

DOI: 10.24412/2077-8481-2026-3-22-30

УДК 539.3:004

И. М. КУЗМЕНКО, канд. техн. наук, доц.

М. О. КУЗМЕНКО

Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

УНИФИКАЦИЯ РАСЧЕТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ УПРОЩЕНИЯ ПРОТОТИПИРОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ БРУСА

Аннотация

Представлены расчетные зависимости, которые позволяют упростить разработку моделей сложного сопротивления бруса (косой изгиб и внецентренное нагружение) при их прототипировании и выборе оптимальных геометрических параметров сечений.

Ключевые слова:

брус, сложное сопротивление, косой изгиб, внецентренное нагружение, прототипирование моделей, визуализация, 3D-модель, поперечное сечение, деформации, нормальные напряжения, эпюры напряжений, нейтральная ось.

Для цитирования:

Кузменко, И. М. Унификация расчетных зависимостей для упрощения прототипирования моделей сложного сопротивления бруса / И. М. Кузменко, М. О. Кузменко // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2026. – № 3 (92). – С. 22–30.

Введение

В машиностроении и строительстве широкое применение находят конструктивные элементы в виде бруса, работающего в условиях сложного сопротивления: при косом изгибе, внецентренном растяжении-сжатии, изгибе с кручением и др.

При проведении расчетов таких элементов используются соответствующие условия прочности, сформулированные в механике материалов [1, 2]. На основе условий прочности, как известно, решаются три типа задач:

- 1) проверка прочности конструкции или ее отдельных элементов;
- 2) проектировочный расчет;
- 3) определение допускаемой нагрузки.

В рамках госбюджетных тем кафедры «Технологии металлов» Белорусско-Российского университета, с целью повышения эффективности обучения при рассмотрении особенностей нагружения бруса, проводится работа по использованию в учебном процессе методов визуализации [3–5].

В первую очередь это касается выбора расчетных схем для моделирования типовых видов нагружения, рассматриваемых в механике материалов. При этом требуется разработка методологических подходов к упрощению и определенной унификации аналитических зависимостей механики материалов, которые применяются при изучении на учебных занятиях особенностей сложного сопротивления бруса.

Использование FFF-печати (трехмерных технологий) для изготовления моделей предполагает создание 3D-моделей в среде САПР SolidWorks, т. е. получают трехмерную CAD-модель исследуемого бруса. Далее возможно выполнение прототипирования таких моделей при изменении их размеров и формы, например, с целью достижения оптимального эффекта, в частности наглядности при демонстрации изучаемого явления.

Расчет моделей выполняется по классическим формулам механики материалов при различных соотношениях их конструктивных размеров и для различных сечений. При этом расчеты с

применением унифицированных формул удобно выполнять с использованием таблиц Excel.

Затем в среде САПР SolidWorks выполняются прототипирование, выбор модели для дальнейшей визуализации изучаемого явления и анализ напряженно-деформированного состояния модели.

Основная часть

Рассмотрены следующие объекты для моделирования:

1) балка прямоугольного сечения, нагруженная силой, создающей косой изгиб балки;

2) скоба с разной формой поперечного сечения, воспринимающая внецентренное действие внешней нагрузки.

1. Косой изгиб консольной балки.

Косой изгиб возникает в случае, если плоскость действия изгибающего момента (силовая плоскость) не совпадает ни с одной из главных центральных плоскостей инерции сечения балки [2]. При нагружении балки прямоугольного сечения возможны варианты, показанные на рис. 1. Сила F может быть приложена в центре тяжести сечения под некоторым углом α (см. рис. 1, а). Вектор этой силы не проходит через главные центральные оси x и y . Получаем косой изгиб по всей длине балки

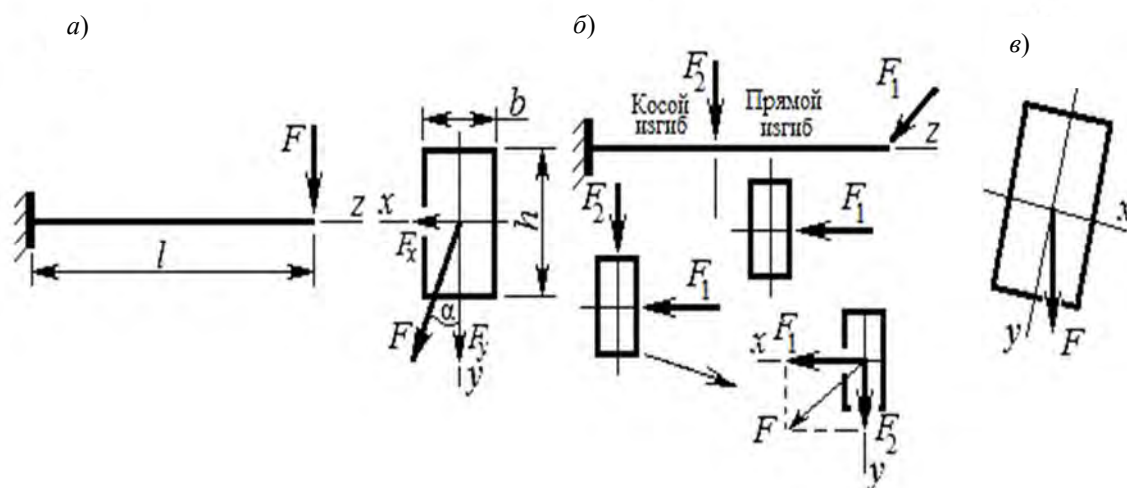


Рис. 1. Варианты нагружения консольной балки прямоугольного сечения

Второй вариант показан на рис. 1, б: вектор силы F_1 приложен горизонтально, а вектор силы F_2 – вертикально. Балка будет воспринимать действие как прямого, так и косоуго изгиба. Третий вариант: сечение балки может быть повернуто на некоторый угол по отношению к осям x и y (см. рис. 1, в). В этом случае также реализуется косой изгиб балки.

Видим (см. рис. 1, а), что

$$F_x = F \cdot \sin \alpha; \quad F_y = F \cdot \cos \alpha;$$

$$M = F \cdot l; \quad M_x = F_y \cdot l = F \cdot l \cdot \cos \alpha;$$

$$M_y = F_x \cdot l = F \cdot l \cdot \sin \alpha.$$

Расчет нормальных напряжений при косом изгибе выполняется по одной из следующих формул:

$$\sigma = \pm M \left(\frac{y \cdot \cos \alpha}{I_x} + \frac{x \cdot \sin \alpha}{I_y} \right);$$

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M_x^{\max}}{W_x} \pm \frac{M_y^{\max}}{W_y}. \quad (1)$$

Выразим соотношение геометрических параметров прямоугольного сечения, как наиболее распространенного, через коэффициенты: $h = k \cdot b$; $e = \frac{l}{b}$.

Тогда формулы (1), если вектор силы проходит через первую четверть, получат следующий одинаковый вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot F \cdot e}{k^2 \cdot b^2} \cdot (\cos \alpha + k \cdot \sin \alpha). \quad (2)$$

Тогда и формулы, соответствующие проверке прочности, проектировочному расчету и расчету несущей способности, будут иметь вид

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot F \cdot e}{k^2 \cdot b^2} \cdot (\cos \alpha + k \cdot \sin \alpha) \leq [\sigma];$$

$$[b] \geq \sqrt{\frac{6 \cdot F \cdot e \cdot (\cos \alpha + k \cdot \sin \alpha)}{k^2 \cdot [\sigma]}};$$

$$[F] \leq \frac{k^2 \cdot b^2 \cdot [\sigma]}{6 \cdot e \cdot (\cos \alpha + k \cdot \sin \alpha)}. \quad (3)$$

Полученные формулы удобно использовать, проводя расчеты в Excel, достаточно просто при этом варьируя размерами сечения.

Приведем пример расчета на кривой изгиб балки прямоугольного сечения 20×100 мм длиной 200 мм, нагруженной силой $F = 5$ кН.

Максимальные напряжения по первой из формул (1) при осевых моментах инерции сечения $I_x = bh^3/12$; $I_y = hb^3/12$ и координатах $x = b/2$; $y = h/2$

$$\sigma_{\max} = M \left(\frac{y \cdot \cos \alpha}{I_x} + \frac{x \cdot \sin \alpha}{I_y} \right) =$$

$$= F \cdot l \cdot \left(\frac{12 \cdot h \cdot \cos \alpha}{2 \cdot b \cdot h^3} + \frac{12 \cdot b \cdot \sin \alpha}{2 \cdot h \cdot b^3} \right) =$$

$$= 6 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot \left(\frac{100 \cdot \cos 5^\circ}{20 \cdot 100^3} + \frac{20 \cdot \sin 5^\circ}{100 \cdot 20^3} \right) =$$

$$= 42,93 \text{ МПа.}$$

Выполнив расчет максимальных напряжений по формуле (2) при исходных данных: силе $F = 5$ кН; ширине сечения $b = 20$ мм; $k = 5$; высоте $h = k \cdot b = 5 \cdot 20 = 100$ мм; $e = 10$; $\alpha = 5^\circ$; длине балки $l = b \cdot e = 20 \cdot 10 = 200$ мм; $M_{\max} = F \cdot l$, получим

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10}{5^2 \cdot 20^2} \cdot (\cos 5^\circ + 5 \cdot \sin 5^\circ) =$$

$$= 30 \cdot (0,996 + 5 \cdot 0,087) = 42,93 \text{ МПа.}$$

Вывод: результаты расчета по формулам (1) и (2) совпадают. Однако расчет по (2) выполнять более удобно.

2. Расчет скобы, воспринимающей действие внецентренно приложенных сил.

Расчетная схема скобы показана на рис. 2, а. Скоба нагружается силой F , кН, постоянной по величине и направлению.

Один из возможных вариантов формы поперечного сечения показан на рис. 2, б.

На рис. 2, в представлен вид эпюры нормальных напряжений в поперечном сечении скобы.

В механике материалов получены следующие зависимости для определения напряжений при внецентренном нагружении бруса [2].

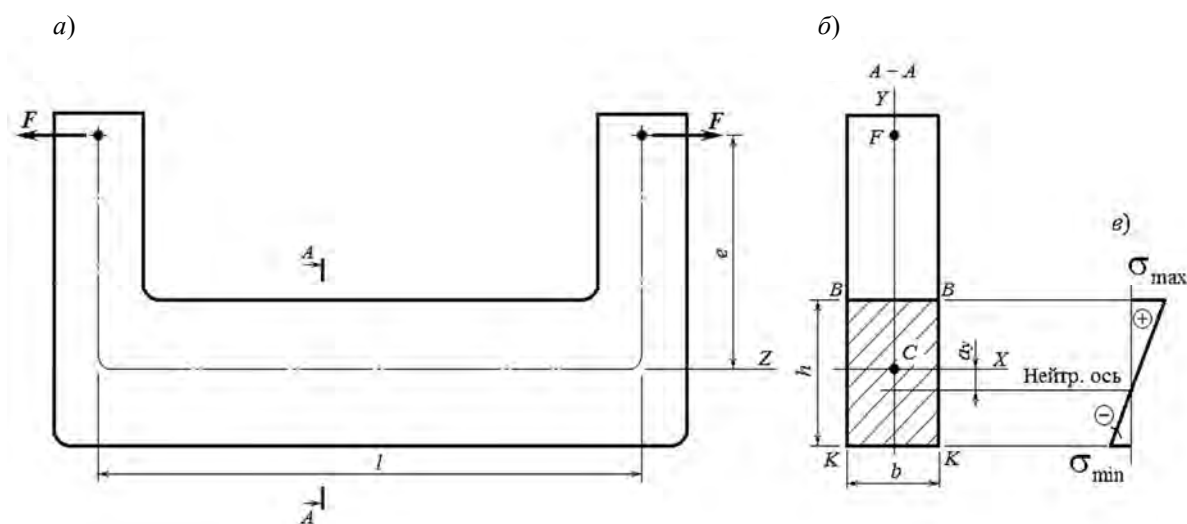


Рис. 2. Расчетная схема скобы

Нормальные напряжения в любой точке поперечного сечения

$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_p \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_p \cdot y}{i_x^2} \right). \quad (4)$$

Условие прочности при внецентренном растяжении-сжатии бруса

$$\sigma_{\max/\min} = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]. \quad (5)$$

Расчетные параметры, входящие в формулы (5) и (6),

$$\begin{aligned} M_x &= F \cdot y_p; \quad M_y = F \cdot x_p; \\ W_x &= \frac{I_x}{|y_{\max}|}; \quad W_y = \frac{I_y}{|x_{\max}|}; \\ i_x^2 &= \frac{I_x}{A}; \quad i_y^2 = \frac{I_y}{A}; \quad a_x = -\frac{i_y^2}{x_p}; \\ a_y &= -\frac{i_x^2}{y_p}. \end{aligned} \quad (6)$$

В этих формулах обозначено следующее.

F – сила, приложенная в некоторой точке поперечного сечения с координатами (x_p, y_p) перпендикулярно к его плоскости (сжимающая или растягивающая).

A – площадь поперечного сечения скобы.

x, y – координаты точек сечения, в которых определяются напряжения.

I_x, I_y – осевые моменты инерции сечения относительно главных центральных осей.

W_x, W_y – осевые моменты сопротивления сечения.

i_x, i_y – радиусы инерции сечения.

a_x, a_y – отрезки, которые отсекает нейтральная ось сечения на осях координат.

Рассмотрим прямоугольные сечения (рис. 3, а, б) со сторонами b и h , квадратное сечение (рис. 3, в) со сторонами b , круглое сечение диаметром b (рис. 3, г).

Для удобства выполнения расчетов формулы (4) и (5) могут быть упрощены. Для этого необходимо задать следующее:

- значение силы F , Н;
- эксцентриситет приложения силы e равен координате точки приложения силы y_p (принимая одинаковыми для всех сечений: $e = \text{const}$), мм;

– ширина b и высота h , мм, сечения (см. рис. 2). Возможно также задание высоты через соотношение ширины b и высоты h сечения с учетом его формы: $k = h/b$. В свою очередь, значение коэф-

фициента k следующее: ($1 \leq k \leq 5$);

– длина скобы принимается такой, чтобы выполнялась гипотеза Сен-Венана: $l = (3 \dots 5) b$.

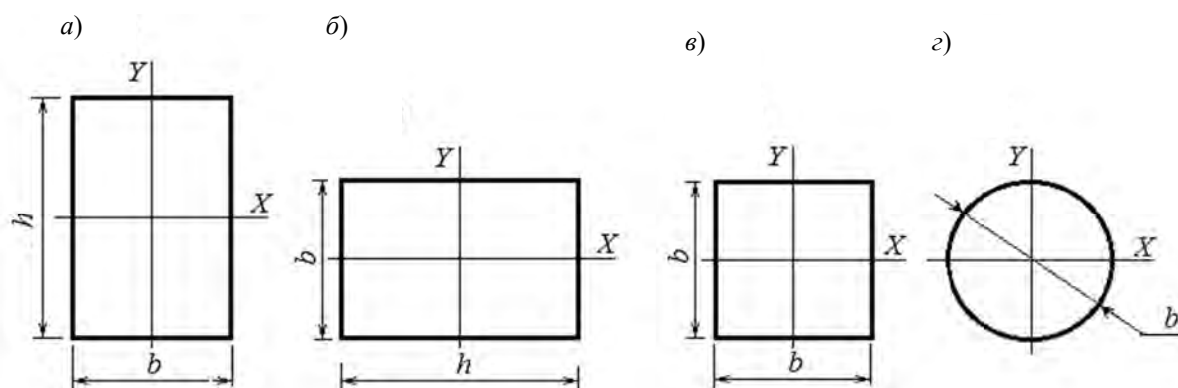


Рис. 3. Рассматриваемые формы поперечного сечения скобы

Далее определяются:

– высота прямоугольного сечения: $h = k \cdot b$ (см. рис. 3, а). Для прямоугольника с высотой сечения, равной b , его ширина будет равна $k \cdot b$ (см. рис. 3, б). Для квадрата и круга коэффициент $k = 1$, соответственно, получим $h = b$ (см. рис. 3, в, г);

– значение коэффициента c , который связывает эксцентриситет приложения силы с высотой сечения: $c = e/h = y_p/h$;

– площадь сечения скобы A , мм²;

– величина нормального напряжения σ_z в поперечном сечении скобы при осевом (центрально) нагружении сечения: $\sigma_z = F/A$;

– величина изгибающего момента M_e в сечении скобы;

– максимальные и минимальные значения нормальных напряжений;

– отрезок a_y , который отсекает нейтральная ось на оси Y .

Геометрические параметры и другие характеристики, записанные ранее для каждого из рассматриваемых сечений, выражаем через ширину сечения b и коэффициенты c и k .

Учтем при этом, что коэффициент k определяется отношением сторон сечения (его высоты к ширине) h/b , а коэффициент c – отношением эксцентриситета к высоте сечения e/h . Примем для всех вариантов сечений $e = \text{const}$.

Имеем

$$\begin{aligned} h &= k \cdot b; \quad e = c \cdot k \cdot b; \quad A = k \cdot b^2; \\ M_x &= F \cdot e = F \cdot c \cdot k \cdot b; \\ \sigma_z &= \frac{F}{A} = \frac{F}{k \cdot b^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда, например, для прямоугольного сечения (см. рис. 3, а) высотой $h = k \cdot b$ и шириной b геометрические характеристики, входящие в (5) и (6), будут иметь вид

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{b \cdot (k \cdot b)^3}{12} = \frac{k^3 \cdot b^4}{12}; \\ i_x^2 &= \frac{I_x}{A} = \frac{k^3 \cdot b^4}{12 \cdot k \cdot b^2} = \frac{k^2 \cdot b^2}{12}; \end{aligned}$$

$$W_x = \frac{I_x}{h/2} = \frac{k^3 \cdot b^4 \cdot 2}{12 \cdot k \cdot b} = \frac{k^2 \cdot b^3}{6};$$

$$a_y = -\frac{i_x^2}{e} = -\frac{k^2 \cdot b^2}{12 \cdot c \cdot k \cdot b} = -\frac{k \cdot b}{12 \cdot c}. \quad (8)$$

Аналогично определяются зависимости и для других вышеперечисленных поперечных сечений (см. рис. 3, б–г).

Далее получим выражения для расчета значений нормальных напряжений в поперечном сечении при внецентренном растяжении-сжатии. Для любого поперечного сечения они определяются по приведенным ранее зависимостям (4)–(6).

При этом:

– в формуле (4) знак плюс ставится, если сила растягивает стержень. Знаки координат слоев, в которых определяются напряжения, проставляются с учетом их положения по отношению к оси X ;

– в формуле (5) знак плюс продольной силы N при центральном растяжении бруса; знак плюс изгибающего момента M_x , если растянуто верхнее, по отношению к оси X , волокно.

Тогда, например, для прямоугольного сечения (см. рис. 3, а) $x_p = 0$; $y_p = e = c \cdot k \cdot b$; $x = 0$; $y_{\max, \min} = \pm h/2$; $M_y = 0$. Формулы (4) и (5) примут вид

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{F}{k \cdot b^2} \left(1 + \frac{c \cdot k \cdot b \cdot (\pm 0,5 \cdot k \cdot b) \cdot 12}{k^2 \cdot b^2} \right) = \frac{F}{k \cdot b^2} (1 \pm 6 \cdot c);$$

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{F}{k \cdot b^2} \pm \frac{F \cdot c \cdot k \cdot b \cdot 6}{k^2 \cdot b^3} = \frac{F}{k \cdot b^2} (1 \pm 6 \cdot c). \quad (9)$$

Для прямоугольного сечения (см. рис. 3, б) $x_p = 0$; $y_p = e = c \cdot b$; $x = 0$; $y = \pm b/2$; $M_y = 0$. Расчетные зависимости аналогичны формулам (8):

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{F}{k \cdot b^2} (1 \pm 6 \cdot c). \quad (10)$$

Для квадратного сечения (см. рис. 3, в) $k = 1$; $x_p = 0$; $y_p = e = c \cdot b$; $x = 0$; $y = \pm b/2$; $M_y = 0$:

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{F}{b^2} (1 \pm 6 \cdot c). \quad (11)$$

Для круглого сечения (см. рис. 2, г) $k = 1$; $x_p = 0$; $y_p = e = c \cdot b$; $x = 0$; $y = \pm b/2$; $M_y = 0$:

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{F \cdot 4}{\pi \cdot b^2} (1 \pm 8 \cdot c). \quad (12)$$

Положение нейтральной оси внецентренно нагруженного сечения определяется отрезком a_y :

$$a_y = -\frac{i_x^2}{y_p}. \quad (13)$$

Тогда для сечения (см. рис. 3, а)

$$a_y^{\text{рис.3, а}} = -\frac{k^2 \cdot b^2}{12 \cdot k \cdot c \cdot b} = -\frac{k \cdot b}{12 \cdot c}. \quad (14)$$

Для других рассматриваемых сечений положение нейтральной оси будет рассчитываться по зависимостям

$$a_y^{\text{рис. 3, б}} = -\frac{b}{12 \cdot c};$$

$$a_y^{\text{рис. 3, в}} = -\frac{b}{12 \cdot c};$$

$$a_y^{\text{рис. 3, г}} = -\frac{b}{16 \cdot c}. \quad (15)$$

Приведем результаты расчетов, выполненных с использованием зависи-

мостей (4)–(14) при значениях, постоянных для всех рассматриваемых форм сечения: $F = 14 \text{ кН} = 14 \cdot 10^3 \text{ Н}$; $b = 40 \text{ мм}$; $e = y_p = 80 \text{ мм}$; $M_x = F \cdot e = 14 \cdot 10^3 \cdot 80 = 1120 \text{ Н} \cdot \text{мм}$.

Приведем подробный расчет для прямоугольного сечения скобы (см. рис. 3, а).

Зададимся высотой этого сечения: $h = 60 \text{ мм}$.

Тогда, в соответствии с (7), $k = h/b = 60/40 = 1,5$; $e = y_p$; $c = e/h = 80/60 = 1,333$; $y = \pm 30 \text{ мм}$; $A = 40 \cdot 60 = 2400 \text{ мм}^2$; $i_x^2 = I_x/A = 40 \cdot 60^3/12 \cdot 2400 = 300 \text{ мм}^2$; $W_x = I_x/|y_{\max}| = 40 \cdot 60^3/12 \cdot 30 = 24 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$.

Нормальные напряжения при осевом нагружении $\sigma_z = F/A = 14 \cdot 10^3/2400 = 5,83 \text{ МПа}$.

Экстремальные нормальные напряжения в исследуемом сечении по формуле (4)

$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_p \cdot y}{i_x^2} \right);$$

$$\sigma_{\max} = 5,83 \left(1 + \frac{80 \cdot 30}{300} \right) = 52,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\min} = 5,83 \left(1 + \frac{80 \cdot (-30)}{300} \right) = -40,8 \text{ МПа}.$$

Эти же нормальные напряжения определим по выражению (9):

$$\begin{aligned} \sigma_{\max/\min} &= \frac{F}{k \cdot b^2} (1 \pm 6 \cdot c) = \\ &= \frac{14 \cdot 10^3}{2400} (1 \pm 6 \cdot 1,333) = 5,83 (1 \pm 7,998); \end{aligned}$$

$$\sigma_{\max} = 5,83 \cdot 8,998 = 52,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\min} = 5,83 \cdot (-6,998) = -40,8 \text{ МПа}.$$

Значение отрезка a_y по формуле (14), определяющего положение нейтральной оси сечения,

$$a_y = -\frac{i_x^2}{y_p};$$

$$a_y^{\text{рис.3,а}} = -\frac{k \cdot b}{12 \cdot c} = \frac{1,5 \cdot 40}{12 \cdot 1,333} = -3,75 \text{ мм}.$$

По аналогии выполняются сравнительные расчеты и для сечений (см. рис. 3, б–г). Приняты следующие исходные данные:

– для сечения на рис. 3, б имеем $b = 60 \text{ мм}$; $h = 40 \text{ мм}$; $k = h/b = 40/60 = 0,67$; $e = y_p$; $c = e/h = 80/40 = 2,0$; $y = \pm 20 \text{ мм}$; $A = 40 \cdot 60 = 2400 \text{ мм}^2$; $\sigma_z = F/A = 14 \cdot 10^3/2400 = 5,83 \text{ МПа}$; $i_x^2 = I_x/A = 60 \cdot 40^3/12 \cdot 2400 = 133,33 \text{ мм}^2$; $W_x = I_x/|y_{\max}| = 60 \cdot 40^3/12 \cdot 20 = 16 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$;

– для сечения на рис. 3, в имеем $b = 40 \text{ мм}$; $h = 40 \text{ мм}$; $k = h/b = 40/40 = 1,0$; $e = y_p$; $c = e/h = 80/40 = 2,0$; $y = \pm 20 \text{ мм}$; $A = 40 \cdot 40 = 1600 \text{ мм}^2$; $\sigma_z = F/A = 14 \cdot 10^3/1600 = 8,75 \text{ МПа}$; $i_x^2 = I_x/A = 40 \cdot 40^3/12 \cdot 1600 = 133,33 \text{ мм}^2$; $W_x = I_x/|y_{\max}| = 60 \cdot 40^3/12 \cdot 20 = 16 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$;

– для сечения на рис. 3, г имеем $d = b = 40 \text{ мм}$; $h = d = 40 \text{ мм}$; $k = h/b = 40/40 = 1,0$; $e = y_p$; $c = e/h = 80/40 = 2,0$; $y = \pm 20 \text{ мм}$; $A = \pi \cdot d^2/4 = 3,14 \cdot 40^2/4 = 1256 \text{ мм}^2$; $\sigma_z = F/A = 14 \cdot 10^3 \cdot 4/1256 = 11,15 \text{ МПа}$; $i_x^2 = I_x/A = \pi \cdot 40^4 \cdot 4/64 \cdot \pi \cdot 40^2 = 100 \text{ мм}^2$; $W_x = I_x/|y_{\max}| = \pi \cdot 40^4/64 \cdot 20 = 6280 \text{ мм}^3$.

Результаты расчетов экстремальных нормальных напряжений $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$, а также положения нейтрального слоя, в зависимости от формы и размеров сечения при $F = 14 \text{ кН}$ и $e = 80 \text{ мм}$, приведены в табл. 1.

Выводы

1. Рассмотрены расчетные схемы бруса, работающего при косом изгибе (консольная балка) и внецентренном растяжении-сжатии (скоба). На примере

наиболее распространенных поперечных сечений показаны подходы к унификации расчетных зависимостей для определения напряжений.

2. Предлагаемая унификация расчетов, за счет упрощения записи формул, позволит оптимизировать расчеты и методику прототипирования моделей, что даст возможность получать модели с такими формой и геометрическими

параметрами, которые позволят достичь качественной визуализации изучаемого вида нагружения.

3. Трехмерные модели консольной балки и скобы, реализованные в среде САПР SolidWorks, предполагается демонстрировать при рассмотрении темы «Сложное сопротивление бруса» на занятиях по дисциплине «Механика материалов».

Табл. 1. Результаты расчетов скобы с разной формой поперечного сечения

Вид сечения на рис. 3	b , мм	h , мм	$c = e/h$	$k = h/b$	σ_0 , МПа	a_y , мм	$\sigma_{\max}$, МПа	$\sigma_{\min}$, МПа
<i>a</i>	40	60	1,333	1,5	5,83	-3,75	52,5	-40,8
<i>б</i>	60	40	2,0	0,67	5,83	-2,50	75,8	-64,1
<i>в</i>	40	40	2,0	1,0	8,75	-2,50	113,75	-96,25
<i>г</i>	40	40	2,0	1,0	11,15	-1,25	189,6	-167,3

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузменко, И. М. Механика материалов : учеб. пособие : в 2 ч. / И. М. Кузменко. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2020. – Ч. 1. – 289 с.: ил.
2. Кузменко, И. М. Механика материалов : учеб. пособие : в 2 ч. / И. М. Кузменко. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2020. – Ч. 2. – 281 с.: ил.
3. Визуализация особенностей деформирования внецентренно нагружаемых 3D-моделей стержня / И. М. Кузменко, И. Д. Бочкарев, М. О. Кузменко, Е. П. Самойлов // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2025. – № 4 (81). – С. 5–13.
4. Прототипирование 3D-моделей образцов из материалов аддитивного синтеза / И. Д. Бочкарев, М. О. Кузменко, Е. П. Самойлов, И. М. Кузменко // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2024. – С. 60–61.
5. Численный анализ напряженного состояния деталей, ослабленных пазами / И. Д. Бочкарев, М. О. Кузменко, Е. П. Самойлов, И. М. Кузменко // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2025. – С. 83–84.

Статья сдана в редакцию 3 июня 2026 года

Контакты:

kuzmenko_im43@mail.ru (Кузменко Игорь Михайлович);
michael04kous@gmail.com (Кузменко Михаил Олегович).

I. M. KUZMENKO, M. O. KUZMENKO

**UNIFICATION OF CALCULATED DEPENDENCIES TO SIMPLIFY
THE PROTOTYPING OF COMPLEX RESISTANCE MODELS FOR A BEAM**

Abstract

This paper presents calculated dependencies that simplify the development of complex resistance models for beams (oblique bending and eccentric loading) during prototyping and the selection of optimal cross-sectional geometric parameters.

Keywords:

timber, complex resistance, oblique bending, eccentric loading, model prototyping, visualization, 3D-model, cross-section, deformations, normal stresses, stress diagrams, neutral axis.

For citation:

Kuzmenko, I. M. Unification of calculated dependencies to simplify the prototyping of complex resistance models for a beam / I. M. Kuzmenko, M. O. Kuzmenko // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2026. – № 3 (92). – P. 22–30.