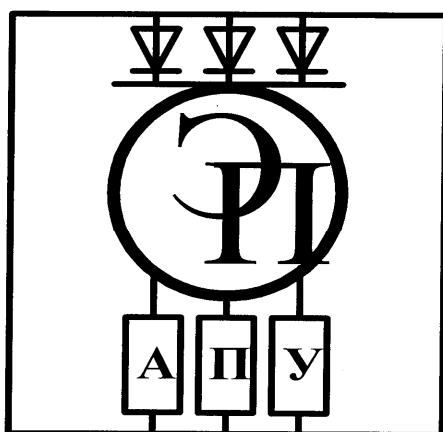


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и АПУ»

# СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

*Методические рекомендации к курсовому проектированию  
для студентов специальности  
6-05-0713-04 «Автоматизация технологических процессов  
и производств» очной и заочной форм обучения*



Могилев 2026

УДК 681.58  
ББК 32.965  
С40

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Электропривод и АПУ» «29» января 2026 г.,  
протокол № 6

Составитель ст. преподаватель Г. В. Лабкович

Рецензент канд. техн. наук С. В. Болотов

Методические рекомендации к курсовому проекту разработаны в соответствии с рабочей программой «Системы автоматического регулирования». Рекомендованы для студентов специальности 6-05-0713-04 «Автоматизация технологических процессов и производств» очной и заочной форм обучения.

Учебное издание

## СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

|                         |                   |
|-------------------------|-------------------|
| Ответственный за выпуск | А. С. Коваль      |
| Корректор               | А. А. Подошевка   |
| Компьютерная верстка    | Е. В. Ковалевская |

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2026

## Содержание

|  |    |
|--|----|
| Введение.....  | 4  |
| 1 Цель и задачи курсового проекта.....                 | 5  |
| 2 Содержание курсового проекта .....                   | 6  |
| 3 Требования к оформлению курсового проекта .....      | 8  |
| 4 Определение передаточных функций системы.....        | 8  |
| 5 Анализ нескорректированной САР на устойчивость ..... | 11 |
| 6 Построение переходных характеристик.....             | 16 |
| 7 Синтез регуляторов.....                              | 17 |
| Список литературы.....                                 | 23 |
| Приложение А.....                                      | 24 |

## Введение

Курсовое проектирование по дисциплине «Системы автоматического регулирования» направлено на формирование у студентов базовых знаний в области общих принципов построения и функционирования, основных методов анализа и синтеза систем автоматического управления.

Регулирование – частный вид управления, когда задачей является обеспечение изменения какого-либо параметра системы по определенно заданному закону. Автоматическое регулирование осуществляется приложением управляющего воздействия к регулирующему органу объекта управления.

Для осуществления автоматического регулирования в систему вводится регулятор, вырабатывающий совместно с управляющим устройством (УУ) управляющее воздействие. Объект управления, автоматический регулятор и управляющее устройство вместе образуют систему автоматического регулирования (САР).

Курсовой проект состоит из расчетно-пояснительной записки объемом 40–50 страниц текста с необходимыми иллюстративными материалами (графики и схемы). В тексте расчетно-пояснительной записки должны быть ссылки на литературу, из которой заимствованы методы расчета, формулы и т. д. Содержание пояснительной записки и графической части определяется заданием. В процессе защиты студент должен проявить умение логически мыслить и обосновать свою точку зрения, показать достаточные знания по теме курсового проекта.

## 1 Цель и задачи курсового проекта

Целью курсового проекта по дисциплине «Системы автоматического регулирования» является развитие у студентов навыков самостоятельной творческой работы, закрепление знаний, полученных на лекциях, лабораторных и практических занятиях, а также приобретение практических навыков разработки и анализа систем автоматического регулирования с помощью пакета MATLAB с библиотекой Simulink.

Задачами курсового проектирования как этапа подготовки к дипломному проектированию являются:

- освоение, углубление, обобщение и проверка теоретических знаний и практических навыков разработки и анализа систем автоматического регулирования;
- формирование умений использовать справочную литературу, нормативную, правовую, нормативно-техническую документацию, осуществлять патентный поиск.

Перед выполнением курсового проекта студенту необходимо знать:

- основные положения теории автоматического управления;
- принципы работы основных элементов САУ;
- высшую математику, основы электротехники, теоретической механики, теорию дифференциальных уравнений, теорию функции комплексной переменной, численные методы интегрирования;
- основные положения ЕСКД.

После выполнения курсового проекта студент должен уметь:

- выполнять типовые расчеты САУ и ее элементов: находить передаточные функции, строить частотные характеристики, анализировать САУ на устойчивость;
- преобразовывать структурные схемы моделей САУ и ее элементов;
- рассчитывать переходные процессы;
- проводить функциональный анализ проектируемой системы в соответствии с заданной целью управления и физическими принципами работы объекта управления;
- по результатам функционального анализа рассматривать основные известные решения, применяемые в системах данного класса, и, учитывая заданные требования, выбрать для последующей проработки наиболее перспективную структуру;
- составлять дифференциальные уравнения протекающих в САУ переходных процессов и на этой основе получить математическую модель в форме структурной схемы;
- выбирать наиболее эффективные для конкретного случая методы синтеза;
- для проверки разработанного алгоритма выбирать и применять наиболее эффективный метод анализа;
- знать основные способы реализации разработанных алгоритмов управления;

- использовать при проектировании вычислительную технику в том числе элементы систем автоматизированного проектирования;
- оформлять расчетно-пояснительную записку и графическую часть проекта в соответствии с требованиями ЕСКД;
- кратко, технически грамотно и последовательно докладывать о процессе и результатах проектирования САР.

В целом курсовой проект по САР должен дать студенту базовую практическую подготовку по эскизному проектированию современных систем автоматического управления, которая в дальнейшем потребуется ему при выполнении проекта по курсу «Системы управления электроприводами» и дипломного проекта.

## 2 Содержание курсового проекта

Курсовой проект состоит из пояснительной записки и графической части.

Пояснительная записка – это документ, содержащий описание модели заданной системы автоматического регулирования (САР), исследование нескорректированной САР, синтез регулятора (обеспечивающий заданные показатели качества регулирования), исследование скорректированной САР.

Содержание расчетно-пояснительной записки к курсовому проекту должно включать следующие разделы:

- введение;
- определение передаточных функций САР;
- определение основных динамических свойств системы по переходной характеристике;
- расчет и построение корней характеристического уравнения;
- определение устойчивости системы;
- расчет и построение нескорректированной переходной характеристики;
- синтез системы управления;
- расчет и построение скорректированной переходной характеристики;
- определение показателей качества;
- анализ полученных результатов;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложения.

Графическая часть проекта выполняется на листах формата А1.

Первый лист А1: структурная схема нескорректированной САР, переходная характеристика нескорректированной САР по задающему и возмущающему воздействию, частотные характеристики ЛАЧХ, ЛФЧХ и АФЧХ нескорректированной системы.

Второй лист А1: структурная схема скорректированной САР, переходная характеристика скорректированной САР по задающему и возмущающему

воздействию, частотные характеристики ЛАЧХ, ЛФЧХ и АФЧХ скорректированной системы.

Для выполнения курсового проекта необходимо выбрать структурную схему системы и численные значения параметров ее элементов. Задания являются индивидуальными. Номер задания определяется по шифру зачетной книжки студента. Исходные данные выбираются из таблиц 2.1 и 2.2 по последней цифре (0–9) номера зачетной книжки. По цифре номера в журнале выбрать номер структурной схемы системы (рисунки А.1–А.10), и её необходимо начертить с учетом полученных передаточных функций. Предварительно принять  $W_{рег}(p) = 1$ .

В САР используются и обозначены следующие сигналы:

$X(p)$  – изображение задающего воздействия;

$F(p)$  – изображение возмущающего воздействия;

$Y(p)$  – изображение выходного сигнала САУ;

$\varepsilon(p)$  – изображение сигнала ошибки САУ.

Передаточные функции (ПФ) САР описываются следующими выражениями:

$$W_1(p) = k_1 \frac{\tau_1 \cdot p + k_{01}}{T_1 \cdot p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{k_2}{T_2 \cdot p + 1};$$

$$W_3(p) = \frac{k_3}{T_3 \cdot p + 1}; \quad W_4(p) = k_4 \frac{\tau_4 \cdot p + 1}{T_4 \cdot p + 1}.$$

Таблица 2.1 – Значения параметров передаточных функций

| Параметр | Вариант |      |     |      |     |      |      |     |     |      |
|----------|---------|------|-----|------|-----|------|------|-----|-----|------|
|          | 0       | 1    | 2   | 3    | 4   | 5    | 6    | 7   | 8   | 9    |
| $k_1$    | 9       | 8    | 10  | 8    | 8   | 7    | 7    | 9   | 10  | 12   |
| $\tau_1$ | 1       | 1    | 1   | 1    | 1   | 1    | 1    | 1   | 1   | 1    |
| $T_1$    | 0,5     | 1,2  | 0,8 | 1,6  | 0,9 | 0    | 1,8  | 0   | 1,4 | 0    |
| $k_{01}$ | 0       | 1    | 1   | 1    | 1   | 1    | 0    | 1   | 0   | 0    |
| $k_2$    | 5,0     | 0,6  | 9   | 0,8  | 0,7 | 6,0  | 4,0  | 5,0 | 0,5 | 3,0  |
| $T_2$    | 0,1     | 0    | 0,2 | 0,25 | 0   | 0,01 | 0,2  | 0,3 | 0   | 0,5  |
| $k_3$    | 5       | 10   | 6   | 8    | 5   | 4    | 3    | 2   | 9   | 7    |
| $T_3$    | 0       | 0,08 | 0   | 0    | 0,2 | 0,05 | 0    | ,0  | 0,1 | 0,01 |
| $k_4$    | 1       | 2    | 6   | 9    | 3   | 4    | 10   | 1   | 4   | 0,5  |
| $\tau_4$ | 0,07    | 0    | 0   | 0,03 | 0   | 0    | 0,05 | 0   | 0   | 0    |
| $T_4$    | 0,01    | 0    | 0   | 0,3  | 0   | 0    | 0,2  | 0,1 | 1,8 | 0,1  |
| $K_{ос}$ | 1       | 1    | 1   | 1    | 1   | 1    | 1    | 1   | 1   | 1    |

Таблица 2.2 – Требуемые показатели качества

| Параметр      | 0    | 1   | 2    | 3   | 4    | 5    | 6   | 7    | 8   | 9    |
|---------------|------|-----|------|-----|------|------|-----|------|-----|------|
| $T_{рег.отн}$ | 0,35 | 0,4 | 0,45 | 0,5 | 0,55 | 0,35 | 0,4 | 0,45 | 0,5 | 0,55 |
| $\sigma, \%$  | 30   | 25  | 20   | 15  | 10   | 30   | 25  | 20   | 15  | 10   |
| $s, \%$       | 5    | 10  | 15   | 20  | 25   | 5    | 10  | 15   | 20  | 25   |
| $D$           | 3    | 8   | 7    | 6   | 8    | 2    | 4   | 9    | 4   | 5    |

В таблице 2.2 приняты следующие обозначения:

$T_{рег.отн}$  – относительное время регулирования; характеризует отношение времён регулирования скорректированной системы управления и исходной системы. Если исходная система неуправляема, время регулирования исходной системы считать равным 10 с;

$\sigma$  – величина перерегулирования, %;

$D$  – диапазон регулирования;

$s$  – статизм при заданном диапазоне регулирования, %.

### 3 Требования к оформлению курсового проекта

Работа печатается с использованием компьютера и принтера на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210 × 297 мм). Допускается представлять таблицы и иллюстрации на листах формата А3 (297 × 420 мм) в приложениях к работе.

Набор текста работы осуществляется с использованием текстового редактора Word или его аналогов. При этом необходимо использовать шрифты типа Times New Roman размером 14 пунктов. Количество знаков в строке текста (кроме последней строки абзаца) должно составлять 60–70; межстрочный интервал – 18 пунктов; количество текстовых строк на странице – 39–40. В случае вставки в строку формул допускается увеличение межстрочного интервала.

Абзацный отступ составляет 1,25 см. Устанавливаются следующие размеры полей: верхнего и нижнего – 20 мм, левого – 30 мм, правого – 10 мм. Выравнивание основного текста работы – по ширине.

Графический материал необходимо выполнять на основании стандартов и ЕСКД.

### 4 Определение передаточных функций системы

В данном разделе описан типовой алгоритм анализа САР.

Исходными данными для расчета являются:

- структурная схема;
- коэффициенты передачи элементов;
- постоянные времени;
- требования к синтезируемой системе:  $\varepsilon$  – ошибка;  $\sigma$  – перерегулирование;

$t_p$  – время переходного процесса.

Составление структурной схемы системы автоматического регулирования с помощью передаточных функций (ПФ) и вычерчивание её с учетом полученных ПФ (рисунок 4.1).

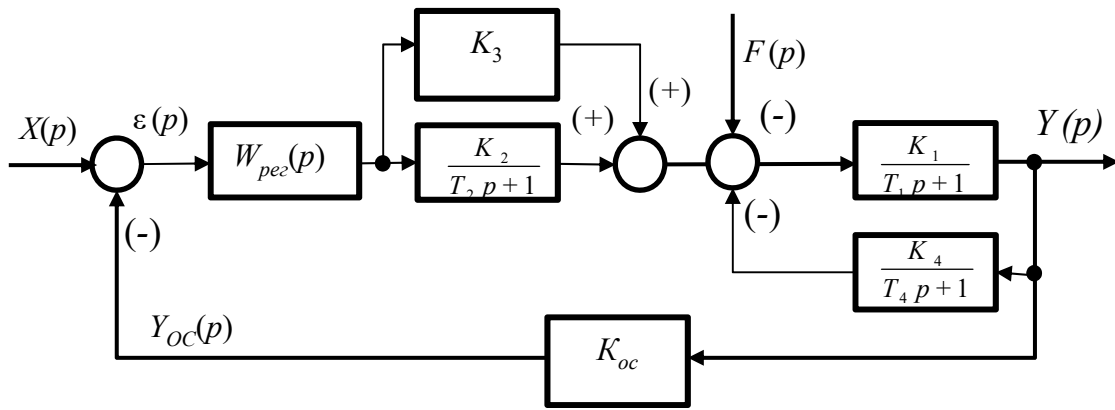


Рисунок 4.1 – Пример исходной структурной схемы САУ

Преобразования структурной схемы и приведение ее к одноконтурной (рисунок 4.2) за счет закорачивания регулятора и объединения типовых соединений (последовательного, параллельного и встречно-параллельного) динамических звеньев с использованием правил переноса узлов и сумматоров исходной схемы.

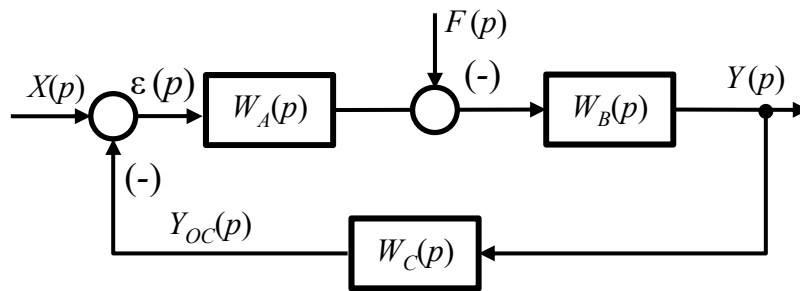


Рисунок 4.2 – Упрощенная структурная схема

Определение передаточных функций: разомкнутой САУ по задающему воздействию  $W(p)$ , замкнутой САУ по задающему воздействию  $\Phi(p)$ , по возмущающему воздействию  $\Phi(p)$ , по ошибке воспроизведения задания  $\Phi_\varepsilon(p)$ , по ошибке от возмущения  $\Phi_{\varepsilon f}(p)$ .

Для получения передаточной функции разомкнутой САУ по задающему воздействию в структурной схеме выполняется размыкание канала обратной связи  $Y_{oc}(p)$  на сумматоре у задающего воздействия при отсутствии возмущения  $F(p) = 0$ . После этого структурная схема нескорректированной САУ примет вид, показанный на рисунке 4.3.

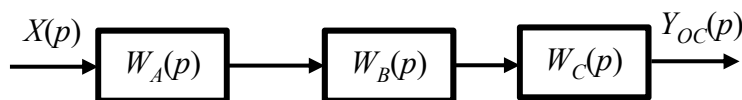


Рисунок 4.3 – Структурная схема разомкнутой нескорректированной САУ

Передаточная функция разомкнутой исходной системы равна

$$W_{\text{пр}}(p) = \frac{Y_{\text{ос}}(p)}{X(p)} = W_A(p) \cdot W_B(p) \cdot W_C(p). \quad (4.1)$$

Передаточная функция замкнутой САР по задающему воздействию определяется при отсутствии возмущения  $F(p) = 0$  (рисунок 4.4).

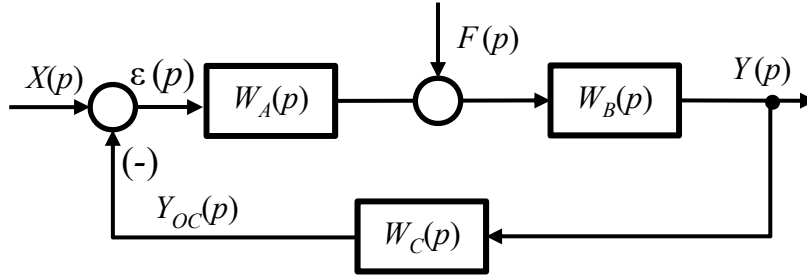


Рисунок 4.4 – Структурная схема поиска ПФ по задающему воздействию

$$W_{\text{зн}}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_A(p) \cdot W_B(p)}{1 + W_A(p) \cdot W_B(p) \cdot W_C(p)}. \quad (4.2)$$

Передаточная функция замкнутой САР по возмущающему воздействию определяется при отсутствии задания  $X(p) = 0$  на основе структурной схемы САР (рисунок 4.5).

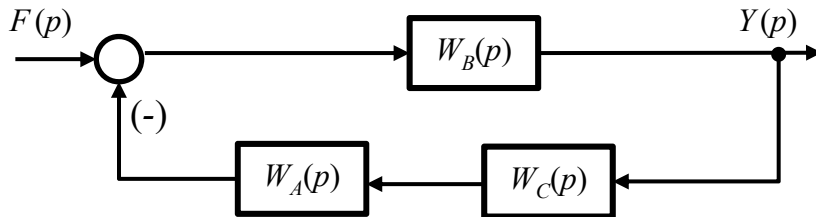


Рисунок 4.5 – Структурная схема для поиска ПФ по возмущению

$$W_{\text{звф}}(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{W_B(p)}{1 + W_A(p) \cdot W_B(p) \cdot W_C(p)}. \quad (4.3)$$

Передаточная функция САР по ошибке от задающего воздействия определяется при отсутствии возмущения  $F(p) = 0$  на основе следующей структурной схемы САР (рисунок 4.6).

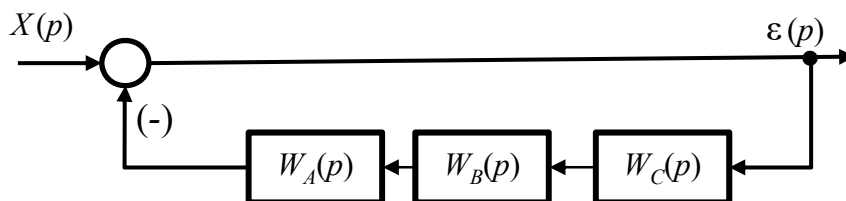


Рисунок 4.6 – Структурная схема для поиска ПФ по ошибке от задания

$$W_{ндх}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + W_A(p) \cdot W_B(p) \cdot W_C(p)}. \quad (4.4)$$

ПФ замкнутой САР по ошибке от возмущающего воздействия определяется при отсутствии задания  $X(p) = 0$  на основе следующей структурной схемы (рисунок 4.7).

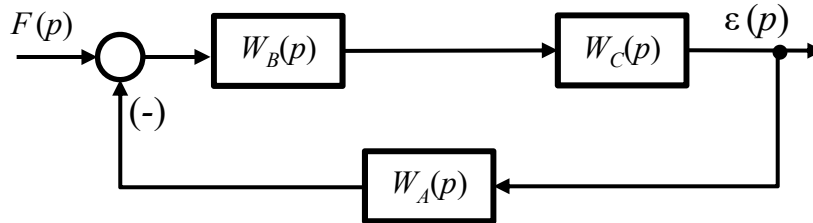


Рисунок 4.7 – Структурная схема для поиска ПФ по ошибке от возмущения

$$W_{ндxf}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{F(p)} = \frac{W_B(p) \cdot W_C(p)}{1 + W_A(p) \cdot W_B(p) \cdot W_C(p)}. \quad (4.5)$$

## 5 Анализ нескорректированной САР на устойчивость

Устойчивостью называют свойство системы самостоятельно возвращаться в состояние равновесия после того, как внешнее входное воздействия вывело ее из состояния равновесия.

При исследовании устойчивости САР решают следующие задачи:

- является ли САР устойчивой при заданных параметрах;
- определение допустимых изменений параметров САР без нарушения устойчивости;
- поиск параметров и/или структуры САР, при которых она может стать устойчивой.

Оценка устойчивости выполняется только в соответствии с заданным критерием.

Для исследования устойчивости исходной системы используются прямые и косвенные методы.

К косвенным методам относятся:

- алгебраический;
- корневой;
- частотные.

*Корневой критерий устойчивости.*

Для определения устойчивости полученной системы необходимо: из выражения ПФ замкнутой или разомкнутой системы, имеющей общий вид

$$W(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + b_2 \cdot p^{m-2} + \dots + b_{m-1} \cdot p + b_m}{a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + a_2 \cdot p^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n}, \quad (5.1)$$

где  $N(p)$  – полином числителя ПФ;

$D(p)$  – полином знаменателя ПФ;

$m$  – порядок полинома числителя ПФ;

$n$  – порядок полинома знаменателя ПФ ( $n \geq m$  – для технически реализуемых САР);

$a_0 \dots a_n$  – коэффициенты полинома знаменателя;

$b_0 \dots b_n$  – коэффициенты полинома числителя,

выделяется знаменатель, приравнивается к нулю, и полученное уравнение описывает характеристическое уравнение САР.

$$D(p) = a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + a_2 \cdot p^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0. \quad (5.2)$$

Все передаточные функции замкнутой САР, полученные на основе схемы рисунка 4.2, должны иметь одинаковое характеристическое уравнение.

Корни характеристического уравнения системы могут быть вещественными, комплексно сопряженными, мнимыми. Кроме того, корни могут располагаться в левой полуплоскости, в правой либо на оси ординат и, соответственно, будут левыми, правыми либо нулевыми.

Для устойчивости линейной САР необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения системы были отрицательными (или чтобы все корни характеристического уравнения системы располагались в левой части комплексной плоскости).

*Оценка устойчивости по критерию Гурвица.*

На основании передаточной функции замкнутой САР записывается характеристическое уравнение (5.2) замкнутой нескорректированной системы:

$$D(p) = a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + a_2 \cdot p^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0.$$

Из характеристического уравнения составляется матрица Гурвица, которая в общем случае порядка  $n$  имеет следующий вид:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}. \quad (5.3)$$

Чтобы система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения и все  $n$  главных диагональных миноров матрицы Гурвица были положительны. Число определителей Гурвица равно порядку характеристического уравнения  $n$ . Критерий Гурвица применяют при  $n \leq 5$ .

Если хотя бы один определитель меньше нуля, то система является неустойчивой. Если хотя бы один определитель равен нулю, а остальные больше нуля,

то система является нейтральной. Таким образом, для определения значения критического коэффициента  $K_{KP}$  системы достаточно воспользоваться предпоследним определителем и, приравняв его к нулю, найти значение  $K_{KP}$ .

*Оценка устойчивости по критерию Михайлова.*

Из выражения знаменателя ПФ замкнутой системы записывается характеристическое уравнение нескорректированной САР:

$$D(p) = a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + a_2 \cdot p^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n = 0.$$

Для получения выражения годографа Михайлова заменяется в характеристическом уравнении оператор Лапласа на  $p = j\omega$  (где  $j = 1\sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $\omega$  – частота). В результате получается выражение комплексной частотной функции (характеристического вектора):

$$M(j\omega) = a_0 \cdot (j\omega)^n + a_1 \cdot (j\omega)^{n-1} + a_2 \cdot (j\omega)^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot (j\omega) + a_n. \quad (5.4)$$

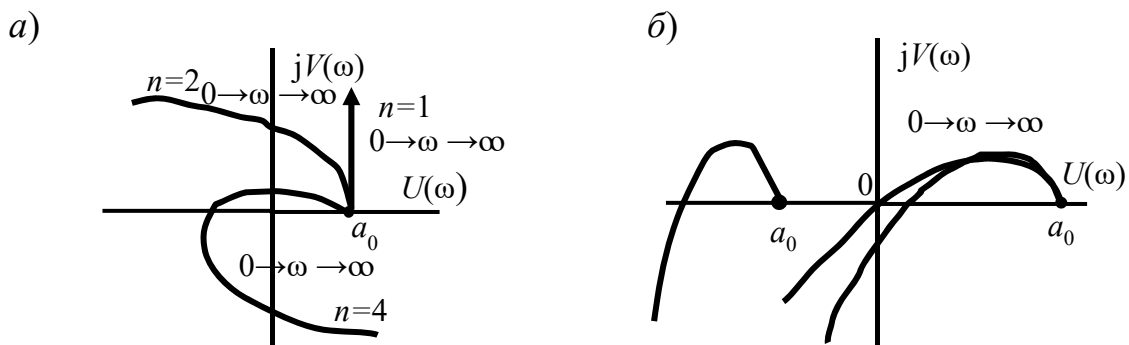
Для выделения из (5.4) вещественной частотной характеристики (ВЧХ)  $U(\omega)$  и мнимой частотной характеристики (МЧХ)  $V(\omega)$  числитель и знаменатель  $W(j\omega)$  умножается на комплексно сопряженное число знаменателю и преобразуется в следующее выражение:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega). \quad (5.5)$$

Задаваясь значением частоты  $\omega$  от 0 до  $+\infty$ , определяются значения действительной и мнимой составляющих годографа Михайлова, соответствующие точки которого строятся на комплексной плоскости.

Для того чтобы САР была устойчивой, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

- при  $\omega = 0$  годограф кривой Михайлова должен начинаться на положительной вещественной оси;
- при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  годограф кривой Михайлова должен поочередно, нигде не обращаясь в ноль, в положительном (против часовой стрелки) направлении пройти  $n$  квадрантов (рисунок 5.1).



*a* – устойчивая система; *б* – неустойчивая система

Рисунок 5.1 – Годограф Михайлова для различных систем

Если годограф кривой Михайлова при конкретной частоте, не равной нулю, проходит через начало координат, то система является нейтральной. Годограф неустойчивой системы начинается на отрицательной полуоси и не соблюдается порядок обхода квадрантов (рисунок 5.1).

На практике для исследования устойчивости систем автоматического регулирования удобно пользоваться не критерием Михайлова, а следствием из этого критерия. Для этого необходимо записать уравнения, которые получаются приравниванием к нулю вещественной и мнимой функций Михайлова, и найти их корни. Следствие гласит: для того чтобы система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы корни уравнений  $U(\omega) = 0$   $V(\omega) = 0$  были действительными, чередующимися между собой, и выполнялись условия  $U(0) \geq 0$ ,  $V(0) \leq 0$ .

#### *Критерий устойчивости Найквиста.*

Данный критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по амплитудно-фазовой частотной характеристике или по логарифмическим частотным характеристикам разомкнутой системы [1].

Система автоматического управления в разомкнутом состоянии может быть устойчивой, неустойчивой или нейтральной. Поэтому существует два подхода к оценке устойчивости системы.

*Система в разомкнутом состоянии устойчивая.* Если система в разомкнутом состоянии устойчивая, то для того, чтобы она была устойчивой и в замкнутом состоянии, необходимо и достаточно, чтобы годограф АФЧХ разомкнутой системы не охватывал точку с координатами  $(-1; j0)$ . Если годограф АФЧХ разомкнутой системы проходит через точку с координатами  $(-1; j0)$ , то система в замкнутом состоянии является нейтральной, т. е. находится на границе устойчивости.

*Система в разомкнутом состоянии неустойчивая или нейтральная.* В данном случае в характеристическом уравнении разомкнутой системы среди левых корней имеется хотя бы один правый корень или нулевой. Если система в разомкнутом состоянии является неустойчивой или нейтральной, то для того чтобы она была устойчивой в замкнутом состоянии, необходимо и достаточно, чтобы годограф АФЧХ разомкнутой системы охватывал точку с координатами  $(-1; j0)$  в положительном направлении  $K/2$  раз, где  $K$  – количество правых корней разомкнутой системы.

#### *Критерий Найквиста для ЛАЧХ и ЛФЧХ.*

Критерий Найквиста для логарифмической амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик формулируется следующим образом: замкнутая система устойчива, если для характеристик соответствующей ей разомкнутой системы выполняются два условия:

- 1) при частоте, равной частоте среза САР  $\omega_c$ , модуль фазочастотной характеристики меньше  $180$  град:  $|\varphi(\omega_c)| < 180^\circ$ ;
- 2) частоте, равной  $\omega_\pi$ , значение ЛАЧХ меньше нуля:  $L(\omega_\pi) < 0$  при  $\omega_c < \omega_\pi$ .

Для проверки условий по характеристикам разомкнутой САР первоначально необходимо определить две частоты: частоту среза  $\omega_c$  и частоту переверота  $\omega_\pi$ . После этого для найденных частот следует проверить выполнимость обоих условий критерия. Если указанные частоты совпадают, то система находится на границе устойчивости ( $\omega_c = \omega_\pi$ ).

Частотой среза САУ называется частота, при которой ЛАЧХ системы пересекает ось частот, т. е.  $L(\omega_c) = 0$ .

Частота среза  $\omega_c$  и частота  $\omega_\pi$  имеются не у всякой САУ. Если ЛАЧХ системы вообще не пересекает ось частот, т. е.  $L(\omega) \neq 0$  ни при каких значениях  $\omega$ , то у такой системы нет частоты среза. Аналогично, если ФЧХ системы ни при каких значениях частоты не принимает значение  $-180^\circ$ , то данная САУ не характеризуется параметром  $\omega_\pi$ . В этих случаях для оценки устойчивости следует выбрать другие критерии.

На рисунке 5.2 показано, как по графикам ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой САУ определить частоты  $\omega_c$  и  $\omega_\pi$ .

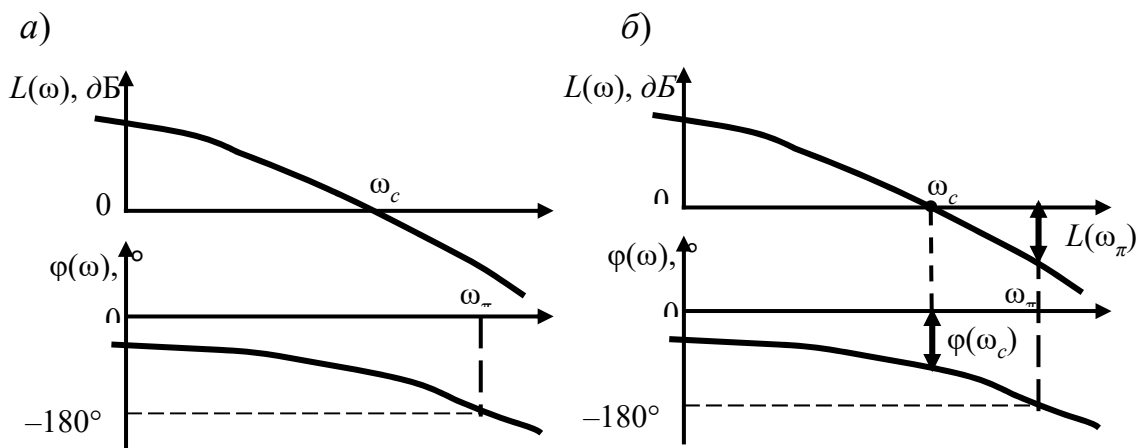


Рисунок 5.2 – Определение частоты  $\omega_c$  и  $\omega_\pi$  и запасов устойчивости

Для исходной устойчивой системы определяются частотные показатели качества.

В точке частоты среза значение разности ЛФЧХ до  $-180^\circ$  ( $-\pi$ ) является запасом устойчивости САУ по фазе:  $|-180^\circ - \varphi(\omega_c)|$ .

В точке пересечения ЛФЧХ со значением  $-180^\circ$  ( $-\pi$ ) значение ЛАЧХ по модулю является запасом устойчивости САУ по амплитуде:  $|L(\omega_\pi)|$ .

На рисунке 5.3 показан пример графика ЛЧХ, где пересечение уровня  $\omega_\pi$  произошло левее частоты среза, а значит, исследуемая система является неустойчивой.

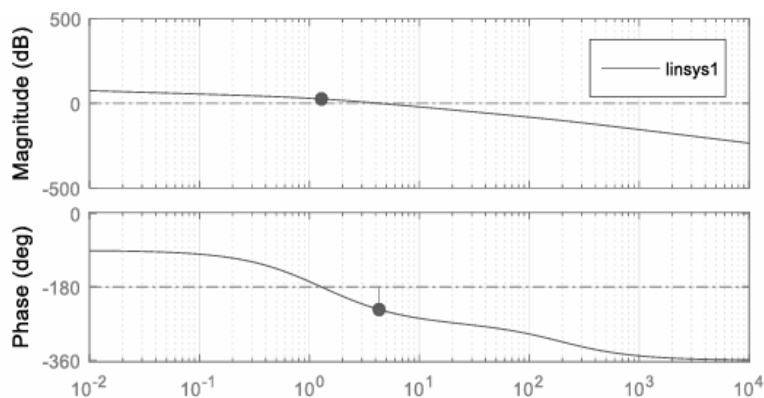


Рисунок 5.3 – ЛАЧХ и ЛФЧХ нескорректированной САУ

В пояснительной записке необходимо сделать вывод об устойчивости либо неустойчивости САУ, привести программу расчета и графики годографа Михайлова и Найквиста с использованием среды моделирования MATLAB. Построить частотные характеристики разомкнутой системы: логарифмическую амплитудно-частотную (ЛАЧХ); фазовую (ЛФЧХ); амплитудно-фазовую (АФЧХ).

При этом передаточную функцию разомкнутой системы представить в виде произведения передаточных функций отдельных динамических звеньев, произведя необходимые преобразования, а затем использовать правила построения асимптотических частотных характеристик для последовательного соединения звеньев. Правильность построения асимптотических характеристик подтвердить расчетами на ЭВМ.

## 6 Построение переходных характеристик

По структурной схеме системы или ее передаточным функциям, используя программный комплекс MATLAB–Simulink, рассчитывается переходная функция САУ  $h(t)$  при воздействии на вход системы единичного ступенчатого сигнала  $g(t) = 1(t)$ . Графики переходного процесса по задающему и возмущающему воздействию строятся в таком диапазоне времени  $t$ , когда величина  $h(t)$  не будет отличаться от  $h_{уст}$  более чем на 2 %...5 %, где  $h_{уст}$  – значение выходного сигнала в установившемся режиме (рисунок 6.1).

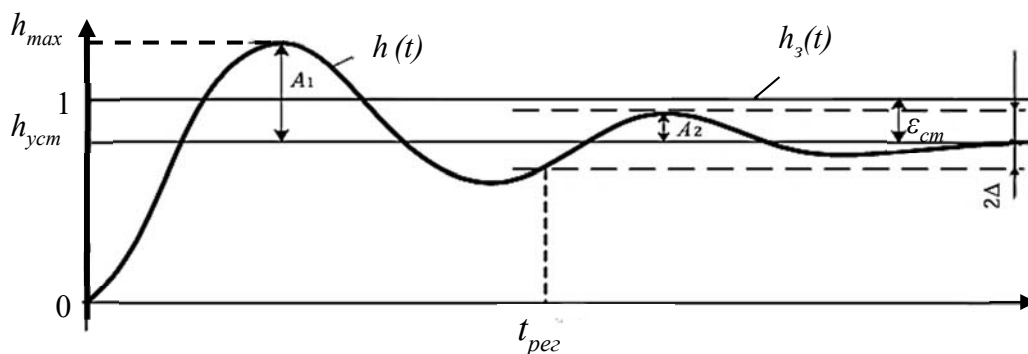


Рисунок 6.1 – Переходная характеристика объекта управления по задающему воздействию

По полученному графику переходной функции  $h(t)$  определяются показатели качества переходного процесса:

– время регулирования  $t_{рег}$ , с – определяется как интервал времени от начала переходной функции до момента, когда отклонение регулируемой величины от ее нового установившегося значения становится меньше определенной, достаточно малой величины  $\Delta$ ;

– перерегулирование

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} 100 \% , \quad (6.1)$$

где  $h_{max}$  – максимальное значение регулируемой величины в переходном процессе;  
 $h_{уст}$  – установившееся значение регулируемой величины;

– статическая ошибка

$$\varepsilon_{СТ} = h_3 - h_{уст}, \quad (6.2)$$

где  $h_3$  – заданное значение регулируемой величины.

Допустимое значение перерегулирования для той или иной системы может быть установлено на основании опыта эксплуатации подобных систем. В большинстве случаев считается, что качество системы является приемлемым, если величина перерегулирования не превышает 10 %...30 %, но иногда требуется, чтобы переходной процесс протекал вообще без перерегулирования, т. е. был монотонным, или с перерегулированием 50 %...70 %.

## 7 Синтез регуляторов

Синтез САР – это процесс технического проектирования, целью которого является определение параметров и структуры САР, обеспечивающих желаемые показатели качества.

Основными требованиями к качеству замкнутой САР являются:

- точность управления в условиях действия возмущений;
- быстродействие;
- желаемый вид (форма) переходного процесса – реакции на задающее воздействие.

Поскольку характеристики объекта управления и, как следствие, вид и постоянные его передаточной функции в процессе проектирования САР изменить невозможно, задачи обеспечения требуемых показателей качества решаются выбором элементов и структуры САР, а также синтезом регулятора [7].

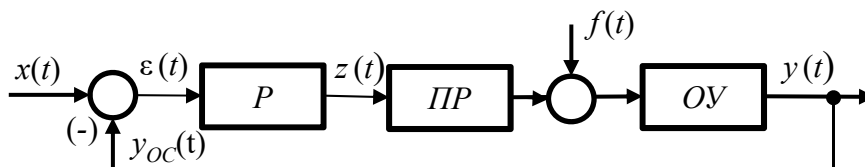


Рисунок 7.1 – Структурная схема замкнутой САР, учитывающая возмущение

Для учета действия возмущения в схему добавлен элемент сравнения – сумматор, на входы которого поступают управляющее воздействие  $z(t)$  и возмущение  $f(t)$ . Суммарное воздействие определяет состояние объекта управления, т. е. величину  $y(t)$ .

Если рассматривать работу САР в условиях действия возмущения  $f(t)$ , то динамику САР придется описывать не только передаточной функцией по каналу задающего воздействия, но и передаточной функцией по каналу возмущения, от входа  $f(t)$  к выходу  $y(t)$ .

$$W_f(p) = \frac{Y(p)}{F(p)}.$$

Передаточная функция по каналу одного из входных воздействий получается в предположении, что второе входное воздействие равно нулю. Для САР на рисунке 7.1 при  $f(t) = 0$  схема САР приобретает вид последовательного соединения трех элементов (регулятора, привода и объекта управления), охваченного единичной отрицательной обратной связью. Передаточная функция этой САР по каналу задающего воздействия имеет вид

$$W(p) = \frac{W_p(p) \cdot W_{\text{пр}}(p) \cdot W_{\text{ов}}(p)}{1 + W_p(p) \cdot W_{\text{пр}}(p) \cdot W_{\text{ов}}(p)}.$$

Аналогично, при  $x(t) = 0$  схема САР имеет вид объекта управления, в обратную связь к которому включено последовательное соединение регулятора и привода.

Для обеспечения заданных показателей качества необходимо спроектировать САР так, чтобы она имела нужные передаточные функции  $W(p)$  и  $W_f(p)$ . Однако для коррекции вида передаточных функций  $W(p)$  и  $W_f(p)$  можем использовать только передаточную функцию регулятора  $W_p(p)$ , т. к. остальные элементы САР заданы заранее, а значит, их передаточные функции неизменны.

На практике возможны два способа улучшения работы САР: для уменьшения величины рассогласования необходимо увеличивать коэффициент статического преобразования (усиления) регулятора; для улучшения качества управления – изменить структуру САР, добавив в нее второй регулятор.

В теории проектирования САР широкое применение получили методы последовательной коррекции под названием «стандартные настройки» (СН):

- настройка на оптимум по модулю (ОМ) или «модульный» (технический) оптимум (МО);
- настройка на симметричный оптимум (СО).

При такой коррекции решается задача оптимального выбора параметров регулятора с целью получения заранее известного стандартного набора показателей качества процесса управления: времени нарастания  $t_H$ , перерегулирования  $\sigma$ , запаса устойчивости по фазе  $\Delta\varphi$  и амплитуде  $\Delta L$ , числа колебаний  $N$ .

*Настройка на «модульный» оптимум* обычно используется для многоконтурных систем управления с подчиненным регулированием, когда один из регуляторов вырабатывает задающие воздействия для второго, стоящего во внутреннем контуре. При этом каждый контур настраивается индивидуально, и параметры регулятора определяются оптимизацией каждого контура.

Передаточная функция разомкнутого контура регулирования, настроенного на «модульный» оптимум, имеет вид

$$W_{\text{ркМО}}(p) = \frac{1}{2T_\mu \cdot p \cdot (T_\mu \cdot p + 1)} = \frac{1}{2T_\mu^2 \cdot p^2 + 2T_\mu \cdot p}, \quad (7.1)$$

а передаточная функция замкнутого контура –

$$\Phi_{MO}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2T_\mu \cdot p \cdot (T_\mu \cdot p + 1)}} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\varepsilon T p + 1}. \quad (7.2)$$

Передаточная функция замкнутого контура соответствует устойчивому колебательному звену с коэффициентом передачи  $k = 1$  и постоянной времени  $T = T_\mu \sqrt{2}$ , важнейшей характеристикой которого является коэффициент затухания  $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

При настройке по «модульному» оптимуму САР эквивалентна системе, показанной на рисунке 7.2, состоящей из инерционного звена первого порядка с передаточным коэффициентом  $k = 1$  и постоянной времени  $T_\mu$ , интегрирующего звена с постоянной интегрирования  $2T_\mu$  и единичной обратной связью.

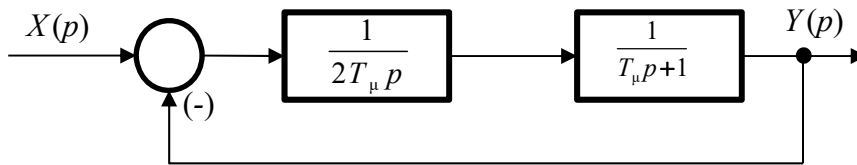


Рисунок 7.2 – Эквивалентная структурная схема САР, настроенной по «модульному» оптимуму

Оптимизация системы по «модульному» оптимуму требует, чтобы постоянная времени разомкнутого контура регулирования  $T_\mu$  была в 2 раза больше постоянной интегрирования. На рисунке 7.3 показана логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) соответствующего разомкнутого контура, а на рисунке 7.4 – переходная характеристика замкнутого контура.

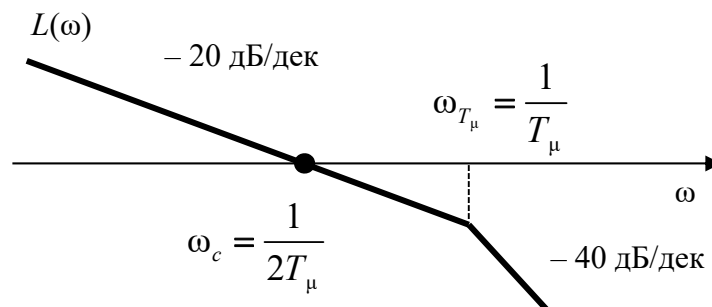


Рисунок 7.3 – Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутого контура, оптимизированного по модульному оптимуму

Асимптотическая ЛАЧХ разомкнутой системы имеет вид 1–2. При этом частота среза  $\omega_c$  находится на участке с наклоном  $-20$  дБ/дек и определяется

как  $\omega_c = \frac{1}{2T_\mu}$ , а наклон  $-20$  дБ/дек сохраняется после этого еще на интервале в одну октаву. Если начальные условия нулевые, а задающее воздействие изменяется скачком, то в результате решения дифференциального уравнения, соответствующего передаточной функции замкнутого контура, получается следующее выражение для переходной функции:

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2T_\mu}} \left( \cos \frac{t}{2T_\mu} + \sin \frac{t}{2T_\mu} \right). \quad (7.3)$$

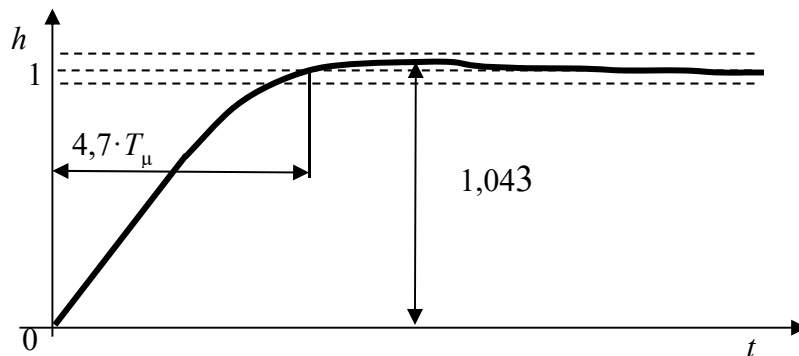


Рисунок 7.4 – Переходная характеристика контура, оптимизированного по «модульному» оптимуму

Время нарастания регулируемой величины до установившегося значения составляет  $t_n = 4,71 T_\mu$ , перерегулирование  $\sigma = 4,33 \%$ , время первого согласования  $t = 4,7 T_\mu$ , время регулирования (вхождения регулируемой величины в область значений, отличающихся от установившегося не более чем на  $\pm 5 \%$ )  $t_{рег} = 4,15 T_\mu$ .

Система, оптимизированная по «модульному» оптимуму, имеет следующие достоинства:

- обеспечивает наилучшим образом обработку задающего воздействия (минимальное время переходного процесса при малом перерегулировании);
- имеет малую чувствительность к изменению параметров регулятора и объекта, т. е. не требует высокой точности определения параметров объекта и настройки регулятора;
- имеет более простой по сравнению с «симметричным» оптимумом регулятор.

Недостатки системы:

- при наличии в объекте интегрирующего звена или апериодического звена с очень большой постоянной времени требуется применение пропорционального регулятора, что приводит в отдельных случаях к значительным статическим ошибкам;
- имеет большую по сравнению с системой, оптимизированной по «симметричному» оптимуму, ошибку при обработке возмущающего воздействия.

*Настройка на «симметричный» оптимум.* Оптимизированные по «модульному» оптимуму системы обладают астатизмом первого порядка, что не всегда

достаточно, в частности, это не исключает ошибки при обработке линейно изменяющихся во времени управляющих воздействий; если же в составе объекта имеется интегрирующее звено, будет иметь место и статическая ошибка. С целью повышения порядка астатизма контура до второго применяется (обычно в контуре регулирования скорости) другая типовая настройка, так называемый «симметричный» оптимум.

Передаточная функция разомкнутого контура в этом случае имеет вид

$$W_{co}(p) = \frac{4T_{\mu}p+1}{8T_{\mu}^2 p^2 (T_{\mu}p+1)} \quad (7.4)$$

и, соответственно, передаточная функция замкнутого контура

$$\Phi_{co}(p) = \frac{\frac{4T_{\mu}p+1}{8T_{\mu}^2 p^2 (T_{\mu}p+1)}}{1 + \frac{4T_{\mu}p+1}{8T_{\mu}^2 p^2 (T_{\mu}p+1)}} = \frac{4T_{\mu}p+1}{8T_{\mu}^2 p^2 (T_{\mu}p+1) + 4T_{\mu}p+1} = \frac{4T_{\mu}p+1}{8T_{\mu}^3 p^3 + 8T_{\mu}^2 p^2 + 4T_{\mu}p+1}. \quad (7.5)$$

Настройке по «симметричному» оптимуму соответствует ЛАЧХ разомкнутой системы типа 2–1–2, в которой сопрягающие частоты

$$\omega_{c1} = \frac{1}{4T_{\mu}}, \quad \omega_{c2} = \frac{1}{T_{\mu}} \quad (7.6)$$

расположены симметрично от частоты среза  $\omega_c = \frac{1}{2T_{\mu}}$ . Этим обуславливается наименование данного способа настройки. Запас по фазе контура, оптимизированного по «симметричному» оптимуму, составляет  $\Delta\varphi(\omega) = 37^\circ$ .

На рисунке 7.5 показаны ЛАЧХ  $L(\omega)$  и ФЧХ  $\varphi(\omega)$  разомкнутого контура, настроенного по «симметричному» оптимуму.

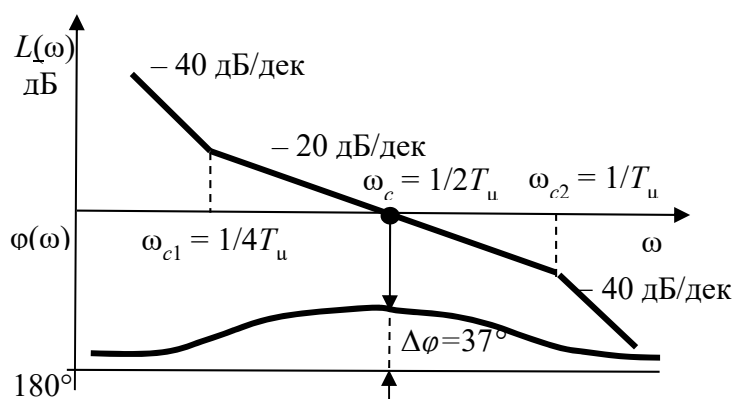


Рисунок 7.5 – ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура, оптимизированного по «симметричному» оптимуму

Если решить дифференциальное уравнение, соответствующее выражению  $\Phi_{co}(p) = \frac{4T_\mu p + 1}{8T_\mu^3 p^3 + 8T_\mu^2 p^2 + 4T_\mu p + 1}$ , то выражение для переходной функции будет иметь вид

$$h(t) = 1 + e^{-\frac{t}{2T_\mu}} - 2e^{-\frac{t}{4T_\mu}} \cos \frac{t\sqrt{3}}{4T_\mu}. \quad (7.7)$$

График переходной функции, представленный в относительном времени  $t/T_\mu$ , приведен на рисунке 7.6.

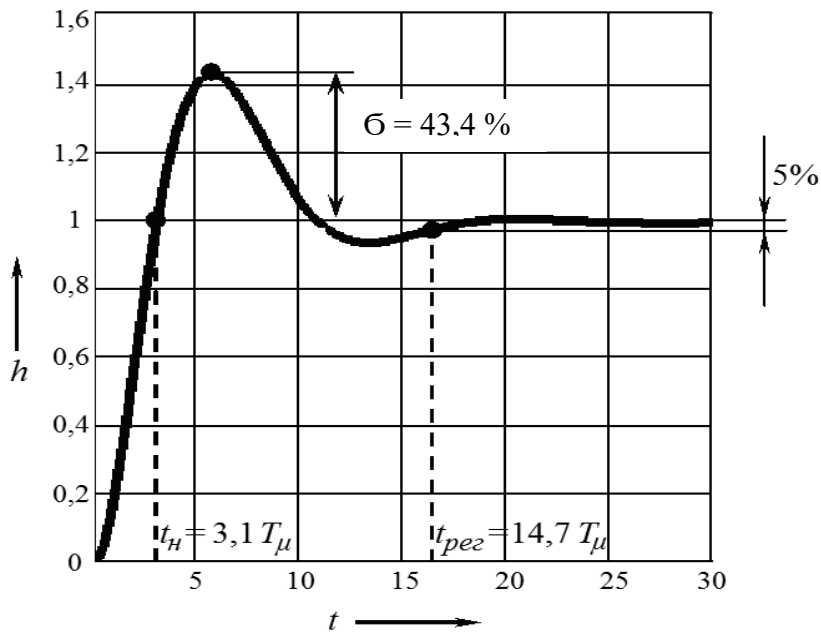


Рисунок 7.6 – Переходная функция контура, оптимизированного по «симметричному» оптимуму

Свойства контура, оптимизированного по «симметричному» оптимуму, также зависят лишь от суммы малых постоянных времени  $T_\mu$ . Переходная функция такого контура (см. рисунок 7.6) характеризуется временем нарастания  $t_H = 3,1 \cdot T_\mu$ , перерегулированием  $\sigma = 43,4 \%$  и временем регулирования  $t_{рег} = 14,7 \cdot T_\mu$ . Рассматривая функцию, следует отметить, что время первого достижения заданного значения  $t_H$  составляет  $3,1 \cdot T_\mu$ , т. е. меньше, чем при настройке из условия технического оптимума, но амплитуда первого перерегулирования составляет  $\sigma = 43,4 \%$  при времени  $t_{max} = 5,8 \cdot T_\mu$ , т. е. значительно больше, чем при техническом оптимуме. Время окончательного вхождения в полосу допусков  $\pm 5 \%$

$$t_{рег} = 14,7 \cdot T_\mu.$$

Достоинства системы, оптимизированной по «симметричному» оптимуму:

- при отсутствии входного фильтра обладает быстродействием, превышающим быстродействие системы, оптимизированной по «модульному» оптимуму;
- не имеет статической ошибки при любых объектах управления, в том числе если объект содержит интегрирующее звено или апериодическое звено с очень большой постоянной;
- обеспечивает меньшую по сравнению с «модульным» оптимумом ошибку при обработке возмущающих воздействий.

Недостатки системы:

- при отсутствии входного фильтра имеет большое перерегулирование;
- при наличии входного фильтра обладает меньшим быстродействием, чем система, оптимизированная по «модульному» оптимуму;
- имеет более сложный по сравнению с «модульным» оптимумом регулятор;
- имеет более высокую по сравнению с системами, оптимизированными по «модульному» оптимуму, чувствительность к изменению параметров регулятора и объекта, т. е. требует более тщательного определения параметров объекта и более точной настройки регулятора.

## Список литературы

- 1 **Сеславин, А. И.** Теория автоматического управления. Линейные, непрерывные системы : учебник / А. И. Сеславин. – М. : ИНФРА-М, 2022. – 314 с.
- 2 **Ким, Д. П.** Теория автоматического управления : учебник и практикум / Д. П. Ким. – М. : Юрайт, 2025. – 309 с.
- 3 **Ягодкина, Т. В.** Теория автоматического управления : учебник и практикум / Т. В. Ягодкина, В. М. Беседин. – М. : Юрайт, 2025. – 461 с.
- 4 **Антимиров, В. М.** Системы автоматического управления: учеб. пособие / В. М. Антимиров; под науч. ред. В. В. Телицина. – М. : Юрайт, 2018. – 92 с.
- 5 **Жмудь, В. А.** Системы автоматического управления высшей точности: учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры / В. А. Жмудь, А. В. Тайченачев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 211 с.
- 6 **Кудинов, Ю. И.** Теория автоматического управления (с использованием MATLAB–Simulink): учеб. пособие / Ю. И. Кудинов, Ф. Ф. Пащенко. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб.; М.; Краснодар : Лань, 2018. – 312 с.: ил.
- 7 **Поляков, К. Ю.** Теория автоматического управления для «чайников» / К. Ю. Поляков // Преподавание, наука и жизнь. – 2009.
- 8 **Сазонов, Г. Г.** Основы автоматического управления: учеб. пособие / Г. Г. Сазонов. – Старый Оскол : ТНТ, 2016. – 236 с.
- 9 **Анхимюк, В. Л.** Теория автоматического управления / В. Л. Анхимюк, О. Ф. Опейко, Н. Н. Михеев. – Мн. : Дизайн ПРО, 2000. – 351 с.
- 10 **Брюханов, В. Н.** Теория автоматического управления / В. Н. Брюханов, М. Г. Косов, С. П. Протопопов; под ред. Ю. М. Соломенцева. – 3-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2000. – 268 с.: ил.

## Приложение А (рекомендуемое)

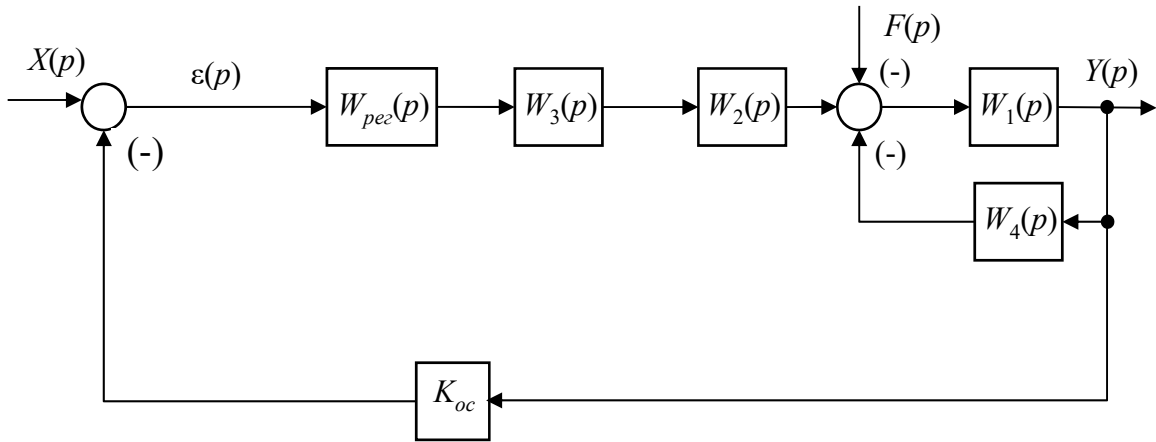


Рисунок А.1 – Вариант 1

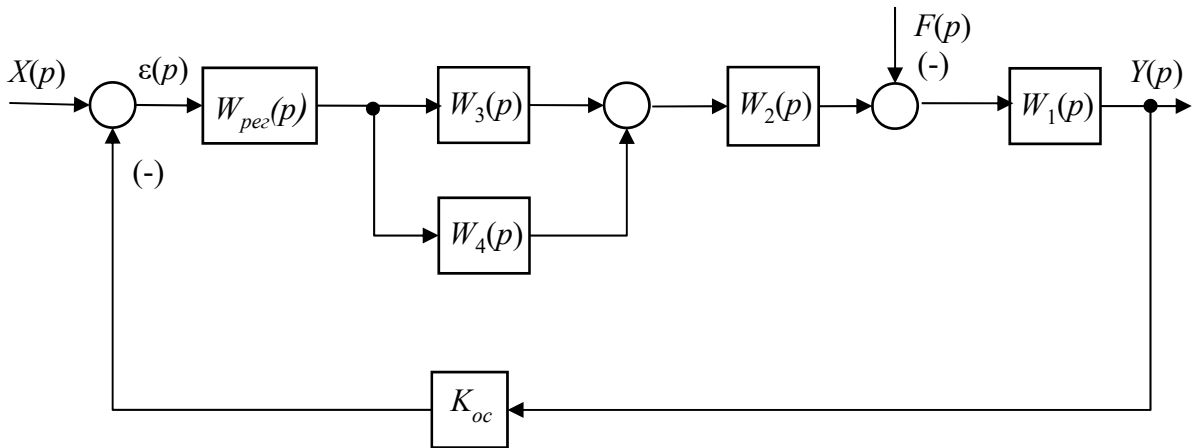


Рисунок А.2 – Вариант 2

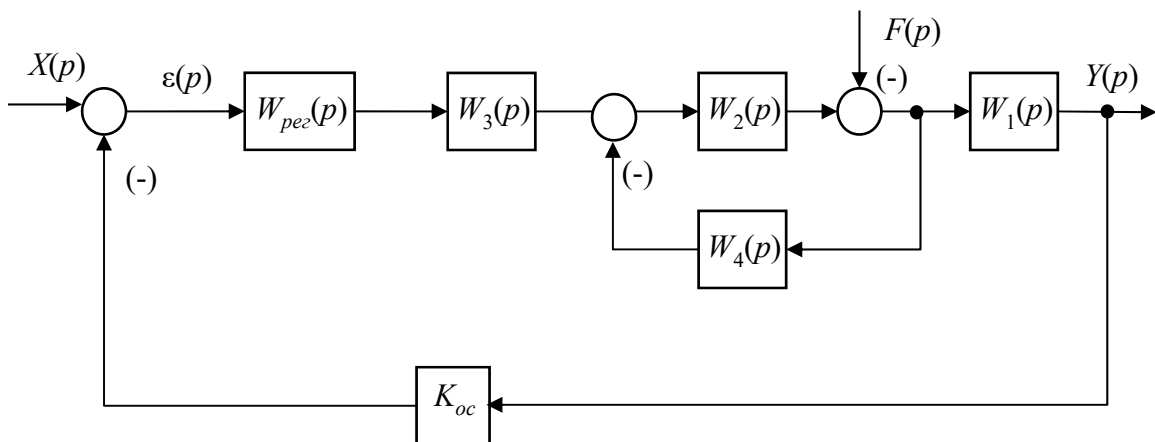


Рисунок А.3 – Вариант 3

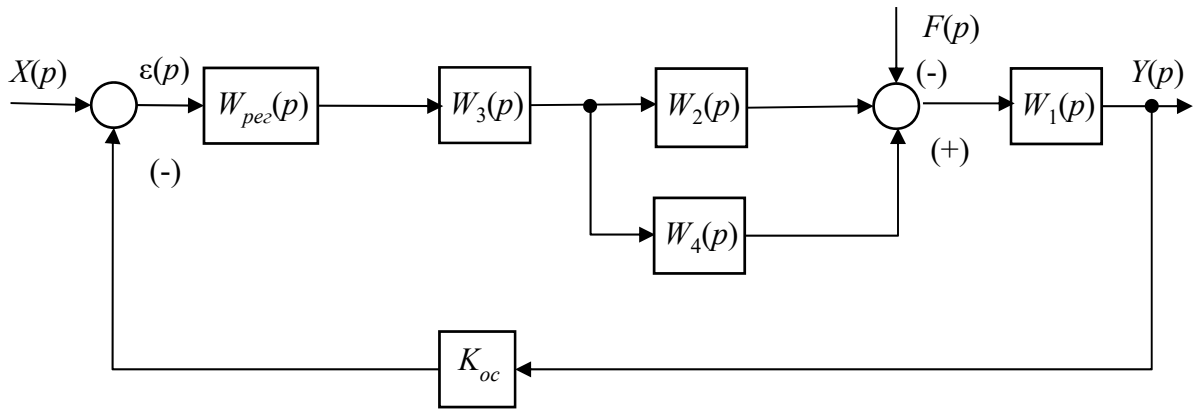


Рисунок А.4 – Вариант 4

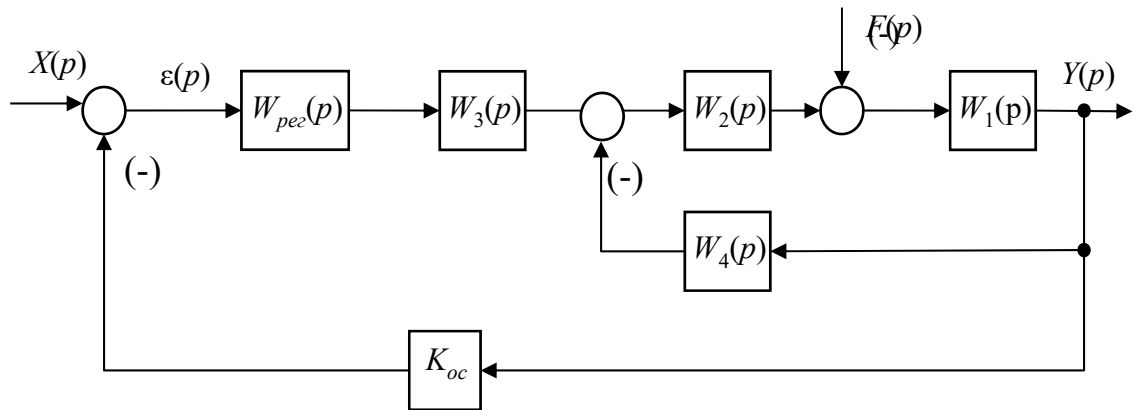


Рисунок А.5 – Вариант 5

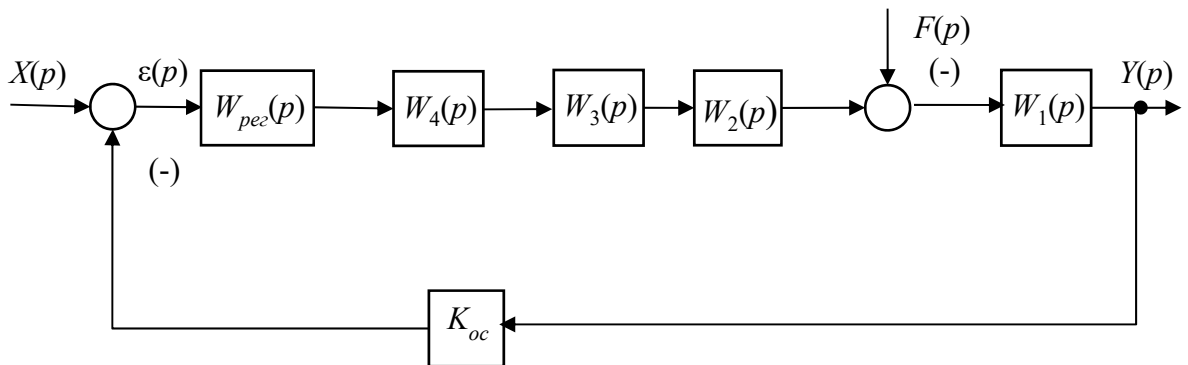


Рисунок А.6 – Вариант 6

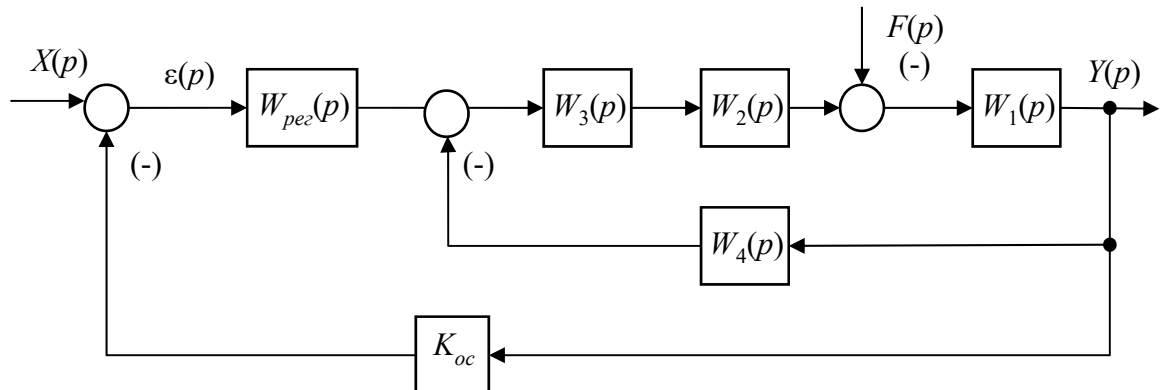


Рисунок А.7 – Вариант 7

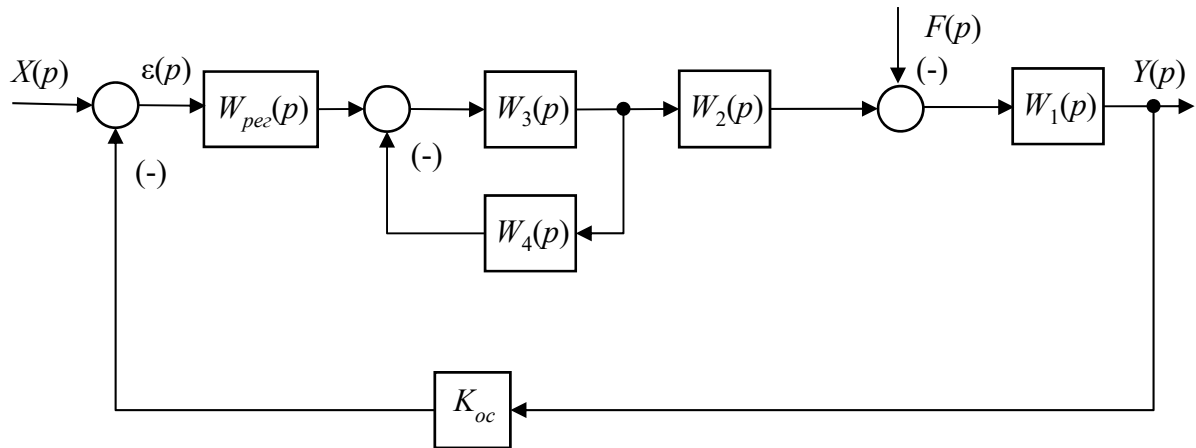


Рисунок А.8 – Вариант 8

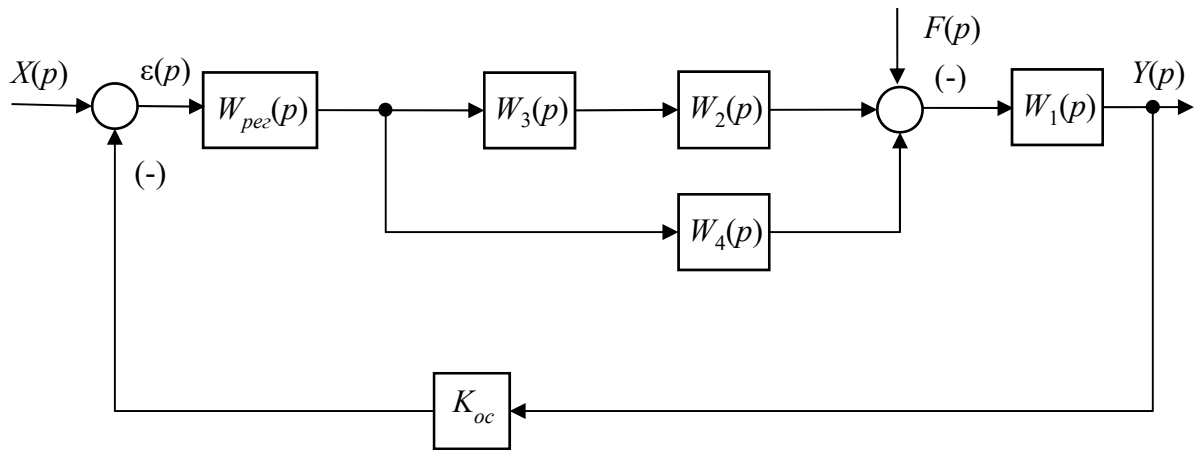


Рисунок А.9 – Вариант 9

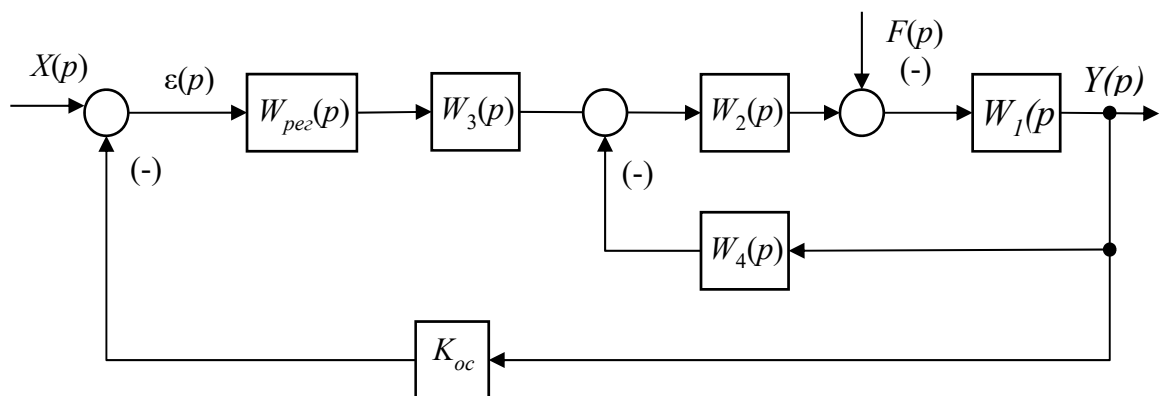


Рисунок А.10 – Вариант 10