УДК 624.072.21.7

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА РАСЧЕТА ФУНДАМЕНТНЫХ ПЛИТ НА
НЕОДНОРОДНЫХ ОСНОВАНИЯХ
С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ УПРУГОСТИ

О. В. КОЗУНОВА

Открытое акционерное общество
«ГОМЕЛЬСКИЙ ДОМОСТРОИТЕЛЬНЫЙ КОМБИНАТ»
Гомель, Беларусь

В настоящей работе уточняются научные результаты исследований фундаментных (балочных) плит, свободно опирающихся на неоднородное упругое основание с учетом его физической нелинейности.

Расчетная модель упругого основания представляется в виде многослойного пакета, возможно со слабыми полостями (биогенными включениями). Для каждого слоя грунта используется модель упругого слоя (УС) конечной толщины с переменными параметрами упругости: модулем упругости и коэффициентом Пуассона. Закон нелинейно-упругого деформирования основания аппроксимируется функцией гиперболического тангенса, ранее исследованной на сходимость в работах автора.

В проводимых исследованиях решаются задачи *нелинейной теории упругости* (плоская деформация): линейно упругая фундаментная (балочная) плита на нелинейно-упругом неоднородном основании, ослабленном биогенными включениями. В результате нелинейных расчетов определяется осадка фундаментной (балочной) плиты, распределение реактивных давлений в контактной зоне плиты с основанием и внутренние усилия в сечениях плиты.

Для решения контактной задачи «фундаментная (балочная) плита – неоднородное основание» предлагается модификация *вариационного способа* статического расчета: в нелинейной постановке, с использованием метода сеток, которая называется *вариационно-разностным подходом* (ВРП). В силу нелинейности, рассматриваемая задача решается методом упругих решений в форме переменных параметров упругости через итерационный алгоритм. Численная реализация ВРП осуществляется методом конечных разностей (МКР) в программном пакете MATHEMATICA 8.0.

Постановка контактной задачи. Рассматривается фундаментная (балочная) плита шириной $2l$ на упругом физически нелинейном неоднородном основании под действием симметричной нагрузки. При контакте фундаментной (балочной) плиты с упругим основанием возникают только нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем. Для плиты справедливы гипотезы теории изгиба.

Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям: Δx , Δy . За *неизвестные* принимаются: $u_i(x)$,

$v_i(y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием. *Граничные условия задачи:* на границах принятой расчетной области перемещения $u = 0, v = 0$; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

При каждой итерации модуль упругости и коэффициент Пуассона центра j -той сеточной ячейки изменяется по следующим соотношениям:

$$E_i^{(n)} = \operatorname{tg} \beta_i = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = \frac{E_{0i}}{\operatorname{ch}^2 \left(\frac{E_{0i}}{\sigma_{ui}} \varepsilon_i^{(n-1)} \right)}, \quad (1)$$

$$\nu_i^{(n)} = \left(0.5 - \frac{1 - 2 \cdot \nu_{0k}}{3E_{0k}} \cdot \frac{\sigma_i^{(k)}}{\varepsilon_i^{(k)}} \right) \cdot \left(1 + \frac{1 - 2 \cdot \nu_{0k}}{3E_{0k}} \cdot \frac{\sigma_i^{(k)}}{\varepsilon_i^{(k)}} \right)^{-1}. \quad (2)$$

Согласно вариационному принципу Лагранжа, при нагружении плиты на упругом основании статической нагрузкой, ее полная потенциальная энергия в состоянии равновесия принимает минимальное значение. Величина функционала полной потенциальной энергии плиты на упругом основании состоит из трех слагаемых: функционал энергии деформаций упругого основания; функционал энергии деформаций плиты и потенциал работы внешней нагрузки; и определяется формулой $\mathcal{E} = U_f + \Omega_b + \Pi$.

Решение контактной задачи строится в перемещениях и реализуется численно методом конечных разностей (МКР), то есть заменой дифференциальных уравнений линейными конечно-разностными аппроксимациями. Энергия деформаций упругого основания получается суммированием по объему основания энергий деформаций прямоугольных участков для каждой ячейки МКР. Энергия изгиба балочной плиты в контактной зоне с основанием и потенциал работы внешних сил записывается также в конечно-разностном виде.

Сравнение результатов. Результаты нелинейных расчетов свидетельствуют о том, что на скорость сходимости итерационного процесса влияет правильный выбор функции в законе нелинейно-упругого деформирования: функция гиперболический тангенс асимптотична, хорошо вписывается в диаграмму упругопластического тела, поэтому итерационный алгоритм сходится уже на 3-ей итерации.

Хотелось бы отметить, что учет переменного коэффициента Пуассона уточняет прогибы плиты в сторону их уменьшения на 9,08 %, что согласуется с заданной точностью вычислений (до 10 %). В то же время, значения внутренних усилий в фундаментной (балочной) плите, рассчитанные с учетом изменения коэффициента Пуассона, почти полностью между собой совпадают ($\delta \approx 1$ %).