

УДК 004.89

КОМПОЗИЦИЯ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ОХВАТОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИЯХ С НЕЧЕТКИМИ ЧИСЛАМИ

П. С. ХАРЛАМОВ

Научный руководитель А. С. ФЕДУЛОВ, д-р техн. наук, проф.
Филиал Национального исследовательского университета «МЭИ» в г. Смоленске
Смоленск, Россия

Одним из основных источников переоценивания в нечетких вычислениях является потеря структуры нелинейной зависимости при замене функции последовательностью интервальных операций. Для ограничения данного эффекта целесообразно использовать функциональные полиномиальные представления, сохраняющие зависимость результата от исходных переменных до этапа вычисления итогового диапазона. К числу таких представлений относятся формы Тейлора, модели Чебышева и форма Бернштейна, однако их математические роли различаются.

Для функции f на локальной области B Taylor-представление порядка p записывается в виде

$$f(x) = P_p^T(x; c) + R_{p+1}^T(B; c),$$

где c – выбранный центр; P_p^T – полином Тейлора; R_{p+1}^T – включающая оценка остатка. Такое представление обладает выраженным локальным характером: при уменьшении диаметра B остаток, при соответствующей гладкости функции, уменьшается с порядком $O(h^{p+1})$.

На более широкой области альтернативой является модель Чебышева

$$f(x) = P_p^{ch}(z) + R_p^{ch}, \quad z \in [-1; 1], \quad P_p^{ch}(z) = \sum_{k=0}^p a_k T_k(z).$$

В отличие от разложения Тейлора, привязанного к одной точке, полином Чебышева ориентирован на распределение ошибки по всей области. Поэтому его использование может быть предпочтительно для широких гладких α -сечений.

После построения полиномиальной части остается самостоятельная задача вычисления ее диапазона. Прямая интервальная подстановка в полином может вновь породить зависимостное переоценивание. Для его ограничения полином переводится в форму Бернштейна

$$P(t) = \sum_{k=0}^n \beta_k B_{k,n}(t), \quad t \in [0; 1], \quad B_{k,n}(t) = C_n^k t^k (1-t)^{n-k}.$$

Поскольку $B_{k,n}(t) \geq 0$ и $\sum_k B_{k,n}(t) = 1$, значение полинома является выпуклой комбинацией коэффициентов формы Бернштейна (β), откуда следует, что формы Тейлора, модели Чебышева целесообразно рассматривать как средства построения функциональной аппроксимации, а форму Бернштейна – как средство включающего оценивания диапазона полученного полинома.