

И.У. ПРИМАК, канд. физ.-мат. наук, доц.

Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ПРИЗМЕННЫХ ВОЛНОВОДНЫХ ДАТЧИКОВ АДСОРБЦИОННОГО ТИПА В УСЛОВИЯХ, БЛИЗКИХ К КРИТИЧЕСКИМ

Аннотация

Выполнен анализ чувствительности призмных волноводных датчиков адсорбционного типа вблизи критических условий. Получено решение задачи о максимизации чувствительности данных устройств за счет выбора параметров волноведущей структуры и возбуждающего пучка.

Ключевые слова: адсорбционный слой, призмный волноводный датчик, чувствительность датчика, волноводная мода, критические условия.

В работе исследуется чувствительность призмных волноводных датчиков, поддерживающих моды в условиях, близких к критическим, то есть при толщинах волноводов, близких к толщине отсечки моды, и углах падения возбуждающего пучка, близких к критическому углу. Интерес к этим устройствам обусловлен особенностями распределения поля и распространения моды в их волноведущей структуре. В них поле моды значительно глубже проникает в исследуемую среду и вследствие меньшего затухания имеет большую длину распространения по сравнению с модами, далёкими от условия отсечки [1,2]. Это позволяет достигать высокой чувствительности к образованию адсорбционного слоя (адслоя) на поверхности волноведущей структуры, что особенно важно для соответствующих сенсоров и биосенсоров [3]. В [1] ранее анализировалась чувствительность призмных волноводных датчиков вблизи критических условий. Однако полученные там результаты в большей степени применимы к датчикам, регистрирующим изменение коэффициента поглощения (абсорбционным) или показателя преломления (рефрактометрическим) исследуемой среды. В то же время существует необходимость провести аналогичный анализ для адсорбционных датчиков, регистрирующих образование адслоя [3], что и является целью данной работы.

Рассматривается схема призмного датчика, представленная на рис. 1. Здесь призма, буферный слой, волновод и исследуемая среда имеют комплексные диэлектрические проницаемости соответственно

$$\varepsilon_p = \varepsilon'_p, \varepsilon_g = \varepsilon'_g + i\varepsilon''_g, \varepsilon_w = \varepsilon'_w + i\varepsilon''_w \text{ и } \varepsilon_c = \varepsilon'_c + i\varepsilon''_c.$$

Для реализации критических условий, с практической точки зрения, предполагается, что $\varepsilon'_g < \varepsilon'_c$. Этого можно достигнуть за счет использования металлического буферного слоя [1].

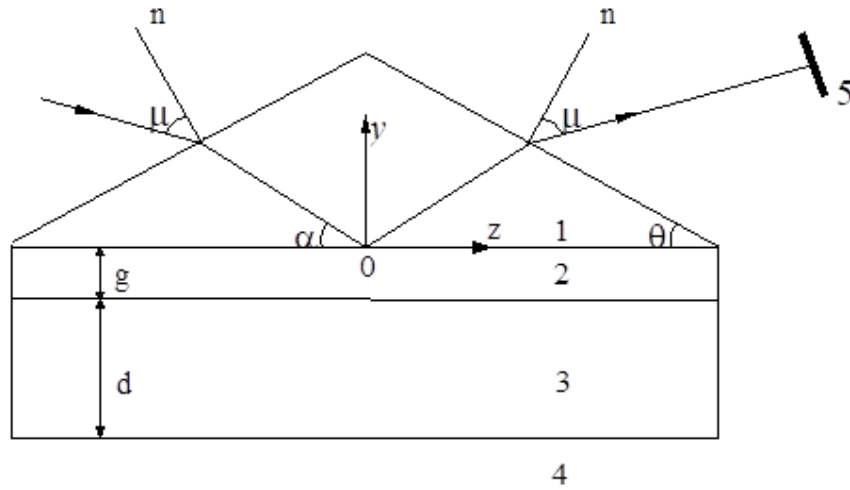


Рис. 1. Схема призмного волноводного датчика: 1–призма, 2–буферный слой, 3–диэлектрический волновод, 4–исследуемая среда, 5– фоторегистрирующее устройство

Полагаем, что волноводная мода возбуждается когерентным световым пучком. Пусть поле возбуждающего пучка на основании призмы распределено по закону $\psi = \psi_0(xw_0^{-1}, zw^{-1}) \exp(-i\beta_0 z)$, где величина ψ имеет смысл электрического поля E_x для волн ТЕ- поляризации и магнитного поля H_x для волн ТМ- поляризации, w_0 – радиус пучка в окружающей призму среде, $w = w_0 N$, N – коэффициент учитывающий преломление пучка на боковой грани призмы, $\beta_0 = k_0 \sqrt{\epsilon_p} \cos \alpha$, α – угол между осью пучка и основанием призмы (рис.1), $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ – волновое число вакуума. Энергетический коэффициент отражения пучка от призмы выражается через коэффициент отражения плоской волны $R(k_x, \beta)$ и фурье-образ поля падающего пучка $a(k_x, \beta)$ посредством соотношения

$$R^{(e)} = C_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x d\beta |Ra|^2 \sqrt{k_0^2 \epsilon_p - \beta^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x d\beta |a|^2 \sqrt{k_0^2 \epsilon_p - \beta^2} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где C_0 – коэффициент, учитывающий отражение пучка от боковых граней призмы,

$$a = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi d\zeta \psi_0(\xi, \zeta) \exp[ik_x \xi w_0 + i(\beta - \beta_0)\zeta w], \quad \xi = xw_0^{-1}, \quad \zeta = zw^{-1}.$$

Рассмотрим приближенное для коэффициента отражения R выражение [1]

$$R = (1 - \delta)(1 + \delta)^{-1} - 4\delta \Delta \bar{v}_c [(1 - \delta^2)(9 - \bar{v}_c)]^{-1}, \quad (2)$$

где

$$\delta = \frac{v_g}{v_p} \left(\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_g} \right)^T, \quad \Delta \bar{v}_c = \bar{v}_c - v_c = i v_g \left(\frac{1-\delta}{1+\delta} \right) \frac{\exp(-2i v_g g) A_0(-g+0)}{v_c \int_{-\infty}^{\infty} A_0 dy}, \quad (3)$$

$$\mathfrak{Y}(k_x, \beta) = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_c - k_x^2 - \beta^2} \quad (\mathfrak{Y}' \geq 0),$$

$\bar{v}_c$ – поперечная постоянная распространения в исследуемой среде вытекающей моды волноведущей структуры нагруженной призмой, $T=0$ для волн ТЕ поляризации, $T=1$ для волн ТМ поляризации,

$$v_{p,g} = \sqrt{k_0^2 (\varepsilon_{p,g} - \varepsilon_c) + v_c^2} \quad (v_g < 0), \quad A_0(y) = Y^2(y) \varepsilon^{-T},$$

v_c и $Y(y)$ – собственное значение и собственная функция спектральной задачи

$$\varepsilon^T \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon^{-T} \frac{\partial}{\partial y} Y \right] + [k_0^2 (\varepsilon - \varepsilon_c) + v_c^2] Y = 0. \quad (4)$$

Здесь комплексная функция $\varepsilon = \varepsilon(y)$ описывает диэлектрическую проницаемость волноведущей структуры без призмы и принимает значения: ε_g при $y > -g$, ε_w при $-g-d < y < -g$ и ε_c при $y < -g-d$.

Заметим, что, применяя метод возмущений к уравнению (4), можно получить важное для дальнейшего рассмотрения соотношение

$$v_c = v_{c0} - \left[k_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} (\varepsilon_c'' A_1 - \varepsilon'' A_2) dy \right] \left(2i v_{c0} \int_{-\infty}^{\infty} A_1 dy \right)^{-1}, \quad (5)$$

где $A_1 = Y_0^2 \varepsilon'$, $A_2 = \varepsilon'^{-1} (A_1 [\varepsilon_c' - (v_{c0} k_0^{-1})^2] + (k_0^2 \varepsilon')^{-1} [\nabla_y Y_0]^2)$, v_{c0} и $Y_0(y)$ есть собственное значение и собственная функция задачи (3), взятой при $\varepsilon_g'' = 0$, $\varepsilon_w'' = 0$, $\varepsilon_c'' = 0$.

Чтобы применить полученные результаты к анализу чувствительности рассматриваемых датчиков учтем, что в этих устройствах регистрируется приращение коэффициента отражения $\Delta R^{(e)}$, обусловленное образованием на поверхности волновода 3 адслоя с толщиной d_f , которое определяет

$$\Delta R^{(e)} = R^{(e)}(d_f) - R^{(e)}(0). \quad (6)$$

При этом, чувствительность S определяется как производная

$$S = \partial R^{(e)} / \partial p, \quad (7)$$

где p – параметр, характеризующий воздействие вызвавшее образование на поверхности волновода адслоя и изменение его толщины (например, это концентрация примеси в среде).

В общем случае с помощью выражений (1), (7), (2) и (5) можем получить выражение для чувствительности с точностью до величин порядка $(\Delta k_x / k_0)^4$, $(\Delta \beta / k_0)^4$ с учетом проведенных ранее исследований :

$$S = C_0 K |\bar{L}| F, \quad (8)$$

где

$$K = (\partial d_f / \partial \bar{p}) [(\nu'_c - \mathfrak{G}'_0)]^{-1},$$

$$\bar{L} = -k_0^2 (\varepsilon_f - \varepsilon_c) A_0 (-d - g - 0) [(h^2 / \varepsilon_f) - (\nu_c^2 / \varepsilon_c)]^T \left[2\nu_c \int_{-\infty}^{\infty} A_0 dy \right]^{-1},$$

$$F = \frac{4u_1(1+u_1)}{(1+u_2^2)^2} \{ \bar{H}_1^2 G_0 - 2u_2(1+u_1) \}, \bar{H}_1 = \frac{\beta_0}{wp_1 |\mathfrak{G}_0|}, \quad (9)$$

$$\mathfrak{G}_0 = \mathfrak{G}(0, \beta_0), u_1 = p_1^{-1} \text{Re}[2\delta \Delta \bar{\nu}_c (1 - \delta)^{-2}], u_2 = p_1^{-1} (\mathfrak{G}_0'' - \bar{\nu}_c''), \quad (10)$$

$$G_0 = -P (1 + u_2^2)^{-1} \text{Im} \left\{ 4iu_1 u_2 \left[1 + (\mathfrak{G}_0^* |\mathfrak{G}_0|^{-1})^2 \right] + (\mathfrak{G}_0^* |\mathfrak{G}_0|^{-1})^2 \times \right.$$

$$\left. \times (1 + u_2^2)^{-1} \left[(3u_2^4 + 3 - 18u_2^2 + 4u_1 - 20u_1 u_2^2) + 12iu_2 (1 + u_1) (1 - u_2^2) \right] \right\},$$

$$P = \int \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial \Psi_0}{\partial \zeta} \right|^2 d\xi d\zeta \left(\int \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_0|^2 d\xi d\zeta \right)^{-1}.$$

Рассмотрим задачу поиска максимумов функции $|S(w, \alpha, g, d)|$ при заданных диэлектрических проницаемостях ε_p , ε_g , ε_w и ε_c . Максимизация чувствительности датчика в этом случае сводится к поиску максимумов функции $|F(\bar{H}_1, u_1, u_2)|$, которые достигаются при следующих оптимальных значениях

$$\bar{H}_{1opt} = 0, u_{1opt} = -1/3, u_{2opt}^{(l)} = l / \sqrt{3}, F_{opt} = \pm 2/3 \sqrt{1/3}, l = \text{sign}(F_{opt}). \quad (11)$$

Из (11) следует, что величина $\mathfrak{G}_0''$ принимает два значения: $\mathfrak{G}_0'' = \mathfrak{G}_{0opt}^{(-1)}$, и $\mathfrak{G}_0'' = \mathfrak{G}_{0opt}^{(1)}$, где

$$\mathfrak{G}_{0opt}^{(l)} = \nu_c'' + \frac{\nu_c'}{1 + u_{1opt}} (u_{2opt}^{(l)} + u_{1opt} q), q = \text{Im} [0.5\delta^{-1} (1 + \delta^2)]. \quad (12)$$

Это означает существование двух оптимальных значений для угла падения α

или двух оптимальных значений параметра $\beta_0 = \beta_{0opt}^{(l)} (l = \pm 1)$. Однако определение оптимальных значений угла предполагает задание толщины d так как $v'_c = v'_c(d)$, $v''_c = v''_c(d)$. Поэтому предварительно при решении уравнения

$$\partial(K|\bar{L}|)/\partial d = 0 \quad (13)$$

находятся оптимальные значения толщины волновода $d = d_{opt}^{(l)} (l = \pm 1)$.

После определения значений $d_{opt}^{(l)}$ и $\vartheta_{0opt}^{(l)}$, оптимальное значение толщины буферного слоя $g_{opt}^{(l)}$ находится с помощью выражения, получаемого из (3), (10) и (11):

$$g_{opt}^{(l)} = 0.5 |v_g|^{-1} \ln \left| \frac{0.5(1 - \delta^2) v_c u_{1opt}^{(l)} (v'_c - 0.5 k_0^2 \varepsilon_c'' (\vartheta_{0opt}^{(l)})^{-1}) \int_{-\infty}^{\infty} A_0 dy}{v_g \delta (1 + u_{1opt}^{(l)}) A_0 (-g + 0)} \right|. \quad (14)$$

В работе выполнены расчеты зависимости чувствительности конкретного датчика от толщины волновода. Результаты этих расчетов для $\varepsilon_f = 2.03$ (усредненное для ряда протеинов значение), $\varepsilon_c = 1.774224 - i3.73 \cdot 10^{-8}$, $\varepsilon_w = 2.295225 - i3.03 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_g = -18 - i0.47004$ и $\varepsilon_p = 3.055154$, $m=1$ (здесь m —номер моды), $T=0$ представлены на рисунке 2а,б.

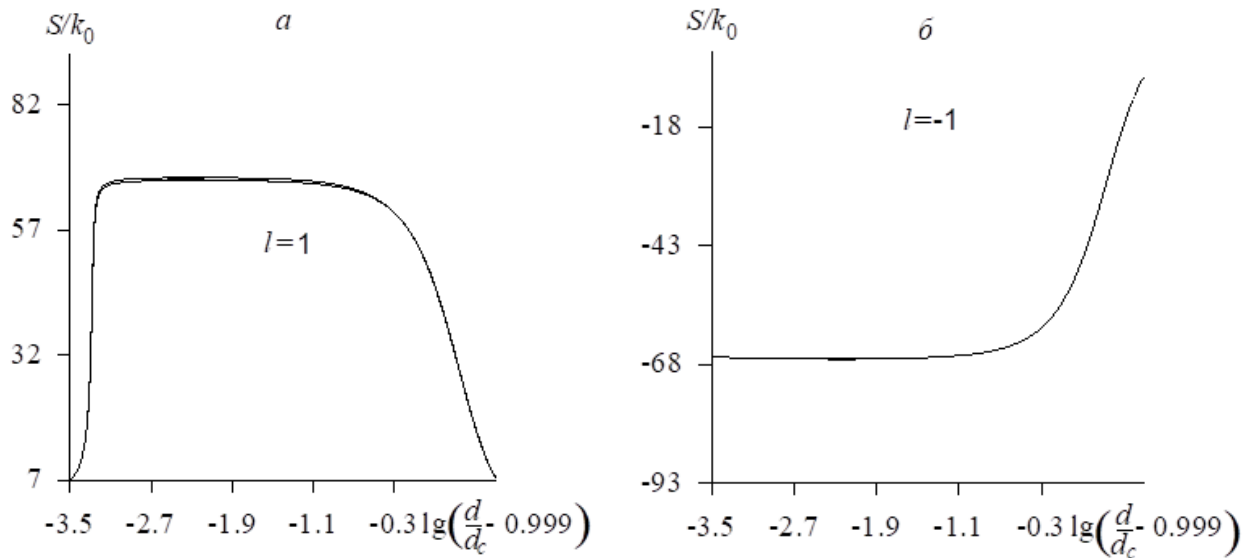


Рис. 2. Зависимости чувствительности датчика от толщины волновода

Из представленных результатов следует, что максимальные значения $|S/k_0| = 58.3$ ($l=1$) и $|S/k_0| = 67.34$ ($l=-1$) достигаются соответственно при

$d_{opt}^{(1)} = d_{opt}^{(-1)} = 6.34k_0^{-1}$ (толщина отсечки моды $d_c = 6.308k_0^{-1}$), $g_{opt}^{(1)} = 0.564k_0^{-1}$, $g_{opt}^{(-1)} = 0.562k_0^{-1}$, $\beta_{0opt}^{(1)} = 1.33214k_0$, $\beta_{0opt}^{(-1)} = 1.332106k_0$.

Выбор оптимальной поляризации возбуждающего пучка связан с максимизацией произведения величин K и $|\bar{L}|$. Для этого рассмотрим отношение $(K|\bar{L}|)_{|T=0} [(K|\bar{L}|)_{|T=1}]^{-1}$, из анализа которого следует, что при $d \rightarrow d_c$ и выполнении условия

$$\left| \int_{-d-g}^{-g} (\varepsilon_c'' A_1 - \varepsilon_w'' A_2) dy \right| \ll \left| \varepsilon_g'' \int_{-g}^{\infty} A_2 dy \right|$$

имеет место соотношение $(K|\bar{L}|)_{|T=0} [(K|\bar{L}|)_{|T=1}]^{-1} \approx K|_{T=0} [K|_{T=1}]^{-1}$, где отношение $K|_{T=0} [K|_{T=1}]^{-1}$ определяется выражением

$$K|_{T=0} (K|_{T=1})^{-1} = \varepsilon_c' (2\varepsilon_c' - \varepsilon_g') (\varepsilon_c' (\varepsilon_w' + \varepsilon_g') - \varepsilon_g' \varepsilon_w')^{-1}.$$

Отсюда следует, что предпочтительнее использование пучка ТЕ поляризации лишь в случаях выполнения условия $\varepsilon_c' > 0.5\varepsilon_w'$.

Теперь оценим влияние ограниченности пучка на чувствительность. Зависимость чувствительности от размеров пучка описывается функцией $F = F(\bar{H}_1)$, где $\bar{H}_1 = \bar{H}_1(w)$. Согласно (11) максимум $|F(\bar{H}_1)|$ достигается в случае $\bar{H}_1 = 0$, т.е. в пределе при $w \rightarrow \infty$.

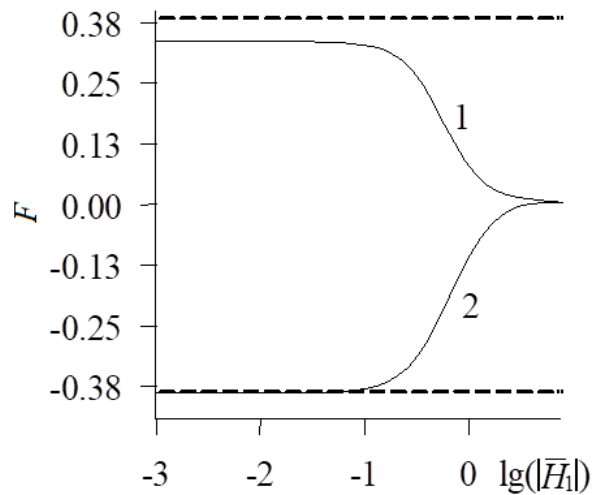


Рис. 3. Зависимость нормированной чувствительности датчика от параметра $\bar{H}_1$. Здесь кривая 1 соответствуют $l=1$, кривая 2 – $l=-1$, штрих-пунктир соответствует предельным значениям параметра чувствительности при $\bar{H}_1 \rightarrow 0$

Данный факт подтвержден расчетами функции $F(\bar{H}_1)$ на примере конкретного датчика, параметры которого удовлетворяют выражениям (11) –

(14). Для гауссова пучка, приведенных ранее значений $\varepsilon_p, \varepsilon_g, \varepsilon_w, \varepsilon_c, \varepsilon_f, m, T$, и найденных значениях $d_{opt}^{(l)}, g_{opt}^{(l)}, \beta_{0opt}^{(l)}$ ($l = \pm 1$) вычислялись значения нормированной чувствительности $F = S \left(C_0 K |\bar{L}| \right)^{-1}$, представленные на рис.3. Как видно из рис.3, при $\bar{H}_1 \rightarrow 0$ ($w \rightarrow \infty$) величины $F(\bar{H}_1)$ стремятся к постоянным значениям близким к $F(0)$, которым соответствуют два предельных значения $\lim_{w \rightarrow \infty} S/k_0 = -58.3$ и $\lim_{w \rightarrow \infty} S/k_0 = 67.34$. В то же время с ростом $\bar{H}_1$ (с уменьшением w) наблюдается отклонение чувствительности от предельных значений. Например, при $w = 10^4 k_0^{-1}$ она принимает соответственно значения $S/k_0 = -3.53$ и $S/k_0 = 1.72$, что ниже максимальной чувствительности датчика на основе поверхностного плазмонного резонанса при таких же значениях параметров $w, \varepsilon_p, \varepsilon_g, \varepsilon_c, \varepsilon_f$. В этом случае для увеличения чувствительности необходимо использовать более широкие пучки, либо рассмотреть задачу максимизации чувствительности при фиксированном значении параметра w , которая допускает численное решение. Так при $w = 10^4 k_0^{-1}$ и $d = 7.149 k_0^{-1}$ чувствительность рассматриваемого датчика в 2.4 раза выше максимальной чувствительности датчика на основе поверхностного плазмонного резонанса.

Таким образом, получено аналитическое описание чувствительности призмных волноводных датчиков адсорбционного типа и решена задача её максимизации за счёт оптимального выбора параметров волноведущей структуры и возбуждающего пучка. Показано, что максимальная чувствительность достигается при возбуждении мод в условиях, близких к критическим. Продemonстрировано, что чувствительность датчиков существенно зависит от размера пучка w и принимает максимальное значение при $w \rightarrow \infty$.

Список литературы

1. Примаков, И. У. Чувствительность интегрально-оптических датчиков призмного типа вблизи критических условий / И. У. Примаков // Журнал технической физики. – 2004. – Т. 74, № 10. – С. 75–79.
2. Long-range surface plasmons in asymmetric layered metal-dielectric structures / N. M. Lyndin, I. F. Salakhutdinov, V. A. Sychugov, B. A. Usievich, F. A. Pudonin, O. Parriaux // Sensors and Actuators B. – 1999. – Vol. 54. – P. 37–42.
3. Design and Development of Long Range Surface Plasmon Resonance Sensor Chip and System for High Sensitivity Detection / L. L. Zhang [et al.] // Advances in Biological Sciences Research : 2nd International Conference on Biomedical and Biological Engineering (BBE 2017). – 2017. – Vol. 4. – P. 270–275.

Контакты:

primak_igor@mail.ru (Примаков Игорь Ульянович)