

Д. В. ПОНКРАТОВ¹

А. Б. СОТСКИЙ¹, *д-р физ.-мат. наук, проф.*

Л. И. СОТСКАЯ², *канд. физ.-мат. наук, доц.*

¹Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова (Могилев, Беларусь)

²Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

ИЗГИБНЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ МОД ОТКРЫТЫХ ВОЛНОВОДОВ КОАКСИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация. Разработан метод расчета изгибных потерь энергии мод планарных диэлектрических волноводов коаксиальной геометрии. Сформулированы дисперсионные уравнения для мод *s*- и *p*-поляризации на участке изгиба волновода. Установлено, что потери *s*-поляризованной моды на изгибе коаксиального волновода в 28 раз ниже, чем у однослойного волновода. В частности, на рабочей частоте 0.3 ТГц коаксиальный волновод обеспечивает приемлемые изгибные потери энергии при радиусе его изгиба 20 мм, что для стандартных однослойных волноводов недостижимо.

Ключевые слова: коаксиальный диэлектрический волновод, терагерцовое излучение, дисперсионное уравнение, изгибные потери энергии, неразрушающий контроль.

Введение. Электромагнитное излучение терагерцового диапазона частот (0,1–10 ТГц) находит применение при обнаружении расслоений в полимерных и композитных изделиях, измерении толщины покрытий, эндоскопической диагностики труднодоступных полостей [1, 2]. Одним из ключевых элементов

аппаратуры такого контроля являются гибкие волноводные тракты, обеспечивающие малые потери энергии сигнала при радиусах изгиба порядка нескольких десятков миллиметров. Для стандартных полых и сплошных диэлектрических волноводов данное требование практически не выполнимо вследствие резкого роста излучательных потерь энергии мод при уменьшении радиусов их изгиба.

Более перспективными в этом отношении являются коаксиальные диэлектрические волноводы [3–5], которые сохраняют работоспособность при меньших радиусах изгиба r_0 , чем у полых трубчатых ($r_0 \geq 100\text{--}150$ мм [6]) и пористых политетрафторэтиленовых волноводов ($r_0 \geq 210$ мм [7]). Минимальный радиус изгиба, достигнутый экспериментально в 2025 г., составляет $r_0 = 16$ мм при потерях 0,27 дБ/см [8]. Вместе с тем теория изгибов коаксиальных диэлектрических волноводов до настоящего времени не разработана. Такая теория позволит обоснованно выбирать параметры волновода при проектировании гибких *ТГц*-трактов. Потребность в ней имеется и со стороны разработки волноводных сенсоров движения в робототехнике [9].

Настоящая работа направлена на устранение указанного пробела. Здесь на основе метода степенного ряда для решения волнового уравнения и метода контурного интегрирования для вычисления функций Ханкеля больших комплексных порядков [10] разработана техника расчета комплексной постоянной распространения β основной моды изогнутого коаксиального волновода планарной геометрии. В исследовании использован известный факт подобия волноводных эффектов в трехмерных и планарных диэлектрических структурах [11], позволяющий строить аналитическую теорию изгиба открытого волновода в рамках планарной геометрии (рис. 1).

Разделение переменных на участке изгиба волновода

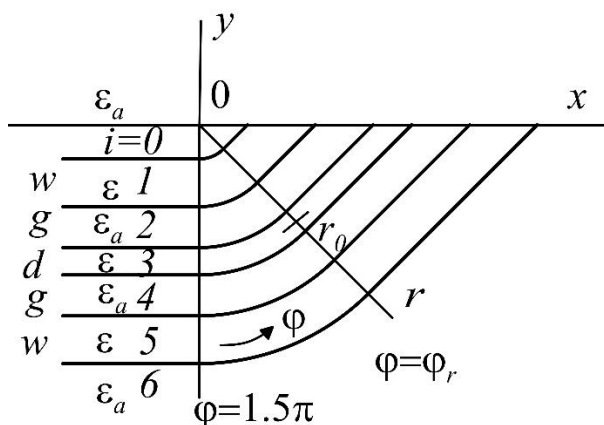


Рис.1 Схема изогнутого планарного коаксиального волновода.

Изгиб коаксиального планарного волновода моделируется сектором $1,5\pi < \varphi < \varphi_r$, где r , φ — полярные координаты, а координата $r = r_0$ отождествляется с радиусом изгиба оси волновода. Электромагнитное поле не зависит от продольной координаты z , вследствие чего уравнения Максвелла расщепляются на независимые подсистемы для волн s - и p -поляризации.

Подробно рассмотрим волны р-поляризации (анализ волн s-поляризации аналогичен). Данные волны описываются уравнением

$$\Delta H_z - \frac{\nabla \varepsilon \cdot \nabla H_z}{\varepsilon} + k_0^2 \varepsilon H_z = 0, \quad (1)$$

где H_z – компонента магнитного поля, ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \omega / c = 2\pi / \lambda$ – волновое число вакуума. Подстановка $H_z = R(r)\Phi(\varphi)$, где r и φ – полярные координаты, приводит к уравнению для радиальной функции

$$\varepsilon \nabla_r \frac{1}{\varepsilon} \nabla_r R + \frac{1}{r} \nabla_r R + (k_0^2 \varepsilon - \frac{v^2}{r^2}) R = 0, \quad (2)$$

где v – константа разделения переменных. Полагая $v = \beta r_0$, решение угловой части можно записать в виде бегущей вдоль изгиба волны

$$\Phi = A \exp(-i\beta l), \quad (3)$$

где A – амплитуда падающей моды, $l = r_0 \Delta \varphi$ – длина пути вдоль оси изогнутого участка. Постоянная β имеет смысл (комплексной, ввиду излучательных потерь) постоянной распространения моды изогнутого волновода: мнимая часть β определяет изгибные потери энергии.

Коаксиальный планарный волновод представлен семью однородными слоями. В пределах каждого слоя уравнение (2) сводится к уравнению Бесселя

$$\nabla_r^2 R + \frac{1}{r} \nabla_r R + (k_0^2 \varepsilon - \frac{v^2}{r^2}) R = 0, \quad (4)$$

решение которого строится численно с «сшивкой» на границах слоев по условиям непрерывности функций $R(r)$ и $\nabla_r R(r) / \varepsilon(r)$. В открытых (крайних) слоях решения выражаются через функцию Бесселя J_v и функцию Ханкеля второго рода $H_v^{(2)}$ комплексного порядка v , что обеспечивает конечность поля в центре структуры и излучение моды на бесконечности.

Дисперсионное уравнение и метод его решения. Условия «сшивки» решений на границе последнего слоя приводят к дисперсионному уравнению относительно спектрального параметра v

$$\frac{\nabla_r R(r_6)}{R(r_6)} = k_0 \sqrt{\varepsilon_a} \frac{H_v^{(2)'}(k_0 \sqrt{\varepsilon_a} r_6)}{H_v^{(2)}(k_0 \sqrt{\varepsilon_a} r_6)}. \quad (5)$$

Для интегрирования уравнения Бесселя (4) в пределах слоев использован предложенный ранее в [10] одношаговый метод степенного ряда четвертого порядка точности:

$$R(r + \Delta r) = \sum_{k=0}^5 \frac{\nabla_r^k R(r) \Delta r^k}{k!}. \quad (6)$$

Отдельную проблему представляет вычисление отношений цилиндрических функций больших комплексных порядков, поскольку при технически приемлемых радиусах изгиба модуль параметра $v = \beta r_0$ может достигать нескольких сотен. Отношение функций Бесселя вычисляется с помощью аппарата цепных дробей, а отношения функций Ханкеля - по алгоритму, использующему контурное интегрирование в формуле Пуассона [12].

$$\frac{H_v^{(2)'}(z)}{H_v^{(2)}(z)} = \frac{\int_0^\infty d\tau \left(\frac{v}{z} - i - \tau\right) \exp(-z\tau) \tau^{v-0.5} (1 - 0.5i\tau)^{v-0.5}}{\int_0^\infty d\tau \exp(-z\tau) \tau^{v-0.5} (1 - 0.5i\tau)^{v-0.5}}. \quad (7)$$

В нем исходный контур интегрирования (положительная вещественная полуось) деформируется в контур, проходящий через седловую точку, что устраняет быстрые осцилляции и обеспечивает устойчивый счёт при больших $|v|$.

Результаты расчетов и обсуждение. Разработанный метод реализован программно и применен к расчету изгибных характеристик планарных волноводов на основе полипропилена ($\epsilon = 2.247 - i0.0036$, терагерцовый диапазон частот), окруженного воздухом, с параметрами $d/\lambda = 0.1$, $g/\lambda = 0.5$, $w/\lambda = 0.25$ для коаксиальных (coaxial) волноводов, $w/\lambda = 0$ для обычных (ordinary) волноводов. По мере уменьшения r_0/λ распределение интенсивности основной моды претерпевает сдвиг от центра изгиба (рис. 2, 3).

Табл. 1. Изгибные потери энергии основной моды s -поляризации при разных нормированных радиусах изгиба r_0/λ

r_0 / λ	Типы волн			
	s -поляризация		p -поляризация	
	$ Im(\beta) $			
	ordinary	coaxial	ordinary	coaxial
∞	$3.3E-4$	$4.8E-4$	$4.4E-5$	-
80	$3.3E-4$	$5.8E-4$	$1.7E-3$	-
60	$3.3E-4$	$7.9E-4$	$3.0E-3$	-
40	$3.5E-4$	$1.3E-3$	$5.6E-3$	-
20	$7.6E-2$	$2.7E-3$	$1.4E-2$	-

Для s -поляризованной моды однослойного волновода наблюдается резкая изгибная отсечка: при $r_0/\lambda = 20$ $|Im(\beta)| = 7,6 \times 10^{-2}$, что в 230 раз превышает соответствующее значение при $r_0/\lambda \geq 40$. Для s -поляризованной моды коаксиального волновода при том же $r_0/\lambda = 20$ получено $|Im(\beta)| = 2,7 \times 10^{-3}$, что в 28 раз меньше (табл. 1, рис. 2); мода p -поляризации в коаксиальном волноводе исчезает. При рабочей частоте $f = 0,3$ ТГц ($\lambda \approx 1$ мм) $r_0/\lambda = 20$ соответствует $r \approx 20$ мм. Значения $Im(\beta)$ из табл. 1 непосредственно применимы при проектировании: по ним определяется минимально допустимый радиус изгиба

тракта при заданном уровне дополнительных потерь и рабочей частоте. Отсутствие p -поляризованной моды исключает межполяризационные переходные помехи, что особенно существенно в задачах ТГц-спектроскопии и томографии материалов с поляризационно-зависимым откликом.

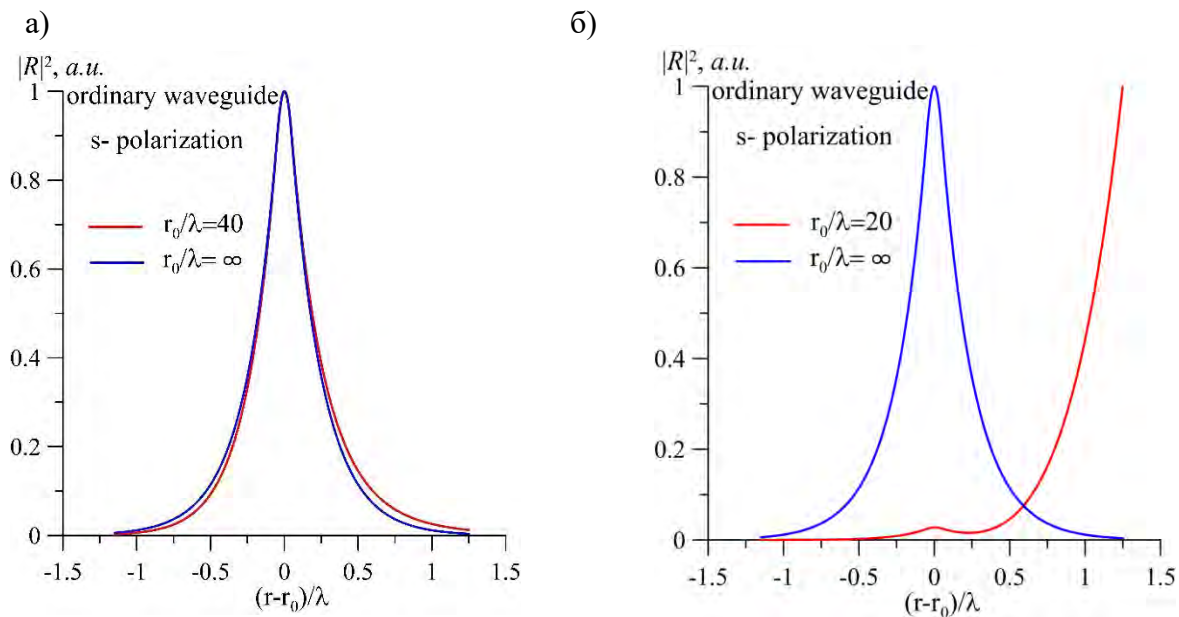


Рис. 2. Распределение интенсивности основной моды s-поляризации обычного планарного волновода при $r_0/\lambda = 40$ (слева) и при $r_0/\lambda = 20$ (справа).

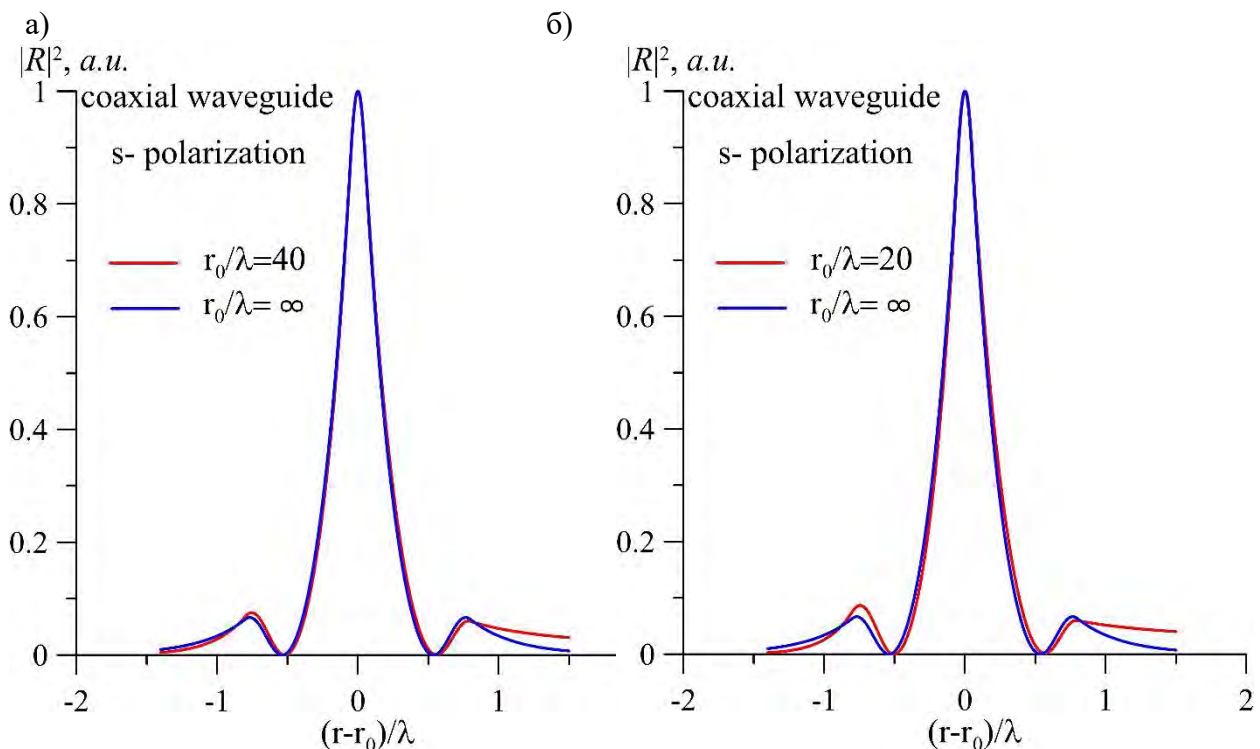


Рис. 3. Распределение интенсивности основной моды s-поляризации коаксиального волновода при $r_0/\lambda = 40$ (слева) и $r_0/\lambda = 20$ (справа).

Закключение. Разработан метод расчета изгибных потерь энергии мод открытого планарного волновода коаксиальной геометрии, основанный на разделении переменных. Численные исследования показали существенное

преимущество коаксиальной конфигурации по сравнению с однослойной: значительное снижение изгибных потерь и однополяризационный режим работы. Результаты обосновывают применение коаксиальных планарных диэлектрических волноводов в гибких *ТГц*-трактах систем неразрушающего контроля и диагностики в условиях ограниченного доступа к объекту.

Работа выполнена в рамках ГПНИ Республики Беларусь «5.1. Фотоника и лазерно-оптические технологии».

Список литературы

1. Tonouchi, M. Cutting-edge terahertz technology / M. Tonouchi // *Nature Photonics*. – 2007. – Vol. 1. – P. 97–105.
2. Terahertz dielectric waveguides / S. Atakaramians, S. Afshar, T. M. Monro, D. Abbott // *Advances in Optics and Photonics*. – 2013. – № 5. – P. 169–215.
3. Eight-capillary cladding THz waveguide with low propagation losses and dispersion / M. M. Nazarov, A. V. Shilov, K. F. Bzheumikhov [et al.] // *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. – 2018. – Vol. 8, Issue 2. – P. 183–191.
4. Сотский, а. В. Коаксиальный диэлектрический волновод для ТГц диапазона / А. Б. Сотский, А. В. Шилов, С. С. Михеев, М. М. Назаров // Проблемы взаимодействия излучения с веществом : материалы V Междунар. науч. конф., посвящённой 90-летию со дня рождения Б. В. Бокутя, Гомель, 14–16 ноября 2018 г. : в 2 ч. / ГГУ имени Ф. Скорины ; редкол.: С. А. Хахомов (гл. ред.) [и др.]. — Гомель, 2018. – Ч. 2. – С. 212–217.
5. Понкратов, А. В. Пропускание коаксиального диэлектрического волновода / Д. В. Понкратов, А. В. Шилов, А. Б. Сотский, М. М. Назаров // Технологии передачи и обработки информации: материалы конференции. – Минск, 2024. – С. 20–22.
6. Flexible terahertz fiber optics with low bend-induced losses / T. Ito [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2007. – Vol. 24. – P. 1230–1235.
7. Low-loss polytetrafluoroethylene hexagonal porous fiber for terahertz pulse transmission / Y. S. Lee, H. Choi, B. Kim [et al.] // *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* – 2021. – Vol. 69. – P. 4623–4630.
8. THz-fiber waveguide composed of a biocompatible Vaseline core and Teflon holey cladding enabling a centimeter bending radius / Y. S. Lee, I. Maeng, M. Lee [et al.] // *Photonics Research*. – 2025. – Vol. 13, № 8. – P. 2306–2315.
9. Photonic Crystal fiber with two air-channel rings: fabricating and assessment to sense bending loss / V.P. Minkovich, A. V. Kir'yanov, M. S. Sicacha, S. Calixto // *J. Lightwave Technol.* – 2025. – Vol. 43, №12. – P.5850 – 5855.
10. Сотская, Л. И. Вычисление цилиндрических функций больших порядков в теории изгибов открытых волноводов / Л. И. Сотская, М. А. Матков, Д. Е. Прочуханов // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Международной научно-технической конференции, Могилев, 23–24 апреля 2026 г. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Бел.-Рос. ун-т ; редкол.: М. Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев, 2026. – С. 341–342.
11. Маркузе, Д. Оптические волноводы / Д. Маркузе. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
12. Никифоров, А. Ф. Специальные функции математической физики: Учебное пособие / А. Ф. Никифоров, В. Б. Уваров. – 3-е изд. – Долгопрудный: «ИНТЕЛЛЕКТ», 2007. – 344с.

Контакты:

d.v.ponkratov@yandex.by (Понкратов Дмитрий Васильевич);

ab_sotsky@mail.ru (Сотский Александр Борисович);

li_sotskaya@tut.by (Сотская Людмила Ивановна).