

МАШИНОСТРОЕНИЕ

DOI: 10.24412/2077-8481-2026-2-5-13

УДК 631.372

Г. И. ГЕДРОИТЬ, канд. техн. наук, доц.

С. В. ЗАНЕМОНСКИЙ

Т. А. ВАРФОЛОМЕЕВА

И. И. БОНДАРЕНКО, канд. техн. наук, доц.

Белорусский государственный аграрный технический университет (Минск, Беларусь)

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ШИН НА ГЛУБИНУ СЛЕДА КОЛЕС

Аннотация

Разработана математическая модель взаимодействия колесного движителя с деформируемым основанием. В основу алгоритма положено объемное представление зоны контакта, что позволяет рассчитать глубину колеи и величину деформации шины с учетом ее конструктивных параметров, нормальной нагрузки и физико-механических свойств почвы.

Ключевые слова:

шина, колесо, почва, глубина следа, давление, напряжения.

Для цитирования:

Влияние конструкционных параметров шин на глубину следа колес / Г. И. Гедроить, С. В. Занемонский, Т. А. Варфоломеева, И. И. Бондаренко // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2026. – № 2 (91). – С. 5–13.

Введение

Современные тенденции интенсификации земледелия и стремление к росту производительности труда на фоне дефицита рабочих кадров обуславливают увеличение массогабаритных характеристик сельскохозяйственных агрегатов. Как следствие, возрастает техногенная нагрузка их движителей на почву [1–4]. Несмотря на нормативные ограничения по уровню экологического воздействия [5], проблема оптимизации параметров ходовых систем и поиск методов улучшения их взаимодействия с опорной поверхностью сохраняет высокую актуальность, особенно для мобильной колесной техники.

Цель работы – изучить взаимо-

связи между геометрическими параметрами профиля шины, деформационной способностью шин, показателями свойств почвы и итоговой глубиной следа на деформируемом основании.

Основная часть

Действующие требования к сельскохозяйственным машинам диктуют необходимость улучшения их показателей без существенного изменения заданных габаритов. Это особенно важно для тяжелых прицепных агрегатов, оказывающих максимальное давление на почву (в 2–3 раза выше давления трактора) при многократном воздействии по одному следу. В условиях ограничений по ширине и диаметру колес основным

путем решения проблемы становится оптимизация параметров шины.

Математическое моделирование процесса взаимодействия колеса с опорной поверхностью является важным этапом при создании шин и подборе их для конкретных машин. Детально описать математическими зависимостями профиль шины, конструкцию ее беговой дорожки, протекторной части, форму поверхности контакта очень сложно. Но изготовить для экспериментальных исследований образцы шин с варьированием значений отдельных конструктивных параметров также очень сложно и дорого. Моделированию процесса взаимодействия ходовых систем с почвой посвящены работы известных ученых: В. В. Гуськова, В. В. Кацыгина, В. В. Скотникова, В. П. Бойкова, А. И. Бобровника, Я. С. Агейкина, В. А. Русанова, А. Н. Орды и др. Традиционно процессы взаимодействия анализируются в продольной плоскости для колеса единичной ширины, что предполагает неизменность показателей по всей ширине пятна контакта. При таком допущении колесо аппроксимируется цилиндром, а проекции контактной зоны в поперечной и

опорной плоскостях имеют форму прямоугольников. Несмотря на упрощение расчетов, данный подход не всегда применим. В ряде случаев возникает необходимость в более детальном учете конструктивных особенностей шин и реальной геометрии поверхности контакта.

В действительности из-за наличия кривизны шины как в продольной, так и в поперечной плоскости контакт шины с почвой происходит по сложной криволинейной поверхности. Проекция поверхности контакта на горизонтальную плоскость близка к эллипсу, а нормальные контактные давления распределены неравномерно по всему пятну контакта [1, 2, 6–8].

По аналогии с [6, 9] допустим, что поверхность контакта состоит из плоской и криволинейной зон. Схема для выполнения расчетов приведена на рис. 1. На колесо действуют нормальная нагрузка G , толкающая сила P . Со стороны опорного основания действуют реакции почвы q . Они направлены перпендикулярно опорной поверхности.

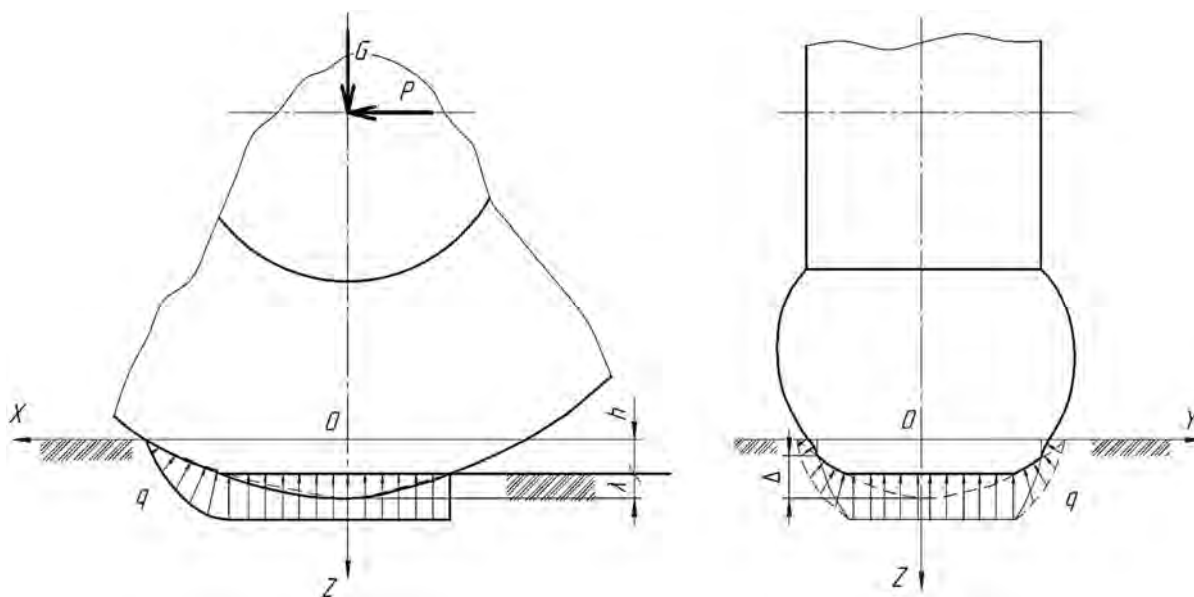


Рис. 1. Расчетная схема взаимодействия колеса с почвой

Принимаем, что криволинейная зона представляет собой часть эллиптического параболоида с вершиной в точке $(0, 0, h + \lambda)$. Это соответствует данным о характере деформирования шины [6, 10]. Влиянием упругих деформаций почвы на процесс взаимодействия рассматриваемого колеса пренебрегаем [11].

Следовательно, в плоскости XOY проекции контактирующих с почвой

частей шины имеют вид, показанный на рис. 2: область D_1 – проекция на плоскость XOY плоской зоны поверхности контакта, представляющая собой эллипс; область D_2 – проекция на плоскость XOY криволинейной зоны поверхности контакта. Область D_3 включена в область D_2 и представляет собой проекцию на плоскость XOY части криволинейной поверхности, отсекаемой плоскостью, параллельной плоскости XOZ .

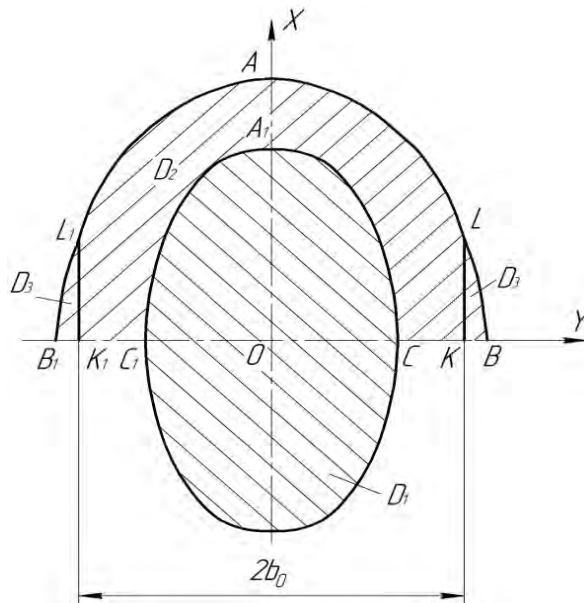


Рис. 2. Проекция на плоскость XOY поверхности контакта шины с почвой

Имеет смысл рассмотреть два варианта.

Первый вариант – область D_2 представляет собой эллиптическое полукольцо $ABCA_1C_1B_1$. Этот случай применим при небольшом погружении шины в почву ($h + \lambda \leq \Delta$) и для шин, близких по форме к тороидальным.

Второй вариант – область D_2 представляет собой усеченное эллиптическое полукольцо $ALKCA_1C_1K_1L_1$, т. е. меньше, чем в первом варианте, на значение $2D_3$. Этот случай применим при большой глубине следа ($h + \lambda \gg \Delta$) и для шин, близких по форме к арочным (угол наклона боковины приближается к 90°).

Уравнение поверхности для криволинейной зоны контакта запишем в виде функции

$$z = h + \lambda - \frac{y^2}{s^2} - \frac{x^2}{e^2}, \quad (1)$$

где h – деформация почвы, м; λ – деформация шины, м; e, s – параметры поверхности контакта, м.

Выразив неизвестные e, s через параметры шины и контакта, исходя из уравнения (1) и геометрических соотношений (см. рис. 1), уравнение поверхности получено в виде

$$z = h + \lambda - \frac{y^2}{b_0^2 / \Delta} - \frac{x^2}{2R - h - \lambda}, \quad (2)$$

где b_0 , Δ – размеры, характерные для шины. Для большинства шин b_0 – это ширина беговой дорожки; Δ – стрела дуги протектора.

Определим глубину следа h и деформацию шины λ при качении колеса по почве.

Первый вариант. Так как проекция на ось Z всех сил, приложенных к колесу, в сумме равна нулю, то имеем уравнение равновесия:

$$G = \int_{F_1} q dF + \int_{F_2} q \cos \gamma_z dF, \quad (3)$$

где F_1 , F_2 – площади поверхности контакта соответственно плоской и криволинейной части контакта; γ_z – угол между нормальными реакциями почвы и осью Z ; dF – элемент площади поверхности контакта.

Первый член уравнения (3) позволяет определить нагрузку, которую несет плоская часть контакта, второй – нагрузку, воспринимаемую вертикальными составляющими реакции почвы в криволинейной зоне.

Принимаем допущение, что нормальные давления в контакте связаны с глубиной погружения функцией гиперболического тангенса [5]:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \left(\frac{k}{\sigma_0} z \right),$$

где σ_0 – предел несущей способности почвы, H/m^2 ; k – коэффициент объемного смятия почвы, H/m^3 ; z – глубина погружения, м.

Так как коэффициент объемного смятия почвы зависит от площади контакта, то в расчетах приводим его к размерам колеса в соответствии с рекомендациями [12].

Учитывая, что плоская зона контакта расположена на глубине $z = h$:

$$\begin{aligned} \int_{F_1} q dF &= \int_{F_1} \sigma_0 \operatorname{th} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right) dF = \\ &= \sigma_0 \operatorname{th} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right) F_1, \end{aligned} \quad (4)$$

где K – приведенный к размерам колеса коэффициент объемного смятия почвы, H/m^3 .

Найдем значение площади F_1 . На глубине $z = h$ из уравнения (2) имеем

$$\frac{x^2}{(2R - h - \lambda)\lambda} + \frac{y^2}{\lambda b_0^2 / \Delta} = 1.$$

Это уравнение эллипса с полуосями:

$$a_k = \sqrt{(2R - h - \lambda)\lambda}; \quad b_k = b_0 \sqrt{\frac{\lambda}{\Delta}}. \quad (5)$$

Значит,

$$F_1 = \pi a_k b_k = \pi b_0 \lambda \sqrt{\frac{2R - h - \lambda}{\Delta}}. \quad (6)$$

Из формул (4) и (6) получим, что нагрузка G_n , воспринимаемая в плоской части контакта, определяется по выражению

$$G_n = \pi b_0 \lambda \sqrt{\frac{2R - h - \lambda}{\Delta}} \sigma_0 \operatorname{th} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right).$$

Из последней формулы с учетом, что $h \ll 2R$, получаем

$$h = \frac{\sigma_0}{K} \operatorname{arth} \left(\frac{G_n}{\pi b_0 \sigma_0 \lambda \sqrt{\frac{\Delta}{2R - \lambda}}} \right). \quad (7)$$

Нагрузка, воспринимаемая вертикальными составляющими нормальных реакций почвы в криволинейной части контакта: элемент поверхности dF в проекции на плоскость XOY дает элемент площади D_2 : $dxdy = dF \cos \gamma_z$. Учтено, что

$$\int_{F_2} \int q \cos \gamma_z dF = \int_{D_2} \int \sigma_0 \operatorname{th} \left(\frac{K}{\sigma_0} z \right) dxdy =$$

$$= \sigma_0 \int_{D_2} \int \operatorname{th} \frac{K}{\sigma_0} \left(\frac{h + \lambda - \frac{y^2}{b_0^2 / \Delta} - \frac{x^2}{2R - h - \lambda}} \right) dxdy.$$

Для вычисления интеграла перейдем к обобщенным полярным координатам по формулам

$$y = \frac{b_0}{\sqrt{\Delta}} \rho \sin \varphi;$$

$$x = \sqrt{2R - h - \lambda} \cdot \rho \cos \varphi,$$

где ρ, φ – полярные координаты в плоскости XOY .

Тогда

$$dxdy = \frac{b_0}{\sqrt{\Delta}} \sqrt{2R - h - \lambda} \cdot \rho d\rho d\varphi;$$

$$z = h + \lambda - \rho^2.$$

При $z = h$ имеем $\rho = \sqrt{\lambda}$, а при $z = 0$ соответственно $\rho = \sqrt{h + \lambda}$.

Это значит, что в обобщенных полярных координатах эллиптическое полукольцо D_2 преобразуется в полукольцо с радиусами $r_1 = \sqrt{\lambda}$, $r_2 = h + \lambda$.

Следовательно,

$$\int_{D_2} \int \sigma_0 \operatorname{th} \left(\frac{K}{\sigma_0} z \right) dxdy =$$

$$= \sigma_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int_{\sqrt{\lambda}}^{\sqrt{h+\lambda}} \operatorname{th} \left(\frac{K}{\sigma_0} (h + \lambda - \rho^2) \right) \times$$

$$\times b_0 \sqrt{\frac{2R - h - \lambda}{\Delta}} \rho d\rho =$$

$$= \frac{\pi b_0 \sigma_0^2}{2K} \sqrt{\frac{2R - h - \lambda}{\Delta}} \ln \operatorname{ch} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right).$$

С учетом полученных результатов уравнение (3) запишем в виде

$$G = \frac{\pi b_0 \sigma_0^2}{2K} \sqrt{\frac{2R - h - \lambda}{\Delta}} \ln \operatorname{ch} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right) + G_n. \quad (8)$$

Значение G_n определяем из данных о взаимосвязи нагрузки на колесо и деформации шины на жестком основании, допуская, что на почве плоская зона контакта шины, деформированной на величину λ , несет такую же нагрузку, что и на жесткой опорной поверхности. При отсутствии экспериментальных данных параметры контакта шины с жестким основанием можно определить аналитически [6–8, 13].

Решая совместно уравнения (7) и (8), находим значения деформации шины и глубины следа. При найденных значениях λ и h , исходя из уравнения (2), несложно построить профиль следа и вычислить его среднюю глубину h_{cp} , ширину b_c , ширину плоской части b_k . В рассматриваемом случае

$$h_{cp} = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{(h + \lambda)^3 - \lambda^3}}{\sqrt{h + \lambda}};$$

$$b_c = b_0 \sqrt{\frac{h+\lambda}{\Delta}}; \quad b_k = 2b_0 \sqrt{\frac{\lambda}{\Delta}}.$$

Второй вариант. В этом случае уравнение равновесия сил имеет вид

$$G = \int_{F_1} \int q dF + \int_{F_2} \int q \cos \gamma_z dF - 2 \int_{F_3} \int q \cos \gamma_z dF, \quad (9)$$

где F_3 – площадь отсекаемой части криволинейной зоны поверхности контакта.

Вычислим приближенно третий член правой части уравнения (9).

Получим

$$G = \frac{\pi b_0 \sigma_0^2}{2K} \sqrt{\frac{2R-h-\lambda}{\Delta}} \ln \operatorname{ch} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right) + G_n - \sigma_0 b_0 \left(\sqrt{\frac{h+\lambda}{\Delta}} - 1 \right) \times \sqrt{(2R-h-\lambda)(h+\lambda-\Delta)} \times \operatorname{th} \left(\frac{5}{9} \frac{K}{\sigma_0} (h+\lambda-\Delta) \right). \quad (10)$$

Во втором варианте значение средней глубины следа на основании формул (7) и (10) составит:

$$h_{cp} = h + \lambda - \frac{2\lambda}{3} \sqrt{\frac{\lambda}{\Delta}} - \frac{\Delta}{3}.$$

Формулы (7) и (10) для второго расчетного случая справедливы при $\lambda \leq \Delta$. При $\lambda > \Delta$ расчетная схема и формулы требуют уточнения, т. к. проекция плоской части контакта имеет вид усеченного эллипса. Площадь этого эллипса равняется:

$$F_1' = 2b_0 \sqrt{(2R-h-\lambda)\Delta} \times \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\Delta}} - 1 + \frac{\lambda}{\Delta} \arcsin \sqrt{\frac{\Delta}{\lambda}} \right).$$

Поступая аналогично первому расчетному случаю, получим значение глубины следа:

$$h = \frac{\sigma_0}{K} \times$$

$$\times \operatorname{arth} \frac{G_n}{2b_0 \sigma_0 \sqrt{(2R-\lambda)\Delta} \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\Delta}} - 1 + \frac{\lambda}{\Delta} \arcsin \sqrt{\frac{\Delta}{\lambda}} \right)}.$$

Формула (10) после преобразований имеет вид

$$G = \frac{ab_0 \sigma_0^2}{K} \sqrt{\frac{2R-h-\lambda}{\Delta}} \ln \operatorname{ch} \left(\frac{K}{\sigma_0} h \right) + G_n,$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{b_0}{\sqrt{(2R-h-\lambda)(h+\lambda-\Delta)}} + \operatorname{arctg} \frac{b_0}{\sqrt{(2R-h-\lambda)(\lambda-\Delta)}}}{1} \right).$$

Разработанная математическая модель позволяет определить глубину следа и деформацию шины в зависимости от свойств почвы, параметров шины и нормальной нагрузки на колесо.

Проанализируем изменение глубины следа от кривизны шины в поперечной плоскости, определяемой параметрами b_0 и Δ . Результаты расчетов приведены на рис. 4. Расчет выполнен для случая качения колес с шиной типа 22/70-20 мод. Ф-118 по слежавшейся пахоте при нормальной нагрузке на колесо 30 кН. Показано изменение глубины следа, средней глубины следа при изменении ширины шины и стрелы дуги протектора.

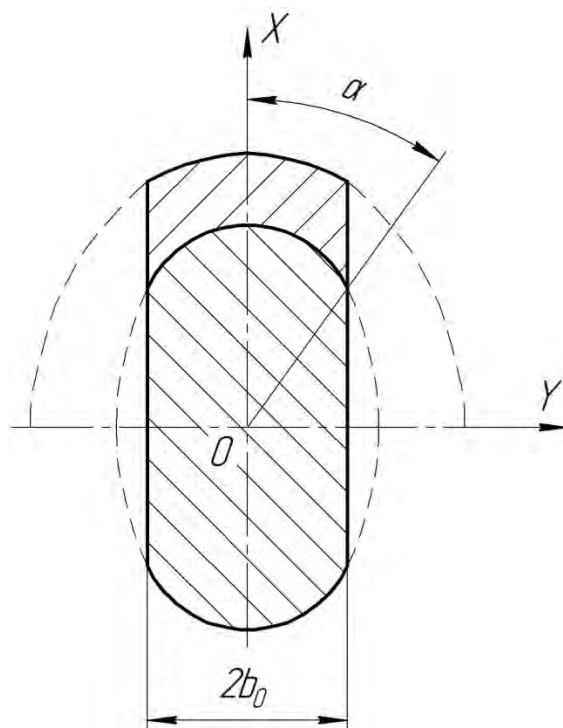


Рис. 3. К расчету взаимодействия колеса с почвой при $\lambda > \Delta$

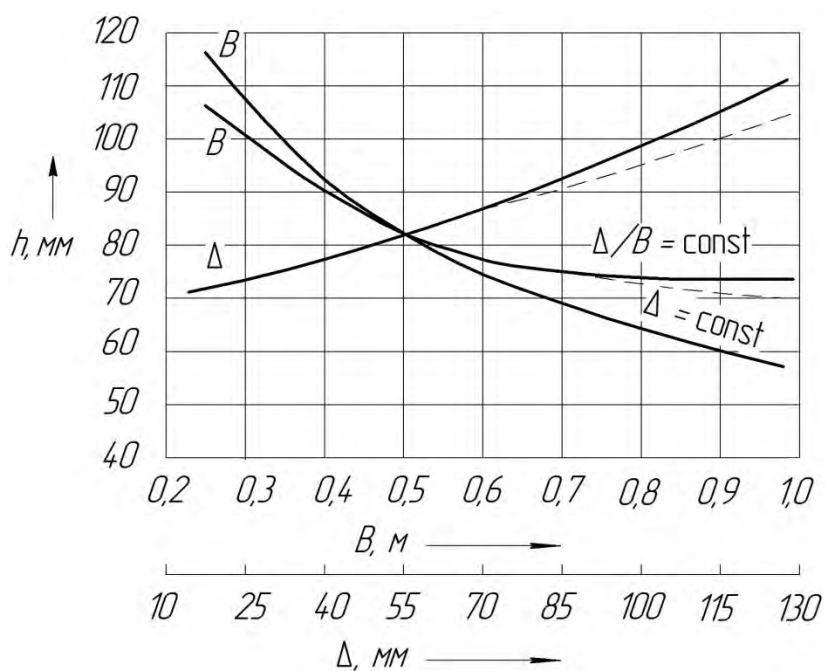


Рис. 4. Влияние кривизны шины в поперечной плоскости на глубину следа ($B = 2b_0$):
 — h ; ---- h_{cp}

При увеличении ширины шины с 0,45 до 0,9 м глубина следа уменьшается с 85 до 60 мм при постоянном зна-

чении стрелы дуги протектора. В то же время, если уширение производится при постоянном значении отношения

$\Delta/B = 0,13$, максимальная глубина следа при $B = 0,9$ м составляет 73 мм. Это указывает на целесообразность использования шин с меньшим значением стрелы дуги протектора. Данный вывод подтверждает и кривая изменения глубины следа в зависимости от значения Δ (для шины шириной 560 мм и диаметром 1300 мм). Так, уменьшение значения стрелы дуги протектора с 90 до 30 мм приводит к снижению глубины следа со 105 до 73 мм. При значении стрелы дуги протектора 70 мм (шина 22/70-20 мод. Ф-118) глубина следа равняется 93 мм. Таким образом, путем изменения радиуса кривизны в поперечной плоскости можно существенно снизить глубину следа после прохода машин без изменения габаритов шин.

Заключение

Предложенная математическая модель базируется на объемной аппроксимации зоны контакта в форме усеченного эллиптического параболоида.

Это позволяет определять максимальную и среднюю глубину следа ведомого колеса с учетом комплексного влияния геометрии шины (диаметр, ширина, форма профиля), ее деформационных свойств, внутреннего давления воздуха, нормальной нагрузки и характеристик опорного основания. Исследование показало, что снижение техногенного воздействия на почву достижимо без увеличения внешних габаритов колеса за счет уменьшения поперечной кривизны протектора.

При этом увеличение ширины шин должно сопровождаться пропорциональным снижением стрелы беговой дорожки. Установлено, что эффективным резервом снижения воздействия на почву является оптимизация поперечного профиля шины. Увеличение радиуса его кривизны в поперечном сечении позволяет минимизировать глубину следа без изменения диаметра или ширины шины. Показано, что увеличение ширины профиля шины целесообразно при условии снижения отношения стрелы дуги протектора к его ширине.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Русанов, В. А.** Проблема переуплотнения почв движителями и эффективные пути ее решения / В. А. Русанов. – М. : ВИМ, 1998. – 368 с.
2. **Скотников, В. А.** Проходимость машин / В. А. Скотников, А. В. Пономарев, А. В. Климанов. – Мн. : Наука и техника, 1982. – 328 с.
3. **Гедроить, Г. И.** Уплотнение почв ходовыми системами сельскохозяйственных машин / Г. И. Гедроить // Агропанорама. – 2010. – № 6. – С. 8–12.
4. **Гедроить, Г. И.** Взаимодействие с почвой многоколесных ходовых систем / Г. И. Гедроить, А. Г. Гедроить, А. Д. Четкин // Агропанорама. – 2012. – № 5. – С. 2–7.
5. Техника сельскохозяйственная мобильная. Нормы воздействия движителей на почву : ГОСТ 26955–86. – Введ. 01.01.1987. – Мн. : Бел. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2018. – 7 с.
6. **Агейкин, Я. С.** Проходимость автомобилей / Я. С. Агейкин. – М. : Машиностроение, 1981. – 242 с.
7. **Гедроить, Г. И.** Опорные свойства шин для сельскохозяйственной техники / Г. И. Гедроить // Агропанорама. – 2009. – № 4. – С. 23–27.
8. **Бойков, В. П.** Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин / В. П. Бойков, В. Н. Белковский. – М. : Агропромиздат, 1988. – 240 с.
9. **Кнороз, В. И.** Основные характеристики взаимодействия шин с опорным основанием / В. И. Кнороз, А. М. Хлебников, И. П. Петров // Шины и проходимость автомобиля : тр. НАМИ : в 2 ч. – М. : НАМИ, 1973. – Ч. 2, вып. 143. – С. 35–39.
10. **Кошарный, Н. Ф.** Технично-эксплуатационные свойства автомобилей высокой проходимости / Н. Ф. Кошарный. – Киев : Вища шк., 1981. – 208 с. : ил.
11. **Гуськов, В. В.** Тракторы : в 2 ч. Ч. 2 : Теория / В. В. Гуськов. – Мн. : Выш. шк., 1977. – 384 с.
12. **Кацыгин, В. В.** Основы теории выбора оптимальных параметров мобильных сельскохозяйственных машин и орудий / В. В. Кацыгин // Вопросы сельскохозяйственной техники. – 1964. – № 13. – С. 5–147.

13. **Евграфов, А. Н.** Расчет нормальной жесткости шин для оценки их эксплуатационных показателей / А. Н. Евграфов // *Автомобильная промышленность*. – 1977. – № 3. – С. 20–22.

Статья сдана в редакцию 1 апреля 2026 года

Контакты:

kaf.tia@bsatu.by (Гедроить Геннадий Иванович);

zanemanoff@mail.ru (Занемонский Сергей Владимирович);

tata.varfolomeyeva@yandex.by (Варфоломеева Татьяна Алексеевна);

irina-mi-k@yandex.ru (Бондаренко Ирина Иосифовна).

G. I. GEDROIT, S. U. ZANIAMONSKI, T. A. VARFOLOMEYEVA, I. I. BONDARENKO

INFLUENCE OF TIRE DESIGN PARAMETERS ON WHEEL TRACK DEPTH

Abstract

A mathematical model has been developed for the interaction between a wheeled propulsion unit and a deformable surface. The algorithm is based on a three-dimensional representation of the contact zone, allowing for the calculation of rut depth and tire deformation taking into account its design parameters, normal load, and physical and mechanical properties of the soil.

Keywords:

tire, wheel, soil, track depth, pressure, soil stress.

For citation:

Influence of tire design parameters on wheel track depth / G. I. Gedroit, S. U. Zaniamonski, T. A. Varfolomeyeva, I. I. Bondarenko // *Belarusian-Russian University Bulletin*. – 2026. – № 2 (91). – P. 5–13.