

И. У. ПРИМАК, канд. физ.-мат. наук, доц.

А. В. ХОМЧЕНКО, д-р физ.-мат. наук, доц.

Белорусско-Российский университет (Могилев, Беларусь)

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТЕЙ И ОГРАНИЧЕНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ НАКЛОННОМ ПРОСВЕЧИВАНИИ ЗАКАЛЁННОГО СТЕКЛА

Аннотация. Выполнено моделирование наклонного отражения и пропускания света закалённым стеклом с использованием матричного метода Берремана. На основе метода наименьших квадратов предложена процедура раздельного восстановления однородных напряжений. Получены оценки погрешностей их восстановления на основе обработки угловых распределений интенсивности отраженного и прошедшего света.

Ключевые слова: закалённое стекло, наклонное просвечивание, поляризационно-оптический метод, мембранные напряжения, матрица Берремана, параметр изоклины.

Введение

Одной из важных задач при производстве и эксплуатации стекла являются анализ и контроль остаточных механических напряжений. Наиболее широко используемые для такого контроля методы строятся на поляризационно-оптических измерениях [1, 2]. При этом предложенный в [1] анализ регистрируемого распределения коэффициента пропускания нормально падающего света на закаленное стекло позволил существенно упростить достаточно сложную обработку интерференционной картины, основанную на подсчете порядков максимумов в ней. Однако этот подход имеет естественное ограничение. С его помощью можно определить лишь разность напряжений. А она не всегда позволяет оценивать качество закалки стекла. Полное представление о прочности стекла дает именно раздельная диагностика напряжений. В соответствии с [2] раздельная диагностика возможна при наклонном просвечивании. Поэтому данная работа посвящена оценке возможностей раздельного восстановления напряжений на основе регистрации коэффициентов пропускания (отражения) при наклонном просвечивании закаленного стекла.

Оценка возможностей раздельного восстановления напряжений

Рассмотрим измерительную схему, представленную на рис. 1. Здесь поляризованный свет падает на закаленное стекло под углом θ . Отражённый и прошедший свет регистрируются фотоприёмниками 9 и 7, их поляризация — анализаторами 8 и 6. В соответствии с [3] интенсивности отражённого и прошедшего света определим как:

$$I_R = I_0 \left| \cos A (R_{pp} \cos P + R_{ps} \sin P) + \sin A (R_{ss} \sin P + R_{sp} \cos P) \right|^2 \quad (1)$$

$$I_T = I_0 \left| \cos A (T_{pp} \cos P + T_{ps} \sin P) + \sin A (T_{ss} \sin P + T_{sp} \cos P) \right|^2, \quad (2)$$

где $R_{ss}, R_{sp}, R_{ps}, R_{pp}$ элементы матрицы коэффициентов отражения, $T_{ss}, T_{sp}, T_{ps}, T_{pp}$ элементы матрицы коэффициентов пропускания, I_0 интенсивность света регистрируемого фотоприемником 4, A и P углы анализатора 6,7 и поляризатора 2 (рис. 1).

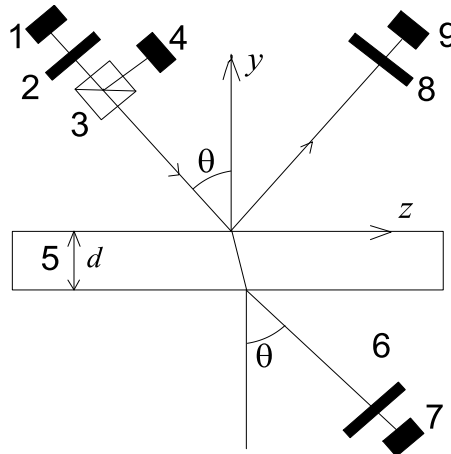


Рис. 1. Измерительная схема отражения и пропускания света закаленным стеклом: 1 источник света; 2 поляризатор; 3 светоделительный куб; 4, 7, 9 фоторегирующие устройства; 5 закаленное стекло; 6, 8 анализаторы

Сформулируем процедуру расчета коэффициентов отражения и пропускания и, как в [1, 3], проанализируем их распределения в зависимости от α - угла поворота стекла вокруг оси y . Для этого воспользуемся матричным методом Берремана. В его рамках система дифференциальных уравнений с граничными условиями, описывающих тангенциальные компоненты E_x, E_z и H_x, H_z векторов напряженности электрического и магнитного полей в анизотропном стекле 5 (см. рис. 1) имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = A \psi, (-d < y < 0), \quad \psi(+0) = \psi(-0), \quad \psi(-d+0) = \psi(-d-0), \quad (3)$$

где

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \\ H_x \\ E_z \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & ik_0 & 0 & 0 \\ ik_0(\varepsilon_{xx} - \beta^2) & 0 & -ik_0\beta \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{yy}} & ik_0\left(\varepsilon_{xz} - \frac{\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{yy}}\right) \\ ik_0\left(\frac{\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{yy}} - \varepsilon_{xz}\right) & 0 & ik_0\beta \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{yy}} & ik_0\left(\frac{\varepsilon_{zy}\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{yy}} - \varepsilon_{zz}\right) \\ ik_0\beta \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{yy}} & 0 & ik_0\left(\frac{\beta^2}{\varepsilon_{yy}} - 1\right) & ik_0\beta \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{yy}} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь $k_0 = 2\pi / \lambda_0$, λ_0 — длина волны в вакууме, d — толщина стекла 5, ε_{ij} ($i = x, y, z$; $j = x, y, z$) — компоненты тензора диэлектрической проницаемости стекла, $\beta = \sin \theta$.

В случае закалённого стекла компоненты тензора диэлектрической проницаемости согласно [2] вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{yy} + C'_{11}(\sigma_1 \sin^2 \varphi' + \sigma_2 \cos^2 \varphi'), \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{glass} + C_{12}(\sigma_1 + \sigma_2), \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_{yy} + C'_{11}(\sigma_1 \cos^2 \varphi' + \sigma_2 \sin^2 \varphi'), \quad \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} = C_{44}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin \varphi' \cos \varphi', \\ \varphi' &= \varphi + \alpha, \quad \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где σ_1 и σ_2 — главные напряжения (характеризуются взаимно перпендикулярными направлениями), φ — параметр изоклины [2], ε_{glass} — диэлектрическая проницаемость стекла в ненапряженном состоянии, C_{11} , C_{12} и C_{44} — фотоупругие постоянные, $C'_{11} = C_{11} - C_{12}$.

В литературе [2], [4], [5] относительно главных напряжений σ_1 и σ_2 рассматриваются несколько моделей, описывающих распределение их по толщине пластины. Но всех их объединяет следующая функция [5]

$$\sigma_{1,2}(y) = \sigma_{m1,2} + \sigma_{1,2}(-d/2) \left(1 - 12 \left(0,5 + \frac{y}{d} \right)^2 \right), \quad (6)$$

где $\sigma_{m1,2}$ — так называемые мембранные напряжения, однородные по толщине, $\sigma_{1,2}(-d/2)$ — центральные растягивающие напряжения. В частности, положив центральные напряжения в (6) равными нулю получим ситуацию однородных напряжений [2]. В случае равенства нулю мембранных напряжений имеем классический параболический профиль напряжений [4].

Таким образом, в общем случае имеем анизотропную неоднородную по толщине среду. В соответствии с методом Берремана она может моделироваться множеством плоскопараллельных слоев (их число пусть будет

N), каждый из которых можно считать однородным. Тогда решение задачи (3), описывающее электромагнитное поле на верхней границе n -го слоя выражается через поле на верхней границе $n-1$ -го слоя следующим образом

$$\psi_n = \bar{A}_n \psi_{n-1}, \quad \bar{A}_n = e^{ik_0 A_n d_n}, n = \overline{1, N}, \quad \psi_0 = (1, \cos \theta, 1, -\cos \theta)^T, \quad \sum_{n=1}^N d_n = d, \quad (7)$$

где d_n – толщина n -го слоя. Здесь переходная матрица $\bar{A}_n$ полностью описывает прохождение света сквозь n -й однородный слой. Вычисляется она так:

$$\bar{A}_n = \sum_{k=1}^4 e^{\lambda_k d} A_k^n, \quad A_k^n = \prod_{s=1}^4 \frac{1}{\lambda_{nk} - \lambda_{ns}} (A_n - \lambda_{ns} E), \quad k \neq s, \quad (8)$$

где λ_{nk} ($k = \overline{1, 4}$) — собственные значения матрицы A_n (A_n -матрица A для n -го слоя), E — единичная матрица.

Выражения для собственных значений в слое n можно записать в аналитическом виде:

$$\begin{aligned} \lambda_{n1,2} &= \pm ik_0 \sqrt{|L_1|}, \quad L_1 = \frac{1}{2} \left\{ - (k_{yx} + k_{yz}) - \sqrt{(k_{yx} - k_{yz})^2 + 4k_{yz} \varepsilon_{xz}^2 \varepsilon_{zz}^{-1}} \right\}, \\ \lambda_{n3,4} &= \pm ik_0 \sqrt{|L_2|}, \quad L_2 = \frac{1}{2} \left\{ - (k_{yx} + k_{yz}) + \sqrt{(k_{yx} - k_{yz})^2 + 4k_{yz} \varepsilon_{xz}^2 \varepsilon_{zz}^{-1}} \right\}, \\ k_{yx} &= \varepsilon_{xx} - \beta^2, \quad k_{yz} = \varepsilon_{zz} \varepsilon_{yy}^{-1} (\varepsilon_{yy} - \beta^2). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь компоненты тензора диэлектрической проницаемости ε_{ij} ($i = x, y, z; j = x, y, z$) для каждого слоя вычисляются согласно формул (5),(6).

Учитывая, что $\psi_N = \bar{A} \psi_0$ ($\bar{A} = \prod_{n=1}^N \bar{A}_n$) и используя элементы матрицы $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})$ ($i, j = \overline{1, 4}$), можно определить коэффициенты матриц отражения и пропускания неоднородного стекла по следующим формулам:

$$T_{ss} = \frac{F_{22}^-}{\Delta}, \quad T_{sp} = \frac{F_{12}^+}{\Delta}, \quad T_{ps} = \frac{F_{21}^-}{\Delta}, \quad T_{pp} = \frac{F_{11}^+}{\Delta}, \quad (10)$$

$$R_{ss} = F_{11}^- T_{ss} + F_{12}^- T_{ps}, \quad R_{sp} = - (F_{11}^- T_{sp} + F_{12}^- T_{pp}), \quad (11)$$

$$R_{ps} = - (F_{21}^+ T_{ss} + F_{22}^+ T_{ps}), \quad R_{pp} = F_{21}^+ T_{sp} + F_{22}^+ T_{pp}, \quad \Delta = F_{11}^+ F_{22}^- - F_{21}^- F_{12}^+, \quad (12)$$

$$F_{11}^{\pm} = 0,5 \left[\bar{a}_{11} + \cos \theta \bar{a}_{12} \pm \left(\frac{\bar{a}_{21}}{\cos \theta} + \bar{a}_{22} \right) \right], F_{12}^{\pm} = 0,5 \left[\bar{a}_{13} - \cos \theta \bar{a}_{14} \pm \left(\frac{\bar{a}_{23}}{\cos \theta} - \bar{a}_{24} \right) \right],$$

$$F_{21}^{\pm} = 0,5 \left[\bar{a}_{31} + \cos \theta \bar{a}_{32} \pm \left(\frac{\bar{a}_{41}}{\cos \theta} + \bar{a}_{42} \right) \right], F_{22}^{\pm} = 0,5 \left[\bar{a}_{33} - \cos \theta \bar{a}_{34} \pm \left(\frac{\bar{a}_{43}}{\cos \theta} - \bar{a}_{44} \right) \right].$$

Таким образом, на основе выражений (1), (2), (4) - (12) можно построить процедуру расчета коэффициентов отражения и пропускания, интенсивностей отраженного и прошедшего света.

Результаты и их анализ

Используя предложенный подход, мы провели моделирование просвечивания закаленного стекла при различных углах поворота стекла α ($0^0 \leq \alpha < 360^0$), результаты которого представлены на рис. 2, 3.

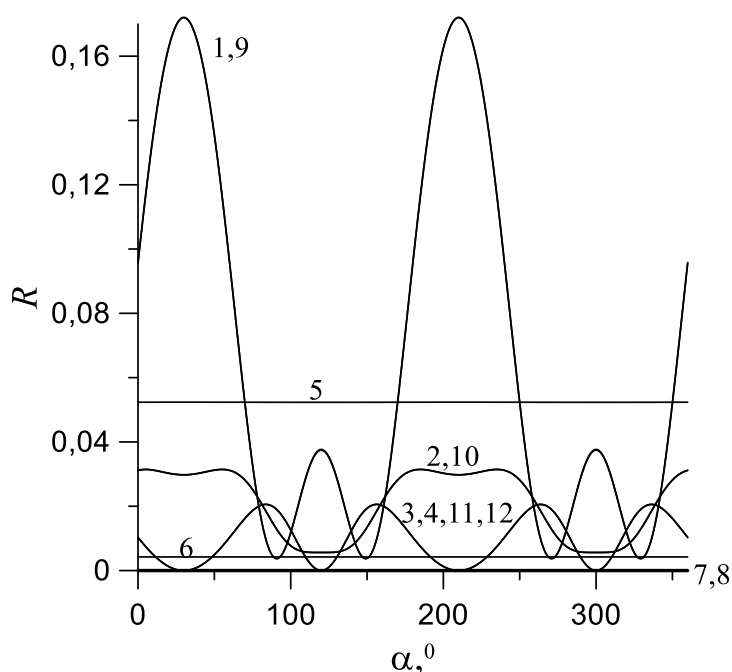


Рис.2. Зависимости коэффициентов отражения R_{ss} (кривые 1,5,9), R_{pp} (кривые 2,6,10), R_{sp} , (кривые 3,7,11), R_{ps} (кривые 4, 8, 12) от угла α

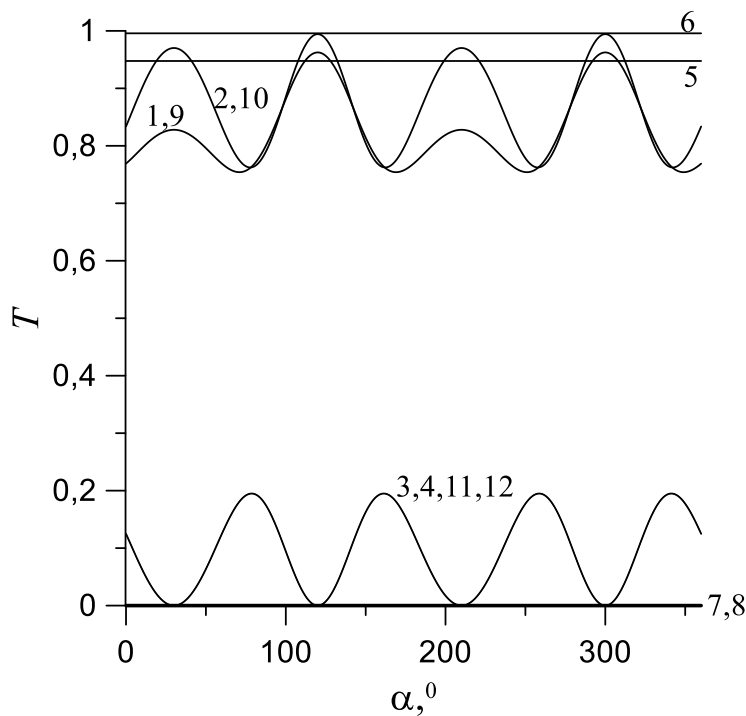


Рис.3. Зависимости коэффициентов пропускания T_{ss} (кривые 1, 5, 9), T_{pp} (кривые 2, 6, 10), T_{sp} (кривые 3, 7, 11), T_{ps} (кривые 4, 8, 12) от угла α

В расчетах использовались следующие значения параметров стекла и падающего на него света:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{glass} &= 2.25, d=5000 \text{ мкм}, \varphi = 60^\circ, \\ C_{11} &= -5 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-1}, C_{12} = -3.3 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}^{-1}, C_{44} = 1.4 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}^{-1}. \quad (13) \\ \lambda_0 &= 0.6328 \text{ мкм}, \theta = 45^\circ. \end{aligned}$$

При этом рассматривались три варианта анизотропии стекла со следующими значениями параметров модели напряжений (6):

$$\sigma_{m1} = 100 \text{ МПа}, \sigma_1(-d/2) = 0 \text{ МПа}, \sigma_{m2} = 80 \text{ МПа}, \sigma_2(-d/2) = 0 \text{ МПа}, \quad (14)$$

$$\sigma_{m1} = 0 \text{ МПа}, \sigma_1(-d/2) = 100 \text{ МПа}, \sigma_{m2} = 0 \text{ МПа}, \sigma_2(-d/2) = 80 \text{ МПа}, \quad (15)$$

$$\sigma_{m1} = 100 \text{ МПа}, \sigma_1(-d/2) = 100 \text{ МПа}, \sigma_{m2} = 80 \text{ МПа}, \sigma_2(-d/2) = 80 \text{ МПа}. \quad (16)$$

Значения параметров напряжений в (14) описывают ситуацию однородных по толщине стекла напряжений, соответствующие ей результаты расчетов коэффициентов отражения и пропускания света представлены на рисунках 2 и 3 кривыми 1, 2, 3, 4. Результаты расчетов для параболической модели напряжений (6), (15) демонстрируются кривыми 5, 6, 7, 8. Кривые 9, 10, 11, 12 соответствуют случаю профиля обобщающего оба типа напряжений (6), (16).

Анализируя полученные результаты расчетов можно сделать следующие выводы. В случае параболического профиля напряжений (6), (15) коэффициенты отражения и пропускания не зависят от угла поворота стекла α . В то же время результаты расчетов для однородного стекла с напряжениями (14) совпадают с результатами расчетов неоднородного стекла с напряжениями (16). Это объясняется интерференцией обыкновенной и необыкновенной волн,

возникающих в анизотропном стекле. Как известно, результат интерференции волн определяется разностью фаз между ними, которая для рассматриваемой модели напряжений (6) пропорциональна интегралу $\int_{-d}^0 (\sigma_2 - \sigma_1) dy = (\sigma_{m2} - \sigma_{m1})d$, где $\sigma_{m1,2}$ мембранные однородные по толщине напряжения. Поэтому разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами определяется только разностью мембранных (однородных) напряжений и в случае параболического профиля напряжений типа (15) она равна нулю при любых значениях угла α [4].

Все это означает, что просвечивание светом стекла не позволяет обнаруживать напряжения параболического типа (6), (15). Возможна регистрация только однородных напряжений. Поэтому в дальнейшем остановимся на рассмотрении однородных по толщине напряжений. Оценим возможности раздельного восстановления напряжений $\sigma_{m1,2}$ и параметра изоклины φ на основе обработки угловых распределений интенсивностей $I_R(\alpha)$ или $I_T(\alpha)$. Процедуру такой обработки будем строить на основе метода наименьших квадратов, рассматривая минимизацию следующего функционала

$$F(\sigma_{m1}, \sigma_{m2}, \varphi) = \sum_{j=1}^{N_\alpha} \left(I_j - I(\alpha_j, \sigma_{m1}, \sigma_{m2}, \varphi) \right)^2, \quad (17)$$

α_j — угол поворота подложки вокруг оси y ; N_α — число угловых отсчетов, I_j — регистрируемые значения интенсивности отраженного или прошедшего стекло света, полученные для угла α_j , $I(\alpha_j, \sigma_{m1}, \sigma_{m2}, \varphi)$ — теоретическое значение интенсивности отраженного или прошедшего стекло света, рассчитанное с использованием выражений (1), (2), (4) - (12) для задаваемых значений напряжений и параметра изоклины для угла α_j .

Выполнено численное моделирование регистрации отраженного и прошедшего стекло света (при значениях параметров стекла и света (13), напряжениях (14)) с учетом погрешностей регистрации ($\sigma_I / I_0 = 3 \cdot 10^{-3}$, σ_I — среднеквадратическое отклонение регистрируемой интенсивности) при $N_\alpha = 3$, (α : 0° , 45° , 90°). Минимизация получаемого в этом случае функционала (17) продемонстрировала возможность восстановить напряжения и параметр изоклины со следующими относительными погрешностями:

$$|\Delta\sigma_{m1} / \sigma_{m1}| = 0.49\%, \quad |\Delta\sigma_{m2} / \sigma_{m2}| = 0.38\%, \quad |\Delta\varphi / \varphi| = 0.33\%$$

при регистрации отраженного стеклом света ($P=0^\circ$, $A=0^\circ$) и

$$|\Delta\sigma_{m1} / \sigma_{m1}| = 2.99\%, \quad |\Delta\sigma_{m2} / \sigma_{m2}| = 4.28\%, \quad |\Delta\varphi / \varphi| = 0.23\%$$

при регистрации прошедшего стекло света ($P = 90^\circ$, $A = 90^\circ$).

Заключение

Таким образом, разработана процедура расчета коэффициентов отражения и пропускания, интенсивностей отраженного и прошедшего света. Выполнено численное моделирование регистрации отражённого и прошедшего стекло

света для различных моделей остаточных напряжений и параметров измерительной схемы с учётом погрешностей регистрации. Показано, что раздельное восстановление однородных напряжений в рассматриваемой схеме измерений возможно с достаточно высокой точностью. Дальнейшие исследования будут посвящены анализу возможностей снижения погрешностей восстановления напряжений за счет выбора числа углов отсчета в выбранном диапазоне углов.

Список литературы

1. Способ определения распределения величины двулучепреломления в плоскости протяженного прозрачного объекта : патент 21901 РБ, МПК G 01 N 21/23 / А. В. Хомченко [и др.]. – Оpubл. 30.06.2018.
2. Александров, А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела / А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов, – М.: Наука, 1973. – 575 с.
3. Контроль ориентации оптической оси подложки при помощи эллипсометра с бинарной модуляцией состояния поляризации / И. В. Ивашкевич [и др.] // Веснік Магілёўскага дзярж. ўніверс. імя А.А. Куляшова. – 2009. – № 2-3. – С. 196–200.
4. Scattered laser light fringe patterns for stress profile measurement in tempered glass plates / S. Hödemann [et al.]. – Glass Technol.: Eur. J. Glass Sci. Technol. A. – 2014. – Vol. 55, № 3. – P. 90–95.
5. A new method for tempering stress measurement in glass panels / H. Aben [et al.]. – Estonian Journal of Engineering. – 2013. – Vol. 19, № 4. – P. 292–297.

Контакты:

primak_igor@mail.ru (Примаков Игорь Ульянович)

avkh@mogilev.by (Хомченко Александр Васильевич)

УДК 620.179.1

В. Н. РЯБЦЕВ

В. Н. БУСЬКО, канд. техн. наук, доц.

Институт прикладной физики НАН Беларуси (Минск, Беларусь)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ДЛЯ ПОДБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ БАРКГАУЗЕНА К СПЕЦИФИКЕ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

Аннотация. Статья посвящена использованию методов цифровой обработки магнитозумового сигнала для создания цифровой сигнатуры преобразователей Баркгаузена различной конструкции из частотных, частотно-временных и энтропийных характеристик для их подбора к специфике решаемых задач.

Ключевые слова: магнитный шум и эффект Баркгаузена, цифровая обработка сигнала, спектр мощности, вейвлет-анализ, скейлограмма, цифровая сигнатура сигнала.