного $F\alpha$, то гипотеза о равенстве дисперсий принимается и переходят к четвертому этапу. Если F больше или равно $F\alpha$, гипотеза о равенстве дисперсий отклоняется и делается вывод, что данный метод для определения наличия тренда ответа не дает.

На четвертом этапе проверяется гипотеза об отсутствии тренда с использованием критерия Стьюдента. Для этого определяется расчетное значение критерия Стьюдента по формуле (гипотеза о равенстве математических ожиданий двух выборок)

$$\mathrm{t} = \frac{\left|\overline{\mathrm{y}_1} - \overline{\mathrm{y}_2}\right|}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{\mathrm{n}_1} + \dfrac{1}{\mathrm{n}_2}}}; \tag{6.4}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\cdot\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\cdot\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}. \tag{6.5}$$

Если расчетное значение t меньше табличного значения статистики Стьюдента $t\alpha$ с заданным уровнем значимости α, гипотеза принимается, т. е. тренда нет, в противном случае тренд есть. Заметим, что в данном случае табличное значение $t\alpha$ берется для числа степеней свободы, равного $n_1 + n_2 - 2$, при этом данный метод применим только для рядов с монотонной тенденцией.

Метод Фостера – Стюарта. Этот метод обладает большими возможностями и дает более надежные результаты по сравнению с предыдущим. Кроме тренда самого ряда (как говорят, тренда в среднем), он позволяет установить наличие тренда дисперсии временного ряда: если тренда дисперсии нет, то разброс уровней ряда постоянен, если дисперсия увеличивается, то ряд «раскачивается», и т. д.

Реализация метода также содержит четыре этапа.

На первом этапе производится сравнение каждого уровня исходного временного ряда, начиная со второго уровня, со всеми предыдущими, при этом определяются две числовые последовательности:

$$k_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t \text{ больше всех предыдущих уровней;} \\ 0 - \text{ в противном случае;} \end{cases} \tag{6.6}$$

$$l_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t \text{ меньше всех предыдущих уровней;} \\ 0 - \text{ в противном случае;} \end{cases} \quad t = 1, 2, 3, \ldots, n. \tag{6.7}$$

На втором этапе вычисляются величины s и d:

$$s = \sum_{t=2}^{n} (k_t + l_t); \tag{6.8}$$

$$d = \sum_{t=2}^{n} (k_t - l_t). \tag{6.9}$$

Нетрудно заметить, что величина s, характеризующая изменение временного ряда, принимает значения от 0 (все уровни ряда равны между собой) до $n - 1$ (ряд монотонный). Величина d характеризует изменение дисперсии уровней временного ряда и изменяется от минус $(n - 1)$ (ряд монотонно убывает) до $(n - 1)$ (ряд монотонно возрастает).

Третий этап заключается в проверке гипотез, можно ли считать случайными:

1) отклонение величины s от величины μ – математического ожидания величины s для ряда, в котором уровни расположены случайным образом;

2) отклонение величины d от нуля. Эта проверка проводится с использованием расчетных значений t-критерия Стьюдента для средней и для дисперсии:

$$t_s = \frac{|s - \mu|}{\sigma_1}; \tag{6.10}$$

$$t_d = \frac{|d - 0|}{\sigma_2}\ , \tag{6.11}$$

где μ – математическое ожидание величины s, определенной для ряда, в котором уровни расположены случайным образом;

σ_1 – среднеквадратическое отклонение для величины s;

σ_2 – среднеквадратическое отклонение для величины d.

На четвертом этапе расчетные значения ts и td сравниваются с табличным значением t-критерия Стьюдента с заданным уровнем значимости $t\alpha$. Если расчетное значение меньше табличного, то гипотеза об отсутствии соответствующего тренда принимается; в противном случае тренд есть.

Критерий серий, основанный на медиане выборки, реализуется в виде следующей последовательности шагов.

1 Из исходного ряда y_t длиной n образуется ранжированный (вариационный) ряд y_t ($y|_n$, $y|_{n\text{-}1}$, ... , $y|_1$) , где $y|_1$ – наименьшее значение ряда y_t .

2 Определяется медиана этого вариационного ряда Me. В случае нечетного значения n ($n = 2m + 1$) $Me = y|_{m+1}$, в противном случае $Me = (y|_m + y|_{m+1}) / 2$.

3 Образуется последовательность δi из плюсов и минусов по следующему правилу:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ если } y_t > Me, \ t = 1, 2, ..., n; \\ -, \text{ если } y_t < Me, \ t = 1, 2, ..., n. \end{cases} \tag{6.12}$$

Если значение y_t равно медиане, то это значение пропускается.

4 Подсчитывается $\vartheta(n)$ – число серий в совокупности δi, где под серией понимается последовательность подряд идущих плюсов или минусов. Один плюс или один минус тоже будет считаться серией.

Определяется $\tau_{max}(n)$ – протяженность самой длинной серии.

5 Проверка гипотезы основывается на том, что при условии случайности ряда протяженность самой длинной серии не должна быть слишком большой, а общее число серий – слишком маленьким.

Поэтому для того, чтобы не была отвергнута гипотеза о случайности исходного ряда (об отсутствии систематической составляющей), должны выполняться следующие неравенства (для 5-процентного уровня значимости):

$$\begin{cases} \tau_{\max}(n) < [3,3(\lg n + 1)]; \\ \nu(n) > [\frac{1}{2}(n + 1 - 1,96\sqrt{n-1})]. \end{cases} \tag{6.13}$$

Если хотя бы одно из неравенств нарушается, то гипотеза об отсутствии тренда отвергается. Квадратные скобки в правой части неравенства означают целую часть числа. Напомним, что целая часть числа А – это целое число, ближайшее к А и не превосходящее его.

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Что называется временным рядом?
2 Какие составляющие временного ряда Вы знаете?

7 Анализ временных рядов

Цель работы: получить навыки моделирования тенденций временного ряда.

Задачи работы:
– изучить характеристики, описывающие временной ряд;
– получить навыки моделирования тенденций временных рядов MS Excel.

Задача 1. В таблице 7.1 приведены годовые данные об объемах оказанных услуг логистическим оператором.

Таблица 7.1 – Исходные данные

Номер года	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Объем услуг, тыс. р.	4400	5200	4950	5700	6000	7100	6900	7200	8200	7950

Продолжение таблицы 7.1

Номер года	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Объем услуг, тыс. р.	8100	8500	8400	7300	7750	8000	7950	8400	9050	9450

Необходимо:

1) проверить исходные данные на сопоставимость, представительность, однородность и устойчивость;

2) определить абсолютные приросты, темпы роста, цепные и базисные, абсолютные значения одного процента прироста по годам;

3) определить средние величины уровня ряда, абсолютного прироста, темпов роста и прироста;

4) определить среднеквадратическое отклонение и дисперсию;

5) оценить однородность и устойчивость ряда динамики;

6) дать прогноз на 21-й год на основании среднего темпа роста.

Задача **2.** Даны сведения о выручке предприятия от реализации транспортных услуг по месяцам (таблица 7.2).

Проверить исходные данные на сопоставимость, представительность, однородность и устойчивость.

Таблица 7.2 – Исходные данные

Номер года	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Реализация транспортных услуг, тыс. р.	456	476	566	522	662	687	702	743	721	752	784	767

Ход работы

Ряды динамики – статистические данные, отображающие развитие во времени изучаемого явления. В каждом ряду динамики имеется два основных элемента: показатель времени t; соответствующие им уровни развития изучаемого явления y.

Все методы прогнозирования используют аппарат математической статистики, который требует от исходных данных, чтобы они были *сопоставимы*, достаточно *представительны* для проявления закономерности, *однородны* и *устойчивы*. Невыполнение одного из этих требований делает бессмысленным применение математического аппарата.

Сопоставимость достигается в результате одинакового подхода к наблюдениям на разных этапах формирования временного ряда. Уровни во временных рядах должны выражаться в одних и тех же единицах измерения, иметь одинаковый шаг наблюдений, рассчитываться для одного и того же интервала времени, по одной и той же методике, охватывать одни и те же элементы, принадлежащие одной территории, относящейся к неизменной совокупности. Несопоставимость чаще всего проявляется в стоимостных показателях. Даже в тех случаях, когда значения этих показателей фиксируются в неизменных ценах, их часто бывает трудно сопоставлять. Такого рода несопоставимость временных рядов невозможно устранить чисто формальными методами, и ее лишь учитывают при содержательной интерпретации результатов статистического анализа.

Представительность данных характеризуется прежде всего их полнотой. Достаточное число наблюдений определяется в зависимости от цели проводимого исследования.

Однородность, т. е. отсутствие нетипичных, аномальных наблюдений, а также изломов тенденций, – третье требование к исходному временному ряду.

Для диагностики аномальных наблюдений разработаны различные критерии. Например, для всех или только подозреваемых в аномальности наблюдений вычисляем среднее значение и среднеквадратическое отклонение двух (или четырех) соседних с ними значений:

$$Y_{cp(t)} = \frac{\left(Y_{(t-1)} + Y_{(t+1)}\right)}{2}, \; t = 2, \; 3, \; N-1; \tag{7.1}$$

$$Sy_{(t)} = \sqrt{\frac{(Y_{(t-1)} - Y_{cp})^2 + (Y_{(t+1)} - Y_{cp})^2)}{2}}. \tag{7.2}$$

Вычисляем величину $h(t)$:

$$h(t) = \frac{Y_{(t)} - Y_{(t-1)}}{Sy_{(t)}}. \qquad (7.3)$$

Если рассчитанная величина превышает табличный уровень (для трех наблюдений он равен 2,1), уровень $Y_{(t)}$ считается аномальным. Аномальные наблюдения необходимо исключить из временного ряда и заменить их расчетными значениями (самый простой способ замены – в качестве нового значения принять среднее из двух соседних значений).

Устойчивость – четвертое требование, предъявляемое к исходному временному ряду. Свойство устойчивости временного ряда отражает преобладание закономерности над случайностью в изменении уровней ряда. На графиках устойчивых временных рядов даже визуально прослеживается закономерность, а на графиках неустойчивых рядов изменения последовательных уровней представляются хаотичными, и поэтому поиск закономерностей в формировании значений уровней таких рядов лишен смысла.

Самой простой оценкой устойчивости уровней временного ряда по аналогии с размахом вариации является размах колеблемости средних уровней за благоприятные и неблагоприятные периоды времени. К благоприятным периодам относятся те периоды, когда уровни были выше трендовых, к неблагоприятным – периоды с уровнями ниже трендовых:

$$R = \bar{y}_{благ} - \bar{y}_{неблаг}, \qquad (7.4)$$

где $\bar{y}_{благ}$ – средняя величина из уровней за благоприятные периоды;

$\bar{y}_{неблаг}$ – средняя величина из уровней за неблагоприятные периоды.

В качестве оценки устойчивости уровней может использоваться и соотношение средних уровней за благоприятные и неблагоприятные периоды. Этот показатель называется индексом устойчивости уровней динамического ряда; чем ближе его значение к единице, тем меньше колеблемость, а значит, выше устойчивость.

$$i_{\bar{y}} = \frac{\bar{y}_{благ}}{\bar{y}_{неблаг}}. \qquad (7.5)$$

К обобщающим абсолютным показателям отклонений фактических уровней от тренда относят среднее линейное отклонение и среднее квадратическое отклонение:

$$\bar{l}_t = \frac{\sum \left| y_i - \bar{\bar{y}}_i \right|}{n - p}; \qquad (7.6)$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \overline{\overline{y_i}})^2}{n - p}}, \tag{7.7}$$

где y_i – фактический уровень;

$\overline{\overline{y_i}}$ – выравненный уровень;

n – количество уровней ряда;

p – число параметров уравнения.

Среднеквадратическое отклонение часто называют точностью модели. Оба показателя являются абсолютными величинами, характеризующими колеблемость фактических уровней около тренда, имеющими те же единицы измерения, что и сам признак. Для сравнения степени колеблемости по показателям с разными единицами измерения используются относительные показатели. Они рассчитываются соотношением абсолютных значений со средним уровнем временного ряда:

– коэффициент линейной колеблемости

$$V_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}_t}{\overline{\overline{y}}} \cdot 100; \tag{7.8}$$

– коэффициент колеблемости

$$V_\sigma = \frac{\sigma_t}{\overline{\overline{y}}} \cdot 100. \tag{7.9}$$

На основе коэффициента колеблемости определяют коэффициент устойчивости:

$$K_{уст} = 100 - V_\sigma. \tag{7.10}$$

Если коэффициент колеблемости составил 10 %, то коэффициент устойчивости соответственно равен 90 %. Это означает, что среднее колебание относительно среднего уровня составляет 10 %. При этом следует помнить, что вероятность того, что конкретные колебания не превысят среднеквадратического отклонения, составляет 68,3 %, если распределение колебаний по их величине близко к нормальному распределению.

Для характеристики динамики изменения уровней временного ряда используются следующие показатели, формулы расчета которых приведены в таблице 7.3.

Таблица 7.3 – Показатели динамики уровней ряда

Показатель	Формула
1	2
Абсолютный прирост базисный	$АПБ_{(t)} = Y_{(t)} - Y_{(1)}$
Абсолютный прирост цепной	$АПЦ_{(t)} = Y_{(t)} - Y_{(t-1)}$
Базисный темп роста	$ТРб_{(t)} = Y_{(t)} / Y_{(1)} \cdot 100$
Цепной коэффициент роста	$ТРц_{(t)} = Y_{(t)} / Y_{(t-1)} \cdot 100$
Базисный коэффициент прироста	$БКП_{(t)} = (Y_{(t)} - Y_{(1)}) / Y_{(1)}$
Темп прироста	$ТП_{(t)} = ТР_{(t)} - 100$ %

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Что называется временным рядом?

2 Какие составляющие временного ряда Вы знаете?

8 Адаптивное прогнозирование

Цель работы: получить навыки моделирования адаптивных моделей временных рядов.

Задачи работы:

– получить представление о моделировании взаимосвязи по временным рядам и его применении в решении прикладных экономических задач;

– получить навыки моделирования взаимосвязи по временным рядам средствами MS Excel.

Задание 1

Для зависимой переменной $Y_{(t)}$, которая представляет собой объем экспедиторских услуг транспортной фирмы, построить линейную адаптивную модель Брауна, параметры модели оценить с помощью метода наименьших квадратов. Исходные данные представлены в таблице 8.1. Отобразить на графике результаты аппроксимации и прогнозирования по адаптивной модели Брауна.

Таблица 8.1 – Исходные данные

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Y_{(t)}$, тыс. р.	28	37	45	54	58	70	76	79	84

Задание 2

Построить адаптивную модель Брауна, используя данные таблицы 8.2. Провести прогноз на один и два периода вперед. Оценить качество построенной модели. Определить доверительный интервал для прогнозных значений ($\beta = 0{,}7$).

Таблица 8.2 – Объем экспедиторских услуг транспортной фирмы

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$Y_{(t)}$, тыс. р.	16	19	20	25	30	29	35	42	50	65	75

Ход работы

Модель адаптивного прогнозирования будет включать следующие этапы.

Этап 1. Для исследования динамики развития воспользуемся моделью Брауна. Расчетное значение в момент времени t находим по формуле

$$Y_{p(t)} = a_{0(t-1)} + a_{1(t-1)}k \ \ (t = 1,\ 2, \ldots, N), \tag{8.1}$$

где k – количество шагов прогнозирования (обычно $k = 1$).

Это значение сравнивается с фактическим уровнем и полученная ошибка прогноза $E_{(t)} = Y_{(t)} - Y_{p(t)}$ используется для корректировки модели.

Для расчета первоначальных значений a_0 и a_1 используются данные по первым пяти наблюдениям. Расчет ведется по формулам

$$a_1 = \frac{\sum\left(t - t_{cp}\right)\left(Y_t - Y_{cp}\right)}{\sum\left(t - t_{cp}\right)^2}; \tag{8.2}$$

$$a_0 = Y_{cp} - a_1 t_{cp}. \tag{8.3}$$

Корректировка параметров на каждом шаге осуществляется по формулам

$$a_{0(t)} = a_{0(t-1)} + a_{1(t-1)} + E_{(t)}(1 - \beta^2); \tag{8.4}$$

$$a_{1(t)} = a_{1(t-1)} + E_{(t)}(1 - \beta)^2, \tag{8.5}$$

где β – коэффициент дисконтирования данных, отражающий большую степень доверия к более поздним данным. Его значение должно быть в интервале от 0 до 1.

Для прогнозирования используется модель, полученная на последнем шаге (при $t = N$).

Этап 2. Качество модели определяется ее адекватностью исследуемому процессу и точностью. Адекватность характеризуется наличием определенных статистических свойств, а точность – степенью близости к фактическим данным. Модель считается адекватной, если ряд остатков обладает свойствами независимости уровней, их случайности, соответствия нормальному закону распределения.

Этап 3. В моделях скользящего среднего (Брауна, Хольта) прогнозные точечные оценки $Y_{p(t,\,k)}$ уровня ряда $Y_{(t\,+\,k)}$, вычисляются в момент времени t на k шагов вперед путем подстановки в нее значения k:

$$Y_{p(t,k)} = A_{0(t)} + A_{1(t)} \cdot k, \tag{8.6}$$

где $A_{0(t)}$ – оценка текущего (t-го) уровня;

$A_{1(t)}$ – оценка текущего прироста.

Границы доверительного интервала определяются на основе точечной оценки путем вычитания из нее и сложения с ней величины $U_{(k)}$:

$$U_{(k)} = S_e \cdot \sqrt{1 + C_{(k)}}\ . \tag{8.7}$$

Величина $C_{(k)}$ рассчитывается по формуле

$$C_{(k)} = \alpha\left(1{,}25 + \alpha\, k\right). \tag{8.8}$$

Форма представления отчета: предоставить преподавателю задания по теме, выполненные на компьютере.

Контрольные вопросы

1 Дайте понятие доверительного интервала.

2 Какие условия применения моделей скользящего среднего Вы знаете?

3 Как рассчитывается средняя относительная ошибка прогноза (ошибка аппроксимации)?

Список литературы

1 **Агаларов, З. С.** Эконометрика : учебник / З. С. Агаларов, А. И. Орлов. – 2-е изд. – М. : Дашков и К, 2023. – 380 с.

2 **Бабешко, Л. О.** Эконометрика и эконометрическое моделирование в Excel и R : учебник / Л. О. Бабешко, И. В. Орлова. – М. : ИНФРА-М, 2025. – 300 с.

3 **Власов, Д. А.** Эконометрика : учеб. пособие / Д. А. Власов. – М. : ИНФРА-М, 2025. – 223 с.

4 **Голда, О. А.** Эконометрика и экономико-математические методы и модели : учеб.-метод. пособие для студентов специльности 1-28 01 01 «Экономика электронного бизнеса» : в 2 ч. / О. А. Голда, Н. М. Матвейчук. – Мн. : БГУИР, 2019. – Ч. 1 : Эконометрика. – 153 с.

5 **Заяц, О. А.** Эконометрика : учеб. пособие / О. А. Заяц. – Волгоград : ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ, 2021. – 140 с.

6 **Заяц, Т. А.** Эконометрика и экономико-математические методы и модели : пособие для реализации содержания образовательных программ высшего образования 1-й ступени и переподготовки руководящих работников и специалистов : в 3 ч. / Т. А. Заяц, О. И. Еськова, М. А. Грибовская. – Гомель : Бел. торгово-экон. ун-т потребительской кооперации, 2021. – Ч. 1. – 95 с.

7 **Мхитарян, В. С.** Анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, В. Ф. Шишов, А. Ю. Козлов. – М. : КУРС, 2025. – 369 с.

8 **Настин, Ю. Я.** Эконометрика. Практикум : учеб. пособие для вузов / Ю. Я. Настин. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Лань, 2026.– 164 с.

9 **Ругалёва, И. Е.** Эконометрика : пособие для студентов специальности 1-26 02 03 «Маркетинг» / И. Е. Ругалёва. – Мн. : БНТУ, 2023. – 103 с.

10 **Сигал, А. В.** Теория вероятностей с элементами математической статистики, теории случайных процессов и эконометрики : учеб. пособие / А. В. Сигал. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 385 с.

11 Эконометрика : метод. рекомендации к лаб. работам для студентов направления подготовки 27.03.05 «Инноватика» / Бел.-Рос. ун-т ; сост. В. А. Ливинская. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2018. – 31 с.

12 **Юрьева, А. А.** Математическое программирование : учеб. пособие / А. А. Юрьева. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2021. – 432 с.