

УДК 621.83.06

И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова, А. П. Прудников, М. В. Разгонов

СФЕРИЧЕСКИЕ РОЛИКОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ: РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

UDC 621.83.06

I. S. Sazonov, M. E. Lustenkov, E. S. Lustenkova, A. P. Prudnikov, M. V. Razgonov

SPHERICAL ROLLER TRANSMISSIONS: STRENGTH CALCULATION

Аннотация

Рассмотрены алгоритмы проектного и проверочного расчетов основных элементов сферических роликовых передач: роликов, сферических кулачков и генератора. Приведена схема исследуемой передачи и описан принцип ее работы. Критериями работоспособности определены контактная прочность и сопротивление сдвигу. Получены зависимости и формула для вычисления радиуса сферического участка ролика, контактирующего с беговой дорожкой, обеспечивающего максимальные КПД и нагрузочную способность. Приведены результаты моделирования статического нагружения деталей передачи в системах Siemens NX и ANSYS, которые подтвердили теоретические зависимости. Определено напряженно-деформированное состояние деталей. Сформулированы рекомендации по проектированию сферических роликовых передач.

Ключевые слова:

сферический механизм, механическая передача, редуктор, ролик, КПД, кулачок, прочность.

Abstract

The paper deals with the algorithms for design and verification calculations of the basic elements of spherical roller transmissions: rollers, spherical cams and the generator. The scheme of the transmission under study is given and the principle of its functioning is described. Contact strength and shear strength are defined as performance criteria. The paper gives the dependencies for determining the radius of a spherical portion of the roller, which is in contact with the bearing race and provides maximum efficiency and load capacity. The results of modeling the static loading of transmission components in Siemens NX and ANSYS systems are presented and they confirm the theoretical dependencies. The stress-strain state of the components is defined. The recommendations for the design of the spherical roller transmission are proposed.

Key words:

spherical mechanism, mechanical transmission, speed reducer, roller, efficiency, cam, strength.

Введение и постановка задачи

Перед разработчиками современных приводных систем стоят задачи повышения их надежности, увеличения передаваемых мощностей при одновременном снижении материалоемкости. Важнейшими элементами приводов являются механические передачи. В Белорусско-Российском университете разработана сферическая роликовая передача (СРП), которая по техническим характеристикам может конкурировать с широко распрост-

раненными однорядными планетарными зубчатыми передачами, сконструированными по схеме 2К-Н в диапазоне передаточных отношений 2...15 для передачи мощностей до 5 кВт. К настоящему времени проведен структурный анализ СРП [1], исследована ее кинематика, разработана методика силового анализа. Установлены критерии работоспособности СРП: контактная прочность поверхностей роликов и беговой дорожки, образованной сферическими

кулачками, и сопротивление сдвигу (срезу) материала ролика.

Целью работы являлась разработка основ расчета деталей СРП на прочность, определение одного из главных геометрических параметров передачи – радиуса (диаметра) сферической поверхности роликов и сравнение полученных результатов теоретических исследований с результатами компьютерного моделирования и анализа напряженно-деформированного состояния основных деталей СРП с помощью метода конечных элементов.

Конструкция и принцип работы СРП

Схема передачи показана на рис. 1. Конструкция СРП включает ведущий 1 и ведомый 2 валы. На наклонном участке 5 ведущего вала 1 установлен генератор 6. Генератор, как правило, фиксируется на валу с помощью подшипников

качения и имеет возможность независимого вращения. На наружной поверхности генератора в отверстиях с равным шагом размещены ролики 4 с выступами (консольными участками) сферической формы. Ролики взаимодействуют с периодической замкнутой беговой дорожкой 7, образованной двумя сферическими торцовыми кулачками, установленными в корпусе 3.

При работе СРП скорость вращения генератора относительно оси передачи снижается в $(1 + Z)$ раз по сравнению со скоростью вращения ведущего вала, где Z – число периодов (волн) корпусной беговой дорожки. Для передачи движения с генератора на ведомый вал в конструкции механизма предусмотрен механизм 8, который может быть выполнен в виде угловой муфты, сдвоенного карданного шарнира (см. рис. 1) и т. д.

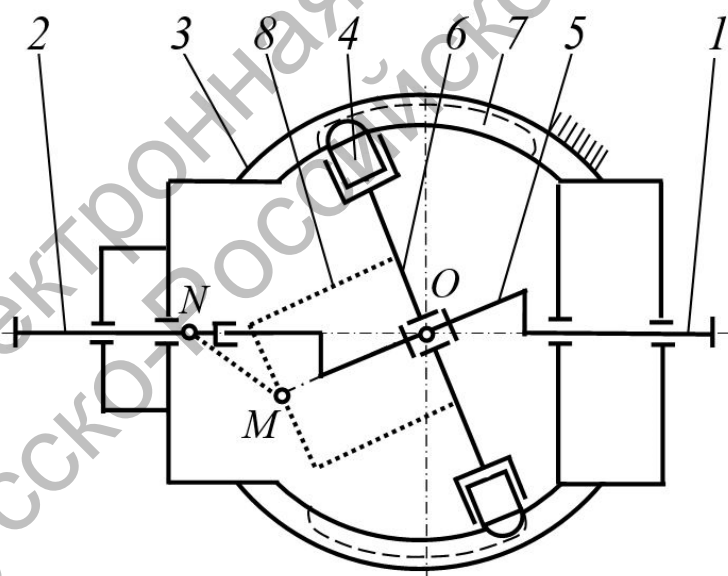


Рис. 1. Кинематическая схема СРП: 1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – корпус; 4 – ролики; 5 – эксцентрик; 6 – генератор; 7 – замкнутая периодическая беговая дорожка; 8 – механизм съема вращения с генератора на ведомый вал

По кинематическим параметрам СРП аналогична однорядной планетарной зубчатой передаче, спроектированной по схеме 2К-Н с ведущим центральным солнечным колесом внешнего

зацепления и ведомым водилом. При определении передаточного отношения функцию чисел зубьев неподвижного (коронного) колеса выполняет число периодов беговой дорожки, число зубь-

ев центрального солнечного колеса равно единице. Дополнительно введенные в структурную схему СРП степени подвижности (вращение роликов в отверстиях генератора относительно собственных осей) позволяют снизить потери мощности, частично заменив скольжение роликов относительно беговой дорожки качением. Увеличенное число параллельных потоков передачи мощности, равное числу роликов, приводит к более эффективному использованию материала деталей, снижению материалоемкости, размеров передачи и привода в целом. К дополнительным преимуществам СРП относят соосность и уравновешенность на фундаменте.

Критерии прочности СРП

Основными критериями прочности СРП являются контактная прочность роликов, взаимодействующих с корпусной беговой дорожкой, и прочность роликов на сдвиг (срез). Контактная прочность поверхностей оценивается с помощью преобразованной формулы Герца для определения максимальных контактных напряжений σ_{Hj} для взаимодействия тела со сферической поверхностью с радиусом r_s и поверхностью кольцевого паза с радиусом профиля R_p [2, с. 532].

$$\sigma_H = \frac{\xi_q}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3P\Sigma\rho^2}{2(\theta_1 + \theta_2)^2}}, \quad (1)$$

где ξ_q – коэффициент, зависящий от отношения Ω , учитывающего разность кривизн контактирующих поверхностей; P – максимальное значение силы прижатия сферы к поверхности паза; $\Sigma\rho$ – сумма главных кривизн соприкасающихся тел; θ_1 и θ_2 – коэффициенты, зависящие от свойств материалов контактирующих тел.

$$\theta_{1(2)} = \frac{1 - \mu_{1(2)}^2}{E_{1(2)}}, \quad (2)$$

где $\mu_{1(2)}$ – коэффициент Пуассона материала тела качения (1) и беговой дорожки (2) соответственно; $E_{1(2)}$ – модуль упругости. Для стальных деталей $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$.

Сумма главных кривизн взаимодействующих тел [3]

$$\Sigma\rho = \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}, \quad (3)$$

где r_{11} , r_{12} , r_{21} , r_{22} – радиусы кривизн соприкасающихся тел (рис. 2).

Для СРП $r_{11} = r_{12} = r_s$, $r_{21} = R_p = r + \Delta r_s$, $r_{22} = R + r_s$, где R – радиус сферической поверхности, на которой располагаются траектории движения центров сферических участков тел качения СРП; Δr_s – величина, на которую радиус профиля беговой дорожки превышает радиус тела качения (сферического выступа ролика).

Принимая во внимание то, что слагаемые с радиусами охватывающих поверхностей подставляются со знаком «–», получим

$$\Sigma\rho = \frac{2}{r_s} - \frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s}. \quad (4)$$

Отношение, учитывающее разность кривизны контактирующих поверхностей,

$$\Omega = \frac{(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{21} - \rho_{22})}{\Sigma\rho} = \frac{\frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s}}{\Sigma\rho}. \quad (5)$$

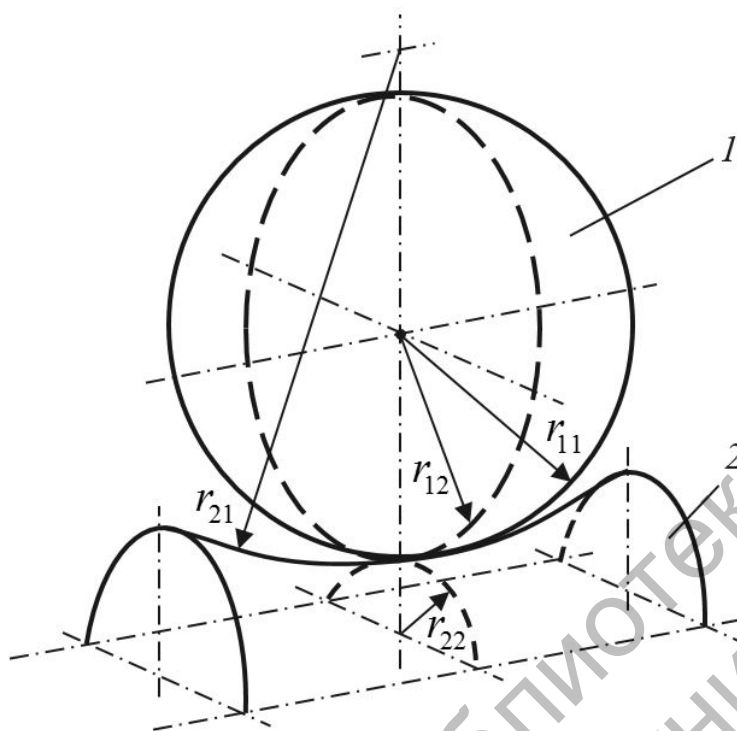


Рис. 2. Схема контакта тела качения (1) и беговой дорожки (2)

После преобразований для стальных деталей выражение (1) запишется в виде

$$\sigma_H = 863,6 \xi_{\xi q} \sqrt[3]{N_{3m} \sum \rho^2}, \quad (6)$$

$$N_{3m} = \frac{T_2 \cdot K_{fs}}{R \cdot n \cdot \sin \left(\arctg \left(\frac{2A \cdot Z}{\pi \cdot R} \right) - \arctg(f) \right) \cos \left(\frac{A}{R} \right) K_p \cdot K_n \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} \right)}, \quad (7)$$

где T_2 – момент на ведомом валу передачи; A – амплитуда центральной кривой кулачковых профилей, образующих беговую дорожку; Z – число периодов беговой дорожки; n – число роликов, равное передаточному отношению СРП ($n = Z + 1$); f – приведенный коэффициент трения; K_p – коэффициент, учитывающий геометрические параметры беговой дорожки и наличие участков, где тела качения не передают нагрузку; K_n – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам (зависит от точности изготовления дета-

где N_{3m} – величина нормальной реакции, определенная по результатам силового анализа СРП.

лей); K_{fs} – коэффициент, учитывающий расположение траекторий центров сферических выступов роликов на сферической поверхности,

$$K_{fs} = \left(0,5 \left(1 + \cos \left(\frac{A}{R} \right) \right) \right)^{-1}. \quad (8)$$

Коэффициент $\xi_{\xi q}$ в [2, 3] определяется по таблицам с учетом интерполирования данных. Для автоматизации расчетов данные таблиц были обработаны в системе Mathcad, построена графическая зависимость и получено урав-

нение регрессии седьмой степени

$$\xi_q = 1,017 - 0,826\Omega + 11,254\Omega^2 - 67,467\Omega^3 + 197,583\Omega^4 - 304,129\Omega^5 + 235,207\Omega^6 - 72,224\Omega^7. \quad (9)$$

Условие прочности по напряжениям сдвига (среза)

$$\tau_s = \frac{4N_{3m}}{\pi(2r_s - \delta d_s)^2} \leq [\tau_s], \quad (10)$$

где τ_s – действующие напряжения среза; $[\tau_s]$ – допускаемые напряжения среза; δd_s – разница между диаметрами сферического участка и стержня ролика.

Рассмотрим, как изменяются напряжения в контактирующих деталях СРП с параметрами $R = 40$ мм, $A = 5$ мм, $r_s = 5$ мм, $Z = 5$, $\Delta r_s = 0,01$ мм, $\delta d_s = 2$ мм с увеличением вращающего момента на ведомом валу ($T_2 = 0 \dots 200$ Н·м) и сравним их с допускаемыми значениями. Принимаем

$f = 0,05$. Тела качения, как и у роликовых подшипников, изготавливают из стали ШХ15 с термообработкой до твердости 65 HRC. Для кулачков, образующих беговую дорожку, изготовленных из стали 12ХН3А с цементацией до 60 HRC, предел текучести $\sigma_T = 700$ МПа [4, табл. 2.3]. Допускаемые контактные напряжения для материала роликов и беговых дорожек определяем как для улучшенных и объемно-закаленных зубьев зубчатых передач, работающих в условиях редких или единичных пиковых нагрузок [4, табл. 2.4]:

$$[\sigma_H] = 2,8\sigma_T = 2,8 \cdot 700 = 1960 \text{ МПа}. \quad (11)$$

Допускаемые напряжения среза принимаем согласно рекомендациям [5] как для болтов беззазорного соединения при переменной нагрузке:

$$[\tau_s] = 0,2\sigma_T = 0,2 \cdot 700 = 140 \text{ МПа}. \quad (12)$$

Результаты анализа графически показаны на рис. 3.

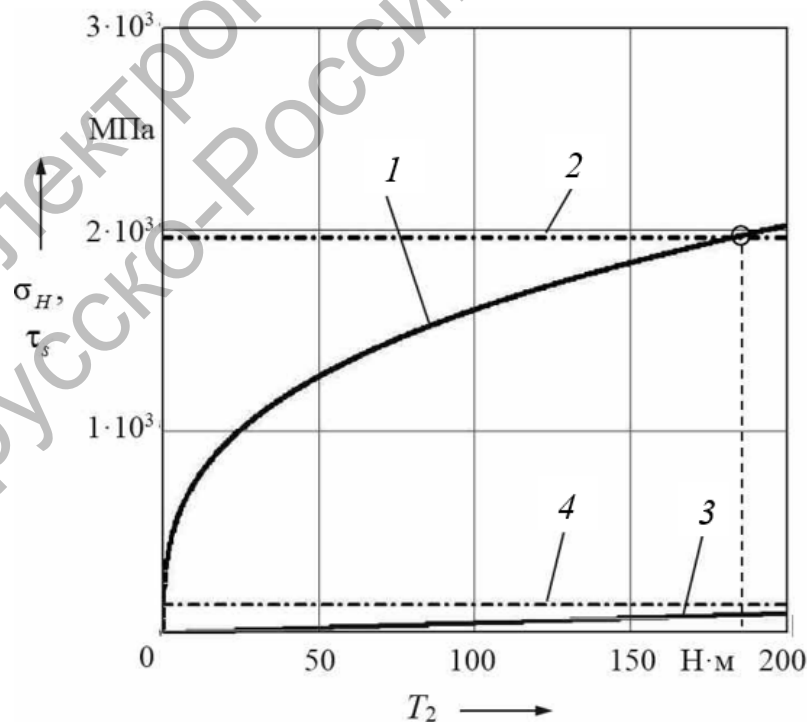


Рис. 3. Зависимость напряжений от момента на ведомом валу СРП: 1 – σ_H ; 2 – $[\sigma_H]$; 3 – τ_s ; 4 – $[\tau_s]$

Очевидно, что для СРП при расчете на прочность определяющими будут максимальные контактные напряжения, т. к. превышение их допускаемого значения произошло при $T_2 = 185 \text{ Н}\cdot\text{м}$, в то время как предел по напряжениям сдвига даже при $T_2 = 200 \text{ Н}\cdot\text{м}$ не был превышен. Для наглядности результатов были рассмотрены материалы с высокой прочностью поверхности. На практике для изготовления беговых дорожек и тел качения чаще используют относительно недорогую улучшенную сталь 40Х. Принимая во внимание то, что для указанной стали при твердости поверхности 260...280 НВ предел текучести также $\sigma_T = 360 \text{ МПа}$, результаты вычислений будут аналогичны полученным ранее.

При проведении проверочных прочностных расчетов необходимо учесть также напряжения смятия $\sigma_{см}$, возникающие в материале генератора в зонах контакта со стержнями роликов. Условие прочности

$$\sigma_{см} = \frac{N_{3m}}{d_{st} \cdot l_p} \leq [\sigma_{см}], \quad (13)$$

где d_{st} – диаметр стержня ролика, $d_{st} = 2r_s - \delta d_s$; l_p – рабочая длина стержня ролика, контактирующая с генератором; $[\sigma_{см}]$ – допускаемые напряжения смятия.

Определение минимального радиуса ролика

На этапе проектирования передачи необходимо определить радиус наружной поверхности ролика. Выразим его формулы (6), заменив при этом действующие контактные напряжения σ_H их допускаемыми значениями $[\sigma_H]$. Для упрощения расчетов было принято

следующее: $\Delta r_s = 0$, $K_p = 0,853$, $K_n = 0,9$. Минимальное значение радиуса сферической поверхности ролика, исходя из условия обеспечения контактной прочности,

$$r_{s\min} = 0,5 \sqrt{R^2 + 28620R \cdot N_{3m}^{\frac{1}{2}} \cdot [\sigma_H]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R}{2}. \quad (14)$$

Данное уравнение представляет собой одно из решений (корень) квадратного уравнения. Зависимость радиуса тела качения от нагрузки не является линейной (рис. 4).

Оптимальные значения амплитуды A и радиуса R по критерию максимального КПД определяются из решения системы кинетостатического равновесия одного тела качения.

Следует учесть, что увеличение радиуса сферического выступа ролика r_s приводит к уменьшению участков беговых дорожек, на которых тела качения передают нагрузку, т. к. коэффициент перекрытия

$$K_p = 1 - \frac{2Z \cdot r_s}{\pi \cdot R} \sin \left(\arctg \left(\frac{2A \cdot Z}{\pi \cdot R} \right) \right). \quad (15)$$

Принимая во внимание данное обстоятельство, необходимо выражение (15) подставить в формулу (7), а полученное выражение – в зависимость (8). При этом вычисление минимального радиуса r_s , с учетом замены действующих контактных напряжений на допускаемые, приобретает более сложный характер. Полученный результат незначительно отличается от значения r_s , вычисленного при принятом $K_p = 0,853$. Поэтому в инженерных расчетах при параметрах СРП, близких к рассматриваемым ранее, можно использовать формулу (14) как более простую.

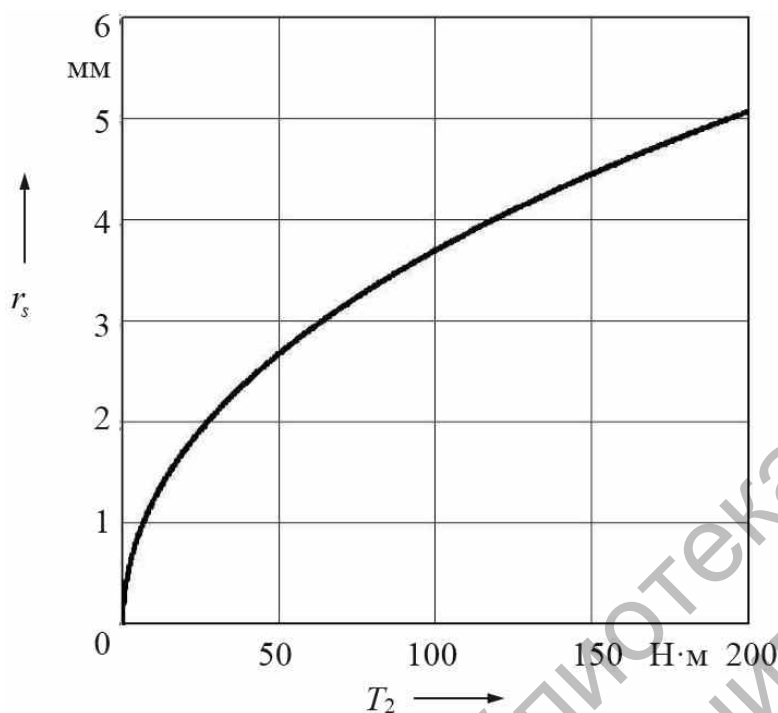


Рис. 4. К определению минимального радиуса сферической поверхности ролика

Анализ напряженно-деформированного состояния элементов СРП

Анализ нагруженности основных элементов передачи с помощью метода конечных элементов (МКЭ) проводился в системе ANSYS, моделирование осуществлялось в системе Siemens NX [6]. Перед расчетом МКЭ исследуемой передачи было произведено упрощение ее 3D-модели с целью оптимизации создаваемой конечно-элементной сетки для деталей передачи. Из модели были удалены элементы, не влияющие на расчет прочности основных узлов передачи, в частности фаски, некоторые отверстия, резьбовые элементы и т. д. Был установлен подвижный тип контакта деталей с отсутствием трения. Для генерируемой конечно-элементной сетки в зоне контакта роликов с кулачками, образующими многопериодную дорожку, была увеличена плотность элементов.

В качестве крайних условий были заданы нагрузка на генераторе в виде момента 200 Н·м и фиксация кулачков, образующих многопериодную беговую

дорожку. В качестве материала для деталей передачи принималась сталь 40Х, термообработка – улучшение, полученная твердость деталей передачи – 300 НВ.

На рис. 5 показана конструкция передачи с наложенной конечно-элементной сеткой и крайними условиями: для лучшего визуального представления передачи отсутствует один из кулачков, образующих многопериодную беговую дорожку.

На рис. 6 отображены результаты расчета контактных напряжений, возникающих при взаимодействии роликов с многопериодной беговой дорожкой. По приведенным на рис. 6 визуальным результатам можно также оценить пятно контакта ролика с кулачками, образующими многопериодную беговую дорожку.

На рис. 7 представлен результат расчета напряжений среза, возникающих в опасном сечении ролика при его взаимодействии с многопериодной беговой дорожкой (в плоскости перехода цилиндрической части ролика в сферическую).

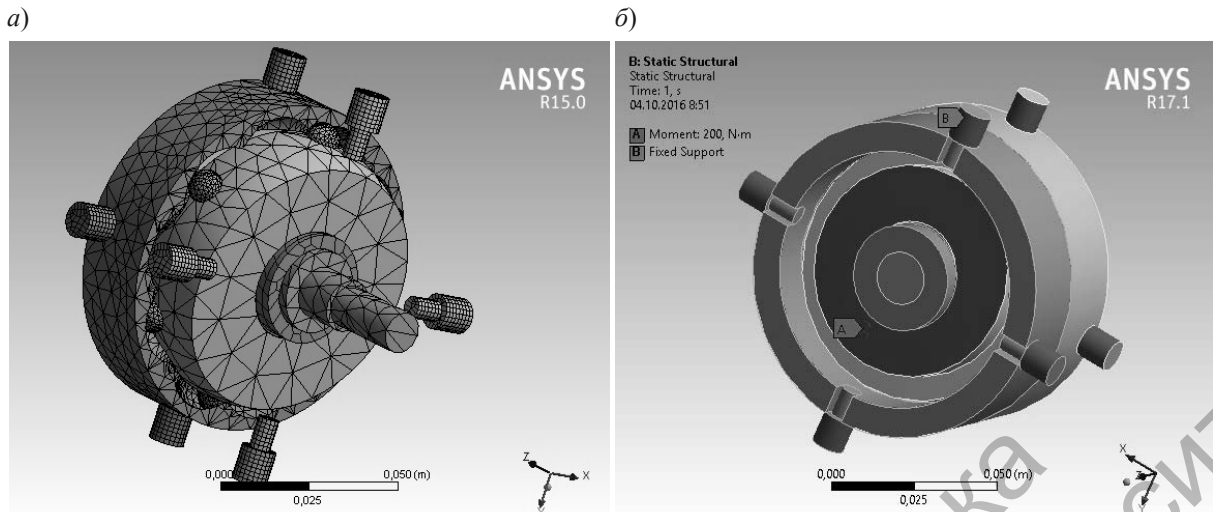


Рис. 5. Передача: а – с наложенной конечно-элементной сеткой; б – с установленными краевыми условиями

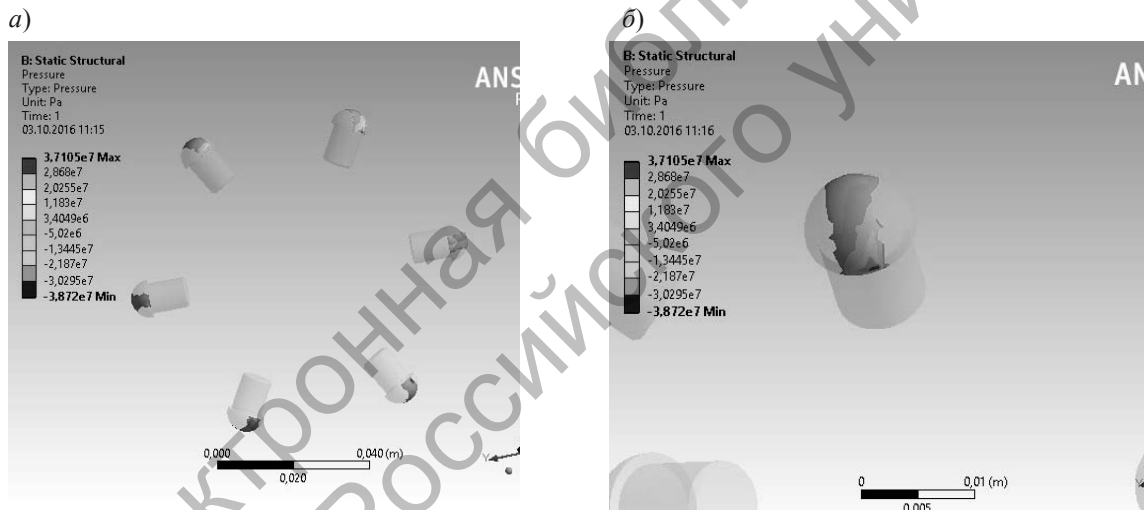


Рис. 6. Расчет контактных напряжений для роликов

Проверка с помощью МКЭ полученных в ходе прочностного анализа зависимостей доказала их адекватность (расхождение значений напряжений не превысило 5 %).

Заключение

Сферические роликовые передачи имеют низкую материалоемкость и кинематические параметры, аналогичные параметрам однорядных планетарных зубчатых передач, сконструированных по схеме 2К-Н и широко применяемых

в промышленности. При этом СРП имеют большее число потоков мощности, соответственно, теоретически большую нагрузочную способность при одинаковых габаритах и передаточных отношениях. Так, например, при передаточном отношении $i = 9$ в исследуемой передаче будет девять параллельных потоков мощности (число потоков равно числу тел качения и передаточному отношению), в то время как в зубчатой планетарной передаче таких потоков будет три (число потоков равно числу сателлитов и не превышает пяти).



Рис. 7. Расчет напряжений среза для роликов

Это позволяет разрабатывать на основе СРП малогабаритные редукторные узлы с высокой нагрузочной способностью.

Установлено, что для СРП при прочностных расчетах определяющими будут являться контактные напряжения, возникающие при взаимодействии ролика и беговой дорожки, в отличие от передач цилиндрического типа с составными роликами, где наибольшее значение имеют максимальные напряжения смятия, возникающие между

элементами тела качения [7]. Получены аналитические зависимости для определения действующих напряжений и формула для вычисления минимального радиуса сферического выступа ролика. Зависимости геометрических параметров от силовых факторов, действующих на СРП, позволяют проводить проектные и проверочные расчеты, а также оптимизацию геометрии передачи по критериям максимального передаваемого момента и КПД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лустенков, М. Е.** Сферическая передача с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Современные проблемы машиностроения : тез. докл. XI Междунар. науч.-техн. конф. (науч. чтения, посвящ. П. О. Сухому), Гомель, 20–21 окт. 2016 г. ; под общ. ред. С. И. Тимошина. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2016. – 226 с. : ил. – С. 38–39.
2. **Биргер, И. А.** Расчет на прочность деталей машин: справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с. : ил.
3. **Черменский, О. Н.** Подшипники качения : справочник-каталог / О. Н. Черменский, Н. Н. Федотов. – М. : Машиностроение, 2003. – 576 с. : ил.
4. **Лустенков, М. Е.** Практикум по основам проектирования и деталям машин: учеб. пособие / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2015. – 203 с. : ил.
5. **Иванов, М. Н.** Детали машин : учебник для машиностроительных специальностей вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – 10-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 2006. – 408 с. : ил.

6. NX для проектирования // Официальный сайт компании Siemens PLM Software [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/nx/for-design/index.shtml. – Дата доступа: 01.02.2017.

7. **Lustenkov, M. E.** Planetary Ball Transmissions : Strength Calculations / M. E. Lustenkov // Russian Engineering Research. – 2010. – Vol. 30, №. 9. – P. 862–866.

Статья сдана в редакцию 15 марта 2017 года

Игорь Сергеевич Сазонов, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет.

Михаил Евгеньевич Лустенков, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет.
E-mail: lustenkov@yandex.ru.

Екатерина Сергеевна Лустенкова, маркетолог, Белорусско-Российский университет.

Александр Петрович Прудников, канд. техн. наук, Белорусско-Российский университет.

Максим Викторович Разгонов, студент, Белорусско-Российский университет.

Igor Sergeevich Sazonov, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University.

Mikhail Evgenyevich Lustenkov, DSc (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.
E-mail: lustenkov@yandex.ru.

Ekaterina Sergeevna Lustenkova, marketer, Belarusian-Russian University.

Alexander Petrovich Prudnikov, PhD (Engineering), Belarusian-Russian University.

Maxim Victorovich Razgonov, student, Belarusian-Russian University.