

Министерство образования Республики Беларусь  
Министерство образования и науки Российской Федерации  
Государственное учреждение высшего профессионального образования  
«Белорусско-Российский университет»

М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова

# **РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ РОЛИКОВЫХ ПЕРЕДАЧ**

Могилев

«Белорусско-Российский университет»

2017

УДК 621.83.06

Рекомендовано к изданию Советом Белорусско-Российского университета  
«26» мая 2017 г., протокол № 10

Рецензенты:

д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой «Технологические комплексы,  
машины и механизмы» ФГБОУ ВО «Белгородский государственный  
технологический университет им. В. Г. Шухова»

*В. С. Севостьянов;*

д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой «Тракторы и автомобили»  
УО «Белорусская государственная орденов Октябрьской Революции  
и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственная академия»

*А. Н. Карташевич*

**Лустенков, М. Е.**

Расчет и проектирование сферических роликовых передач:  
[монография] / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Могилев : Бело-  
рус.-Рос. ун-т, 2017. – 177 с. : ил.

ISBN 978-985-492-194-5.

В монографии исследуются механические передачи, в которых нагрузка передается посредством промежуточных тел качения. Разработаны конструкции сферических роликовых передач, которые имеют малую материалоемкость, высокую нагрузочную способность и обладают компоновочными преимуществами. Рассмотрены структура, геометрия, кинематика передач, проведен силовой анализ. Приведены результаты компьютерного моделирования и экспериментальных исследований. Разработана методика расчета и проектирования сферических роликовых передач.

Предназначена для конструкторов, разработчиков новой редукторной техники, научных работников, аспирантов. Может быть полезна студентам технических специальностей университетов.

УДК 621.83.06

**ISBN 978-985-492-194-5**

© Лустенков М. Е., Лустенкова Е. С., 2017

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет», 2017

## Введение

В Республике Беларусь развито машиностроение и автомобилестроение со специализацией на производство грузовых автомобилей. Зубчатые передачи для приводов транспортных средств изготавливаются на отечественных предприятиях, в частности на ОАО «БЕЛАЗ» в полном объеме налажен выпуск зубчатых передач для карьерных самосвалов. В то же время производство редукторов как унифицированных агрегатов для различных отраслей промышленности, за малым исключением (ЗАО «Белробот»), практически отсутствует.

Анализ закупок, совершаемых по процедурам тендеров отечественными предприятиями, свидетельствует о значительной потребности в редукторной технике, составляющей десятки тысяч редукторов в год [1]. Наиболее перспективным по показателю передаваемой мощности, отнесенной к массе, является использование зубчатых механизмов планетарного типа, которые широко применяются в коробках передач грузовой автомобильной техники белорусского производства, а также в приводах робототехнических комплексов, технологического оборудования, средств механизации. Выпуск планетарных редукторов с высокими эксплуатационными характеристиками налажен ведущими зарубежными производителями, такими как Apex Dynamics (США), SEW Eurodrive, Inc. (Германия), Brevini Riduttori (Италия) и др. В последнее время развитие получили цевочные передачи с циклоидальным зацеплением, разработкой которых занимаются фирмы SPINEA (Словакия), Sumitomo (Япония) и др.

Разработка и производство редукторов на основе традиционных червячных и рядных зубчатых передач также давно освоены зарубежными конкурентами. В Республике Беларусь создана и развивается научная школа по разработке механизмов нового типа – передач с промежуточными телами качения (ППТК). Множество параллельных потоков передачи мощности и замена скольжения качением дают возможность проектировать передачи с низкой материалоемкостью и высокой нагрузочной способностью. По данному направлению получены определенные результаты, позволившие создать ряд малогабаритных редукторных механизмов. Однако ППТК до настоящего времени не получили широкого распространения в промышленности. Внедрялись, в основном, экспериментальные образцы техники, разработанные для решения специальных задач. Вместе с тем развитие САД-, САМ-, САЕ-систем, резко снижающих сроки и повышающих эффективность проектирования, аддитивных технологий, появление

обрабатывающих центров нового поколения, с помощью которых можно изготовить поверхности практически любой сложности, позволяют осуществлять разработку на новом уровне и использовать скрытые резервы ППТК.

Работа посвящена разработке конструкции, методик расчета и проектирования ППТК сферического типа, позволяющих использовать их в качестве редукторов общемашиностроительного назначения, которые, по мнению авторов, могут конкурировать по материалоемкости и нагрузочной способности с планетарными зубчатыми передачами. С учетом нынешней геополитической обстановки, связанной с переориентацией рынков на новых производителей, необходимостью импортозамещения, тема монографии, направленная на разработку новой редукторной техники, по своим показателям не уступающей зарубежным аналогам, является актуальной.

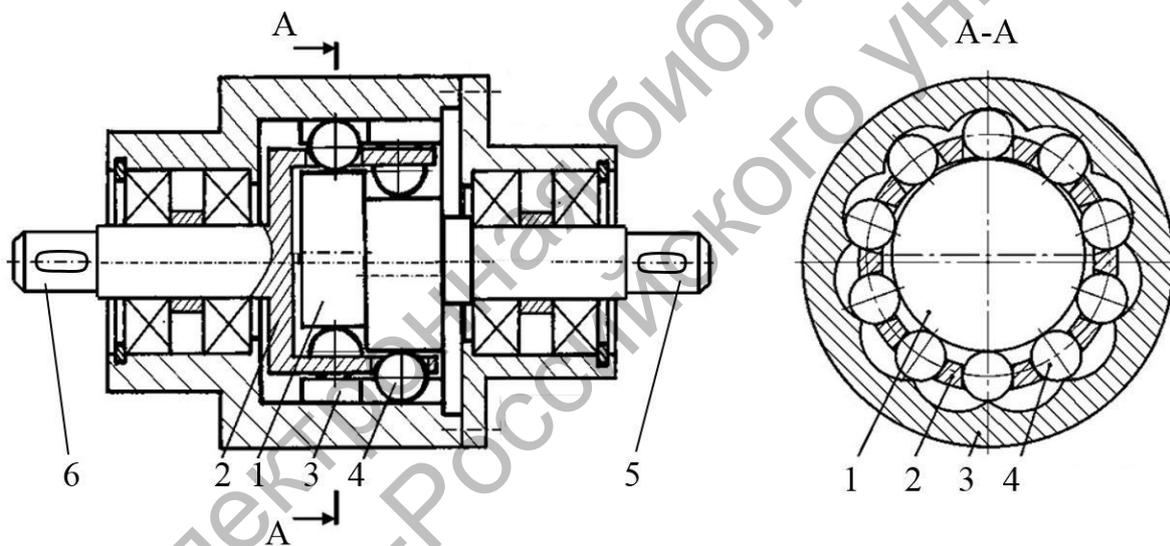
Монография не претендует на всеобъемлющее исследование вопроса. В работе приведены лишь начальные сведения о передачах сферического типа. Акцент сделан на их конструктивных особенностях, анализе структуры и кинематики. Подробное изучение динамики, оценка качества переходных процессов, влияние вида материалов, их термообработки, упрочняющих технологий, смазки и т. д. – все это следующие этапы работы. Авторы надеются, что монография прежде всего вызовет интерес к рассматриваемому предмету у разработчиков новой техники и будет способствовать дальнейшим исследованиям, которые, не исключено, скорректируют и уточнят информацию, изложенную в данной книге. В то же время авторы полагают значимым результатом проделанной работы то, что монография содержит всю необходимую информацию, позволяющую инженеру самостоятельно разрабатывать редукторы на основе сферических роликовых передач.

Авторы выражают признательность ректору Белорусско-Российского университета д-ру техн. наук, проф. И. С. Сазонову за оказываемую поддержку и декану экономического факультета канд. физ.-мат. наук, доц. И. И. Маковецкому за методическую помощь. Также благодарны рецензентам д-ру техн. наук, проф., зав. кафедрой «Технологические комплексы, машины и механизмы» ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова» В. С. Севостьянову и д-ру техн. наук, проф., зав. кафедрой «Тракторы и автомобили» УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия» А. Н. Карташевичу за ценные замечания, сделанные при чтении рукописи монографии.

# 1 Аналитический обзор литературы по теме исследований

## 1.1 Анализ развития ППТК

Поиск новых видов зацеплений и разработка новых конструкций механических передач активизировались в начале XX века [2–5]. Это было связано с развитием средств производства, технологий и стремлением передать возрастающие мощности при одновременном снижении массы и габаритов привода. Большинство первых конструкций ППТК были основаны на схеме эксцентриковой передачи с шариковыми и роликовыми телами качения. На рисунке 1.1 показана схема эксцентриковой передачи, в которой для повышения нагрузочной способности и уравновешенности на ведущем валу закреплены два эксцентрика, взаимодействующие с двумя рядами тел качения.



1 — эксцентрик (одноволновой генератор); 2 — сепаратор (ведомый вал); 3 — закрепленное в корпусе колесо с внутренним циклоидальным профилем; 4 — тела качения; 5 — ведущий вал; 6 — ведомый вал

Рисунок 1.1 – Схема двухрядной эксцентриковой передачи

Основной сферой применения передач с промежуточными телами качения являлись элементы приводов транспортных средств, в частности межколесные дифференциалы [6].

Интерес к ППТК эксцентрикового типа не пропал и в настоящее время. Различные схемы эксцентриковых передач используют при

проектировании компактных приводных систем с высокой нагрузочной способностью и широкими кинематическими возможностями [7, 8]. В [9] ППТК классифицированы по виду поверхностей, на которых располагаются траектории движения центров масс тел качения. Эксцентрикковые передачи отнесены к плоскому типу. Вклад в развитие теории плоских ППТК на уровне подготовки докторских диссертаций внесли такие ученые, как А. Е. Беляев, Ан-И Кан, Р. М. Игнатищев, М. Ф. Пашкевич, Н. Р. Щербаков, В. Н. Стрельников, М. Н. Каракулов. В Могилевском машиностроительном институте (ММИ, с 2003 г. – Белорусско-Российский университет (БРУ)) по данному направлению защитили кандидатские диссертации П. Н. Громько, А. И. Дерученко, В. И. Довженко, А. В. Капитонов, С. А. Жигунов, А. М. Пашкевич и др.

ППТК цилиндрического типа также начали разрабатываться в начале [10] и середине XX века [11, 12] и продолжают совершенствоваться на современном этапе [13, 14]. Цилиндрические ППТК используются, как правило, в случае необходимости встроить силовую передачу в пространства с ограниченными радиальными размерами [15, 16]. Исследованиями передач данного типа занимались S. E. Scott, W. Altmann, Р. М. Игнатищев, М. Lehman, В. К. Киров, Д. М. Макаревич, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Н. Terada, М. Varga и др.

Р. М. Игнатищевым был предложен один из вариантов механизмов данного типа – синусошариковый редуктор (СШР) (рисунок 1.2) [17].

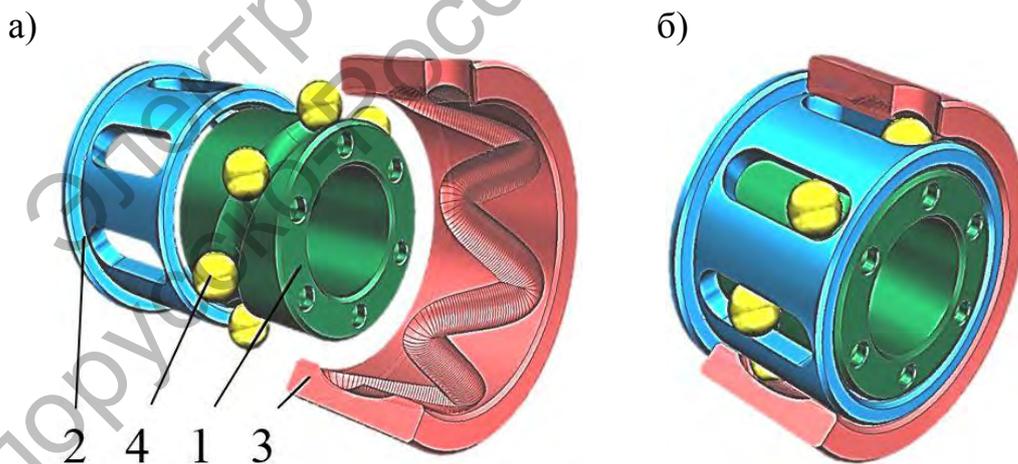


Рисунок 1.2 – Детали одной секции синусошарикового редуктора (а) и секция в сборе (б)

Секция редуктора состоит из внутренней втулки с замкнутой синусоидальной беговой дорожкой 1, сепаратора 2 с осевыми пазами,

наружной втулки 3 с замкнутой синусоидальной беговой дорожкой на внутренней поверхности и шариков 4, перемещающихся в процессе работы по беговым дорожкам втулок. Шарика при этом совершают колебательные движения вдоль пазов сепаратора и вращают его относительно оси передачи. Передаточное отношение зависит от числа периодов беговых дорожек и не зависит, непосредственно, от диаметральных габаритов передачи, в отличие от зубчатых передач. В одной ступени можно реализовать диапазон передаточных отношений 1...12 при максимальном диаметре корпуса около 150...180 мм. Нагрузочную способность можно повысить, увеличив число параллельно соединенных секций. При этом существенно увеличиваются осевые, но не радиальные габариты. Синусошариковые редукторы проектировались в качестве редукторных вставок к турбобурам и электробурам. Синусошариковые редукторные вставки прошли успешные испытания и эксплуатировались на различных буровых СССР. Информация об этих редукторах была внесена в ГОСТ 15880–83.

Одним из недостатков многих конструкций ППТК являлся низкий КПД. В [9, 18–20] предложено использовать составные промежуточные ролики для обеспечения качения и снижения потерь мощности на проскальзывание.

С учетом нынешнего уровня развития передач установим основные преимущества ППТК [21], позволяющие определить направления их дальнейшего совершенствования:

- нагрузка передается по множеству параллельных потоков (тел качения), что позволяет снижать материалоемкость, уменьшать габариты привода. Показатель, численно характеризующий данное преимущество, – среднее число тел качения, передающих нагрузку. Его можно условно назвать коэффициентом перекрытия. Он зависит от конструкции передачи и геометрических параметров ее элементов. Очевидно, что с точки зрения достижения минимальной материалоемкости необходимо добиваться максимального значения этого коэффициента;

- с помощью тел качения можно осуществить замену скольжения сопротивлением качению, которое сопровождается малыми потерями мощности, и повысить КПД передач.

К недостаткам плоских и цилиндрических передач относят увеличенные радиальные и осевые размеры соответственно. Рассмотренные конструкции механизмов [2–20] в [22] классифицируются как передачи со «свободными телами качения». Этот термин применен к

ППТК, у которых центры масс (для шариков) или оси (для роликов) не закреплены на общем основании – одной из деталей передачи, расстояние между центрами масс тел качения (или осями) может изменяться в процессе работы. Общий недостаток таких передач заключается в возможности заклинивания одного или нескольких тел качения (особенно роликов из-за перекоса их осей), а также в пониженной жесткости и связанных с ней шумом, вибрациями. Для уменьшения вредного воздействия этих явлений на эксплуатационные характеристики ППТК предъявляются высокие требования к точности изготовления контактирующих поверхностей и сборке деталей, разрабатываются специальные меры по устранению перекоса осей роликов, усложняющие и удорожающие конструкцию передачи.

Рассмотрим отдельно группу планетарных прецессионных передач, разработкой которых занимались И. А. Бостан, В. Дулгеру, Д. Б. Лопатин, Б. А. Лопатин, А. И. Нечаев, П. Н. Громыко и др. В [23] приведена схема прецессионной передачи на основе планетарной передачи типа К-Н-V, в которой ведущий вал, связанный с водилом, имеет наклоненный кривошип. На кривошипе с возможностью вращения относительно собственной оси установлен сателлит. Он обкатывается по неподвижному колесу, закрепленному в корпусе. Вращение сателлита относительно оси передачи снимается на выходной вал с помощью угловой муфты. На рисунке 1.3 показана схема, в которой зубья неподвижного колеса заменены на ролики, вращающиеся вокруг собственных осей. В таком виде данную передачу можно отнести к ППТК. Она представляет собой видоизмененную цевочную передачу с циклоидальным зацеплением, разработкой которой, в частности, занимаются фирмы SPINEA [24], Sumitomo [25] и ЗАО «Белробот» [26]. Ролики могут закрепляться на сателлите, а неподвижное колесо иметь внутренний зубчатый профиль. Также разработаны конструкции с двухвенцовыми сателлитами [27]. Кинематика передачи не изменяется, но возрастает нагрузочная способность и повышается уравновешенность.

Отличительной особенностью прецессионных передач является замена эксцентрика на ведущем валу, параллельного оси передачи, на наклонный участок вала, сообщающий точкам сателлита движение с траекториями, расположенными на сферической поверхности. Зубья сателлита могут размещаться на его торце, а радиально расположенные оси роликов находиться в плоскостях, близких к плоскости, перпендикулярной оси передачи [28]. На рисунке 1.4 показана передача

ча [29, 30], аналогом которой является планетарная зубчатая передача по схеме 2К-Н с двухвенцовым сателлитом.

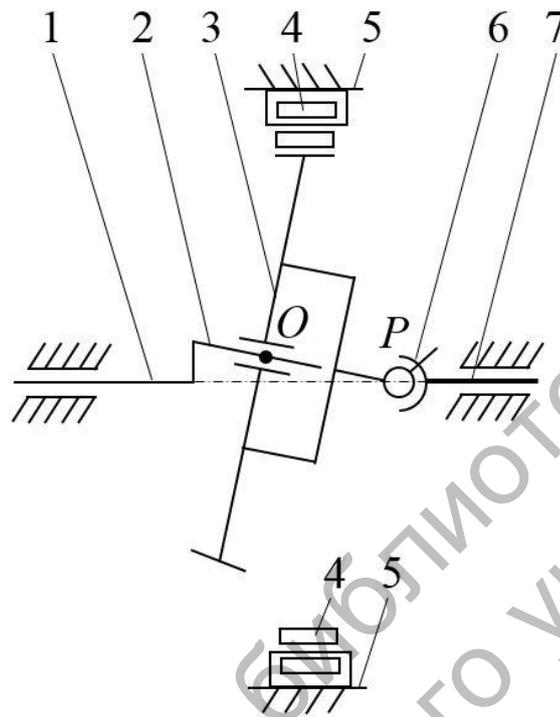
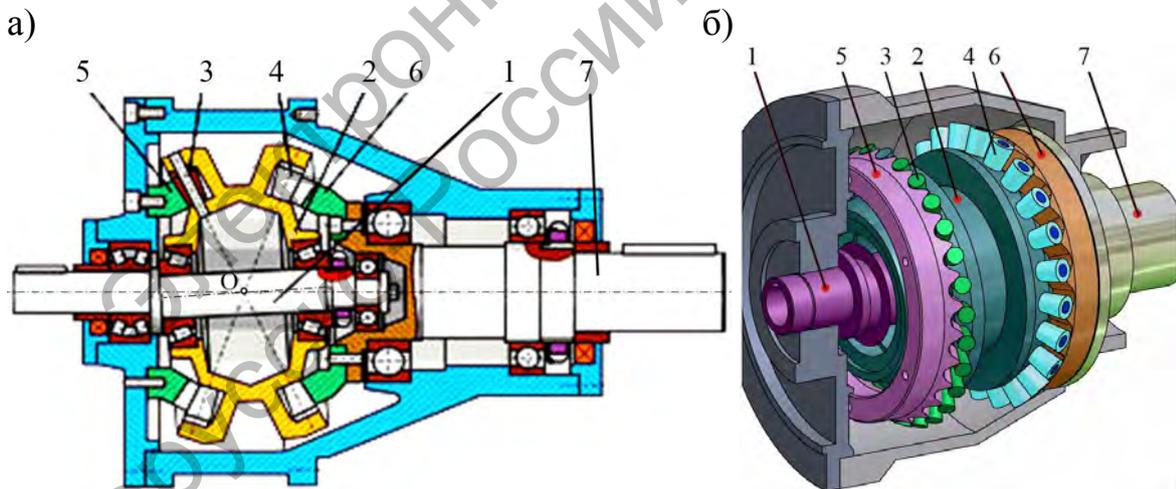


Рисунок 1.3 – Кинематическая схема планетарной прецессионной передачи



а – схема; б – компьютерная модель; 1 – ведущий вал с наклоненным участком; 2 – сателлит с двумя рядами тел качения; 3 – первый ряд тел качения; 4 – второй ряд тел качения; 5 – неподвижное зубчатое колесо; 6 – подвижное колесо, соединенное с ведомым валом 7

Рисунок 1.4 – Планетарная прецессионная передача

При вращении ведущего вала 1 с наклоненным участком вращается установленный на нем сателлит 2. Сателлит имеет два ряда роликов, размещенных на его осях. Один ряд роликов 3 взаимодействует с зубьями колеса 5, закрепленного в корпусе, а второй ряд 4 – с зубьями колеса 6, соединенного с ведомым валом 7 передачи. Недостаток прецессионных передач заключается в необходимости изготовления сложного пространственного профиля зубьев, контактирующего с роликами, обеспечивающего постоянство мгновенного передаточного отношения и линейного контакта, а также в используемом принципе силового замыкания высших кинематических пар, образуемых телами качения, снижающем теоретическую нагрузочную способность передачи вдвое.

Отметим, что в планетарных прецессионных передачах тела качения закреплены на одной из деталей (сателлите либо корпусе), сателлит совершает сферическое движение.

Несмотря на указанные недостатки, механизмы, в которых траектории центров масс тел качения расположены на сферических поверхностях, являются перспективными. Они относятся к сферическим передачам с промежуточными телами качения (СППТК).

При всем при том, что за рубежом разработаны конструкции СППТК [31], этот класс механизмов остается мало изученным. По сравнению с передачами плоского и цилиндрического типов сферические ППТК обладают следующими преимуществами:

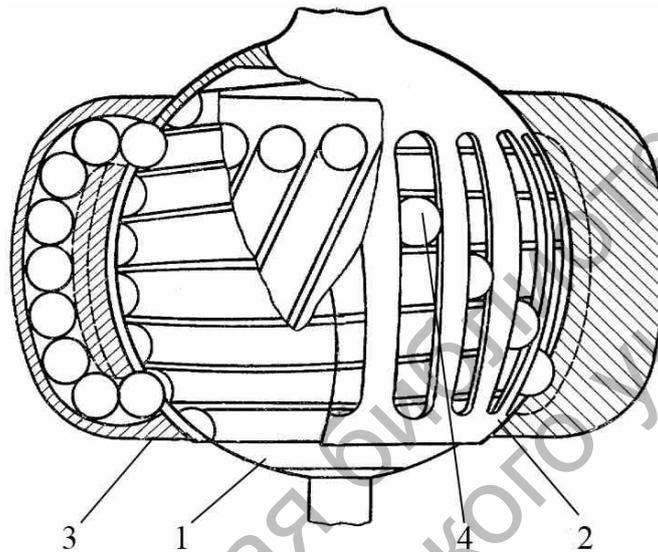
- малыми габаритами одновременно в радиальном и осевом направлениях;
- особенности компоновки позволяют совмещать в структуре одного механизма редуктор и сферический шарнир;
- возможность реализации передачи вращения под углом [32–37].

## 1.2 Анализ развития СППТК и их классификация

Продолжительное время развитие СППТК сдерживали сложности изготовления беговых дорожек и кулачковых профилей. Однако следует отметить, что еще в начале XX века на базе сферической шариковой передачи разрабатывались конструкции автомобильных дифференциалов [38].

С учетом конструкции, структуры, кинематики и используемых силовых схем сферические передачи можно классифицировать по нескольким признакам.

По числу основных звеньев, контактирующих с телами качения, СППТК сферического типа можно разделить на трехзвенные и двухзвенные. В [39] предложена конструкция трехзвенной сферической шаровинтовой передачи с каналами возврата (рисунок 1.5).

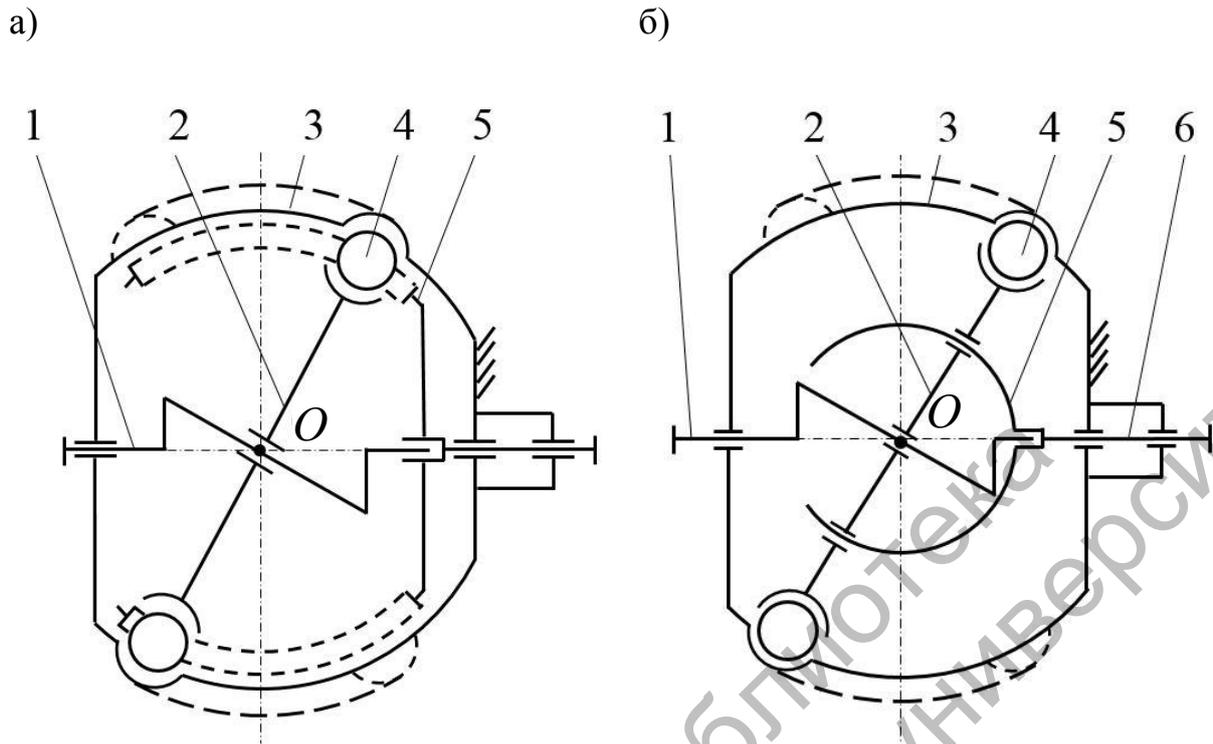


1 – ведущая обойма; 2 – ведомая обойма; 3 – заторможенная обойма; 4 – шары

Рисунок 1.5 – Шаровинтовая передача

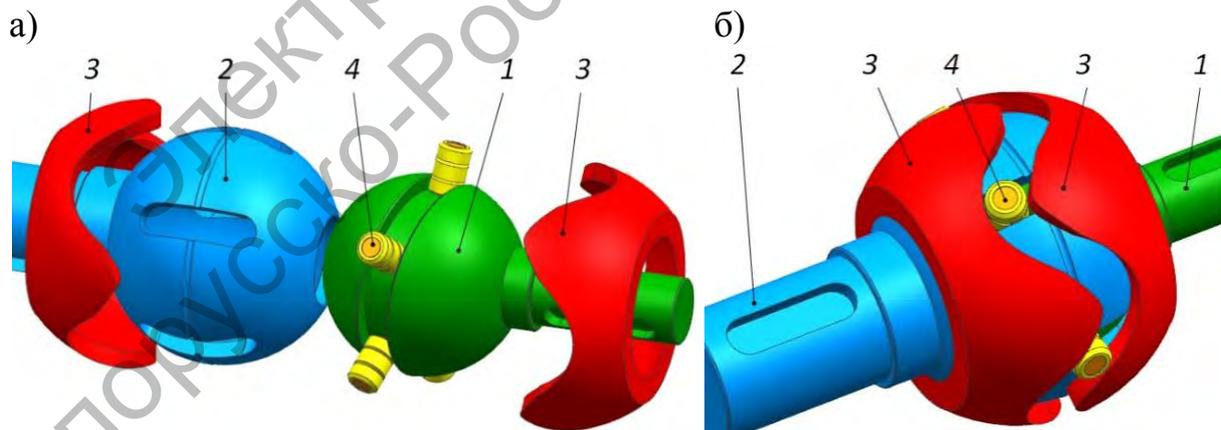
Помимо высокой сложности изготовления и сборки данного механизма, недостатком выступает пониженная прочность деталей. Более прогрессивными являются передачи с замкнутыми беговыми дорожками (рисунок 1.6). Такие трехзвенные СППТК можно рассмотреть на примере преобразованной синусошариковой передачи цилиндрического типа (рисунок 1.7) [40].

Передача состоит из ведущего вала 1, на консольном участке которого размещена сферическая поверхность с косым пазом (однопериодная замкнутая беговая дорожка), ведомого вала 2, на конце которого сконструирована промежуточная сферическая обойма (сепаратор) с меридиональными пазами, равномерно расположенными относительно оси вращения, наружных кулачков 3, закрепленных в корпусе и образующих неподвижную многопериодную беговую дорожку, и тел качения 4.



а – трехзвенная передача; б – двухзвенная передача; 1 – ведущий вал; 2 – генератор; 3 – наружный кулачок; 4 – тела качения; 5 – механизм для передачи вращения с генератора на ведомый вал (сепаратор); 6 – ведомый вал

Рисунок 1.6 – Кинематические схемы СППТК с замкнутыми периодическими беговыми дорожками

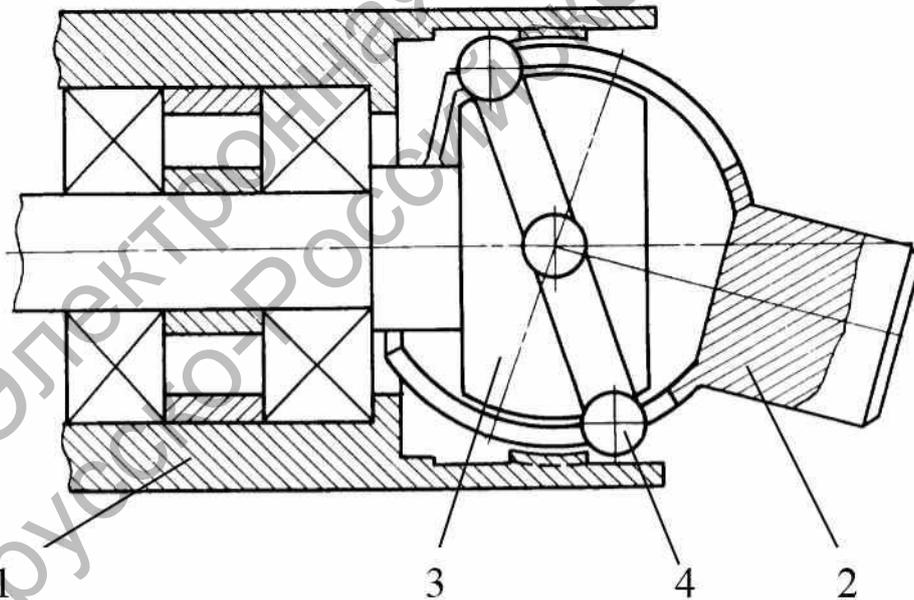


а – основные элементы передачи; б – передача в сборе; 1 – ведущий вал с внутренним кулачком; 2 – ведомый вал – сепаратор; 3 – наружные кулачки; 4 – составные тела качения

Рисунок 1.7 – Трехзвенная СППТК

При вращении ведущего вала 1 тела качения 4 перемещаются по беговой дорожке консольно расположенного внутреннего кулачка и одновременно по беговой дорожке, образованной наружными кулачками 3. Результирующим движением является их вращение относительно оси передачи вместе с сепаратором 2 с измененной угловой скоростью. Тела качения 4 выполнены в виде составных роликов, включающих в себя три элемента качения [41–43]. Это позволяет осуществить качение без проскальзывания при взаимодействии промежуточных элементов с беговыми дорожками и сепаратором и снизить таким образом потери на трение. Для обеспечения сборки механизма сепаратор 2 должен изготавливаться составным.

В [44] предложена конструкция трехзвенной передачи, дающей возможность изменения угла между осями вращения валов (рисунок 1.8). Она состоит из внешней обоймы с канавкой на внутренней шаровой поверхности, внутренней обоймы с канавкой на наружной шаровой поверхности и промежуточной обоймы со сквозными прорезями. В канавках и сквозных прорезях размещены шары-сателлиты.



1 – внешняя обойма; 2 – промежуточная обойма; 3 – внутренняя обойма; 4 – шары

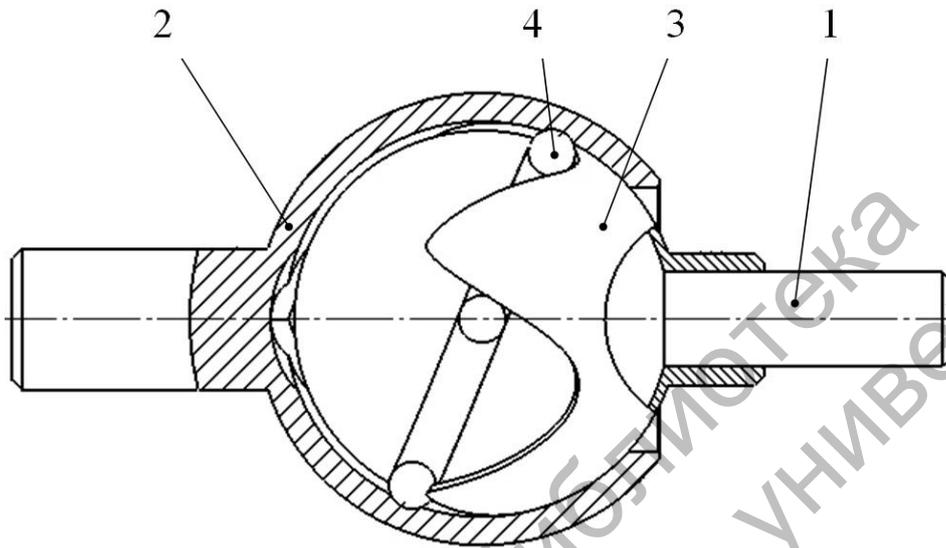
Рисунок 1.8 – Шаровая планетарная передача

Сквозные прорези снижают прочность промежуточной обоймы. Передача не обеспечивает постоянное передаточное отношение, ко-

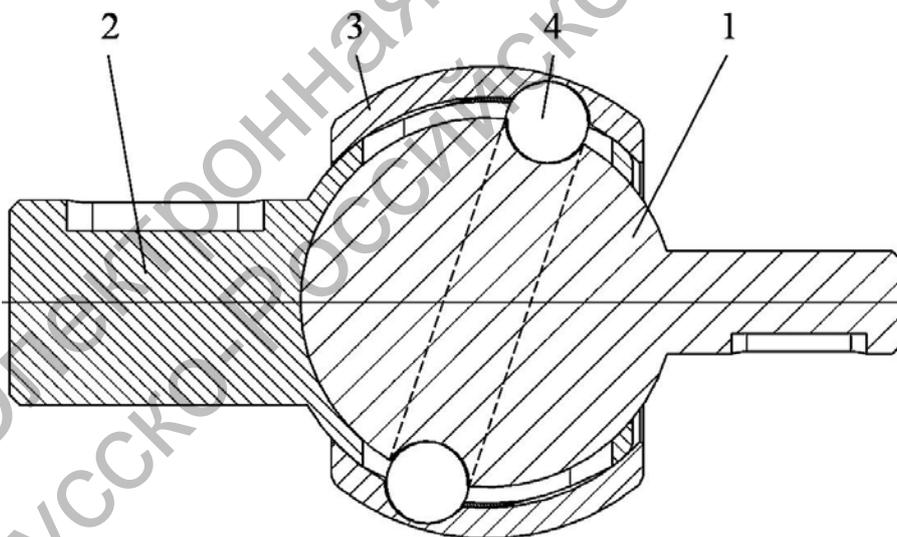
торое изменяется в зависимости от угла наклона осей валов.

Схемы СППТК [45–50], разработанных в Белорусско-Российском университете, показаны на рисунках 1.9–1.11.

а)



б)



а – с принципом силового замыкания высших кинематических пар; б – с принципом геометрического замыкания

Рисунок 1.9 – Конструкции сферических ППТК

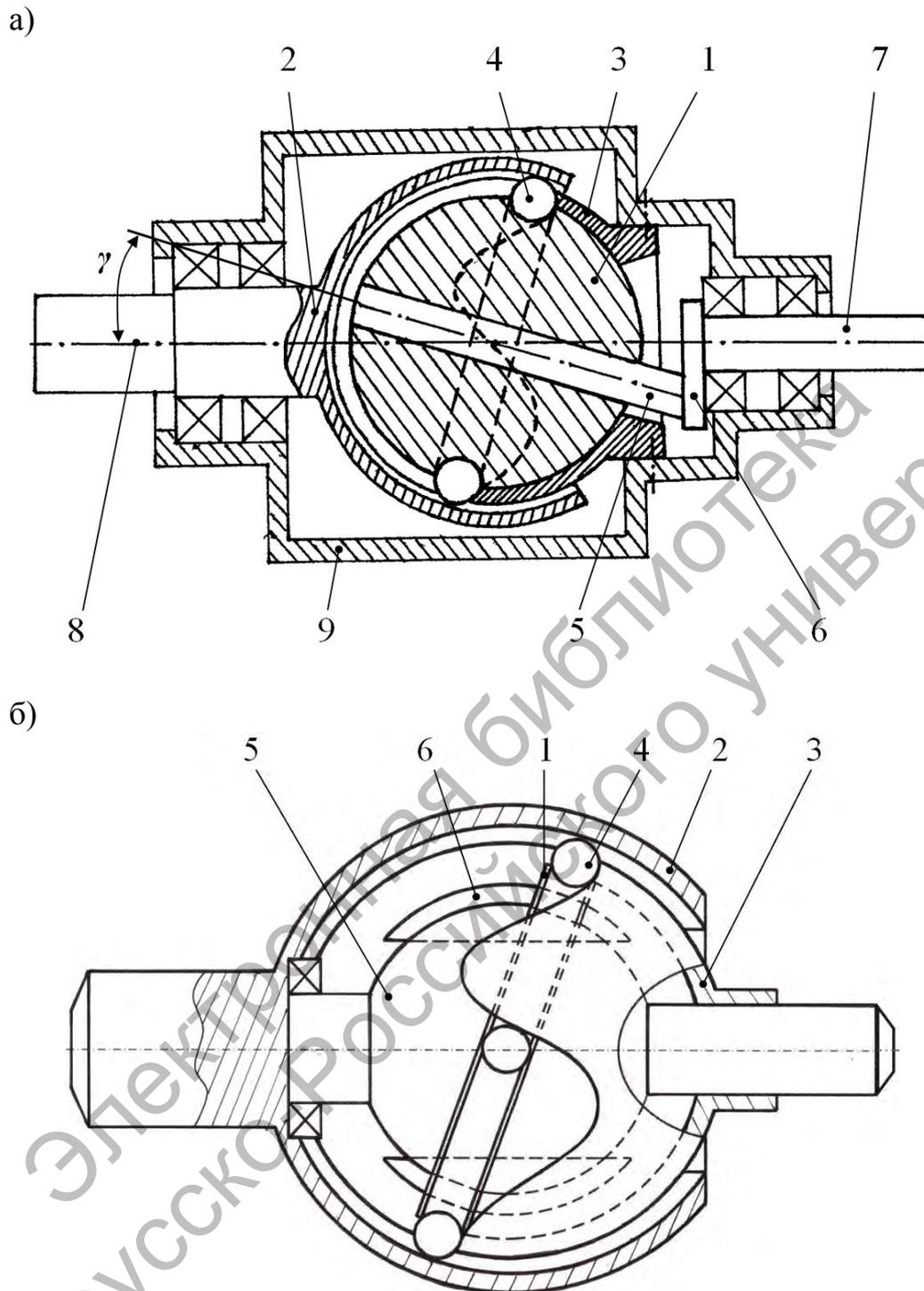
Передача (см. рисунок 1.9) содержит ведущий вал 1 со сферическим внутренним кулачком с замкнутой беговой дорожкой. Коакси-

ально внутреннему кулачку располагается остановленное звено 3 с многопериодной беговой дорожкой. Оно может быть изготовлено в виде наружного торцового кулачка с волнообразной торцовой поверхностью (см. рисунок 1.9, а) либо в виде охватывающей корпусной втулки с беговой дорожкой на внутренней сферической поверхности. Ведомый вал 2 в зависимости от используемого принципа замыкания высших кинематических пар изготавливается с пазами на внутренней сферической поверхности (см. рисунок 1.9, а) либо с прорезями (см. рисунок 1.9, б). Добавим, что на рисунках 1.9–1.11 показаны упрощенные схемы передач с шариковыми телами качения 4. В реальных механизмах беговые дорожки могут образовываться с помощью составных кулачков, для снижения потерь мощности в качестве тел качения применяются составные ролики, а для обеспечения сборки редукторов предусматривается составная конструкция сепаратора.

На рисунке 1.10 показаны усовершенствованные конструкции СППТК, использующие принцип силового замыкания высших кинематических пар, т. е. односторонний контакт как минимум одного из кулачков с телами качения. Однопериодная беговая дорожка представляет собой кольцевой паз, технологичный в изготовлении. Внутренний кулачок 1 (см. рисунок 1.10, а) устанавливается на стержень 5 с возможностью относительного вращения [51]. Кольцевой паз на внутреннем кулачке наклоняется при помощи эксцентрика 6, связанного с ведущим валом 7. Передача нагрузки осуществляется посредством контакта тел качения 4 с кольцевым пазом внутреннего кулачка, с профильной поверхностью торцового кулачка 3, закрепленного в корпусе 9, и с меридиональными пазами сепаратора 2, связанного с ведомым валом 8 редуктора.

На рисунке 1.10, б также показана СППТК с принципом силового замыкания высших кинематических пар, образованных телами качения. Внутренний кулачок 1 с кольцевым пазом размещен на входном валу 5 с помощью сегментных шпонок 6, что позволяет получить дополнительную степень свободы для самоустановки детали с беговой дорожкой и компенсации неточностей ее изготовления. Компьютерная модель данной передачи исследована в разд. 5.

На рисунке 1.11 показана конструкция комбинированного сферического механизма, использующая компоновочные преимущества СППТК [52]. Она объединяет редуктор и шарнир равных угловых скоростей (ШРУС).



а – с кольцевым пазом; б – с составным внутренним кулачком

Рисунок 1.10 – Совершенствование конструкций сферических ППТК

В корпусе 8 размещены внутренний кулачок 5 с однопериодной беговой дорожкой, наружный кулачок 3 с многопериодной беговой дорожкой и ведомый вал (сепаратор) 2. Вдоль пазов сепаратора и по

беговым дорожкам перемещаются тела качения 4. Во внутренний кулачок 5 встроены ШРУС типа Рцеппа [53] с валами 1 и 5, сепаратором 6, шариками 7 и механизмом стабилизации положения шариков. ШРУС позволяет изменять угловое положение ведущего вала 1 редуктора по отношению к ведомому валу 2 при сохранении постоянного передаточного отношения редуктора.

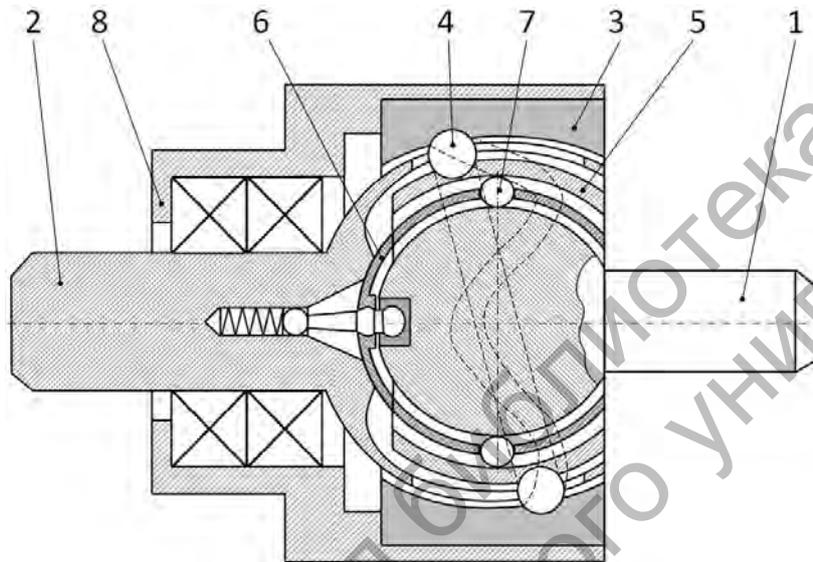
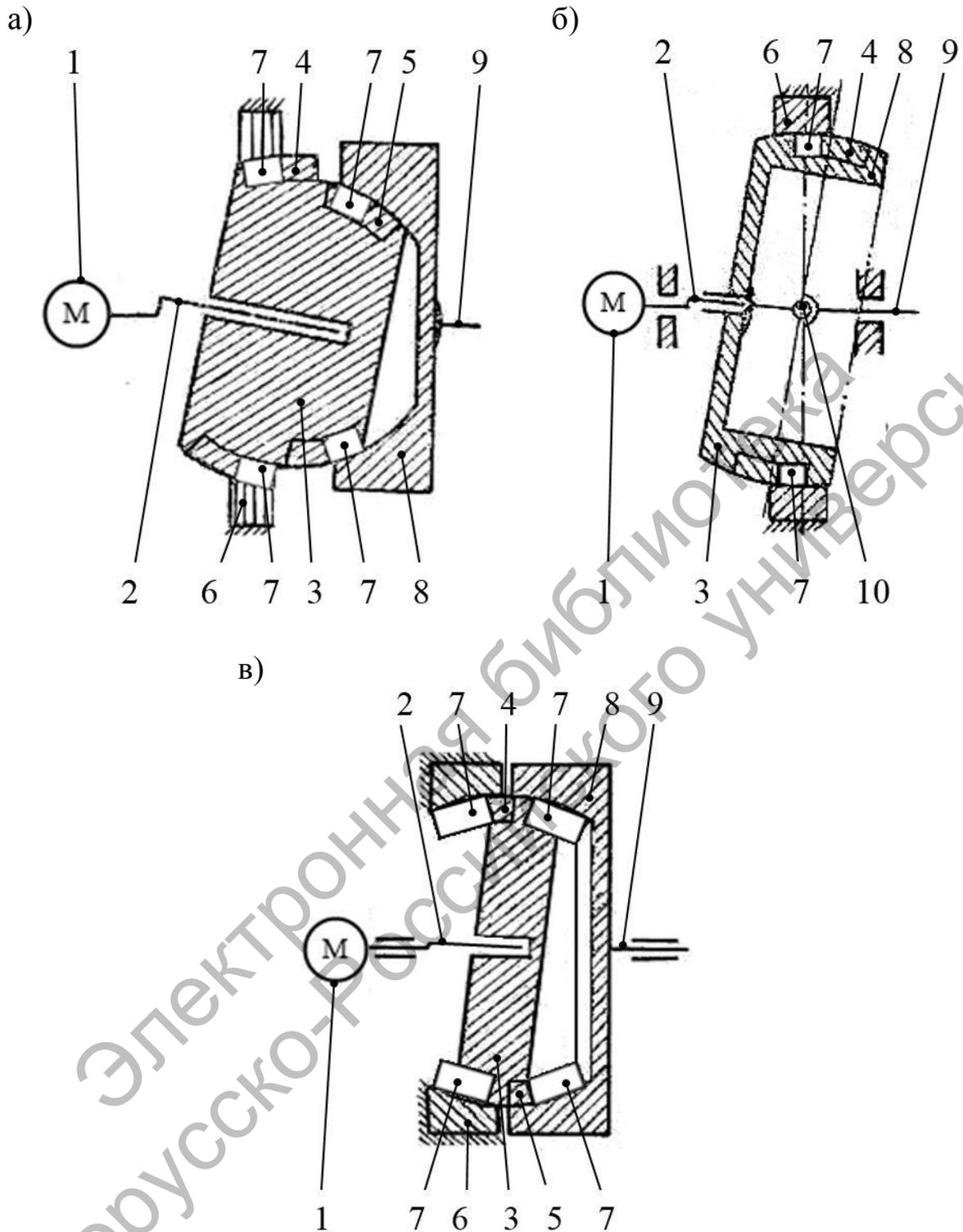


Рисунок 1.11 – Комбинированный сферический механизм [52]

Недостатками трехзвенных СППТК являются: уже отмеченные ранее увеличенные потери мощности; большая вероятность заклинивания тел качения (особенно роликов) и в связи с этим – низкая надежность; непрочность промежуточного вала – сепаратора (особенно для шариковых передач) из-за ограниченности его толщины, обусловленной размерами тела качения. По этой же причине снижается нагрузочная способность, т. к. ограничены длины контактных линий.

В двухзвенных СППТК (см. рисунок 1.6, б) тела качения могут не иметь общего основания, на котором они закрепляются [54], но для повышения жесткости механической системы целесообразно, чтобы их центры масс (оси) были зафиксированы.

В связи с этим интерес представляет информация, изложенная в [55]. В описании к изобретению Д. С. Рабинович предлагает несколько вариантов передач, показанных на рисунке 1.12. Передачи приводятся в движение от вала двигателя, имеющего наклоненный участок (кривошип).



а, в – с двумя роликовыми обоймами; б – с одной роликовой обоймой; 1 – двигатель; 2 – наклоненный кривошип; 3 – пояс сферы; 4, 5 – беговые дорожки; 6 – неподвижная роликовая обойма; 7 – ролики; 8 – ведомая роликовая обойма; 9 – ведомый вал; 10 – угловая муфта

Рисунок 1.12 – Сферический зубчато-винтовой механизм

На кривошипе установлена деталь сферической формы (пояс сферы) с синусоидальным пазом (пазами) прямоугольного сечения на наружной поверхности (см. рисунок 1.12, а, б) или с двухсторонней зубчаткой (см. рисунок 1.12, в). На рисунках 1.12, а, б в механизме осуществляется геометрическое замыкание высших кинематических пар, а на рисунке 1.12, в – силовое. В корпусе закреплена обойма с роликами, установленными с постоянным угловым шагом. С помощью кривошипа возбуждаются осевые колебания пояса сферы. Вращение пояса сферы относительно кривошипа передается на ведомый вал посредством другой роликовой обоймы (см. рисунок 1.12, а, в) или угловой муфты (см. рисунок 1.12, б).

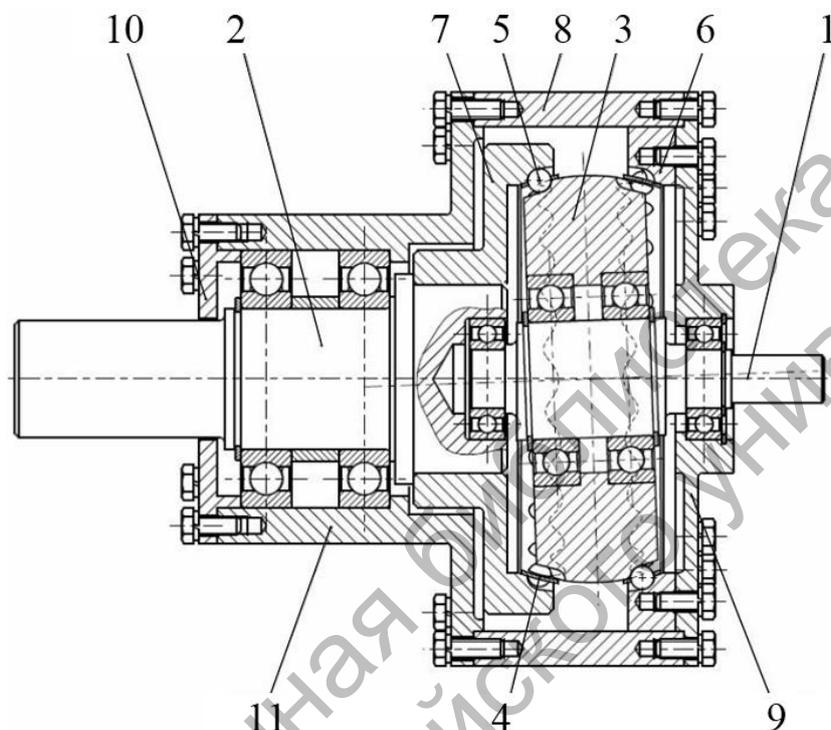
В передачах с двумя замкнутыми пазами (см. рисунок 1.12, а, в) средние плоскости (плоскости симметрии) центровых кривых кулачковых профилей не находятся в плоскости, проходящей через центр сферы, что приводит к несимметричности беговых дорожек и неравномерности вращения передачи. Попытка расположить беговые дорожки на участках пояса сферы с разным диаметром (см. рисунок 1.12, а) усложнит конструкцию механизма. Консольное закрепление пояса сферы на кривошипе (см. рисунок 1.12, б) будет способствовать возрастанию изгибных нагрузок на ведущий вал. Автор рассматривает только конструкции с роликами, установленными на наружных сферических поверхностях.

Идеи, предложенные в [55], не нашли широкого применения в середине 50-х годов XX века из-за сложности изготовления пространственных кулачковых поверхностей. Однако они получили дальнейшее развитие в работах многих исследователей ППТК.

Одним из недостатков двухзвенных СППТК является необходимость проектирования механизма съема вращения с пространственно-сложно движущихся элементов на выходной вал. Для плоских (эксцентриковых, циклоидальных и др.) передач этот вопрос решается по-разному: в редукторах фирмы SPINEA использована муфта Ольдгейма [24]; в редукторах фирмы Sumitomo – механизм параллельных кривошипов [25]. Для сферических передач необходимо применять угловые муфты или использовать сдвоенные карданные шарниры.

По расположению беговых дорожек на сферической поверхности СППТК делятся на передачи с размещением средней линии центровых кривых кулачковых профилей в экваториальной плоскости и вне ее. В последнем случае (рисунок 1.13) увеличивается сложность изго-

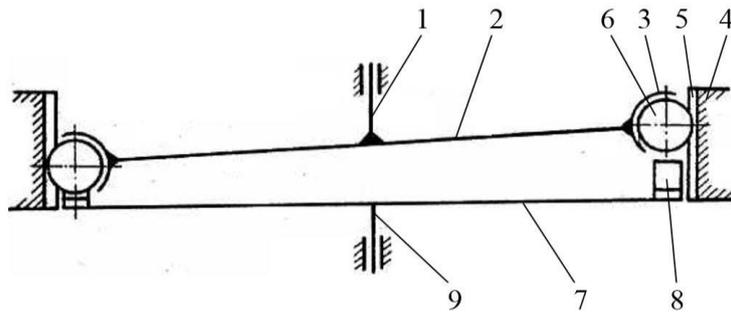
товления беговых дорожек и неравномерность распределения усилий между телами качения. Конструкция, показанная на рисунке 1.13, является развитием передачи, представленной на рисунке 1.12, а, в. Отличительная особенность заключается в наличии незакрепленной системы тел качения и сепаратора.



1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – сателлит; 4 – сепаратор; 5 – шарики; 6 – неподвижное колесо; 7 – подвижное колесо; 8 – корпус; 9, 10 – крышки; 11 – стакан

Рисунок 1.13 – Конструкция прецессионной передачи [56]

По принципу замыкания высших кинематических пар, как уже отмечалось ранее, передачи подразделяются на СППТК с силовым и геометрическим замыканиями. Передачи с силовым замыканием [57–61] в общем случае имеют нагрузочную способность, теоретически в два раза меньшую, чем передачи с геометрическим замыканием. Одна из конструкций [57] таких механизмов показана на рисунке 1.14. В представленном виде передача будет работать с высокой кинематической погрешностью. Для обеспечения постоянства мгновенного передаточного зубья 5 и 8 должны иметь сложный пространственный профиль, отличный от стандартного эвольвентного. Зубья 5 должны располагаться на сферической поверхности.



1 – входной вал; 2 – водило; 3 – кольцевой паз; 4 – корпус с центральным колесом; 5 – зубья центрального колеса; 6 – тела качения; 7 – ведомое центральное колесо; 8 – конические зубья; 9 – ведомый вал

Рисунок 1.14 – Планетарная сферическая передача

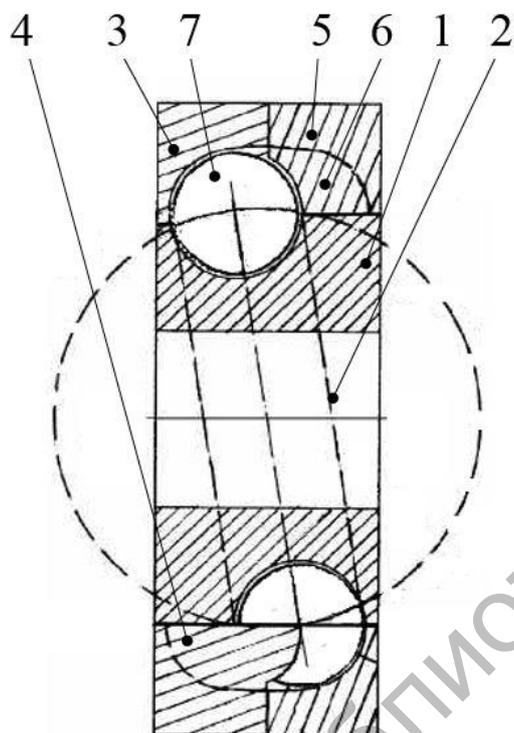
В [61] представлена конструкция механизма, в котором несвязанная система тел качения контактирует с тремя беговыми дорожками трех обойм. Беговые дорожки выполнены, по сути, в виде кулачковых поверхностей (рисунок 1.15), обеспечивающих односторонний контакт с телами качения в направлении полезного окружного усилия.

К передачам с геометрическим замыканием предъявляются более высокие требования по точности изготовления и сборки деталей, также необходимо применять средства распределения нагрузки по потокам.

Сферические ППТК можно классифицировать по взаимному расположению средней плоскости центровых кривых кулачковых профилей и точки  $O$  (см. рисунок 1.6), связанной с неподвижной системой отсчета, относительно которой осуществляется сферическое движение. В случае их несовпадения (см. рисунок 1.3) резко снижается нагрузочная способность передачи и возникает необходимость дополнительного уравнивания всего механизма.

Звено, выступающее в качестве генератора, также подразделяется на несколько видов. Оно может быть выполнено в виде вала со сферическим участком, на котором изготовлена беговая дорожка (см. рисунок 1.9), в виде диска, установленного на кривошип (см. рисунок 1.10, а), и др. [52].

По виду тел качения СППТК можно разделить на сферические роликовые передачи (СРП) и сферические шариковые передачи (СШП). СРП имеют более высокую нагрузочную способность, однако беговые дорожки для цилиндрических промежуточных элементов [62] сложнее в изготовлении, чем для сферических.



1 – внутренняя обойма (волновой генератор); 2 – кольцевая беговая дорожка внутренней обоймы; 3 – левая обойма с беговой дорожкой в виде лунок; 4 – выступы левой обоймы; 5 – правая обойма; 6 – периодическая беговая дорожка; 7 – шары

Рисунок 1.15 – Дифференциальный преобразователь скорости «редуктор – подшипник»

Сферические передачи также можно классифицировать по использованию кинематической схемы  $2K-H$  или  $K-H-V$ , хотя это деление достаточно условно. Передачи, сконструированные по схеме  $2K-H$  (с внутренним и наружным кулачками и ведомым сепаратором), могут включать составной сателлит [56, 63–65]. Для реализации двухзвенной передачи пригодна схема  $K-H-V$ , где вращение от двигателя подается на ведущий вал с эксцентриком (наклоненным кривошипом), т. е. на водило. На эксцентрике устанавливается сателлит, который выполняет двойную функцию – ведущего звена (генератора колебаний тел качения) и звена, с которого вращение передается на ведомый вал.

На основе проведенного анализа разработана классификационная схема СППТК, которая представлена на рисунке 1.16. На ней штриховым контуром отмечены наиболее перспективные группы передач по нагрузочной способности и надежности.



Рисунок 1.16 – Классификационная схема СППТК

### 1.3 Направления и перспективы исследований

Несмотря на большое разнообразие разработанных конструкций, методики расчетов СППТК (проектных и проверочных) в источниках литературы либо отсутствуют, либо представлены фрагментарно [66]. В связи с этим целью исследований было создание теоретических основ расчета и проектирования СППТК с экспериментальным подтверждением результатов теоретических исследований на опытных образцах редукторной техники.

В качестве объекта исследования на первом этапе выбраны двух- и трехзвенные роликовые СППТК с замкнутыми беговыми дорожками, использующие принцип геометрического замыкания высших кинематических пар. Указанные группы передач выбраны для сравнительного анализа и установления наиболее рациональных структурных и конструктивных вариантов.

На базе анализа существующих передач определены основные направления совершенствования СППТК:

- повышение надежности и долговечности передач за счет увеличения жесткости ее элементов (системы тел качения);
- повышение КПД за счет обеспечения конструктивными и иными мерами режима движения роликов по беговым дорожкам и рабочим поверхностям деталей, при котором наблюдается максимально возможная доля «чистого» качения (без проскальзывания);
- повышение нагрузочной способности (отношения передаваемой мощности на единицу массы) путем увеличения степени параллельной многопоточности (коэффициента перекрытия) и длин линий контакта [67].

Все приведенные направления носят конструктивный характер. Дополнительной мерой совершенствования исследуемых механизмов, направленной на решение вышеуказанных задач, является применение новых высокопрочных материалов для изготовления основных деталей зацепления и смазочных материалов, высокоэффективных методов поверхностного упрочнения (эти методы не рассматриваются в данной работе).

Стратегическая цель исследований заключалась в разработке конструкций и создании основ расчета редукторных механизмов общемашиностроительного назначения, по техническим характеристикам сопоставимых с планетарными зубчатыми редукторами.

## 2 Конструкция СРП, ее структурный анализ, исследование геометрии и кинематики

### 2.1 Разработка конструкции СРП и ее структурный анализ

Кинематическая схема предлагаемой двухзвенной передачи показана на рисунке 2.1 [68]. Передача состоит из ведущего вала 1, на котором имеется наклоненный кривошип 2. На кривошипе установлен генератор 3 с возможностью вращения вокруг собственной оси. На наружной поверхности генератора в цилиндрические отверстия 4, расположенные с равномерным шагом, установлены ролики 5. Ролики имеют сферические концы 6, которыми они контактируют с периодической замкнутой беговой дорожкой 7. Дорожка образована двумя сферическими кулачками 8 и 9, закрепленными в корпусе 10. В конструкции передачи имеется механизм 11 передачи (съема) вращательного движения со сферически движущегося генератора 3 на ведомый вал 12.

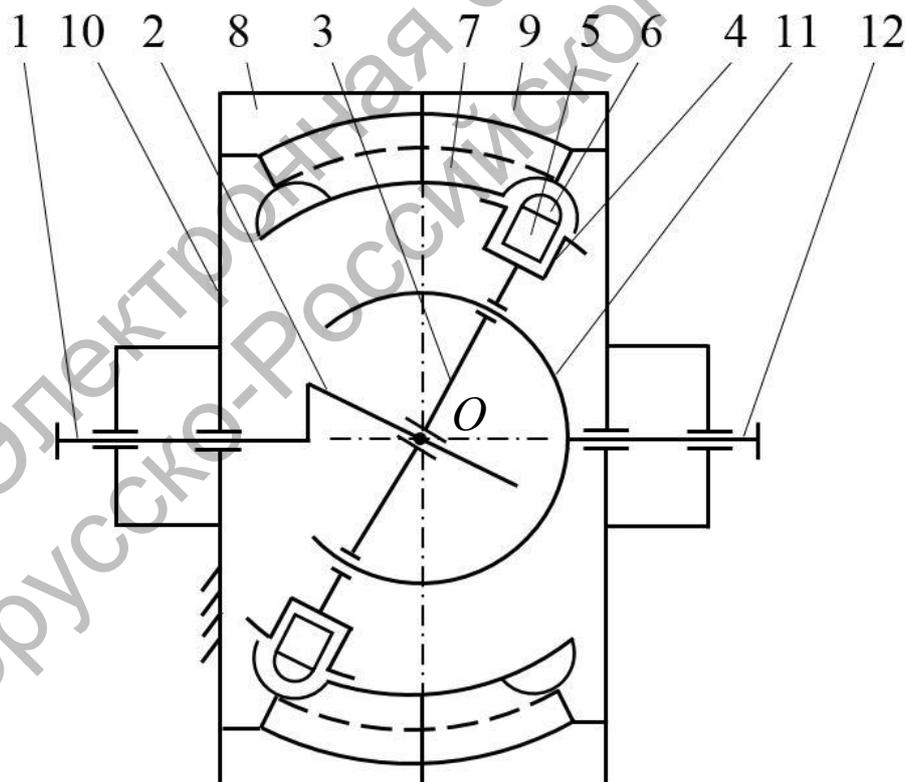


Рисунок 2.1 – Кинематическая схема двухзвенной СРП

При вращении ведущего вала 1 вращается установленный на нем кривошип 2. Он вынуждает генератор 3 совершать сферическое движение относительно неподвижной точки  $O$ . Сферические концы 6 роликов 5 перемещаются по беговой дорожке 7. Они имеют возможность вращаться относительно своих осей в отверстиях 4, благодаря чему скольжение между роликами и беговой дорожкой частично заменяется качением, сопровождающимся меньшими потерями мощности. Механизм 11 передачи вращательного движения на ведомый вал 12 может быть выполнен в виде карданного шарнира, угловой муфты и т. д. Параметры движения ведомого вала зависят от числа периодов беговой дорожки 7.

Целью структурного анализа является установление степени структурной переопределенности механизма с учетом дублирующих (пассивных) связей. Известно, что ППТК, рассматриваемая как трехзвенный механизм с ведущим, ведомым и остановленным звеньями, работающая в редукторном режиме, имеет одну степень свободы, в режиме дифференциала – две. Дублирующие связи, возникающие из-за нескольких параллельных потоков передачи мощности, не оказывают влияния на число степеней свободы передачи при условиях идеального изготовления ее деталей и абсолютно точной сборки. В реальном механизме с возрастанием переопределенности (модулей отрицательных значений чисел степеней свободы) повышаются требования к точности изготовления и сборки, возникает необходимость конструирования механизмов выравнивания нагрузки по потокам, что в итоге приводит к удорожанию готового изделия [20].

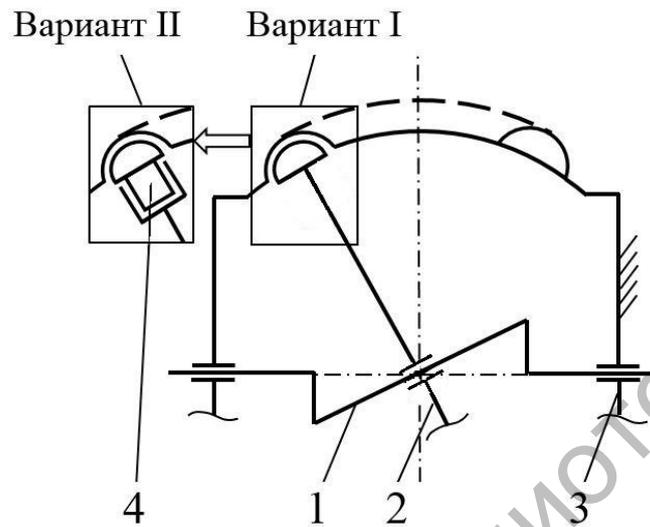
Структурная формула кинематической цепи общего вида (формула Сомова–Мальшева) [69]

$$W = 6 \cdot V - \sum_{j=1}^5 j \cdot p_j,$$

где  $W$  – число степеней свободы системы с учетом дублирующих связей;  $V$  – число подвижных звеньев механизма;  $p_j$  – число кинематических пар  $j$ -го класса;  $j$  – класс пары.

Рассмотрим схему сферической роликовой двухзвенной передачи (рисунок 2.2) без учета механизма передачи вращательного движения на ведомый вал от сферически движущегося тела, т. к. кинематическая цепь этого механизма, как правило, проектируется с нулевой

степенью подвижности, т. е. она не добавляет лишних степеней свободы.



1 – ведущий вал с эксцентриком; 2 – генератор (сателлит); 3 – корпус с беговой дорожкой; 4 – ролик

Рисунок 2.2 – Кинематическая схема двухзвенной СРП без механизма съема вращения с генератора на ведомый вал

У механизма (передачи) с одним телом качения с двумя подвижными звеньями (вариант I, ролик жестко соединен с генератором) и двумя вращательными парами пятого класса число степеней свободы равно единице. Для передачи с числом зубьев  $n$  получим

$$W = 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - p_1 = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - n = 2 - n, \quad (2.1)$$

т. е. механизм с двумя и более зубьями (выступами), жестко соединенными с генератором, уже является переопределенным, но при условии, что все зубья контактируют с беговой дорожкой.

Аналогичный результат ( $W = 2 - n$ ) имеем для трехзвенных передач с телами качения, состоящими из трех элементов (см. рисунок 1.6, а): стержня со сферической поверхностью на торце и двух втулок с цилиндрическими наружными поверхностями.

$$\begin{aligned} W &= 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - 4 \cdot p_4 - p_1 = \\ &= 6 \cdot (2 + 3 \cdot n) - 5 \cdot (2 + n) - 4 \cdot 2 \cdot n - n = 2 - n. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В данном случае кинематические пары четвертого класса образуют цилиндрические втулки ролика с беговыми дорожками ведущего звена и сепаратора. Пары пятого класса образуют сферические участки стержневых элементов роликов с корпусной беговой дорожкой.

Для варианта II конструкции передачи с роликами, имеющими возможность вращаться относительно собственной оси, число степеней свободы механизма равно двум.

$$W = 6 \cdot V - 5 \cdot p_5 - p_1 = 6 \cdot (2 + n) - 5 \cdot (2 + n) - n = 2. \quad (2.3)$$

Это число постоянно и не зависит от количества роликов.

Таким образом, наиболее рациональной конструкцией с точки зрения структурного анализа обладают двухзвенные СППТК. Этот вывод нельзя считать абсолютно строгим доказательством отсутствия переопределенности в структуре данных передач, т. к. не все дополнительные степени подвижности могут снижать вредное воздействие дублирующих связей, однако с точки зрения сравнительного анализа структурная схема двухзвенных передач с одной степенью подвижности каждого ролика относительно звена, в котором он установлен, является предпочтительной.

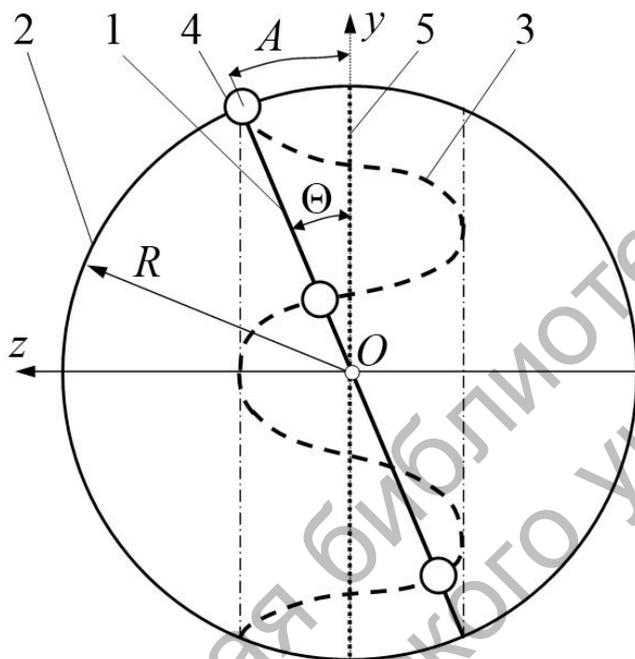
## 2.2 Геометрический анализ двухзвенной СРП, оценка ее кинематической погрешности и уравновешенности

Рассмотрим модели сферических передач и определим их основные геометрические параметры. На рисунке 2.3 приведена модель двухзвенной СППТК.

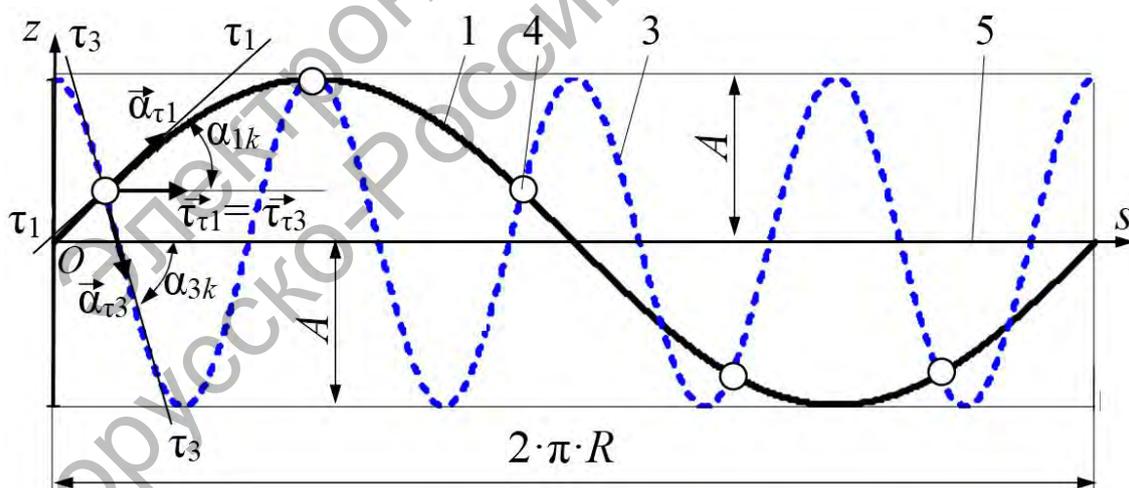
Периодическая беговая дорожка, образованная наружными кулачками, закрепленными в корпусе, заменена центральной кривой кулачковых профилей или просто – центральной кривой 3. В трехзвенных СППТК центры тел качения перемещались бы по однопериодной кривой 1, представляющей собой окружность, образованной как след сечения сферы радиусом  $R$  плоскостью. Сферу, на которой располагаются траектории центров сферических участков роликов (и центры рабочих частей сферических фрез), назовем *основной*. Центры сферических участков роликов совпадают с точками пересечения центральных кривых 1 и 3. При этом использованы только точки пересечения

кривых определенной группы. Если развернуть центровые кривые на плоскость, то такими точками будут являться точки пересечения разноименных ветвей кривых: восходящих одной и нисходящих другой и наоборот.

а)



б)



а – пространственная; б – развертка на плоскость; 1, 3 – центровые кривые; 2 – основная сфера; 4 – центры тел качения; 5 – средняя линия (плоскость) центровых кривых

Рисунок 2.3 – Модель двухзвенной СППТК

В процессе работы трехзвенной передачи тела качения перемещаются по беговым дорожкам, образованным по центровым кривым 1 и 3, а также вдоль пазов третьего звена – сепаратора, которое у двухзвенных передач отсутствует. В сепараторе выполнены меридиональные пазы, равномерно расположенные относительно оси  $Oz$ , т. к. во время работы передачи угловое расстояние между центрами тел качения не изменяется в плоскостях, перпендикулярных оси передачи (оси  $Oz$ ).

Методами компьютерного моделирования (п. 5.1.1) установлено, что в случае, если центровая кривая 2 является окружностью, а центровая кривая 3 описана уравнениями (2.4)–(2.7), в процессе работы передачи не изменяется не только расстояние между центрами тел качения в плоскости, перпендикулярной оси передачи ( $Oz$ ), но и линейное расстояние между ними. Это позволило преобразовать структуру передачи, освободившись от третьего звена (сепаратора), и зафиксировать центры масс (оси) тел качения на одном из звеньев (генераторе).

К основным параметрам СППТК и СРП, в частности (см. рисунок 2.3), относятся:

$R$  – радиус основной сферы;

$A$  – амплитуда центровых кривых, величина которой равна длине дуги окружности;

$Z_1$  – число периодов центральной кривой 1. Очевидно, что  $Z_1 = 1$ ;

$Z_3$  – число периодов центральной кривой 3;

$\Theta$  – угол наклона плоскости, в которой расположена центровая кривая 1, к средней плоскости 5,  $\Theta = A/R$ .

Средней плоскостью 5 (см. рисунок 2.3, а) называется плоскость, в которой располагается средняя окружность. Средняя окружность образована как след сечения основной сферы плоскостью, перпендикулярной оси  $Oz$ . При этом на развертке центровых кривых на плоскость средняя окружность преобразуется в среднюю линию (рисунок 2.3, б) и располагается на оси абсцисс  $Os$  в системе координат  $zOs$ , относительно которой отсчитывается амплитуда периодических центровых кривых на развертке.

Из теории СППТК [20] известны зависимости для трехзвенных передач, которые будут справедливы и для двухзвенных:  $n = Z_1 + Z_3$ , где  $n$  – число тел качения;  $i_{12}^{(3)} = 1 + Z_3/Z_1$ , где  $i_{12}^{(3)}$  – передаточное отношение СППТК при кинематической схеме с остановленным звеном,

имеющим многопериодную беговую дорожку, и передаче движения от ведущего вала к генератору.

Центровая кривая 1 может также иметь число периодов больше единицы. Однако только при  $Z_1 = 1$  обеспечивается максимальное значение передаточного отношения при прочих равных условиях и снижается сложность изготовления деталей передач. Поэтому далее рассматриваем только этот случай.

Уравнения траекторий центров масс тел качения (координат точек многопериодной центральной кривой) были получены в [20]. Преобразуем их в функции угла поворота ведущего вала  $\varphi_1$  в абсолютной (неподвижной) системе координат:

$$x_{3k}(\varphi_1) = R \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right) \cdot B_3(\varphi_1)^{-1}; \quad (2.4)$$

$$y_{3k}(\varphi_1) = R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right) \cdot B_3(\varphi_1)^{-1}; \quad (2.5)$$

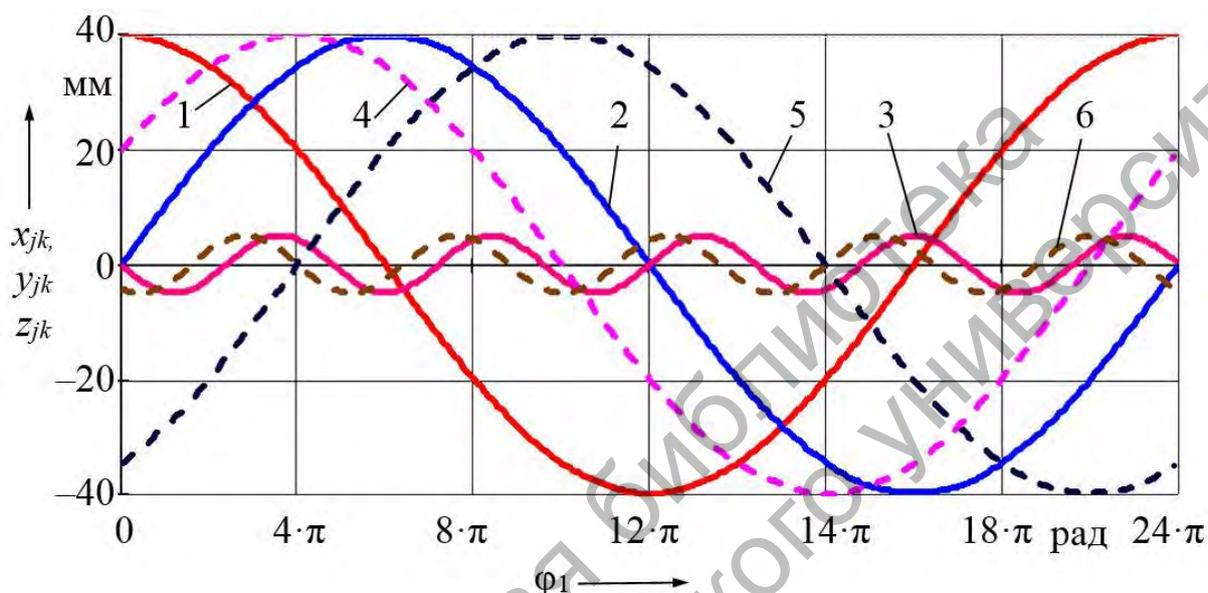
$$z_{3k}(\varphi_1) = R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin\left[Z_3 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right)\right] \cdot B_3(\varphi_1)^{-1}, \quad (2.6)$$

где  $k$  – номер ролика ( $k = 0, 1 \dots n - 1$ );  $B_3(\varphi_1)$  – геометрическая функция, которая определяется согласно выражению

$$B_3(\varphi_1) = \sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \left[ \cos\left[Z_3 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right)\right] \right]^2 + \left[ \sin\left[Z_3 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right)\right] \right]^2}. \quad (2.7)$$

Для численного примера рассмотрим передачу со следующими параметрами:  $A = 5$  мм,  $R = 40$  мм,  $Z_1 = 1$ ,  $Z_3 = 5$ . После элементарных вычислений можно установить, что  $i_{12}^{(3)} = n = 6$ . Результаты расчетов траекторий для роликов с номерами  $k = 0$  и  $k = 1$  показаны на рисун-

ке 2.4. Угол ведущего вала  $\varphi_1$  изменяется от 0 до  $24 \cdot \pi$ , т. е. ведущий вал делает 12 оборотов. При этом каждое тело качения совершает один полный оборот относительно оси  $Oz$ . В начальный момент времени центр ролика с индексом  $k = 0$  имеет следующие координаты:  $x_{30}(\varphi_1) = 0$ ,  $y_{30}(\varphi_1) = R$ ,  $z_{30}(\varphi_1) = 0$ , т. е. он совпадает с началом координат разверток центровых кривых на плоскость в системе  $sOz$ .



1 –  $x_{30}(\varphi_1)$ ; 2 –  $y_{30}(\varphi_1)$ ; 3 –  $z_{30}(\varphi_1)$ ; 4 –  $x_{31}(\varphi_1)$ ; 5 –  $y_{31}(\varphi_1)$ ; 6 –  $z_{31}(\varphi_1)$

Рисунок 2.4 – Траектории центров масс роликов

Для однопериодной кривой уравнения траекторий центров тел качения (центров масс для шариков или геометрических центров сечений, перпендикулярных оси ролика) в абсолютной системе координат как функции угла поворота ведущего вала

$$x_{1k}(\varphi_1, k) = R \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right) \cdot B_1(\varphi_1)^{-1}; \quad (2.8)$$

$$y_1(\varphi_1, k) = R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right) \cdot B_1(\varphi_1)^{-1}; \quad (2.9)$$

$$z_3(\varphi_1, k) = R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin \left[ \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right] \cdot B_1(\varphi_1)^{-1}, \quad (2.10)$$

где  $B_1(\varphi_1)$  – геометрический коэффициент, определяемый по формуле

$$B_1(\varphi_1) = \sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \left[ \cos \left[ \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right] \right]^2 + \left[ \sin \left[ \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right] \right]^2}. \quad (2.11)$$

Составляющие скоростей и ускорений центров масс тел качения определяются как первые и вторые производные от выражений (2.8)–(2.10) по времени [70].

Результаты расчетов показывают равенство значений соответствующих зависимостей:  $x_{1k}(\varphi_1) = x_{3k}(\varphi_1)$ ,  $y_{1k}(\varphi_1) = y_{3k}(\varphi_1)$ ,  $z_{1k}(\varphi_1) = z_{3k}(\varphi_1)$ . Это подтверждает справедливость формул (2.4)–(2.7) и (2.8)–(2.11), т. к. в абсолютной системе координат центры  $k$ -го тела качения, движущиеся по однопериодной и многопериодной кривым, совпадают вследствие принадлежности одному телу.

Углы подъема центровых кривых  $\alpha_{1k}$  и  $\alpha_{3k}$  (см. рисунок 2.3, б), определяемые в точках их пересечения, являются важными геометрическими параметрами СРП, характеризующими нагруженность элементов передачи [71]. Определим углы подъема в точках траектории многопериодной центровой кривой.

Первоначально находим уравнения координат точек окружностей, образованных как следы сечения основной сферы плоскостями, проходящими через рассматриваемую точку пересечения центровых кривых и перпендикулярных оси  $Oz$ .

Радиус-вектор, соединяющий ось передачи  $Oz$  и центр тела качения,

$$R_{O3k}(\varphi_1) = \sqrt{(x_{3k}(\varphi_1))^2 + (y_{3k}(\varphi_1))^2}. \quad (2.12)$$

Координаты точек окружности, на которой лежит точка пересечения кривых в плоскости, перпендикулярной оси  $Oz$ ,

$$x_{O3k}(\varphi_1) = R_{O3k}(\varphi_1) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right); \quad (2.13)$$

$$y_{O3k}(\varphi_1) = R_{O3k}(\varphi_1) \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}^{(3)}} - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right); \quad (2.14)$$

$$z_{O3k}(\varphi_1) = 0. \quad (2.15)$$

Вектор касательной  $\tau_3$ – $\tau_3$  (см. рисунок 2.3, б) к многопериодной центральной кривой определится с учетом полученных уравнений (2.4)–(2.7):

$$\alpha_{\tau_3k}(\varphi_1) = \begin{pmatrix} \frac{d}{d\varphi_1} x_{3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} y_{3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} z_{3k}(\varphi_1) \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Вектор касательной к окружности с радиусом  $R_{O3k}$

$$\tau_{\tau_3k}(\varphi_1) = \begin{pmatrix} \frac{d}{d\varphi_1} x_{O3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} y_{O3k}(\varphi_1) \\ \frac{d}{d\varphi_1} z_{O3k}(\varphi_1) \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Модуль угла подъема многопериодной кривой как функция угла поворота ведущего вала

$$\alpha_{3k}(\varphi_1) = \arccos \left( \frac{\alpha_{\tau 3k}(\varphi_1) \cdot \tau_{\tau 3k}(\varphi_1)}{|\alpha_{\tau 3k}(\varphi_1)| \cdot |\tau_{\tau 3k}(\varphi_1)|} \right). \quad (2.18)$$

Для определения углов подъема для последующего дифференцирования уравнения (2.8)–(2.11) использовать нельзя, т. к. необходимо учесть положение точек пересечения центровых кривых в относительной системе координат. Для многопериодной кривой эти системы совпадают, для однопериодной кривой (окружности) уравнения координат будут преобразованы следующим образом:

$$x_{1rk}(\varphi_1) = R \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos \left( \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right) \cdot B_{1r}(\varphi_1)^{-1}, \quad (2.19)$$

$$y_{1rk}(\varphi_1) = R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin \left( \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{u} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right) \cdot B_{1r}(\varphi_1)^{-1}; \quad (2.20)$$

$$z_{1rk}(\varphi_1) = R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin \left[ \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right] \cdot B_{1r}(\varphi_1)^{-1}, \quad (2.21)$$

где  $B_{1r}(\varphi_1)$  – геометрический коэффициент, определяемый по формуле

$$B_{1r}(\varphi_1) = \sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \left[ \cos \left[ \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right] \right]^2 + \left[ \sin \left[ \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k \right] \right]^2}. \quad (2.22)$$

Радиус-вектор и координаты окружности (по аналогии с формулами (2.12)–(2.15)) в данном случае можно найти как

$$R_{O1k}(\varphi_1) = \sqrt{(x_{1rk}(\varphi_1))^2 + (y_{1rk}(\varphi_1))^2}; \quad (2.23)$$

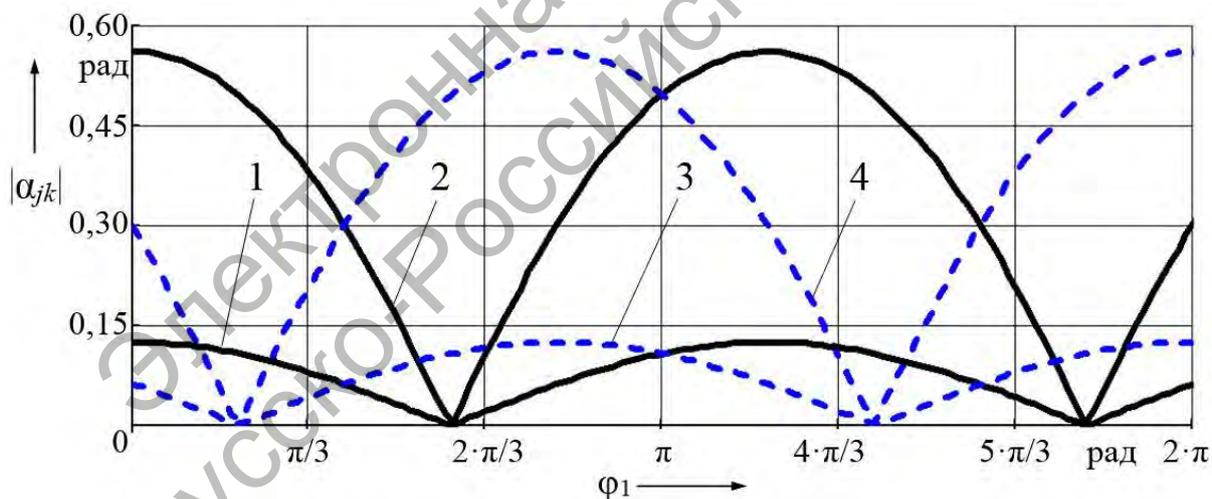
$$x_{O1k}(\varphi_1) = R_{O1k}(\varphi_1) \cdot \cos\left(\varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right); \quad (2.24)$$

$$y_{O1k}(\varphi_1) = R_{O1k}(\varphi_1) \cdot \sin\left(\varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1\right) - \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot k\right); \quad (2.25)$$

$$z_{O1k}(\varphi_1) = 0. \quad (2.26)$$

Дальнейший алгоритм расчета предполагает определение векторов касательных и углов подъема однопериодной кривой. Он проводится по формулам (2.16)–(2.18) с заменой индекса «3» на «1» у вычисляемых параметров.

Результаты расчетов модулей углов подъема центровых кривых (однопериодной и многопериодной) при движении по ним тел качения с индексами  $k = 0$  и  $k = 1$  в зависимости от угла поворота ведущего вала для передачи с параметрами, приведенными ранее, отображены на рисунке 2.5.



1 —  $|\alpha_{10}(\varphi_1)|$ ; 2 —  $|\alpha_{30}(\varphi_1)|$ ; 3 —  $|\alpha_{11}(\varphi_1)|$ ; 4 —  $|\alpha_{31}(\varphi_1)|$

Рисунок 2.5 – Изменение углов подъема центровых кривых

### 2.3 Оценка кинематической погрешности и уравновешенности двухзвенной СРП

Аналогом основной теоремы зацепления зубчатых передач для ППТК является зависимость

$$\frac{\operatorname{tg}(|\alpha_{3k}|)}{\operatorname{tg}(|\alpha_{1k}|)} = \frac{Z_3}{Z_1} = \operatorname{const}. \quad (2.27)$$

При выполнении условия (2.28) при любом значении  $k$  ( $k = 1, 2 \dots n$ ) в передаче обеспечивается постоянство мгновенного передаточного отношения. Проанализируем соблюдение условия (2.27) для разрабатываемых СРП и оценим кинематическую погрешность в зависимости от геометрических параметров передачи. Согласно ГОСТ 1643–81 кинематическая погрешность зубчатой (и червячной) передачи определяется как разность действительного и номинального углов поворота ведомого вала, умноженная на радиус делительной окружности колеса. Для СРП умножение разности углов на радиус  $R$  требует обоснования. Кинематическая погрешность определяется в процессе измерений параметров изготовленной передачи. Для оценки кинематической точности СРП на стадии проектирования используем такой критерий, как ошибка мгновенного передаточного отношения  $\Delta i$ , вызванная нарушением равенства (2.27):

$$\Delta i = \frac{i_{12}^{(3)} - i_{12f}^{(3)}}{i_{12}^{(3)}} \cdot 100 \% = 1 - \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{3k})}{\operatorname{tg}(\alpha_{1k}) \cdot Z_3}, \quad (2.28)$$

где  $i_{12}^{(3)}$  — номинальное передаточное отношение,  $i_{12}^{(3)} = 1 + Z_3$  (при  $Z_1 = 1$ );  $i_{12f}^{(3)}$  — фактическое передаточное отношение,  $i_{12f}^{(3)} = 1 + \operatorname{tg}(\alpha_{3k})/\operatorname{tg}(\alpha_{1k})$ , где  $k$  можно принять любое в диапазоне ( $k = 0, 1 \dots n - 1$ ), т. к. для всех тел качения характер графика кинематической погрешности будет аналогичен (только смещен на некоторый угол вдоль оси абсцисс).

На рисунке 2.6 показано изменение ошибки мгновенного пере-

даточного отношения для тела качения с индексом  $k = 0$  за цикл работы передачи (с параметрами, приведенными ранее). За цикл принят полный оборот ведомого вала, соответствующий шести оборотам ведущего вала. В дальнейшем для оценки кинематической точности будем использовать максимальное значение ошибки.

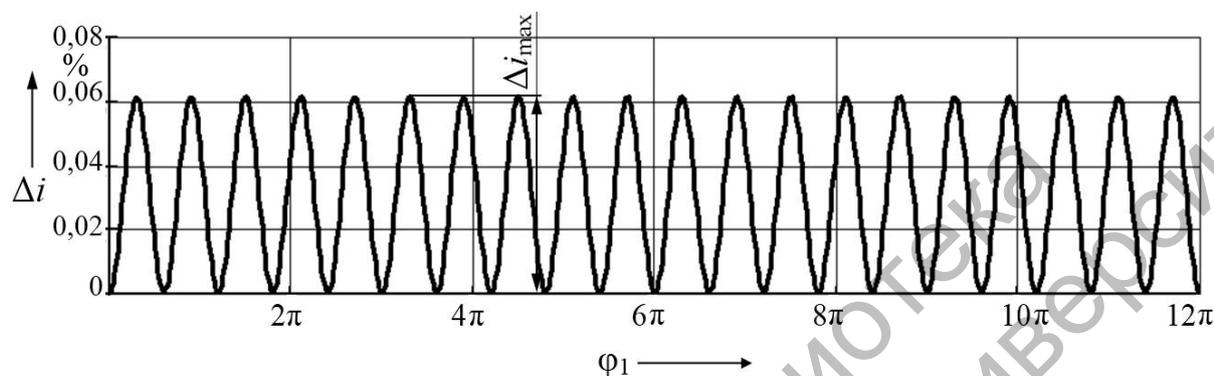


Рисунок 2.6 – Ошибка мгновенного передаточного отношения СРП

На исследуемую ошибку влияют три геометрических параметра:  $A$ ,  $Z_3$  и  $R$ . Анализ результатов компьютерного моделирования показал, что влияние параметров  $A$  и  $R$  можно рассматривать совместно, используя выражение для угла  $\Theta = A/R$ . Параметр  $Z_3$  можно выразить через передаточное отношение  $i_{12}^{(3)}$ . Для первой кинематической схемы, например,  $i_{12}^{(3)} = Z_3 + 1$ . Результаты вычислений отображены на рисунке 2.7.

Увеличение отношения  $A/R$  и числа периодов  $Z_3$ , т. е. средних значений углов подъема центровых кривых, способствует возрастанию ошибки. Графики на рисунке 2.7 можно использовать для определения геометрических параметров передачи при заданном допустимом уровне кинематической погрешности (например, при  $[\Delta i_{\max}] = 2\%$ ).

Возникновение погрешности мгновенного передаточного отношения у передачи с множеством тел качения приводит к необходимости увеличения зазоров в передаче, что, в свою очередь, вызывает нарастание шума и ударных нагрузок. Это обусловлено тем, что графики, построенные для других тел качения (с индексом, отличным от нуля), не совпадут с графиком на рисунке 2.6, они будут смещены относительно оси абсцисс. Таким образом, в различных контактирующих группах деталей передачи с телами качения теоретически реализуется разное передаточное отношение, что для всего механизма невозможно.

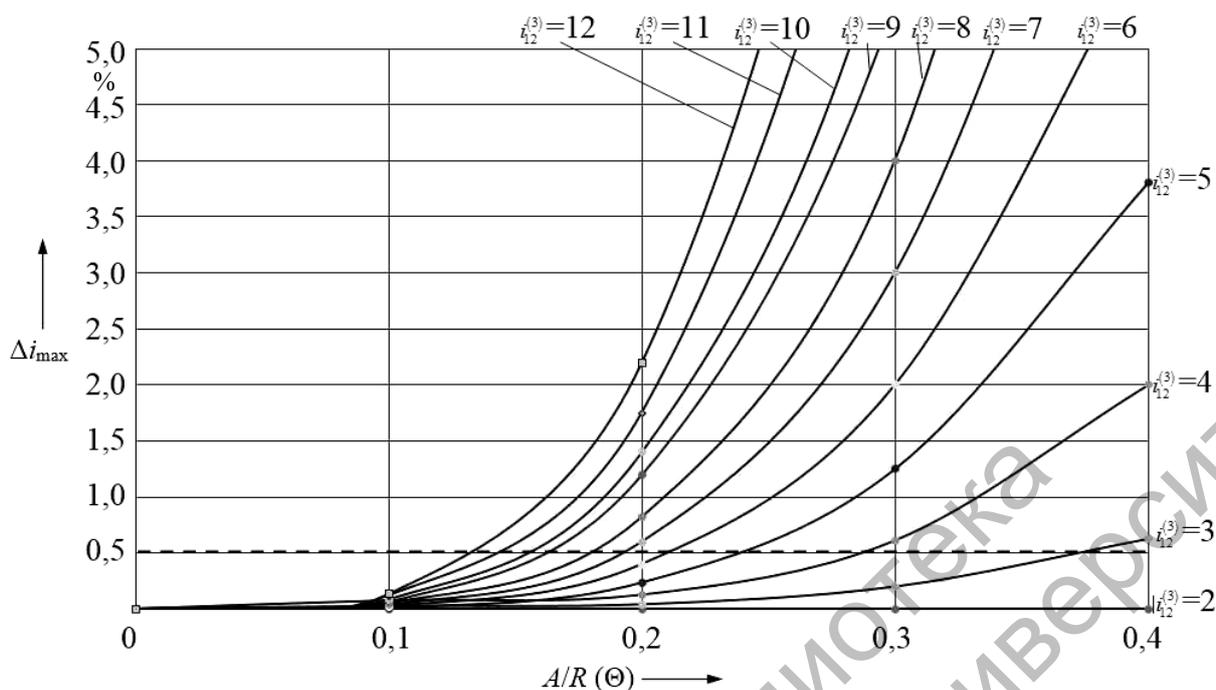


Рисунок 2.7 – Зависимость максимального значения ошибки мгновенного передаточного отношения от геометрических параметров СРП

Оценим уравновешенность СРП с однопериодной центральной кривой в виде окружности. Вопрос уравновешенности рассматривается при динамическом анализе механизма, однако он приведен в данном разделе, т. к. для его решения не требуется определения сил, достаточно геометрических зависимостей. Все основные детали передачи полностью уравновешены относительно оси вращения, т. к. обладают осевой симметрией. Нерешенным является вопрос степени уравновешенности системы  $n$  тел качения.

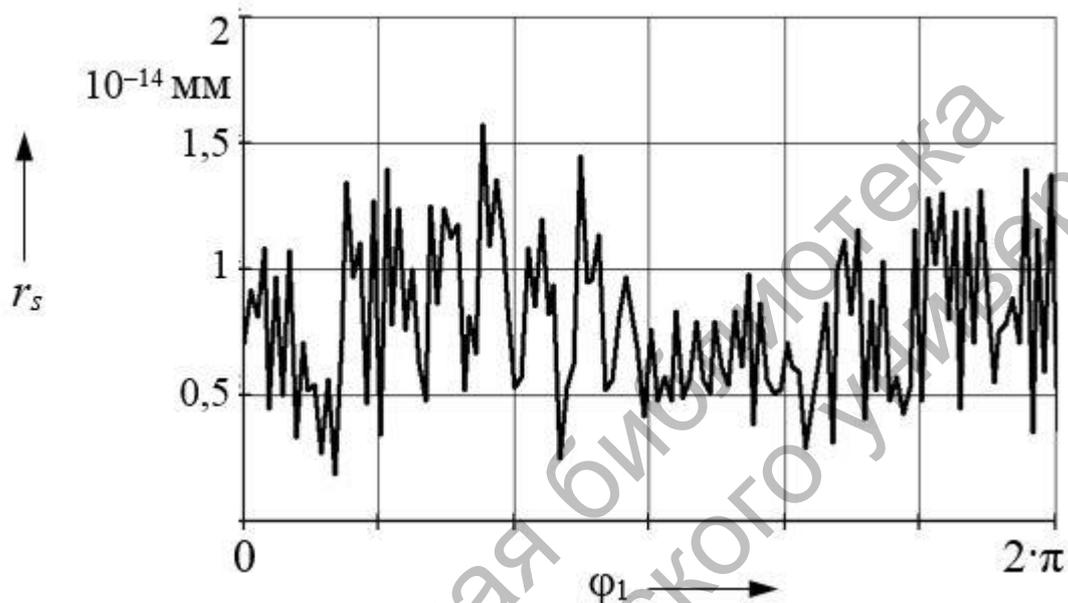
Координаты центра масс  $C$  системы тел качения с учетом равенства масс роликов определяются по известным уравнениям

$$x_C(\varphi_1) = n^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} x_{3k}; \quad y_C(\varphi_1) = n^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} y_{3k}; \quad z_C(\varphi_1) = n^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} z_{3k}. \quad (2.29)$$

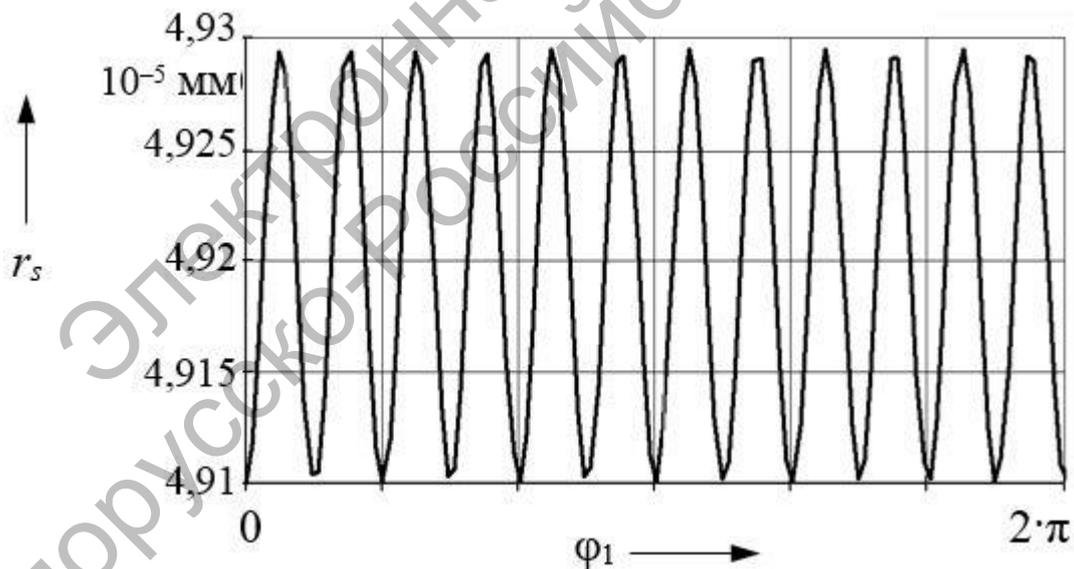
Длина радиус-вектора  $OC$   $r_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2}$ . Передача полностью уравновешена на фундаменте, если  $r_c = \text{const}$  по величине и направлению. С использованием зависимостей (2.4)–(2.7), являющихся параметрическими уравнениями траекторий центров тел качения, перемещающихся по многопериодной центральной кривой, был проведен

сравнительный анализ СППТК с одинаковыми геометрическими параметрами:  $R = 40$  мм,  $A = 10$  мм, отличающимися числом периодов многопериодной центральной прямой и передаточным отношением. Для первого случая  $Z_3 = 5$ ,  $i_{12}^{(3)} = 6$ ; для второго –  $Z_3 = 6$ ,  $i_{12}^{(3)} = 7$ . Результаты расчетов отображены на рисунке 2.8.

а)



б)



а – с четным числом тел качения; б – с нечетным числом тел качения

Рисунок 2.8 – Величина радиус-вектора, соединяющего начало абсолютной системы координат и центра масс системы тел качения

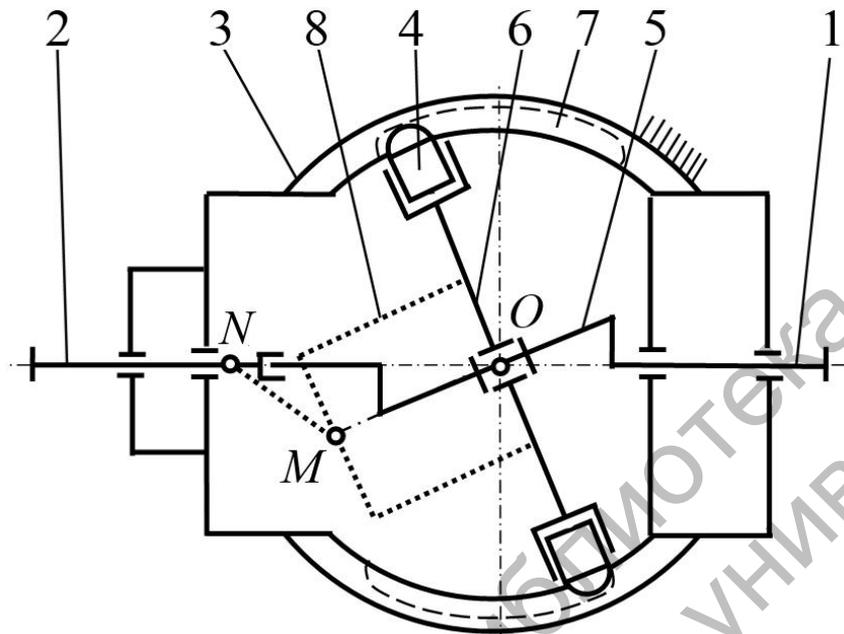
Моделирование в системе Mathcad проводилось и для других параметров СППТК. Оно позволило обобщить результаты и сделать следующие выводы. Уравновешенность СРП зависит от числа тел качения  $n$  (передаточного отношения) [72]. Если этот параметр имеет четное значение, то система уравновешена (в силу одинакового числа роликов по разные стороны от плоскости  $xOy$ , значения на рисунке 2.8, а сопоставимы с погрешностью вычислений), если нечетное – в определенной степени не уравновешена. При этом с увеличением числа периодов центральной кривой  $Z_3$  неуравновешенность снижается, влияние радиуса основной сферы  $R$  аналогично. При увеличении амплитуды  $A$  неуравновешенность системы тел качения возрастает.

## 2.4 Определение параметров угловой муфты СРП

Одним из важных элементов конструкции редукторных узлов на основе СРП выступает устройство, позволяющее передать вращательное движение генератора относительно собственной оси на ведомый вал с учетом того, что это вращение является составляющей сложного (сферического) движения генератора. Проектирование такого устройства осложняется несовпадением центра сферического движения  $O$  с торцом ведущей полумуфты. Одно из возможных решений – применение сдвоенного карданного шарнира [53] (в точках  $M$  и  $N$  на рисунке 2.9) – приводит к значительному увеличению осевых размеров передачи, снижает жесткость конструкции и КПД [73–75]. В связи с этим была разработана конструкция угловой муфты, в которой ведущая полумуфта содержит сферические выступы, а ведомая – профильные пазы.

Задачей исследований являлось определение профиля пазов на торце ведомой полумуфты, контактирующей со сферическими выступами ведущей полумуфты (рисунок 2.10), обеспечивающих передачу вращения с мгновенным передаточным отношением, равным единице, с допустимой кинематической погрешностью. Данный профиль, как и беговую дорожку, предполагалось изготовить на фрезерных станках с ЧПУ с помощью управляющей программы, задающей траекторию движения центра сферической фрезы. Фреза для изготовления беговой дорожки (профиля кулачков) имеет радиус, равный радиусу сферического конца ролика, а радиус фрезы для изготовления

профиля ведомой полумуфты равен радиусу сферических выступов ведущей полумуфты.



1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – корпус; 4 – ролики; 5 – эксцентрик; 6 – генератор; 7 – замкнутая периодическая беговая дорожка; 8 – механизм съема вращения с генератора на ведомый вал

Рисунок 2.9 – Кинематическая схема СПП

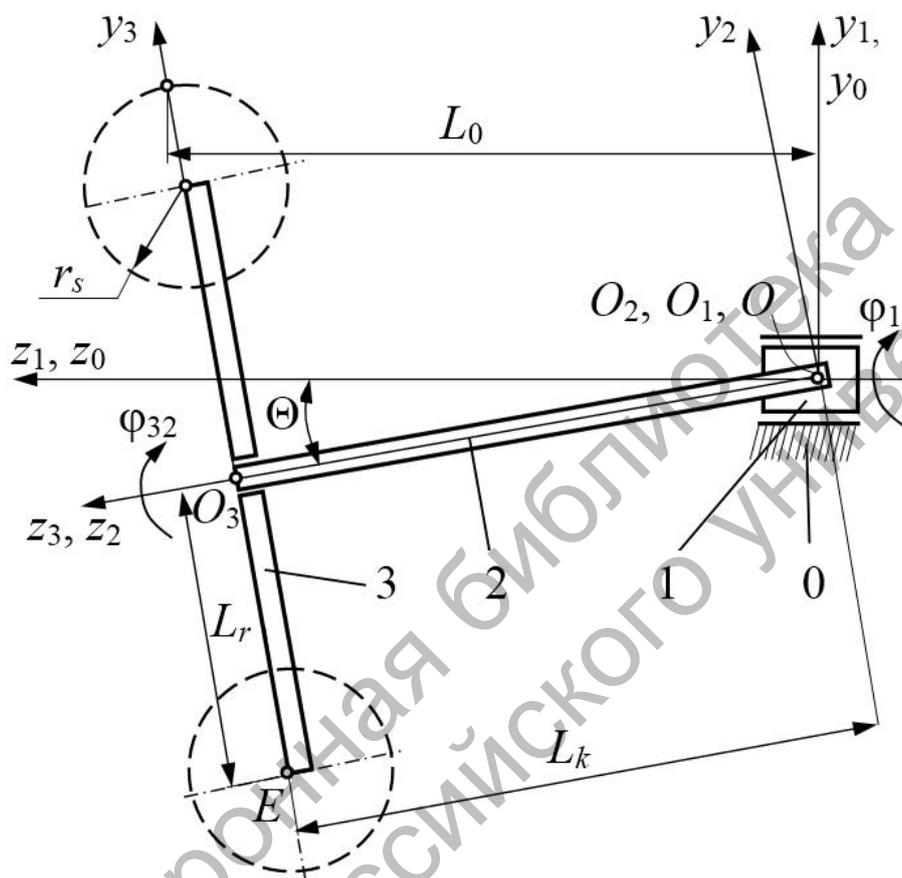
Торец ведомой полумуфты во избежание заклинивания механизма должен располагаться вдоль оси  $Oz$  относительно точки  $O$  на расстоянии

$$L_0 = L_k \cdot \cos(\Theta) + L_r \cdot \sin(\Theta) + r_s \cdot \sin(\Theta), \quad (2.30)$$

где  $L_k$  – длина кривошипа;  $L_r$  – радиус расположения центров сферических выступов на торце ведущей полумуфты;  $r_s$  – радиус сферического выступа ведущей полумуфты.

Исследуем движение точки  $E$  – центра сферы одного из сферических выступов. Для определенности рассмотрим нижнюю сферу, положение механизма на рисунке 2.10 будем считать начальным. Свяжем с ведущей полумуфтой систему координат  $x_3y_3z_3$ , с кривошипом – систему  $x_2y_2z_2$ , с ведущим валом передачи (на рисунке 2.10 показан условно) – систему  $x_1y_1z_1$ . Инерционная система координат  $x_0y_0z_0$  свя-

зана со стойкой (землей). Поворот ведущего вала передачи относительно оси  $Oz_0$  ( $Oz_1$ ) определяется углом  $\varphi_1$ , ведомого вала относительно этих же осей –  $\varphi_2$ . Поворот ведущей полумуфты относительно кривошипа характеризуется углом  $\varphi_{32}$ .



0 – стойка; 1 – ведущий вал; 2 – кривошип (эксцентрик); 3 – полумуфта со сферическими выступами

Рисунок 2.10 – Схема ведущей полумуфты угловой муфты СРП

Матрица положения центра  $E$  сферического выступа в системе координат  $x_3y_3z_3$

$$r_{E3} = \begin{vmatrix} 0 \\ -L_r \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (2.31)$$

## Матрицы преобразования систем

$$T_{32} = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_{32}) & -\sin(\varphi_{32}) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_{32}) & \cos(\varphi_{32}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (2.32)$$

$$T_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) & 0 \\ 0 & \sin(\Theta) & \cos(\Theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (2.33)$$

$$T_{10} = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_1) & -\sin(\varphi_1) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.34)$$

Координаты центра сферического выступа в неподвижной системе отсчета, связанной со стойкой, определяются как

$$r_{E0} = T_{10} \cdot T_{21} \cdot T_{32} \cdot r_{E3}. \quad (2.35)$$

После преобразований получим следующие выражения для определения координат центра сферического выступа как функции от угла поворота эксцентрика вокруг оси  $Oz$  (угла поворота ведущего вала передачи):

$$x_{E0}(\varphi_1) = L_r \cdot (\cos(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_{32}) + \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi_{32}) \cdot \sin(\varphi_1)) + L_k \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(\varphi_1); \quad (2.36)$$

$$y_{E0}(\varphi_1) = L_r \cdot (\sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_{32}) - \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi_{32}) \cdot \cos(\varphi_1)) - L_k \cdot \sin(\Theta) \cdot \cos(\varphi_1); \quad (2.37)$$

$$z_{E0}(\varphi_1) = L_k \cdot \cos(\Theta) - L_r \cdot \sin(\Theta) \cdot \cos(\varphi_{32}). \quad (2.38)$$

В соответствии с теорией сферических ППТК установлена взаимозависимость углов

$$\varphi_{32} = \varphi_1 \cdot \left( \frac{1}{i_{12}^{(3)}} - 1 \right). \quad (2.39)$$

Рассмотрим передачу со следующими параметрами:  $L_k = 20$  мм,  $L_r = 15$  мм,  $\Theta = 5/26$  рад,  $i_{12}^{(3)} = 8$ . Траектория центра сферического выступа, рассчитанная по уравнениям (2.36)–(2.38), показана на рисунке 2.11, а. Ведомый вал вращается относительно оси  $Oz$  с угловой скоростью  $\omega_2 = \omega_1/i_{12}^{(3)}$ , где  $\omega_1$  – угловая скорость вращения ведущего вала. Очевидна также зависимость углов поворота валов  $\varphi_2 = \varphi_1/i_{12}^{(3)}$ . Рассмотрим движение центра сферического выступа полумуфты в системе координат  $x'y'z'$ , связанной с ведомым валом передачи (ведомой полумуфтой).

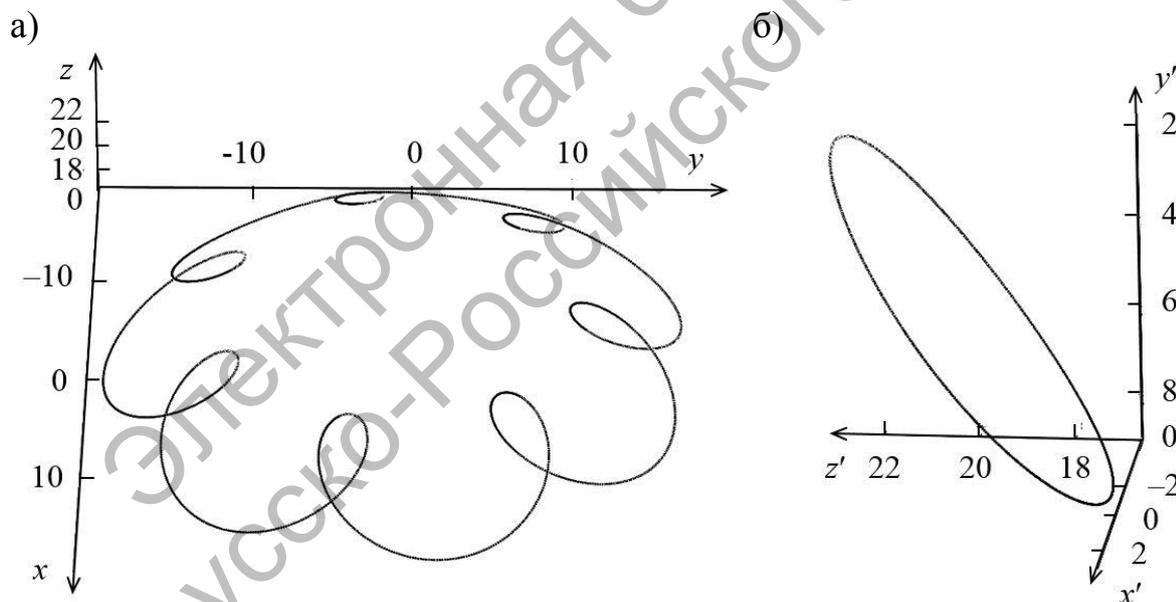


Рисунок 2.11 – Траектория движения центра сферического выступа ведущей полумуфты в абсолютной системе координат (а) и в относительной системе координат ведомого вала (б)

Уравнения точек траектории в данном случае [76]

$$x_{Ev}(\varphi_1) = x_{E0}(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) + y_{E0}(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2); \quad (2.40)$$

$$y_{Ev}(\varphi_1) = -x_{E0}(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) + y_{E0}(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2); \quad (2.41)$$

$$z_{Ev}(\varphi_1) = z_{E0}(\varphi_1). \quad (2.42)$$

Результаты вычислений по формулам (2.40)–(2.42) отображены на рисунке 2.11, б. Полученная замкнутая кривая является траекторией движения инструмента (сферической фрезы) относительно неподвижной системы отсчета фрезерного станка при изготовлении одного паза ведомой полумуфты.

## 2.5 СПТК на основе трехзвенных механизмов с тремя центровыми кривыми

В [77] передачи с тремя звеньями, взаимодействующими с телами качения и имеющими периодические замкнутые беговые дорожки, названы «трехсинусоидными». В этом же источнике проанализированы кинематические возможности «трехсинусоидных» передач. СПТК данного типа учтены в классификационной схеме, представленной в [22], их практическая реализация рассмотрена в [61]. Однако сложность конструкции и наличие тел качения, не закрепленных на одном из звеньев, вызывает повышение уровня шума, заклинивание тел качения и снижение надежности передачи. В [77] дополнительно приводится доказательство возможности проектирования плоских передач с постоянным расстоянием между центрами масс тел качения, а в [78] – развитие этой теории.

Рассмотрим схему сферической передачи с тремя замкнутыми центровыми кривыми (рисунок 2.12).

Введем обозначение данного механизма как трехзвенной сферической роликовой передачи с тремя центровыми кривыми (СРП-3К). Передача состоит из ведущего вала 1, имеющего наклонный участок 2. На нем с возможностью вращения установлен генератор 3. На наружной поверхности генератора с равным шагом размещены отверстия, в которых находятся ролики 4. Ролики имеют консольную сферическую поверхность и ею контактируют со сферическим кулачком 5, установленным в корпусе 6 и имеющим замкнутую периодическую дорожку 7 с числом периодов  $Z_3$ . Одновременно ролики контактируют с кулачком 8 с беговой дорожкой 9 с числом периодов  $Z_2$ . Кулачок 8 соединен с выходным валом редуктора 10.

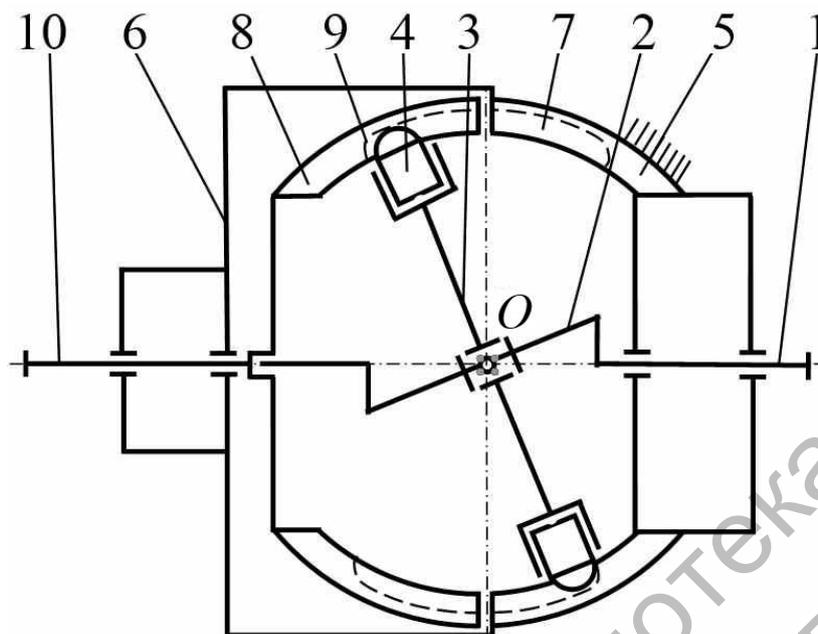


Рисунок 2.12 – Кинематическая схема СРП-3К

По сравнению с двухзвенными СППТК данные передачи имеют следующие преимущества:

- в одной ступени возможна реализация передаточных отношений, больших по модулю в 2...3 раза по сравнению с двухзвенными передачами;

- отпадает необходимость проектирования угловой муфты, т. к. движение на выходной вал передается посредством одного из звеньев, содержащего периодическую замкнутую беговую дорожку, совершающего вращательное движение относительно оси передачи.

Возникает значимый недостаток: при переходе от двухзвенных СРП к СРП-3К геометрическое замыкание высших кинематических пар преобразуется в силовое, что снижает теоретическую нагрузочную способность передач вдвое.

Однако возможность получения существенной редукции скорости вращения в одной ступени (попытка конкурировать в сегменте червячных передач) диктует необходимость исследовать данный тип механизмов.

Определены требуемые начальные условия для проектирования.

1 Одно из трех звеньев – генератор – содержит условную однопериодную беговую дорожку (с числом периодов  $Z_1 = 1$ ) в виде окружности. Центры масс (оси) тел качения зафиксированы на этой беговой дорожке, расстояние между ними неизменно.

2 Для обеспечения плавности зацепления число тел качения не может быть менее четырех [77].

Определим передаточное отношение СРП-3К. Можно рассматривать данный механизм как совокупность двух передач, в которых тела качения контактируют с парами элементов: генератором и остановленным звеном, остановленным и ведомым звеньями. Так как при пересечении двух центровых кривых возникают две группы точек пересечения, то возможно образование четырех групп механизмов [77].

Мысленно преобразуем двухзвенную передачу в трехзвенную с двумя элементами с беговыми дорожками, описанными периодическими центровыми кривыми. Предположим наличие сепаратора, расположенного между генератором 3 и кулачками 5 и 8. Передаточное отношение определится для трехзвенных ППТК, сконструированных по первой схеме, как

$$i_{1-sep}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_{sep}} = \frac{Z_1 + \text{sign}(1,5-G) \cdot Z_3}{Z_1}, \quad (2.43)$$

где  $G$  – номер используемой группы точек пересечения,  $G = 1, 2$ .

Рассмотрим поток мощности, направленный в обратную сторону. Ведущим при этом станет кулачок 8, а ведомым – условный сепаратор. Имеем

$$i_{2-sep}^{(3)} = \frac{\omega_2}{\omega_{sep}} = \frac{Z_2 + \text{sign}(1,5-G) \cdot Z_3}{Z_2}. \quad (2.44)$$

Разделив выражение (2.43) на выражение (2.44), получим формулу для определения передаточного отношения СРП в общем случае

$$i_{1-2}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(Z_1 + \text{sign}(1,5-G) \cdot Z_3) \cdot Z_2}{(Z_2 + \text{sign}(1,5-G) \cdot Z_3) \cdot Z_1}. \quad (2.45)$$

Рассмотрим вторую группу механизмов как наиболее перспективную с точки зрения получения максимального передаточного отношения: в контакте генератора и остановленного кулачка 5 используется первая группа точек, при контакте кулачков 5 и 8 – вторая.

Окончательно получим

$$i_{1-2}^{(3)} = \frac{(Z_3 + 1) \cdot Z_2}{Z_2 - Z_3}. \quad (2.46)$$

При числе тел качения  $n = 6$ ,  $Z_3 = 11$ ,  $Z_2 = 17$  передаточное отношение равно 34. Параметры  $n$ ,  $Z_3$  и  $Z_2$  находятся во взаимной зависимости, определяемой по уравнениям

$$Z_3 = n \cdot C - 1; \quad (2.47)$$

$$Z_2 - Z_3 = n, \quad (2.48)$$

где  $C$  – целое число,  $C = 1, 2$  и т. д.

Преобразовав выражение (2.46) с учетом формул (2.47) и (2.48), получим выражение для передаточного отношения как функцию двух переменных ( $C$  и  $n$ ).

$$i_{1-2}^{(3)} = C^2 \cdot n + C \cdot n - C. \quad (2.49)$$

Возможные передаточные отношения в диапазоне 22...216 с учетом параметров  $C$  и  $n$  приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Передаточные отношения

$C$	$n$							
	4	5	6	7	8	9	10	11
2	22 (7/11)	28 (9/14)	34 (11/17)	40 (13/20)	46 (15/23)	52 (17/26)	58 (19/29)	64 (21/32)
3	45 (11/15)	57 (14/19)	69 (17/23)	81 (20/27)	93 (23/31)	105 (26/35)	117 (29/39)	129 (32/43)
4	76 (15/19)	96 (19/24)	116 (23/29)	136 (27/34)	156 (31/39)	176 (35/44)	196 (39/49)	216 (43/54)

**Примечание** – После передаточного отношения в скобках показаны значения чисел периодов  $Z_3/Z_2$

При этом должно выполняться условие  $C > 1$ , т. к. при  $C = 1$ , согласно выражениям (2.47)–(2.49),  $i_{12}^{(3)} = Z_2$ . Данное передаточное отношение (даже большее на единицу) можно реализовать двухзвенной СРП (см. рисунок 2.1) с повышенной в два раза нагрузочной способностью.

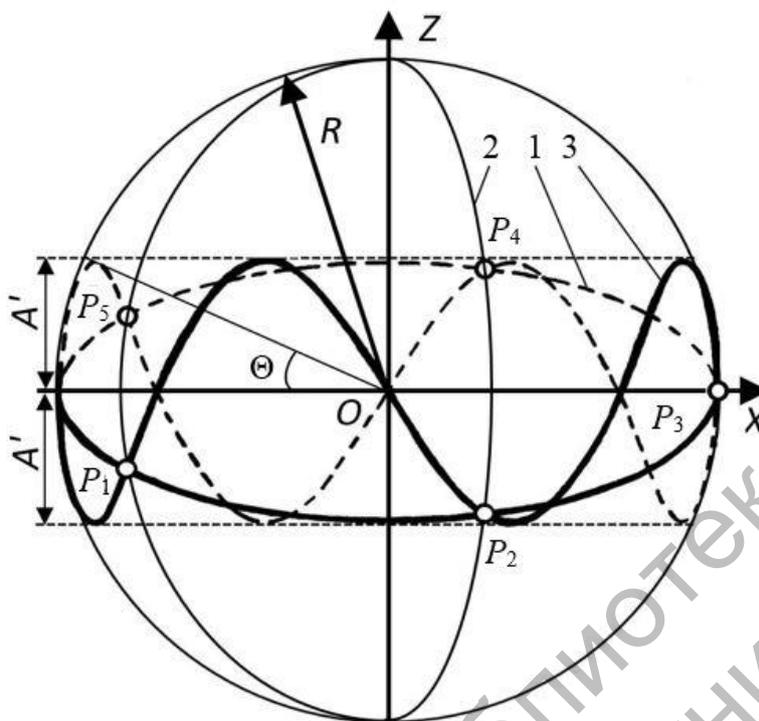
Возможно получение более широкого диапазона передаточных отношений путем использования двух рядов тел качения, один из которых взаимодействует с остановленным, а другой – с ведомым кулачками. Такие схемы реализуются на основе плоских передач [78]. При этом генератор устанавливается на эксцентрик и нуждается в уравнивании. В сферических передачах [56] беговые дорожки располагаются не в экваториальной плоскости генератора, что усложняет их проектирование, изготовление и снижает равномерность работы передачи.

## 2.6 Центровые кривые, обеспечивающие строгое постоянство мгновенного передаточного отношения

В связи с тем, что центровые кривые, описываемые уравнениями (2.4)–(2.7), не обеспечивают постоянства мгновенного передаточного отношения, была предпринята попытка получить уравнения центральной кривой, взаимодействующей с наклоненной к оси  $Oz$  окружностью, т. н. «механическим» методом. Он предполагает вращение с заданным шагом однопериодной кривой (окружности) вокруг оси  $Oz$  и наблюдение за траекторией движения одной из точек, принадлежащей этой окружности. При этом на параметры движения исследуемой точки налагаются геометрические и кинематические зависимости, связанные с вращением ведомого звена механизма.

Рассмотрим модель передачи, приведенную на рисунке 2.13. Предположим существование трех сферических поверхностей с одинаковым радиусом  $R$ , одна из которых связана с ведущим валом и содержит кривую 1, вторая связана с ведомым валом и содержит кривые 2, а третья связана с корпусом и содержит кривую 3. Точки пересечения кривых 1 и 3 первой группы обозначены  $P_i$ .

На рисунке 2.13 параметр  $A'$  – проекция амплитуды центровых кривых на плоскость, касательную к сферической поверхности и параллельную оси  $Oz$ . Сама амплитуда определяется как  $A = R \cdot \Theta$ .



1 – однопериодная центровая кривая; 2 – траектории центров масс тел качения относительно сепаратора; 3 – многопериодная центровая кривая

Рисунок 2.13 – Модель трехзвенной сферической передачи

Координаты окружности 1, лежащей в плоскости  $xOy$  с центром в точке  $O$ , описываются параметрическими уравнениями, которые представим в виде матрицы

$$C(\varphi) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \sin(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.50)$$

При этом  $\varphi = 0 \dots 2 \cdot \pi$ . Однопериодная центровая кривая, рассматриваемая в начальный момент времени, представляет собой окружность, лежащую в плоскости, образующую с осью  $Oy$  угол  $\Theta$ . Оператор поворота окружности на данный угол описывается матрицей

$$M(x, y, z, \Theta) = \begin{pmatrix} \cos(\Theta) + (1 - \cos(\Theta)) \cdot x^2 & (1 - \cos(\Theta)) \cdot x \cdot y - \sin(\Theta) \cdot z & (1 - \cos(\Theta)) \cdot x \cdot z + \sin(\Theta) \cdot y \\ (1 - \cos(\Theta)) \cdot y \cdot x + \sin(\Theta) \cdot z & \cos(\Theta) + (1 - \cos(\Theta)) \cdot y^2 & (1 - \cos(\Theta)) \cdot y \cdot z - \sin(\Theta) \cdot x \\ (1 - \cos(\Theta)) \cdot z \cdot x - \sin(\Theta) \cdot y & (1 - \cos(\Theta)) \cdot z \cdot y + \sin(\Theta) \cdot x & \cos(\Theta) + (1 - \cos(\Theta)) \cdot z^2 \end{pmatrix}. \quad (2.51)$$

Ось поворота задается ее ортом (вектором единичной длины), направленным вдоль оси, относительно которой осуществляется поворот (против хода часовой стрелки). Чтобы получить уравнения окружности, повернутой относительно оси  $Ox$  на угол  $\Theta$ , воздействию оператором  $M$  на матрицу  $C$ . Получим

$$C_1(\varphi, \Theta) = M(1, 0, 0, \Theta) \cdot C(\varphi) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \\ R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (2.52)$$

Рассмотрим некоторую точку на наклоненной окружности (например,  $P_3$ ) на рисунке 2.13. При повороте сферической поверхности, связанной с ведущим валом передачи, с расположенной на ней окружностью на некоторый угол  $\varphi_1$  относительно оси  $Oz$  рассматриваемая точка  $P_3$  (назовем ее задающей точкой) переместится таким образом, что отрезок, соединяющий ее с началом координат в плоскости, перпендикулярной оси  $Oz$ , также будет составлять с осью  $Ox$  угол  $\varphi_1$ . Искомая точка, принадлежащая сферической поверхности, связанной с ведомым валом, в плоскости  $xOy$  должна переместиться на угол  $\varphi_2 = \varphi_1 / i_{12}^{(3)}$ , то есть отстать от задающей ее точки на угол  $(1 - 1/i_{12}^{(3)}) \cdot \varphi_1$ , но при этом остаться на окружности.

Чтобы найти уравнения многопериодной беговой дорожки, связанной с неподвижной сферической поверхностью, необходимо рассмотреть точку, имеющую угловую координату  $(1 - 1/i_{12}^{(3)}) \cdot \varphi_1$ , и затем переместить ее относительно оси  $Oz$  с помощью оператора поворота  $M$  на угол  $\varphi$ , т. е.

$$C_2(\varphi, i_{12}^{(3)}, \Theta) = M(1, 0, 0, \Theta) \cdot C_1\left(-\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi, \Theta\right). \quad (2.53)$$

В результате вычислений по формуле (2.53) получаем матрицу  $C_2$  с координатами траектории центра тела качения при многопериодной кривой, взаимодействующей с кривой в виде окружности, обеспечивающей постоянство мгновенного передаточного отношения. Эти координаты определяются по формулам

$$\begin{aligned}
 x(\varphi) = & R \cdot \left( \cos \left( \left( 1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi \right) \cdot \cos(\varphi) + \right. \\
 & \left. + \sin \left( \left( 1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi \right) \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \right); \quad (2.54)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(\varphi) = & R \cdot \left( \cos \left( \left( 1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi \right) \cdot \sin(\varphi) - \right. \\
 & \left. - \sin \left( \left( 1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi \right) \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi) \right); \quad (2.55)
 \end{aligned}$$

$$z(\varphi) = -R \cdot \sin \left( \left( 1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right) \cdot \varphi \right) \cdot \sin(\Theta). \quad (2.56)$$

При изменении  $\varphi$  от 0 до  $2 \cdot \pi$  однопериодная кривая совершит полный оборот вокруг оси  $Oz$ . При этом положение центра масс тела качения  $P_3$  на многопериодной кривой будет определяться центральным углом, равным  $2 \cdot \pi / i_{12}^{(3)}$ . Для получения параметрических уравнений многопериодной кривой, а точнее – семейства кривых, необходимо в формулы (2.54)–(2.56) вместо  $\varphi$  подставить  $i_{12}^{(3)} \cdot \varphi$ . В результате, с учетом зависимости для первой кинематической схемы  $i_{12}^{(3)} = 1 + Z_3$ , имеем

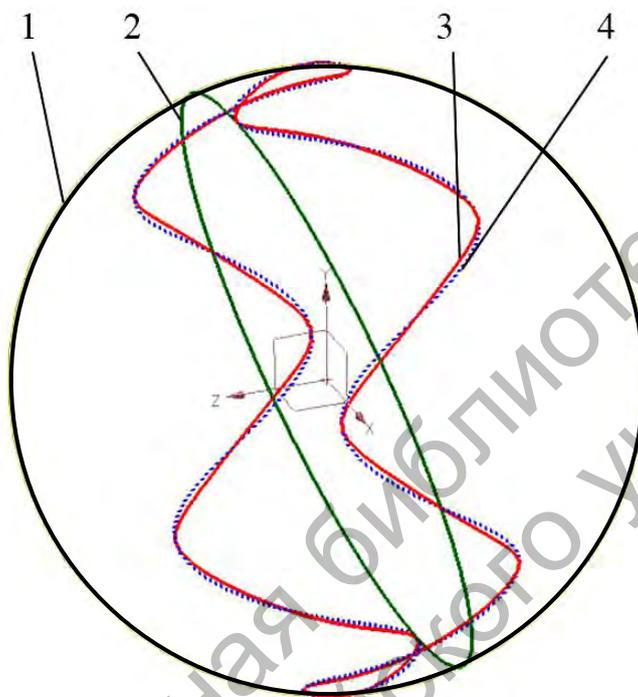
$$\begin{aligned}
 x(\varphi) = & R \cdot \left( \cos(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \cos((Z_3 + 1) \cdot \varphi) + \right. \\
 & \left. + \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin((Z_3 + 1) \cdot \varphi) \cdot \cos(\Theta) \right); \quad (2.57)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(\varphi) = & R \cdot \left( \cos(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin((Z_3 + 1) \cdot \varphi) - \right. \\
 & \left. - \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \cos((Z_3 + 1) \cdot \varphi) \cdot \cos(\Theta) \right); \quad (2.58)
 \end{aligned}$$

$$z(\varphi) = R \cdot \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin(\Theta). \quad (2.59)$$

Установлено, что для четных значений передаточных отношений и чисел тел качения соответственно полученные траектории обладают центральной симметрией (относительно точки  $O$ ).

На рисунке 2.14 показаны сферические кривые со следующими параметрами:  $R = 40$  мм,  $A = 12$  мм,  $Z_3 = 5$ .



1 – основная сфера; 2 – однопериодная центровая кривая (окружность); 3 – центровая кривая, построенная по уравнениям (2.57)–(2.59); 4 – центровая кривая, построенная по уравнениям (2.4)–(2.7)

Рисунок 2.14 – Сферические кривые

Было исследовано, как изменяется расстояние между центрами масс роликов сферических кривых с указанными параметрами. Для этого у обоих типов кривых рассматривались точки пересечения с индексами «0» и «1». При перемещении двух точек по многопериодной кривой (изменении угла  $\varphi$  от 0 до  $2 \cdot \pi$ ) центральный угол между ними в плоскости  $xOy$  оставался постоянным и равным  $2 \cdot \pi/n$ , где  $n$  – число тел качения в передаче, равное передаточному отношению. Таким образом в модели обеспечивалось постоянство передаточного отношения. При этом использовались уравнения (2.57)–(2.59) для одной кривой с вышеуказанными параметрами и уравнения (5.4)–(5.6) вместо формул (2.4)–(2.7), т. к. последние являются функцией угла поворота

ведущего вала. В обоих случаях параметр  $\varphi$  заменялся на параметр  $\varphi - 2 \cdot \pi \cdot j/n$ , где  $j$  – индекс тела качения («0» и «1»).

Вычислялось расстояние  $d$  между точками по формуле

$$d_k(\varphi) = \sqrt{(x_{k0} - x_{k1})^2 + (y_{k0} - y_{k1})^2 + (z_{k0} - z_{k1})^2}, \quad (2.60)$$

где  $k$  – вид кривой: 1 – кривые по уравнениям (5.4)–(5.6); 2 – кривые по уравнениям (2.57)–(2.59).

Результаты расчетов отображены на рисунке 2.15.

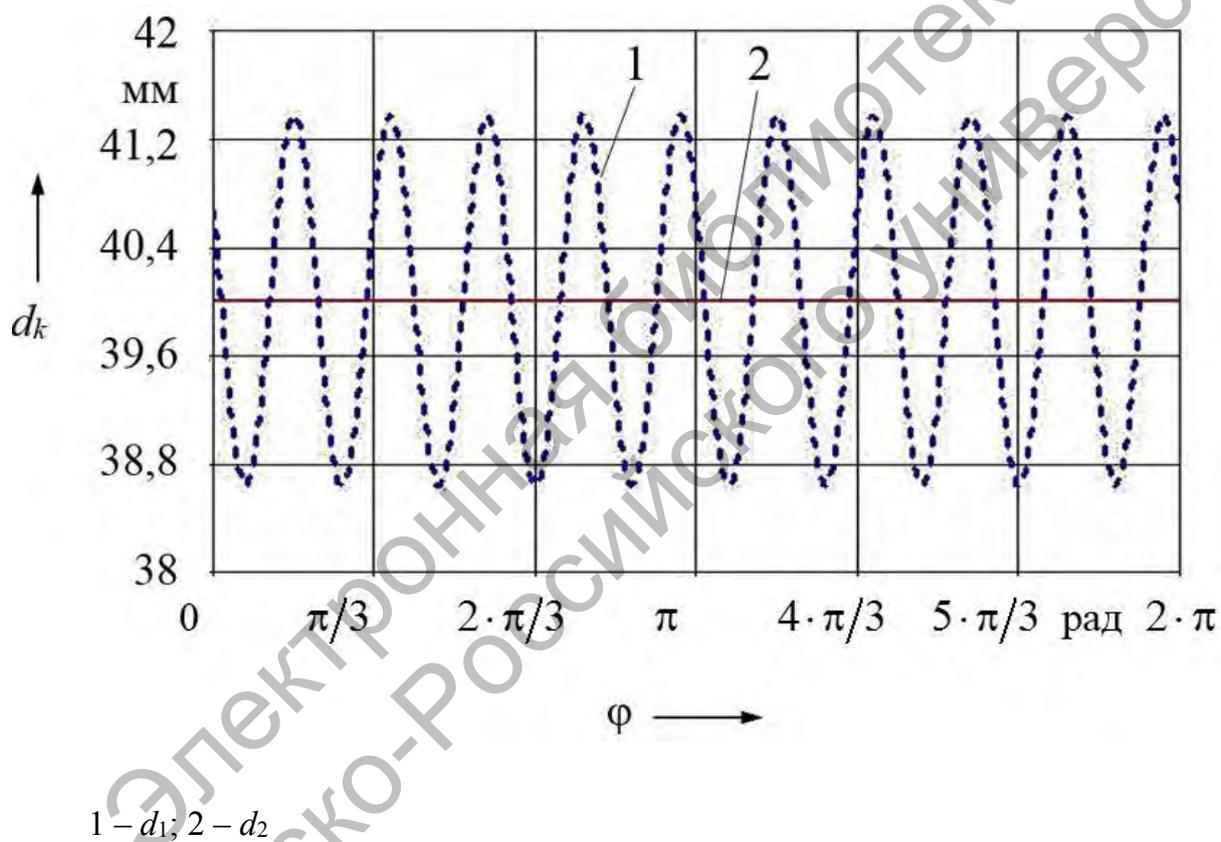
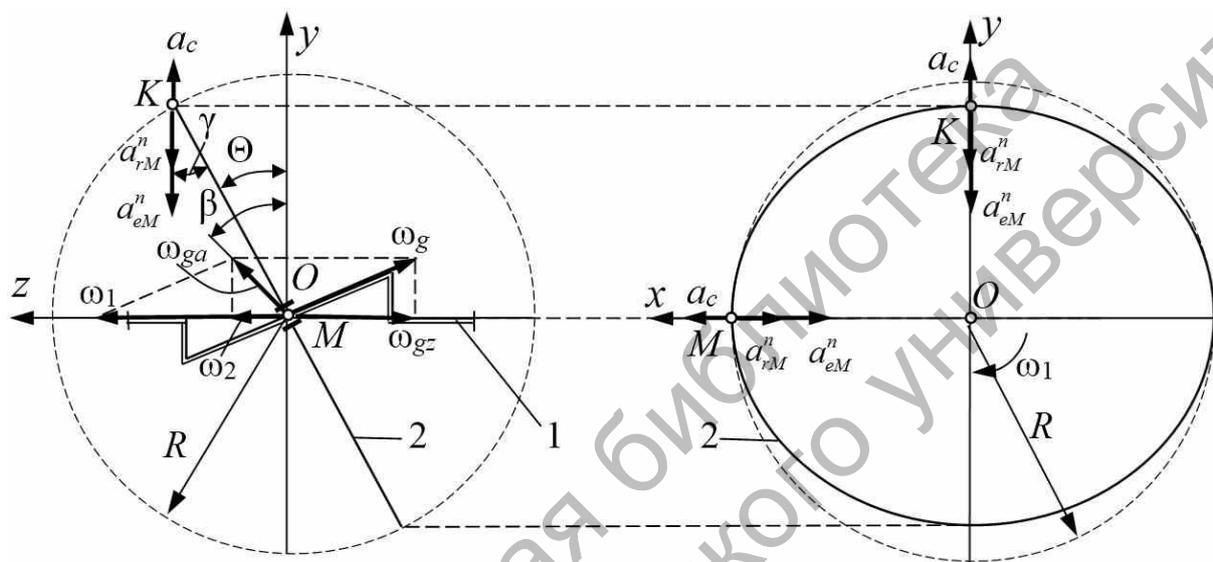


Рисунок 2.15 – Расстояние между центрами масс соседних тел качения

Установлено, что расстояние между двумя точками пересечения центровых кривых (окружности и кривой, построенной по уравнениям (2.57)–(2.59)) остается постоянным при любом числе тел качения (четном и нечетном). Таким образом, получены уравнения кривых, обеспечивающих постоянство передаточного отношения и расстояний между центрами масс тел качения.

## 2.7 Кинематический анализ СРП

Рассмотрим схему двухзвенной передачи, показанную на рисунке 2.16. Ведущий вал вращается с постоянной скоростью вращения  $\omega_1$ . Тогда скорость ведомого вала будет также постоянна и равна  $\omega_2$ . При постоянном режиме работы  $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$  ( $t$  – время). Векторы указанных скоростей направлены вдоль оси  $Oz$  в одну сторону.



1 – ведущий вал; 2 – генератор

Рисунок 2.16 – К кинематическому анализу СРП

Вектор относительной угловой скорости генератора  $\omega_g$  направлен вдоль оси наклоненного участка кривошипа ведущего вала в обратную сторону. Модуль проекции этого вектора на ось  $Oz$

$$\omega_{gz} = \omega_1 \left( 1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right). \quad (2.61)$$

Соответственно, модуль вектора относительной угловой скорости генератора

$$\omega_g = \frac{\omega_{gz}}{\cos(\Theta)}. \quad (2.62)$$

В правильности вышеприведенных зависимостей можно убедиться, выполнив проверку по формуле  $\omega'_2 = \omega_1 - \omega_g \cdot \cos(\Theta)$ . Результат должен быть равен угловой скорости ведомого вала  $\omega_2$ .

Генератор участвует в сложном движении: переносном вращении вместе с ведущим валом и относительном вращении вокруг оси наклоненного участка кривошипа. Сложное вращение можно рассматривать как мгновенное вращение относительно некоторой оси в пространстве. Вдоль этой оси будет направлен вектор значения абсолютной угловой скорости мгновенного вращающегося генератора  $\omega_{ga}$ . Его модуль можно определить из геометрических построений (см. рисунок 2.16).

$$\omega_{ga} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_g^2 - 2\omega_1 \cdot \omega_g \cdot \cos(\Theta)}. \quad (2.63)$$

Угол наклона вектора абсолютной скорости генератора к оси  $Oz$ , рад,

$$\beta = \arctg\left(\left(i_{12}^{(3)} - 1\right) \cdot \operatorname{tg}(\Theta)\right). \quad (2.64)$$

В качестве проверки при необходимости можно уточнить соблюдение тождества  $\omega_{ga} \cdot \cos(\beta) = \omega_2$ .

Вектор абсолютной угловой скорости в проекциях на оси абсолютной системы координат

$$\omega_a(t) = \begin{pmatrix} \omega_{gax} \\ \omega_{gay} \\ \omega_{gaz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{ga} \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(-\omega_1 \cdot t) \\ \omega_{ga} \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \\ \omega_{ga} \cdot \cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (2.65)$$

Знак «минус» аргумента косинуса первой составляющей угловой скорости позволяет привести выражения (2.65) в соответствие со схемой на рисунке 2.16.

Определим скорости и ускорения точек генератора, которые совпадают с центрами сферических выступов тел качения. На рисунке 2.16 рассмотрены две точки:  $K$  и  $M$ . Вектор координат точки  $M$  в абсолютном движении определяется согласно уравнениям (2.54)–(2.56) как

$$R_M(t) = \begin{pmatrix} r_{xM} \\ r_{yM} \\ r_{zM} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cdot \cos\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \omega_1 \cdot t\right) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\Theta) \\ R \cdot \cos\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) - \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \omega_1 \cdot t\right) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\Theta) \\ -R \cdot \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\Theta) \end{pmatrix}. \quad (2.66)$$

Вектор линейной скорости точки  $M$

$$\vec{v}_M = \vec{\omega}_{ga} \times \vec{R}_M. \quad (2.67)$$

Результаты векторного произведения можно представить в виде уравнений для составляющих скорости точки  $M$

$$v_{xM}(t) = \omega_{gay}(t) \cdot r_{zM}(t) - r_{yM}(t) \cdot \omega_{gaz}(t); \quad (2.68)$$

$$v_{yM}(t) = -(\omega_{gax}(t) \cdot r_{zM}(t) - r_{xM}(t) \cdot \omega_{gaz}(t)); \quad (2.69)$$

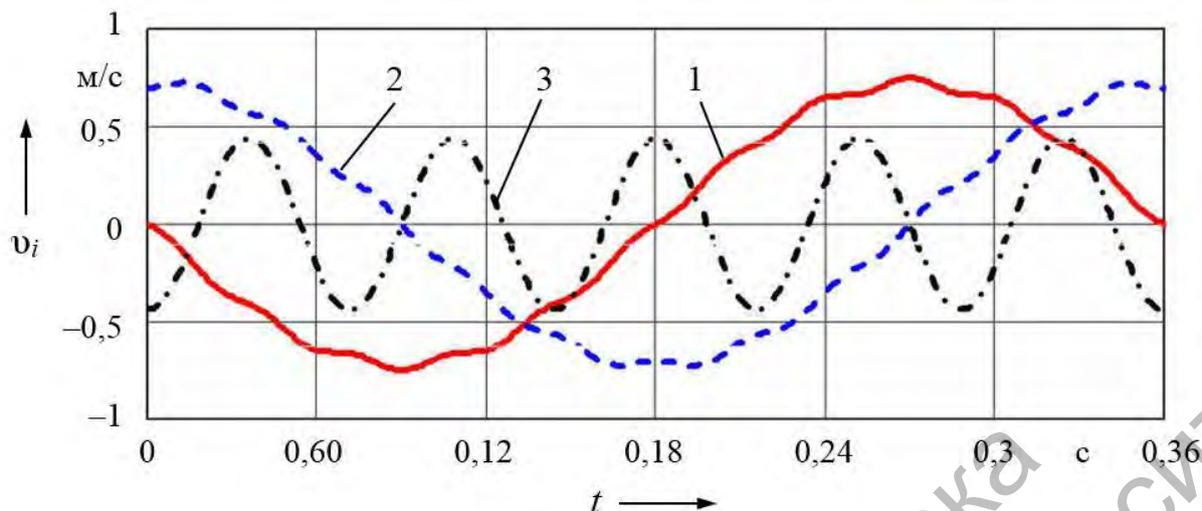
$$v_{zM}(t) = \omega_{gax}(t) \cdot r_{yM}(t) - r_{xM}(t) \cdot \omega_{gay}(t). \quad (2.70)$$

Результаты вычислений составляющих скоростей для передачи со следующими параметрами:  $A = 5$  мм,  $R = 40$  мм,  $i_{12}^{(3)} = 6$ , приведенных на рисунке 2.17. Частота вращения ведущего вала принималась  $n_1 = 100$  мин<sup>-1</sup>. Время одного оборота ведущего вала  $t_0 = 60/n_1 = 0,06$  с, ведомый вал совершит оборот за время  $t_0 \cdot i_{12}^{(3)}$ , т. е. за 0,036 с.

Определим ускорение точки  $M$ . Вследствие равномерного вращения угловые ускорения звеньев равны нулю.

Модуль расстояния от центра  $O$  до точки  $M$

$$O_M(t) = \sqrt{(r_{xM}(t))^2 + (r_{yM}(t))^2 + (r_{zM}(t))^2}. \quad (2.71)$$



1 –  $v_{xM}$ ; 2 –  $v_{yM}$ ; 3 –  $v_{zM}$

Рисунок 2.17 – Зависимость составляющих скорости точки  $M$  от времени работы передачи

Угол  $\gamma$  между векторами ускорений, лежащих в плоскости генератора, и плоскостью  $xOy$

$$\gamma(t) = \arccos \left( \frac{\sqrt{(r_{xM}(t))^2 + (r_{yM}(t))^2}}{\sqrt{(r_{xM}(t))^2 + (r_{yM}(t))^2 + (r_{zM}(t))^2}} \right). \quad (2.72)$$

Переносное ускорение (нормальное)

$$a_{eM}^n(t) = O_M(t) \cdot \omega_1^2. \quad (2.73)$$

Относительное ускорение (нормальное)

$$a_{rM}^n(t) = R \cdot \omega_g^2. \quad (2.74)$$

Ускорение Кориолиса

$$a_c(t) = 2 \cdot \omega_1 \cdot \omega_g \cdot R \cdot \sin(\gamma(t)). \quad (2.75)$$

Составляющие ускорения точки по осям и модуль абсолютного значения

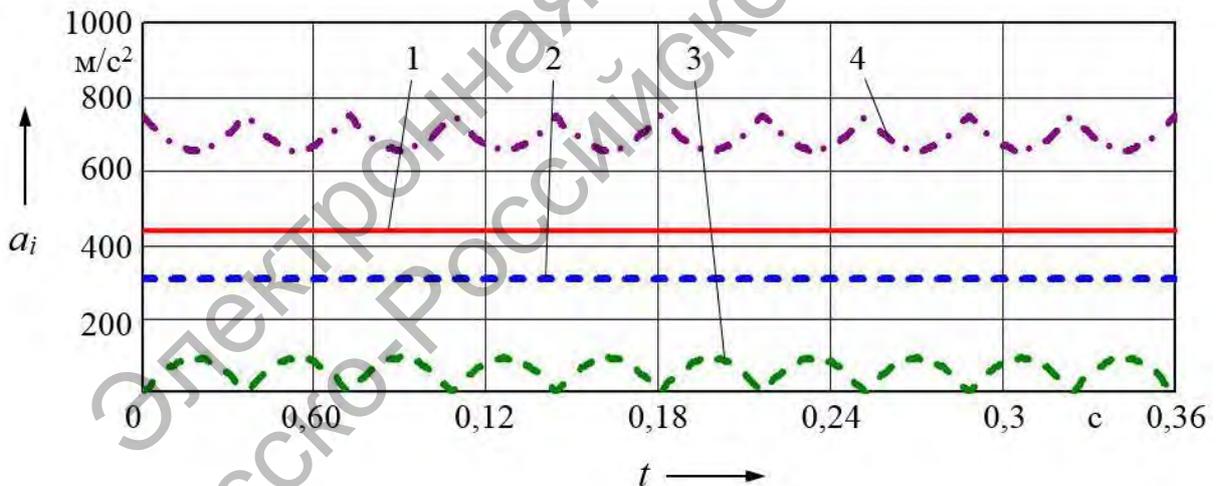
$$a_{xM}(t) = \left( -a_{eM}^n(t) - a_{rM}^n(t) \cdot \cos(\gamma(t)) + a_c(t) \right) \cdot \cos\left( \frac{\omega_1}{i_{12}^{(3)}} \cdot t \right); \quad (2.76)$$

$$a_{yM}(t) = \left( -a_{eM}^n(t) - a_{rM}^n(t) \cdot \cos(\gamma(t)) + a_c(t) \right) \cdot \sin\left( \frac{\omega_1}{i_{12}^{(3)}} \cdot t \right); \quad (2.77)$$

$$a_{zM}(t) = -a_{rM}^n(t) \cdot \sin(\gamma(t)); \quad (2.78)$$

$$a_M(t) = \sqrt{(a_{xM}(t))^2 + (a_{yM}(t))^2 + (a_{zM}(t))^2}. \quad (2.79)$$

Результаты расчетов составляющих ускорений и модуль полного значения отображены на рисунке 2.18.



1 –  $a_{xM}$ ; 2 –  $a_{yM}$ ; 3 –  $a_{zM}$ ; 4 –  $a_M$

Рисунок 2.18 – Зависимость составляющих ускорений точки  $M$  и модуля полного значения от времени работы передачи

### 3 Силовой анализ СРП и оценка ее КПД

#### 3.1 Влияние вида замыкания высших кинематических пар на нагрузочную способность СРП

В классе ППТК необходимо различать группы механизмов с геометрическим и силовым замыканиями высших кинематических пар, образуемых телами качения и контактирующими с ними деталями. Рассмотрим плоский клиновой механизм (рисунок 3.1), работа которого моделирует взаимодействие двух тел качения с основными элементами ППТК. Механизм состоит из трех основных элементов (звеньев). Один из элементов содержит беговую дорожку, профиль которой ограничен отрезками, обозначенными  $A_1...A_k$ . Этот элемент является ведущим и на схеме перемещается слева направо со скоростью  $v_A$ . Элемент с беговой дорожкой, обозначенной  $B_1...B_k$ , – неподвижен (стойка). Беговые дорожки имеют постоянный по модулю угол подъема, который меняет знак при прохождении вершин. Третий (ведомый) элемент содержит вертикальные пазы, профиль которых обозначен  $C_1...C_u$ . В двух беговых дорожках и пазах размещаются тела качения (ролики)  $S_1$  и  $S_2$ .

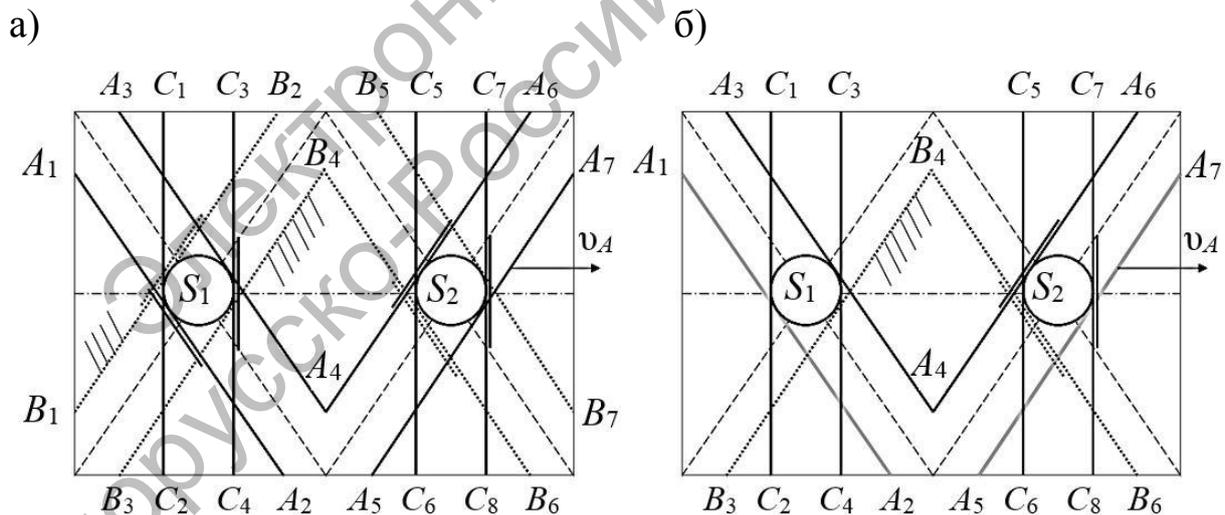


Рисунок 3.1 – Схема взаимодействия звеньев клинового механизма с геометрическим (а) и силовым (б) замыканиями высших кинематических пар

При движении ведущего звена в механизме с геометрическим замыканием высших кинематических пар (рисунок 3.1, а) участки  $A_1A_2$

и  $B_1B_2$  беговых дорожек ведущего и остановленного элементов образуют клин, который выталкивает тело качения  $S_1$  вправо и вверх. Оно воздействует на участок паза  $C_3C_4$ , вынуждая ведомый элемент также перемещаться вправо. Для тела качения  $S_2$  такой клин образован поверхностями  $A_4A_6$  и  $B_4B_6$ . Тело качения взаимодействует с участком паза  $C_7C_8$ . Предположим, элементы клинового механизма не содержат беговых дорожек, а имеют выступы (рисунок 3.1, б). Клин для тела качения  $S_2$  образован поверхностями  $A_4A_6$  и  $B_4B_6$ . Тело качения  $S_1$  не передает нагрузку, а совершает холостой пробег под действием наложенных связей.

Если предположить, что один из элементов (например, ведущий) имеет беговую дорожку (рисунок 3.1, б), а остановленное звено – выступы, то картина принципиально не изменится. Тело качения  $S_2$  будет передавать нагрузку, а тело качения  $S_1$  – нет. В этом можно убедиться, предположив наличие одного тела качения из двух –  $S_1$ . При движении ведущего элемента вправо тело качения  $S_1$  может перемещаться вверх вдоль левого паза ведомого звена, не осуществляя давления на боковые грани его паза и не перемещая ведомый элемент.

Если спроектировать клиновой механизм, имеющий  $n$  тел качения, при этом пазы ведомого элемента будут размещены равномерно вдоль оси абсцисс, несложно убедиться в том, что при использовании принципа силового замыкания (см. рисунок 3.1, б) передавать нагрузку будет в среднем половина тел качения, а остальные будут совершать холостой пробег, перемещаясь под действием наложенных связей.

Таким образом, замена силового замыкания высших кинематических пар на геометрическое теоретически позволяет повысить нагрузочную способность ППТК в два раза [8].

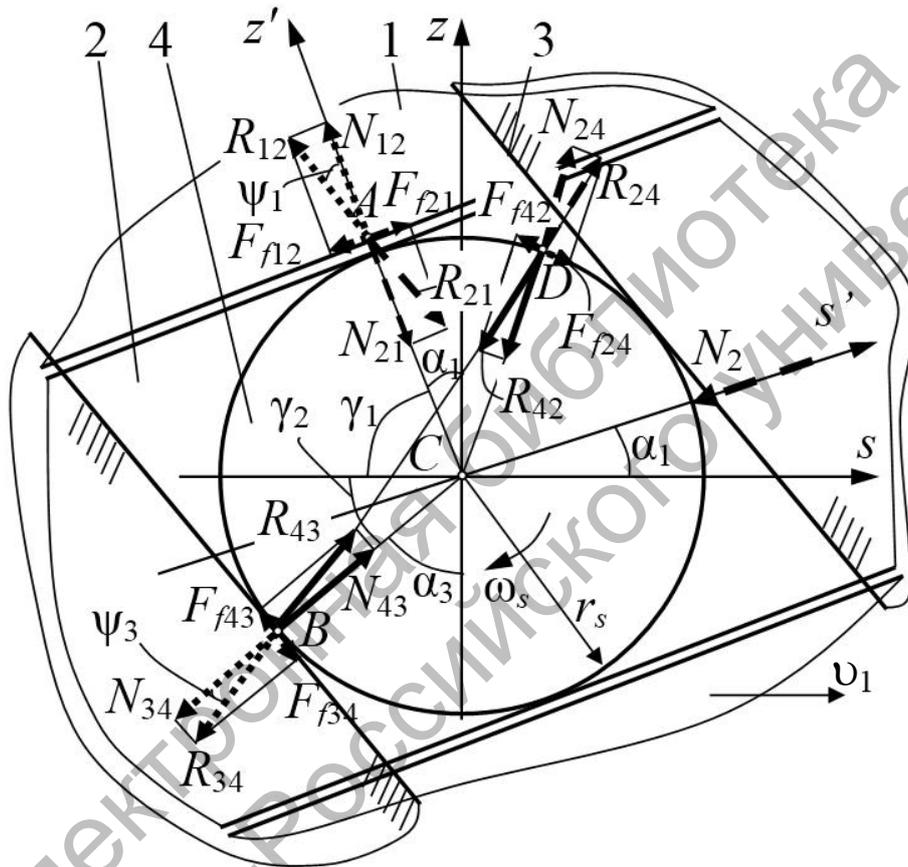
### 3.2 Алгоритм определения действующих сил, моментов и КПД

КПД двухзвенной передачи может быть определен по формуле

$$\eta = \eta_t \cdot \eta_c, \quad (3.1)$$

где  $\eta_t$  – КПД роликового зацепления;  $\eta_c$  – КПД механизма передачи вращательного движения с генератора на ведомый вал (КПД угловой муфты).

КПД  $\eta_c$  зависит от типа применяемой угловой муфты и должен рассматриваться отдельно. Для оценки  $\eta_t$  обратимся к схеме силового взаимодействия одного ролика с основными элементами СППТК в развертке на плоскость (рисунок 3.2).



1 – ведущий вал; 2 – генератор; 3 – наружный кулачок; 4 – ролик

Рисунок 3.2 – Схема силового взаимодействия звеньев передачи с роликом

Для силового анализа применяем принцип кинетостатики. Рассмотрим равновесное состояние движущихся тел [79, 80], т. к. при равномерном вращении валов передачи центры тел качения также имеют постоянные скорости и сил инерции можно не учитывать. При этом динамический анализ сводится к решению уравнений статики. Геометрическое скольжение можно также не учитывать из-за относительно небольшой глубины беговых дорожек [81].

Рассмотрим поток мощности, проходящий по цепи последовательно соединенных пар контактирующих элементов передачи. Первой парой являются ведущий вал 1 и генератор 2, который закреплен на этом валу с помощью подшипника (подшипников) качения. Линия контакта звеньев 1 и 2 условно разбита на  $n$  участков, равных числу роликов, установленных на наружной поверхности генератора и контактирующих с многопериодной беговой дорожкой, образованной наружными кулачками. Это сделано для того, чтобы привести силовой анализ механизма со множеством параллельных потоков мощности к рассмотрению одного потока, локализованного в пределах одного ролика.

В зоне контакта генератора и ведущего вала (с промежуточным элементом – подшипником) возникают реакция  $N_{21}$  и сила трения  $F_{f21}$ , действующие на генератор со стороны ведущего вала. Здесь и далее в обозначении сил первый индекс будет означать тело, на которое действует сила, а второй индекс показывать тело, со стороны которого она действует. Следовательно, на ведущий вал будут действовать силы  $N_{12}$  и  $F_{f12}$ . Две силы (нормальная реакция и сила кулоновского трения) являются составляющими и образуют полные реакции  $R_{21}$  и  $R_{12}$  соответственно, которые отклонены от нормали в точке контакта на угол трения  $\psi_1$  ( $\psi_1 = \arctg(f_1)$ , где  $f_1$  – приведенный коэффициент трения в контакте ведущего вала и генератора).

Генератор 2 взаимодействует с роликом 4 (вторая контактирующая пара), а ролик 4 – с замкнутой периодической беговой дорожкой, образованной сферическими наружными кулачками 3 (третья пара). Предположим худший случай – отсутствие качения ролика по поверхности беговой дорожки (ролик заклинило в генераторе). Качение ролика относительно беговой дорожки в модели можно в дальнейшем учесть пониженными значениями коэффициентов трения. В точке  $D$  возникают нормальная реакция  $N_{43}$  и сила трения скольжения  $F_{f43}$ . Исходя из аксиом статики полная реакция  $R_{43}$  уравнивается равной по величине и противоположной по направлению силой  $R_{42}$ , действующей на ролик со стороны генератора. На генератор действуют три силы: со стороны ролика  $R_{24}$ , ведущего вала  $R_{21}$  и сила полезного сопротивления со стороны ведомого вала  $N_2$ .

На рисунке 3.3 показан равновесный треугольник сил, действующих на генератор, в системе координат  $s' Cz'$ .

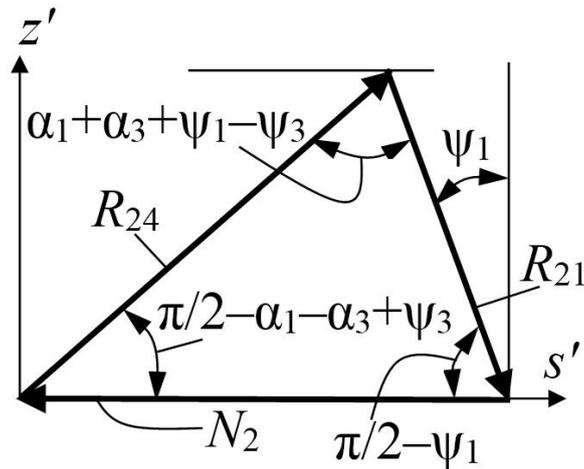


Рисунок 3.3 – Треугольник сил, действующих на генератор

В известных методиках силового анализа трехзвенных цилиндрических ППТК [20] предполагалось равенство и постоянство реакций (при постоянной внешней нагрузке), действующих на тела качения со стороны ведомого вала. Не учитывалось, что тела качения не передают нагрузку при попадании их центров на вершины центровых кривых, т. к. поверхности кулачков, создающие движущийся клин, параллельны друг другу, а углы подъема обеих центровых кривых равны нулю. В [82] было предположено, что нагрузка, действующая на тело качения со стороны сепаратора, зависит от положения его центра масс на центровых кривых и определяется значениями углов их подъема. Также в [82] использовано выражение для КПД в качестве коэффициента пропорциональности.

В случае с СППТК предлагается в качестве коэффициента пропорциональности использовать сумму углов подъема центровых кривых в рассматриваемой  $k$ -й точке их пересечения, совпадающей с центром масс тела качения,

$$\xi_k = \frac{\alpha_{1k} + \alpha_{3k}}{\sum_{k=0}^{n-1} (\alpha_{1k} + \alpha_{3k})}. \quad (3.2)$$

Это обосновано тем, что нагрузочная способность и КПД передач действительно возрастают с повышением углов подъема до определенного значения, т. к. увеличиваются окружные составляющие реакций и уменьшаются, соответственно, осевые расклиниваю-

щие силы. У цилиндрических ППТК среднее значение оптимального угла подъема многопериодной кривой составляет около  $30...45^\circ$  в зависимости от применяемой кинематической схемы и коэффициентов трения. Свыше данных значений происходит незначительное снижение КПД и нагрузочной способности. В сферических передачах значения углов подъема центровых кривых принимаются ниже оптимальных значений для уменьшения неравномерности мгновенного передаточного отношения. Следовательно, формула (3.2) будет объективно отражать пропорциональность передаваемой нагрузки одним телом качения. Другая причина невозможности использования КПД в качестве коэффициента пропорциональности для сферических передач – математическая. Далее будет определен средний КПД СППТК (формула (3.22)): при углах подъема, равных нулю (на вершинах кривых), происходит деление на нуль. В отличие от цилиндрических передач, для которых используется формула (3.24), где нулю будет равен только числитель.

При определении сил, действующих в передаче, необходимо также учитывать возможность возникновения самоторможения при попадании центров масс тел качения на участки центровых кривых, прилегающих к вершинам. Вектор результирующего воздействия со стороны ведущего звена (внутренних кулачков) проходит через конус трения, который образован полной реакцией со стороны беговой дорожки, сформированной двумя наружными кулачками. Геометрически условие отсутствия самоторможения может быть выражено как  $\gamma_1 + \gamma_3 > \pi$  (см. рисунок 3.2), где  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$  – углы между проекциями конусов трения на плоскую развертку, образованных полными реакциями со стороны наружных и внутренних кулачков соответственно и горизонталью, или как

$$|\alpha_1| + |\alpha_3| > \psi_1 + \psi_3, \quad (3.3)$$

где  $\psi_1$  – угол трения, характеризующий потери мощности на качение и скольжение (с приведенным коэффициентом  $f_1$ ) в подшипнике (подшипниках) качения, установленном между ведущим валом и генератором,  $\psi_1 = \arctg(f_1)$ .

Сила  $N_2$  для каждого ролика будет

$$N_{2k} = \frac{T_{2g} \cdot \xi_k}{R}, \quad (3.4)$$

где  $T_{2g}$  – вращающий момент, образованный парой сил, действующей на генератор в плоскости, проходящей через оси роликов.

$$T_{2g} = \frac{T_2}{\cos(\Theta)}, \quad (3.5)$$

где  $T_2$  – момент, действующий на ведомый вал передачи.

Нормальные реакции, действующие на ведущий вал и ведомые кулачки соответственно,

$$N_{1k} = N_{12k} = N_{21k} = \frac{R_{21}}{\sqrt{1+f_1^2}}; \quad N_{3k} = N_{24k} = N_{42k} = \frac{R_{24}}{\sqrt{1+f_3^2}}, \quad (3.6)$$

Выражения (3.6) получены с учетом равенства модулей сил  $R_{12k} = R_{21k}$  и  $R_{34k} = R_{43k} = R_{42k} = R_{24k}$ .

Из геометрических построений векторов сил (см. рисунок 3.3) имеем

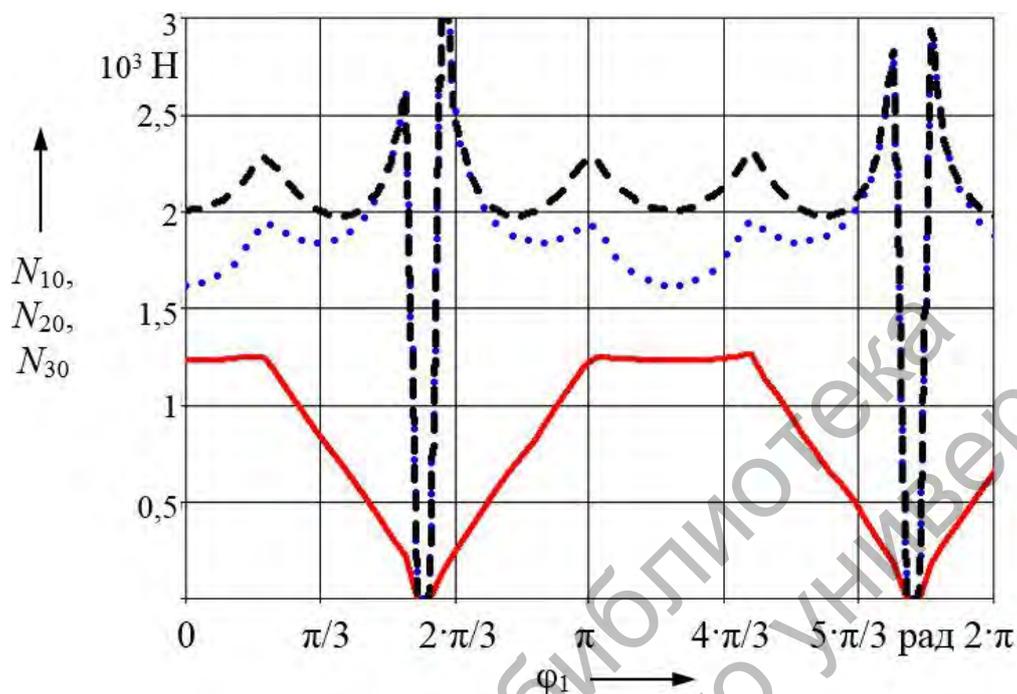
$$R_{24k} = \frac{N_{2k} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \psi_1\right)}{\sin(\alpha_{1k} + \alpha_{3k} + \psi_1 - \psi_3)}; \quad R_{21k} = \frac{N_{2k} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{1k} - \alpha_{3k} + \psi_3\right)}{\sin(\alpha_{1k} + \alpha_{3k} + \psi_1 - \psi_3)}, \quad (3.7)$$

где  $\psi_3$  – угол трения, характеризующий трение скольжения (с коэффициентом  $f_3$ ) между роликом и наружными кулачками,  $\psi_3 = \text{arctg}(f_3)$ .

Проведем силовой анализ на численном примере разрабатываемой передачи с помощью системы Mathcad. Параметры СППТК следующие:  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм,  $Z_1 = 1$ ,  $Z_3 = 5$ ,  $n = 6$ . Вращающий момент на ведомом валу передачи  $T_2 = 200$  Н·м и считаем постоянным. Приведенные коэффициенты трения принимаем как  $f_1 = 0,02$ ,  $f_3 = 0,05$ .

Результаты расчетов в зависимости от угла поворота ведущего вала  $\varphi_1$  для ролика с индексом  $k = 0$  приведены на рисунке 3.4. Резкое возрастание значений реакций возникает при приближении ролика к вершинам беговых дорожек, нулевые значения сил – при прохожде-

нии этих вершин, когда нагрузка перераспределяется на другие тела качения.



..... —  $N_{10}$ ; — — — —  $N_{20}$ ; — — — —  $N_{30}$

Рисунок 3.4 – Силы, действующие на тело качения в передаче

Вращающие моменты на звеньях (при известном моменте  $T_2$ ) определяются из уравнений проекций сил на ось  $Cs$  в системе  $sCz$ :

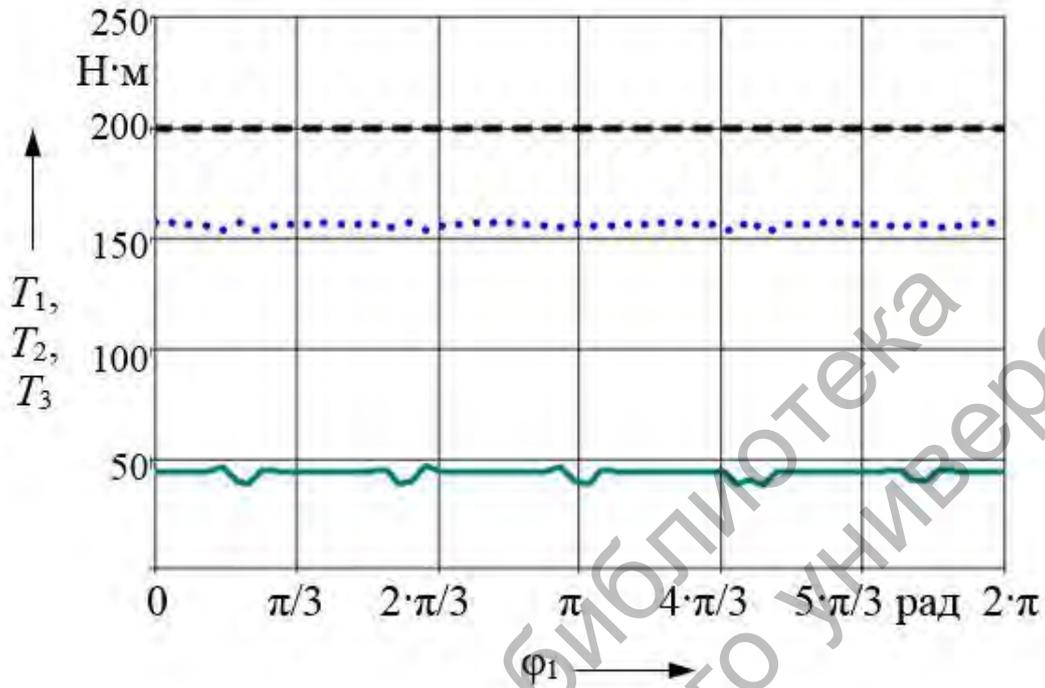
$$T_1 = \sum_{k=0}^{n-1} (N_{1k} \cdot (\sin(\alpha_{1k}) + f_1 \cdot \cos(\alpha_{1k})) \cdot R_{01}); \quad (3.8)$$

$$T_3 = \sum_{k=0}^{n-1} (N_{3k} \cdot (\sin(\alpha_{3k}) - f_3 \cdot \cos(\alpha_{3k})) \cdot R_{03}), \quad (3.9)$$

где  $R_{01}$  и  $R_{03}$  – радиусы цилиндрических поверхностей, где располагаются точки приложения полных реакций (и составляющих), действующих со стороны ведущего вала и беговой дорожки, образованной наружными кулачками, соответственно.

Так как в рассматриваемой модели все силы приводились к генератору и высота роликов не учитывалась, принимаем  $R = R_{01} = R_{03}$ .

Изменение моментов за один оборот ведущего вала показано на рисунке 3.5 [83].



— — —  $T_1$ ; - - - -  $T_2$ ; ..... —  $T_3$

Рисунок 3.5 – Моменты, действующие на валы и звенья передачи

Оценим КПД передачи по известной формуле

$$\eta_t = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \cdot \omega_2}{T_1 \cdot \omega_1} = \frac{T_2}{T_1 \cdot i_{12}^{(3)}}, \quad (3.10)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – мощности на ведущем и ведомом валах передачи соответственно.

График изменения КПД от угла поворота ведущего вала при указанных параметрах передачи, принятых коэффициентах трения и постоянном значении момента  $T_2$  представлен на рисунке 3.6. Среднее значение КПД ( $\eta_{tm}$ ) определялось путем подстановки в формулы (3.8) и (3.10) средних значений углов подъема кривых.

Выразив моменты через нормальные реакции и используя теорему синусов для нахождения отношения  $N_2/N_1$  из треугольника сил (см. рисунок 3.3), после преобразования выражения (3.10) получим

выражение для определения мгновенного КПД в контакте одного ролика с элементами передачи

$$\eta_{ik} = \frac{\cos(\alpha_{1k}) \cdot \sin(\alpha_{3k} + \alpha_{1k} + \psi_1 - \psi_3)}{\sqrt{1 + f_1^2} \cdot \sin(\alpha_{1k} + \psi_1) \cdot \cos(\alpha_{1k} + \alpha_{3k} - \psi_3) \cdot i_{12}^{(3)}}. \quad (3.11)$$

Приведенные выражения для определения сил и КПД (формула (3.10)) предполагают суммирование при вычислении и неудобны в инженерных расчетах. В связи с этим был разработан упрощенный алгоритм определения указанных параметров (для инженерных расчетов).

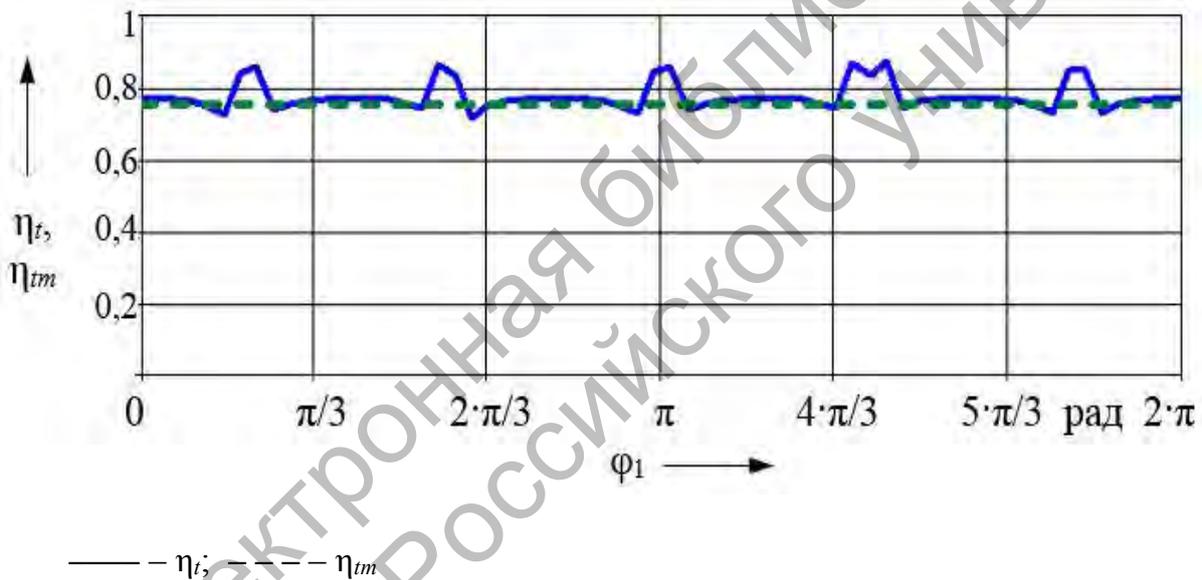


Рисунок 3.6 – Зависимость КПД СППТК от угла поворота ведущего вала

Для определения среднего значения сил в сферической передаче необходимо было найти приведенный радиус  $R'$  средней окружности СППТК, учитывающий его максимальное и минимальное значения:  $R' = 0,5 \cdot (R + R \cdot \cos(\Theta))$ . Для расчета среднего значения  $N_{m2}$  силы  $N_2$  в сферической передаче можно использовать выражение

$$N_{m2} = \frac{T_{2g} \cdot K_{Nsf}}{R \cdot n}, \quad (3.12)$$

где  $K_{Nsf}$  – коэффициент, вычисляемый по формуле [84]

$$K_{Nsf} = \left( 0,5 \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{A}{R} \right) \right) \right)^{-1}. \quad (3.13)$$

В качестве центровых могут быть использованы различные типы кривых. Кусочно-винтовая кривая на плоской развертке представляет собой совокупность восходящих и нисходящих отрезков кривых, имеет постоянный по модулю угол подъема, что позволяет усреднить значения параметров, получить простые выражения, пригодные для дальнейших аналитических преобразований [85]. Кусочно-винтовую кривую часто применяют в моделях ППТК (см. рисунок 3.1).

При дальнейших расчетах используем известные [19] выражения для определения средних значений углов подъема центровых кривых

$$\alpha_{m1} = \operatorname{arctg} \left( \frac{2 \cdot A \cdot Z_1}{\pi \cdot R} \right); \quad \alpha_{m3} = \operatorname{arctg} \left( \frac{2 \cdot A \cdot Z_3}{\pi \cdot R} \right) \quad (3.14)$$

Тогда средние значения сил и КПД можно найти, соответственно, по формулам [86]

$$N_{m1} = \frac{N_{m2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \psi_1 \right)}{\sin (\alpha_{m1} + \alpha_{m3} + \psi_1 - \psi_3)}; \quad (3.15)$$

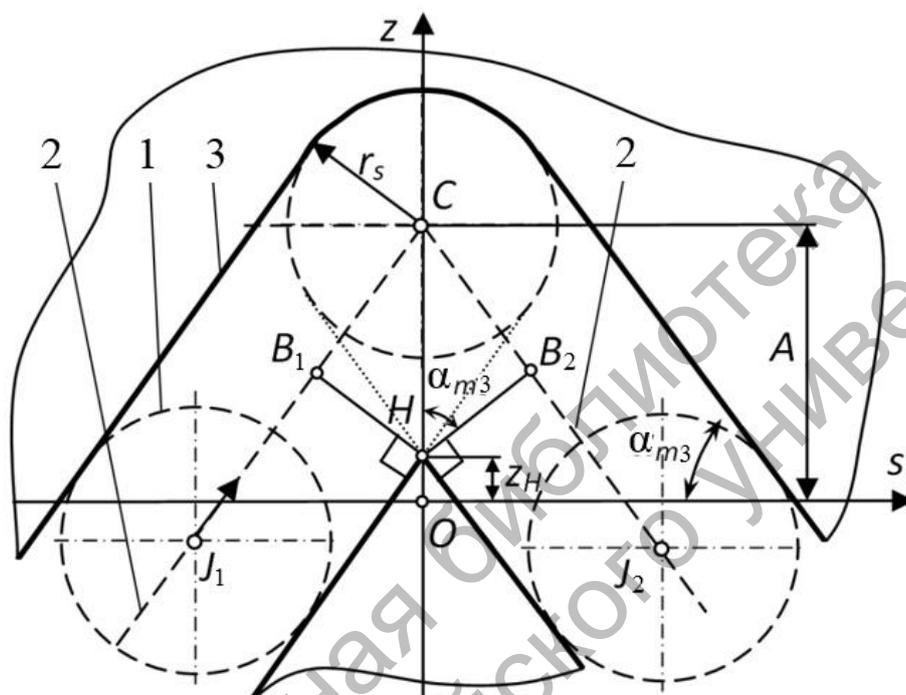
$$N_{m3} = \frac{N_{m2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_{m1} - \alpha_{m3} + \psi_3 \right)}{\sin (\alpha_{m1} + \alpha_{m3} + \psi_1 - \psi_3)}; \quad (3.16)$$

$$\eta_{tm} = \frac{\cos (\alpha_{m1}) \cdot \sin (\alpha_{m3} + \alpha_{m1} + \psi_1 - \psi_3)}{\sqrt{1 + f_1^2} \cdot \sin (\alpha_{m1} + \psi_1) \cdot \cos (\alpha_{m1} + \alpha_{m3} - \psi_3) \cdot i_{12}^{(3)}}. \quad (3.17)$$

Для передачи с параметрами, указанными ранее (после формулы (3.7)), в результате вычислений получим следующие значения:  $N_{m1} = 1864$  Н,  $N_{m3} = 2008$  Н. Средний КПД составил  $\eta_{tm} = 0,757$ . Данные параметры коррелируют с графиками, приведенными на рисунках 3.4 и 3.6.

### 3.3 Определение числа роликов, передающих нагрузку

Рассмотрим фрагмент плоской развертки центральной кривой и профиля беговой дорожки, по которой слева направо перемещается тело качения (рисунок 3.7).



1 – тело качения; 2 – центровая кривая; 3 – профиль беговой дорожки

Рисунок 3.7 – Схема прохождения тела качения через вершину периодической беговой дорожки

Когда центр масс тела качения перемещается по участку кривой  $J_1B_1$ , само тело качения теоретически может контактировать с обеими сторонами беговой дорожки 3 (двухсторонний контакт). На этих участках ролик (шарик) передает нагрузку. В точке  $B_1$  при его движении слева направо (см. рисунок 3.7) контакт с одной из сторон беговой дорожки нарушается, и на участках  $B_1C$  и  $CB_2$  тело качения совершает холостой пробег. В это время суммарная нагрузка на звенья передачи перераспределяется на тела качения, центры масс которых находятся на рабочих участках центральной кривой. При силовом анализе данное обстоятельство учтено коэффициентом  $\xi_k$  (формула (3.2)).

Коэффициент  $K_p$ , равный отношению длины рабочих участков центральной кривой к общей ее длине, будет определять долю тел ка-

чения, центры масс которых находятся на рабочих участках центральной кривой, т. е. передающих нагрузку к общему их количеству [87]. Этот коэффициент можно найти по формуле

$$K_p = \frac{L - L_0}{L} = 1 - \frac{r_s \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3}) \cdot \sin(\alpha_{m3})}{A}, \quad (3.18)$$

где  $L$  – общая длина центральной кривой;  $L_0$  – суммарная длина участков центральной кривой, на которых тело качения совершает холостой пробег (участки  $B_1C$  и  $CB_2$ ).

Значение коэффициента  $K_p$  необходимо определять для кривой с большим числом периодов, в рассматриваемом случае – для многопериодной центральной кривой беговой дорожки, образуемой наружными кулачками ( $Z_3 > Z_1$ ), т. к. она имеет большую длину участков холостого хода.

Среднее число тел качения, передающее нагрузку в передаче, можно оценить по следующей зависимости:

$$n_p = K_p \cdot n.$$

Расчеты по формуле (3.18) для ППТК цилиндрического типа показали, что число роликов, передающих нагрузку (с диаметром, равным около 12 % от диаметра корпуса), составляет 90...70 % от общего числа тел качения при передаточных отношениях 2...6 соответственно и резко уменьшается при увеличении передаточных отношений ( $>12$ ) и диаметра тел качения [9]. Результаты вычислений для сферических передач будут аналогичными.

### 3.4 Упрощенный расчет КПД и действующих сил в двухзвенной СРП

Численный анализ установил, что усреднение значений сил и КПД, полученных для одного тела качения (ролика), не всегда приводит к адекватным значениям для СРП при изменении геометрических параметров исследуемых передач в широком диапазоне.

Методику силового анализа, рассмотренную в подразд. 3.2, можно упростить, не принимая во внимание трение в подшипниках каче-

ния, с помощью которых генератор устанавливается на ведущий вал, и приведя все силы к схеме, аналогичной для трехзвенной передачи.

Рассмотрим алгоритм определения КПД и сил, действующих на звенья СРП, позволяющий найти оптимальные значения основных параметров передачи на стадии проектирования. Для этого проанализируем равновесное состояние одного ролика (рисунок 3.8) под действием трех сил:

- $N_{zm1}$  – среднее значение осевой составляющей силы, действующей на генератор со стороны ведущего вала, перенесенной из другой подсистемы и условно приложенной к одному ролику;
- $N_{m2}$  – среднее значение силы  $N_2$ , определяемое по формуле (3.12);
- $R_{m3}$  – среднее значение полной реакции, возникающей в контакте одного тела качения и беговой дорожки, слагаемой из двух составляющих: нормальной реакции  $N_{m3}$  и силы трения скольжения  $F_{f3}$ .

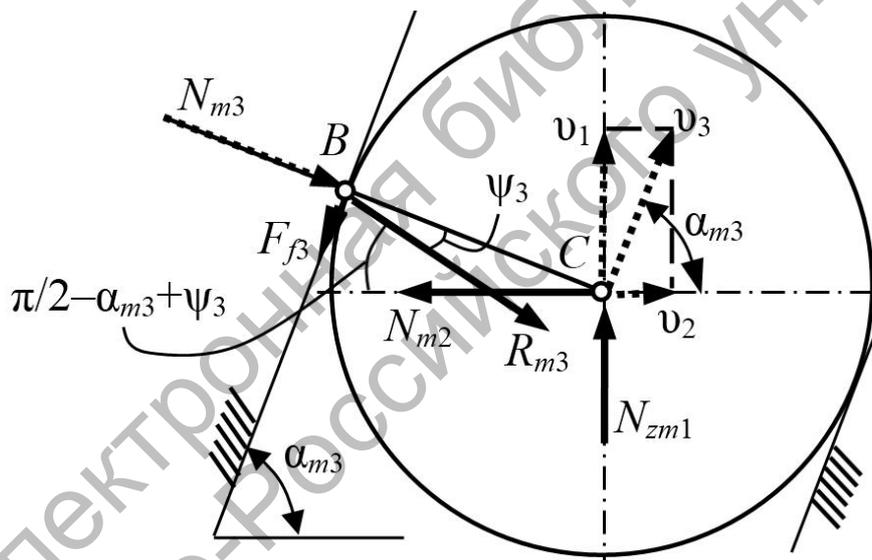


Рисунок 3.8 – Схема контакта ролика СРП, приведенная к схеме трехзвенной передачи

Средний КПД оценим по формуле (3.10), преобразовав ее следующим образом:

$$\eta_{tm} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \cdot \omega_2}{N_{zm1} \cdot v_1 \cdot n} = \frac{N_{m2} \cdot R \cdot n \cdot v_2}{N_{zm1} \cdot v_1 \cdot n \cdot R} = \frac{N_{m2} \cdot v_2}{N_{zm1} \cdot v_1}, \quad (3.19)$$

где  $P_1$ ,  $P_2$  – мощности на ведущем и ведомом звеньях;  $T_2$  – момент на ведомом валу,  $T_2 = N_{m2} \cdot R \cdot v_2$ ;  $\omega_2$  – угловая скорость

ведомого вала,  $\omega_2 = v_2/R$ .

В формуле (3.19) использованы составляющие  $v_1$  и  $v_2$  абсолютной скорости центра масс ролика  $v_3$ . Так как в модели вновь рассмотрены кусочно-винтовые центровые кривые, их углы подъема (модули значений углов) будут постоянны. Вследствие этого постоянными и равными между собой будут соответствующие составляющие линейных скоростей для всех центров масс тел качения.

Очевидно соотношение составляющих абсолютной скорости  $v_3$

$$v_1 = v_2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3}). \quad (3.20)$$

Из замкнутого прямоугольного треугольника сил  $N_{zm1}$ ,  $R_{m3}$  и  $N_{m2}$  (см. рисунок 3.8)

$$N_{mz1} = N_{m2} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{m3} + \psi_3\right). \quad (3.21)$$

Подставив выражения (3.20) и (3.21) в уравнение (3.19), получим выражение для определения среднего значения КПД двухзвенной СРП

$$\eta_{tm} = \frac{1}{\operatorname{tg}(0,5 \cdot \pi - \alpha_{m3} + \psi_3) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m3} - \psi_3)}{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})}. \quad (3.22)$$

Таким образом, формула для определения КПД двухзвенной СРП [88] совпадает с аналогичными формулами КПД червячной передачи и винтовой пары [89], где функцию угла подъема беговой дорожки выполняют углы подъема винтовой линии резьбы (червяка).

Очевидно, что условие самоторможения для СРП будет аналогичным:

$$\psi_3 \geq \alpha_{m3}. \quad (3.23)$$

Рассмотрим, как изменяется средний КПД СРП в зависимости от коэффициента трения и угла подъема беговой дорожки (рисунок 3.9) для СРП со следующими параметрами:  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм,  $i_{12}^{(3)} = 8$  ( $Z_3 = 7$ ).

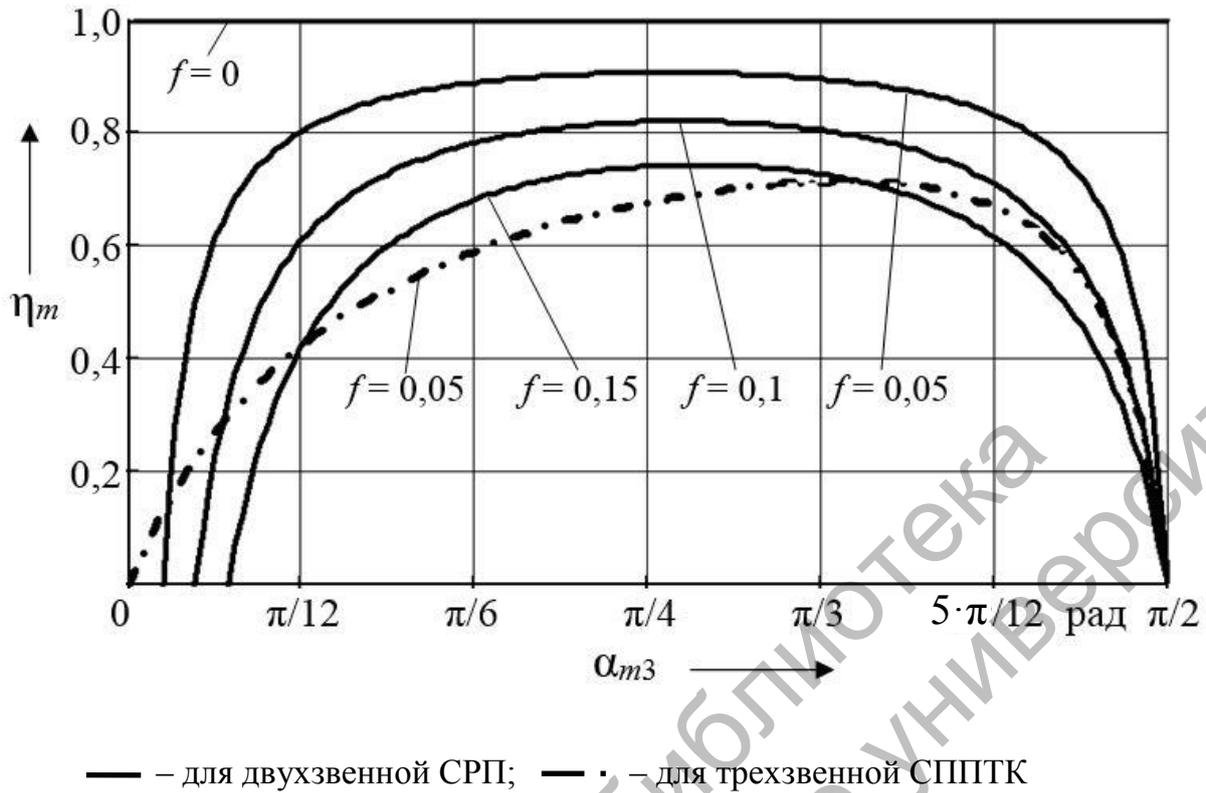


Рисунок 3.9 – Зависимость КПД от угла подъема беговой дорожки

Сравним также данные зависимости со средним КПД трехзвенной передачи с теми же значениями параметров. КПД в этом случае вычисляется по формуле [19]

$$\eta_{m3} = \frac{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m3}) \cdot \cos(\psi)}{i_{12}^{(3)} \cdot \sin(\alpha_{m1} + \psi) \cdot \cos(\alpha_{m3} - 2 \cdot \psi)}, \quad (3.24)$$

где  $\psi$  – угол трения, определяемый с учетом коэффициента трения, принимаемого равным во всех трех контактах тела качения (с внутренними кулачками, с наружными кулачками и с сепаратором).

Анализ полученных зависимостей показывает, что график угла подъема центральной кривой для двухзвенных СРП имеет выраженный максимум, следовательно, можно определить геометрические параметры передачи, оптимальные по критерию максимального КПД, продифференцировав выражение (3.22) по  $d\alpha_{m3}$  и приравняв полученное выражение к нулю.

$$\frac{\operatorname{tg}^2(\alpha_{m3} - \psi) + 1}{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})} - \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m3} - \psi) \cdot (\operatorname{tg}^2(\alpha_{m3}) + 1)}{\operatorname{tg}^2(\alpha_{m3})} = 0. \quad (3.25)$$

После преобразований имеем выражение для определения оптимального угла подъема

$$\alpha_{m3o} = \frac{\pi}{4} + \frac{\psi_3}{2}. \quad (3.26)$$

С учетом того, что средние значения углов подъема центровых кривых можно найти по выражениям (3.14), подставив выражение для  $\alpha_{m3}$  в левую часть уравнения (3.26), получим оптимальное значение амплитуды при заданных габаритах СРП (параметр  $R$ ) и передаточном отношении (параметр  $Z_3$ )

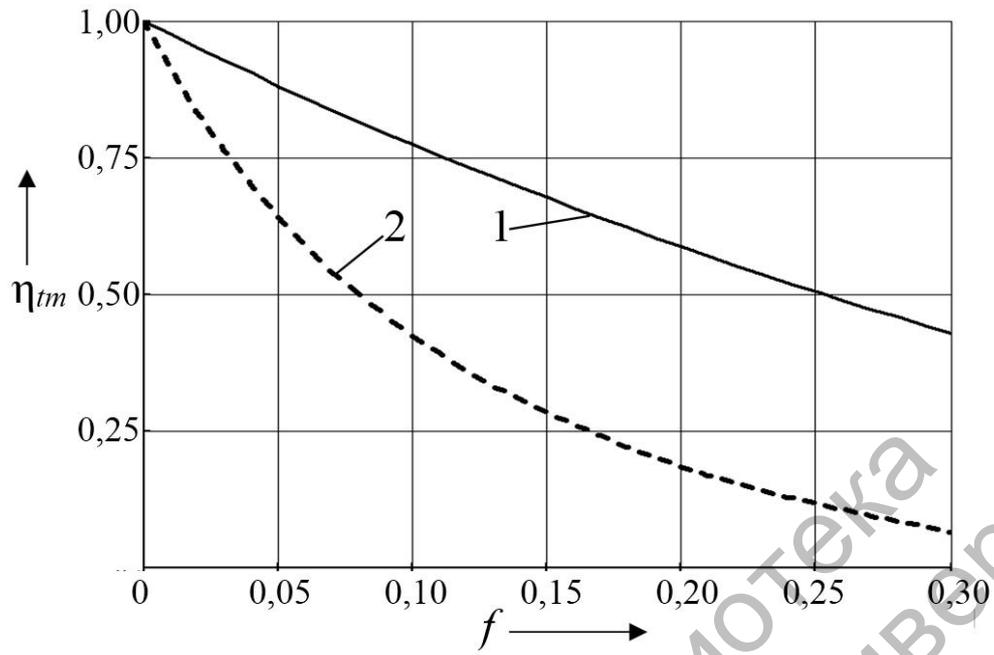
$$A_o = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi_3}{2}\right) \cdot \pi \cdot R}{2 \cdot Z_3}. \quad (3.27)$$

Выражение для определения оптимальной амплитуды  $A_o$  получено и для трехзвенных передач [20] на основе выражения (3.24). Для двухзвенной СРП с вышеприведенными параметрами  $A_o = 9,436$  мм, для трехзвенной –  $A_o = 16,791$  мм. Определим, как изменяется КПД передач двух типов с оптимальными значениями параметров в зависимости от коэффициента трения (рисунок 3.10). Сравнение оптимальных значений амплитуд при коэффициенте трения  $f_3 = 0,05$  показано на рисунке 3.11.

Значения сил, действующих на элементы двухзвенной СРП, можно определить согласно выражению (3.21) и с учетом прямоугольного треугольника сил (см. рисунок 3.8) по следующим зависимостям:

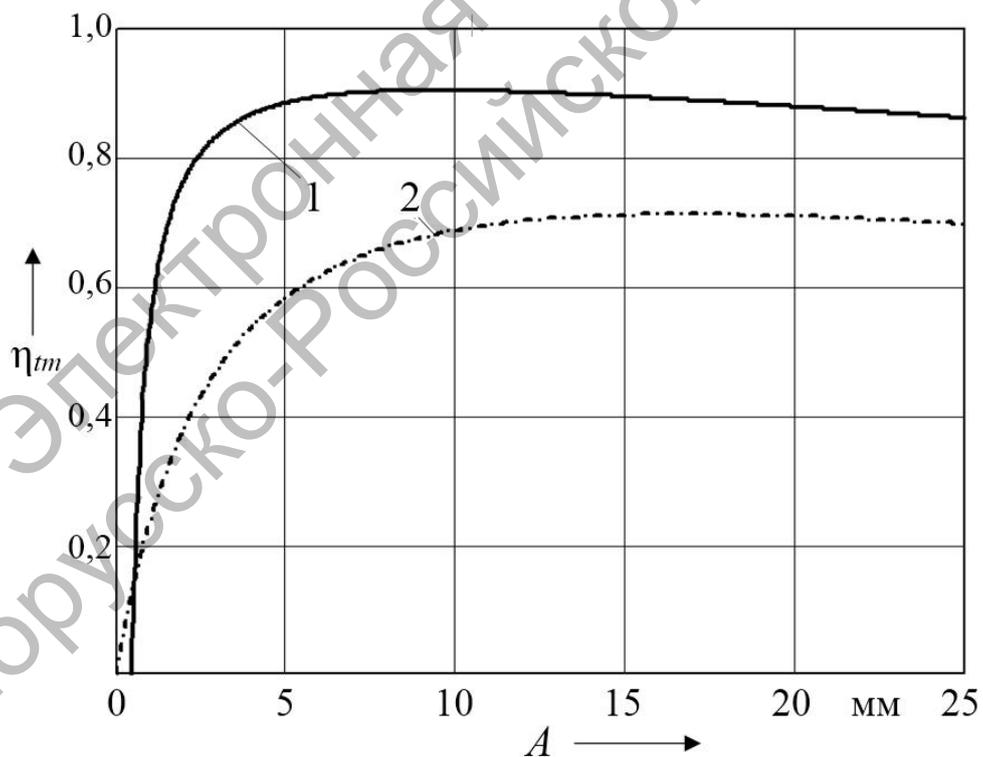
$$N_{zm1} = N_{m2} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3} - \psi_3); \quad (3.28)$$

$$N_{m3} = \frac{N_{m2}}{\sin(\alpha_{m3} - \psi_3)}. \quad (3.29)$$



1 – для двухзвенной СРП; 2 – для трехзвенной СППТК

Рисунок 3.10 – Зависимость среднего КПД от коэффициента трения



1 – для двухзвенной СРП; 2 – для трехзвенной СППТК

Рисунок 3.11 – Зависимость среднего КПД от амплитуды

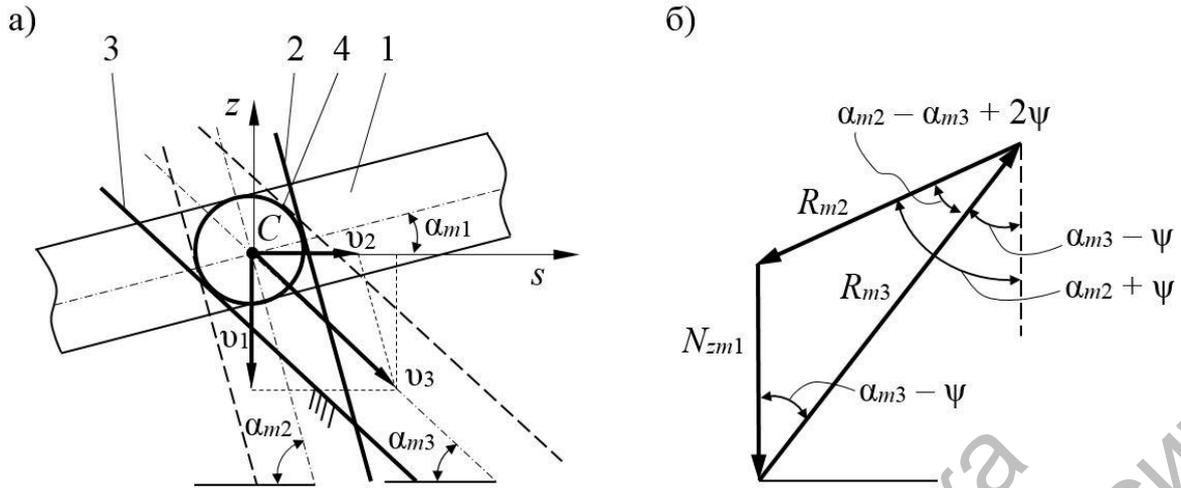
Сравнительный анализ результатов вычислений по выражениям (3.11) и (3.22) для среднего значения КПД для двухзвенной передачи с параметрами  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм,  $i_{12}^{(3)} = 6$  (с учетом принятых коэффициентов трения  $f_3 = 0,05$  и  $f_1 = 0$ ) показывает, что в первом случае  $\eta_{tm} = 0,91$ , а во втором –  $\eta_{tm} = 0,86$ . Значения реакций  $N_{m3}$  по формулам (3.16) и (3.29) приводят к результатам  $N_{m3} = 2,1 \cdot 10^3$  Н и  $N_{m3} = 2,6 \cdot 10^3$  Н соответственно. Полученные значения реакций  $N_{m3}$  для роликов со сферической формой консольного участка, контактирующего с беговой дорожкой, необходимо разделить на  $\cos(\pi/4)$  при погружении сферического выступа в беговую дорожку на глубину, равную радиусу этой сферы, т. к. реакция  $N_{m3}$  отклоняется от плоскости, параллельной оси передачи на этот угол. Это происходит из-за того, что теоретическая линия контакта представляет собой дугу окружности, а сосредоточенная сила, заменяющая распределенную нагрузку, прикладывается в середине линии контакта.

В связи с тем, что в подразд. 3.3 получены результаты, худшие по условиям работы передачи (ниже КПД и бóльшие полученные значения нормальных реакций), будем именно их использовать для дальнейших расчетов. Для установления достоверных значений сил и КПД необходимо подтверждение теоретических зависимостей результатами экспериментальных исследований.

Динамический анализ с учетом масс и моментов инерции звеньев [90], позволяющий оценить качество переходных процессов для ППТК цилиндрического типа, приведен в [9, 20]. Так как разработка основ расчета и проектирования сферических передач находится на начальном этапе, такой анализ целесообразно проводить для конкретного механизма с частотами вращения валов, превышающими  $3000 \text{ мин}^{-1}$ .

### 3.5 Силовой анализ и оценка КПД СРП-ЗК

Силы, действующие на одно тело качения, показаны на рисунке 3.12, а, замкнутый треугольник сил – на рисунке 3.12, б. Данный треугольник образован средними полными реакциями со стороны оставленного кулачка  $R_{m3}$  и ведомого кулачка  $R_{m2}$ . Коэффициент трения во всех контактирующих парах принят одинаковым и равным  $f$ , соответственно, одинаковыми будут и углы трения  $\psi = \text{arctg}(f)$ . Направление движения центра тела качения на рисунке 3.12 принято вниз.



а – схема силового взаимодействия; б – треугольник равновесной системы сил; 1 – генератор; 2 – ведомый кулачок; 3 – остановленный кулачок; 4 – ролик

Рисунок 3.12 – К оценке сил, действующих в СРП-ЗК, и КПД

Средний КПД оценим по формуле (3.19) с учетом аналогичных преобразований, выполненных для двухзвенной СРП:

$$\eta_m = \frac{R_{m2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{m2} - \psi\right) \cdot v_2}{N_{zm1} \cdot v_1}, \quad (3.30)$$

где  $v_1$  – вертикальная составляющая скорости центра тела качения (см. рисунок 3.12, а);  $v_2$  – скорость ведомого кулачка вдоль оси  $Oz$ .

В данном случае результатом вычислений будет средний КПД не только передачи, но и всего механизма (см. формулу (3.1)), т. к. угловая муфта не проектируется.

Отношение  $R_{m2}/N_{zm1}$  найдем из треугольника сил (см. рисунок 3.12, б) с использованием теоремы синусов:

$$\frac{R_{m2}}{N_{zm1}} = \frac{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}{\sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2 \cdot \psi)}. \quad (3.31)$$

Формулы для определения нормальных сил  $N_{zm1}$ ,  $N_{m2}$  и  $N_{m3}$ , действующих на основные звенья передачи, приведены в подразд. 6.2.

Отношение скоростей  $v_2/v_1$  найдем, выразив эти составляющие через абсолютное значение скорости центра масс ролика  $v_3$ .

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3})}{\sin(\alpha_{m3}) \cdot \sin(\pi - \alpha_{m2})}. \quad (3.32)$$

Подставив выражения (3.31) и (3.32) в уравнение (3.30), окончательно получим

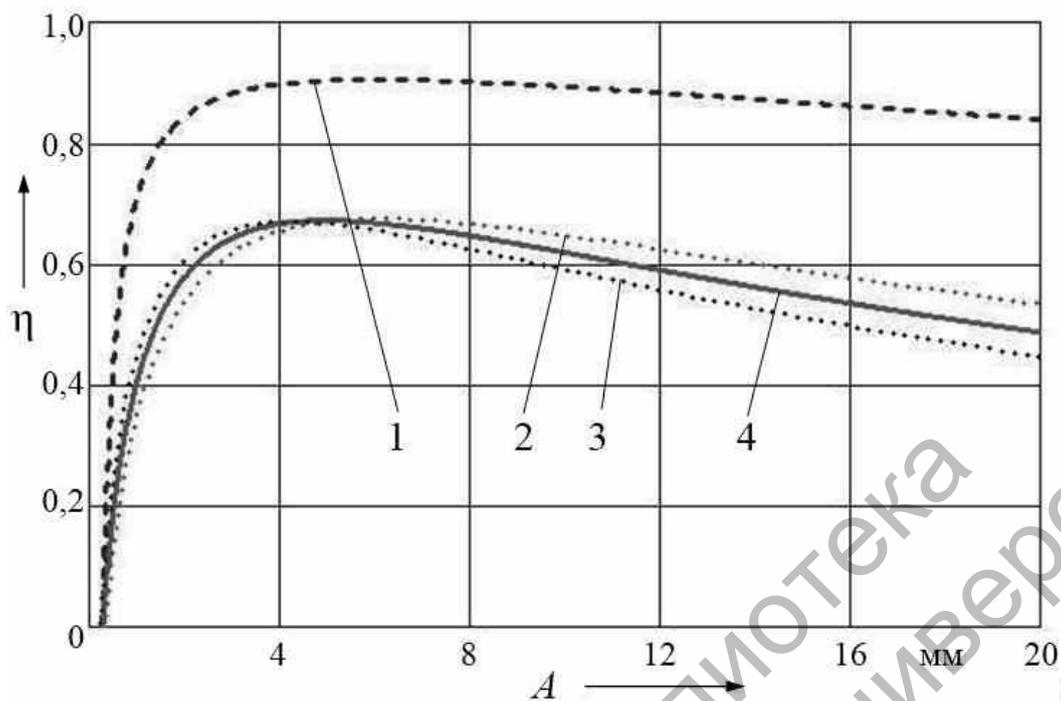
$$\eta_m = \frac{\sin(\alpha_{m3} - \psi) \cdot \sin(\alpha_{m2} + \psi) \cdot \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3})}{\sin(\alpha_{m3}) \cdot \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2 \cdot \psi) \cdot \sin(\pi - \alpha_{m2})}. \quad (3.33)$$

Для передачи с параметрами  $Z_3 = 11$ ,  $Z_2 = 17$ ,  $i_{12}^{(3)} = 34$ ,  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм изменение среднего КПД в зависимости от отношения  $A/R$  (угла  $\Theta$ ) показано на рисунке 3.13, изменение КПД в зависимости от коэффициента трения – на рисунке 3.14.

Очевидно, что по КПД СРП-ЗК уступают двухзвенным передачам. Однако необходимо отметить, что сравнивались передачи с передаточными отношениями, находящимися в различных диапазонах. С помощью одноступенчатой двухзвенной СРП можно реализовать передаточные отношения 2...12. Это соответствует характеристикам планетарных зубчатых передач, сконструированных по схеме 2К-Н с ведущим центральным колесом. При использовании СРП-ЗК рассматриваемый диапазон составляет 20...200 (см. таблицу 2.1), что может быть сопоставимо с передаточными отношениями, реализуемыми с помощью червячных передач. Их КПД существенно ниже планетарных зубчатых передач.

График КПД на рисунке 3.13 также имеет выраженный максимум, значит, существуют оптимальные значения амплитуды (или, точнее, отношения  $A/R$ ), которые могут быть вычислены по алгоритму, представленному последовательностью формул (3.25)–(3.27).

Определение моментов, действующих на валы, аналогично двухзвенным передачам. Формулы для СРП-ЗК также приведены в подразд. 6.2, где рассматриваются особенности методики расчета механизмов данного типа.



1 – двухзвенная СРП с  $i_{12}^{(3)} = 12$ ; 2 – СРП-3К с  $i_{12}^{(3)} = 28$ ; 3 – СРП-3К с  $i_{12}^{(3)} = 40$ ; 4 – СРП-3К с  $i_{12}^{(3)} = 34$

Рисунок 3.13 – Зависимость КПД СРП-3К от ее геометрических параметров

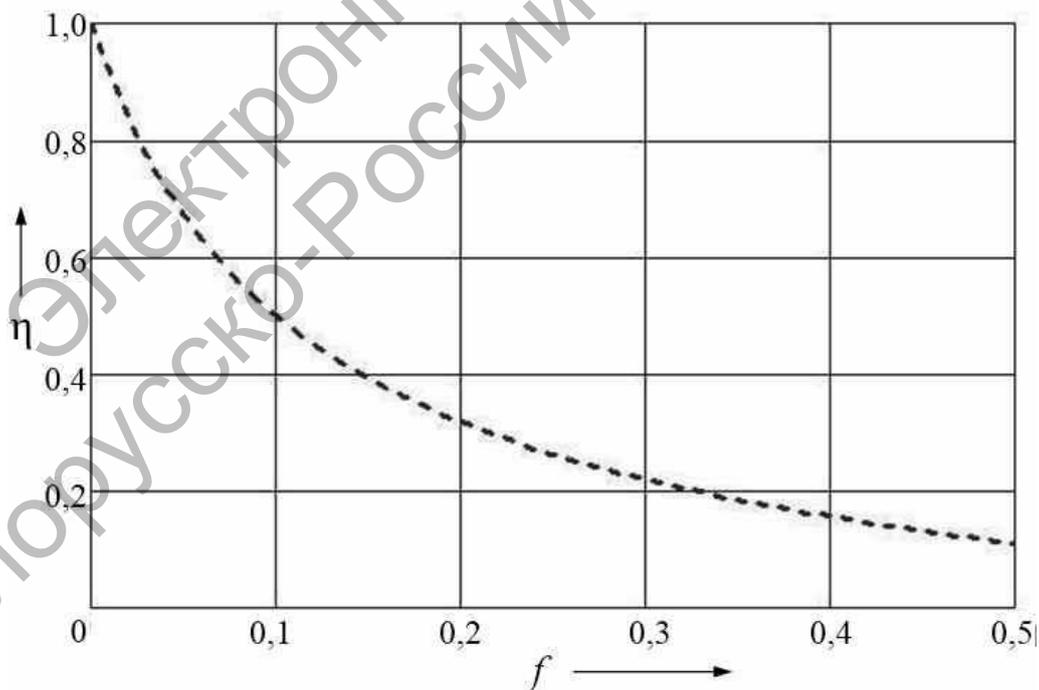


Рисунок 3.14 – Зависимость КПД СРП-3К от приведенного коэффициента трения

## 4 Методики прочностных расчетов СРП

### 4.1 Критерии прочности СРП

Основными критериями прочности СРП являются контактная прочность роликов, взаимодействующих с корпусной беговой дорожкой, и прочность роликов на сдвиг (срез). Контактная прочность поверхностей оценивается с помощью преобразованной формулы Герца для определения максимальных контактных напряжений  $\sigma_H$ , возникающих при взаимодействии тела со сферической поверхностью с радиусом  $r_s$  и поверхностью кольцевого паза с радиусом профиля  $r_p$  [91, с. 532].

$$\sigma_H = \frac{\xi_q}{\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot N \cdot \Sigma \rho^2}{2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)^2}}, \quad (4.1)$$

где  $\xi_q$  – коэффициент, зависящий от отношения  $\Omega$ , учитывающего разность кривизн контактирующих поверхностей;  $N$  – максимальное значение силы прижатия сферы к поверхности паза;  $\Sigma \rho$  – сумма главных кривизн соприкасающихся тел;  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – коэффициенты, зависящие от свойств материалов контактирующих тел.

$$\theta_{1(2)} = \frac{1 - \mu_{1(2)}^2}{E_{1(2)}}, \quad (4.2)$$

где  $\mu_{1(2)}$  – коэффициент Пуассона материала тела качения (1) и беговой дорожки (2) соответственно;  $E_{1(2)}$  – модуль упругости. Для стальных деталей  $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$ .

Сумма главных кривизн взаимодействующих тел [92]

$$\Sigma \rho = \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}, \quad (4.3)$$

где  $r_{11}$ ,  $r_{12}$ ,  $r_{21}$ ,  $r_{22}$  – радиусы кривизн соприкасающихся тел (см. рисунок 4.1).

Для СРП  $r_{11} = r_{12} = r_s$ ,  $r_{21} = r_p = r + \Delta r_s$ ,  $r_{22} = R + r_s$ , где  $R$  – радиус

основной сферы;  $r_p$  – радиус профиля беговой дорожки, определяемый в сечении, перпендикулярном центральной кривой (равен радиусу инструмента – сферической фрезы);  $\Delta r_s$  – величина, на которую радиус профиля беговой дорожки превышает радиус тела качения (сферического выступа ролика).

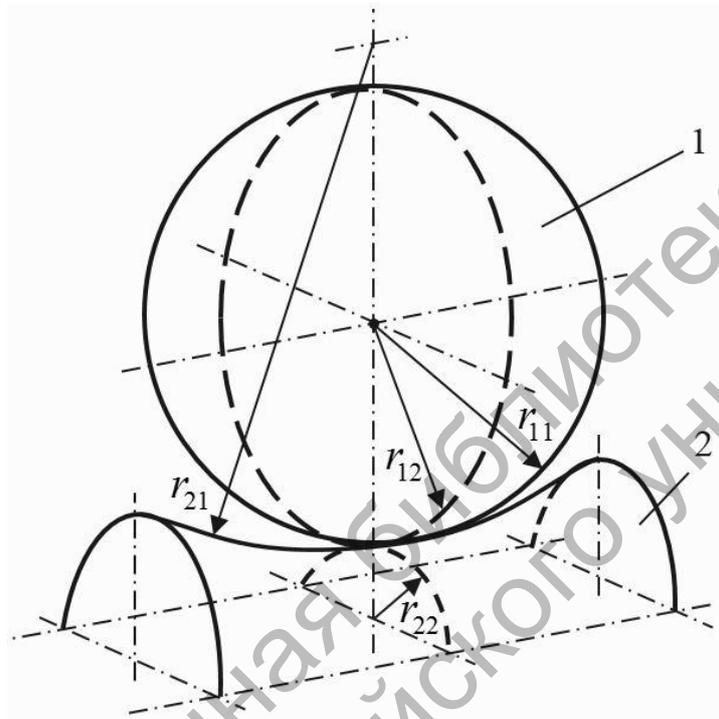


Рисунок 4.1 – Схема контакта тела качения 1 и беговой дорожки 2

С учетом того, что слагаемые с радиусами охватывающих поверхностей подставляются со знаком «минус», получим

$$\Sigma\rho = \frac{2}{r_s} - \frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s}, \quad (4.4)$$

где  $\rho_i$  – кривизна  $i$ -й кривой,  $\rho_i = 1/r_i$ .

Отношение, учитывающее разность кривизны контактирующих поверхностей,

$$\Omega = \frac{(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{21} - \rho_{22})}{\Sigma\rho} = \frac{\frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s}}{\Sigma\rho}. \quad (4.5)$$

После преобразований для стальных деталей и с учетом того, что максимальная нагрузка действует на наружные кулачки, выражение (4.1) запишется в виде

$$\sigma_H = K_{Gs} \cdot \xi_q \cdot \sqrt[3]{N_{m3} \cdot \sum \rho^2}, \quad (4.6)$$

где  $N_{m3}$  – величина нормальной реакции (среднее значение), возникающая со стороны поверхности беговой дорожки и определенная по результатам силового анализа СРП (формула (3.29));  $K_{Gs}$  – коэффициент, зависящий от свойств материалов контактирующих деталей.

Значение данной реакции как функции момента на ведомом валу и геометрических параметров передачи с учетом коэффициентов, определяемых по формулам в разд. 3, можно найти согласно выражению

$$N_{m3} = \frac{T_2 \cdot K_{fs}}{R \cdot n \cdot \sin(\alpha_{m3} - \psi_3) \cdot \cos(\Theta) \cdot K_p \cdot K_n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}, \quad (4.7)$$

где  $K_n$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по потокам (телам качения),

$$K_n = 1,6 - 0,1 \cdot n_{st} = 1,6 - 0,1 \cdot 8 = 0,8, \quad (4.8)$$

где  $n_{st}$  – степень точности изготовления деталей.

Для стальных деталей  $K_{Gs} = 863,6 \text{ МПа}^{2/3}$ . Для других материалов он определится из выражения (4.1) как

$$K_{Gs} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{1,5}{(\theta_1 + \theta_2)^2}}.$$

Коэффициент  $\xi_q$  в [91, 92] определяется по таблицам с учетом интерполирования данных. Для автоматизации расчетов данные таблиц были обработаны в системе Mathcad, построена графическая зависимость и получено уравнение регрессии седьмой степени

$$\xi_q = 1,017 - 0,826 \cdot \Omega + 11,254 \cdot \Omega^2 - 67,467 \cdot \Omega^3 + 197,583 \cdot \Omega^4 - 304,129 \cdot \Omega^5 + 235,207 \cdot \Omega^6 - 72,224 \cdot \Omega^7. \quad (4.9)$$

Условие прочности по напряжениям среза (сдвига)

$$\tau_s = \frac{4 \cdot N_{m3}}{\pi \cdot (2 \cdot r_s - \delta d_s)^2} = \frac{4 \cdot N_{m3}}{\pi \cdot d_{so}^2} \leq [\tau_s], \quad (4.10)$$

где  $\tau_s$  – действующие напряжения среза;  $[\tau_s]$  – допускаемые напряжения среза;  $\delta d_s$  – разница между диаметрами сферического участка и стержня ролика;  $d_{so}$  – диаметр стержня ролика.

Рассмотрим, как изменяются напряжения в контактирующих деталях СРП с параметрами  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм,  $r_s = 5$  мм,  $Z_3 = 5$ ,  $\Delta r_s = 0,01$  мм,  $\delta d_s = 2$  мм с увеличением вращающего момента на ведомом валу и сравним их с допускаемыми значениями. Диапазон изменения вращающего момента установим  $T_2 = 0 \dots 200$  Н·м. Принимаем приведенный коэффициент трения  $f_3 = 0,05$ . Определяем коэффициенты, входящие в формулу (4.7): коэффициент для стальных деталей  $K_{Gs} = 863,6$  МПа<sup>2/3</sup>; коэффициент, вычисленный по формуле (3.13),  $K_{Nsf} = 1,004$ ; коэффициент  $K_p = 0,853$  (формула (3.18)); коэффициент  $K_n = 0,9$  при седьмой степени точности изготовления деталей передачи.

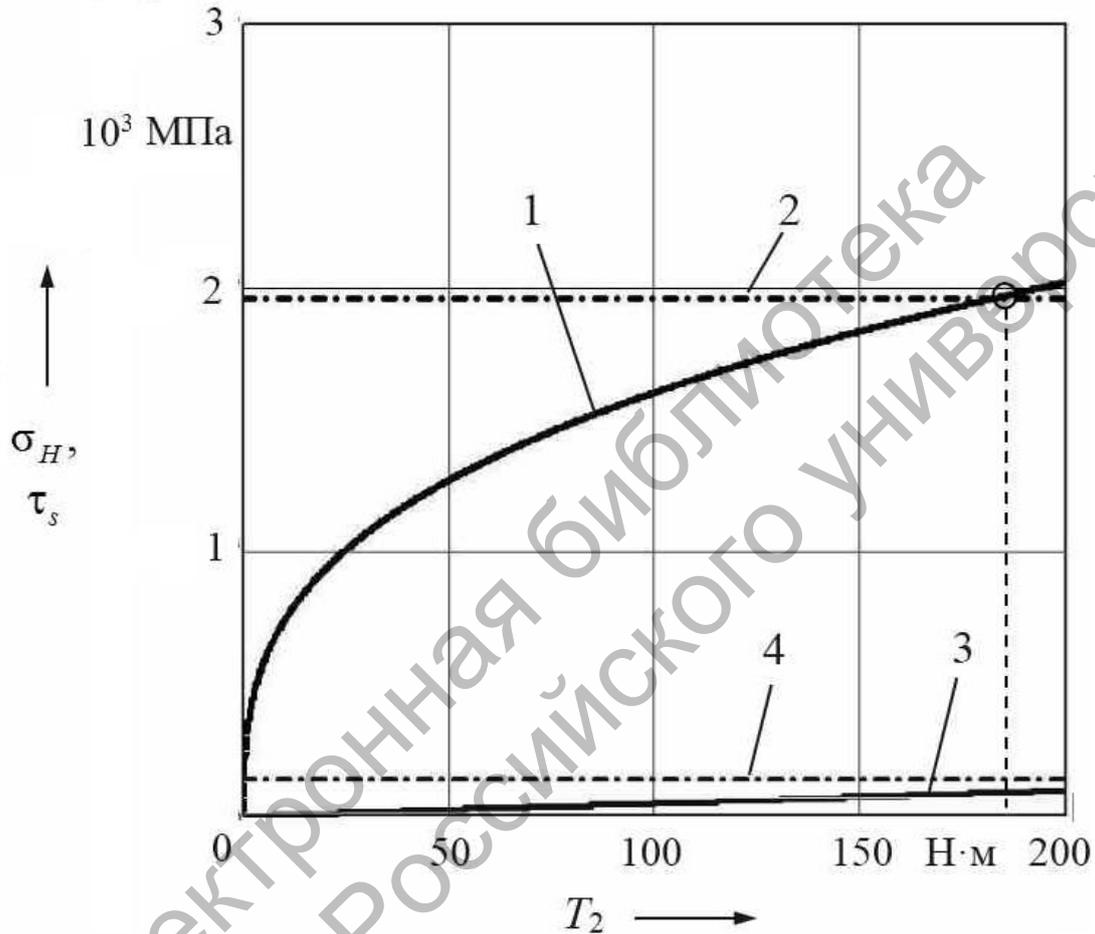
Тела качения, как и у роликовых подшипников, изготавливают из стали ШХ15 с термообработкой до твердости 65 HRC. Для кулачков, образующих беговую дорожку, изготовленных из стали 12ХНЗА с цементацией до 60 HRC, предел текучести  $\sigma_T = 700$  МПа [93, таблица 2.3]. Допускаемые контактные напряжения для материала роликов и беговых дорожек определяем как для улучшенных и объемно-закаленных зубьев зубчатых передач, работающих в условиях редких или единичных пиковых нагрузок [93, таблица 2.4]):

$$[\sigma_H] = 2,8 \cdot \sigma_T = 2,8 \cdot 700 = 1960 \text{ МПа}. \quad (4.11)$$

Допускаемые напряжения среза принимаем, согласно рекомендациям [89], как для стальных болтов, установленных в безззорном соединении, при переменной нагрузке:

$$[\tau_s] = 0,2 \cdot \sigma_T = 0,2 \cdot 700 = 140 \text{ МПа}. \quad (4.12)$$

Результаты анализа графически показаны на рисунке 4.2. Очевидно, что для СРП при расчете на прочность определяющими будут максимальные контактные напряжения, т. к. превышение их допустимого значения произошло при  $T_2 = 185 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , в то время как предел по напряжениям сдвига даже при  $T_2 = 200 \text{ Н}\cdot\text{м}$  не был превышен [94].



1 —  $\sigma_H$ ; 2 —  $[\sigma_H]$ ; 3 —  $\tau_s$ ; 4 —  $[\tau_s]$

Рисунок 4.2 — Зависимость напряжений от момента на ведомом валу СРП

В рассматриваемом примере для изготовления деталей применялись материалы с высокой прочностью и твердостью поверхности. На практике для изготовления беговых дорожек и тел качения чаще используют относительно недорогую улучшенную сталь 40Х. С учетом того, что для указанной стали при твердости поверхности 260...280 НВ предел текучести  $\sigma_T = 360 \text{ МПа}$ , результаты вычислений будут аналогичны полученным ранее.

При проведении проверочных прочностных расчетов необходимо

учесть также напряжения смятия  $\sigma_{см}$ , возникающие в материале генератора в зонах контакта со стержнями роликов. Условие прочности

$$\sigma_{см} = \frac{N_{3m}}{d_{so} \cdot l_r} \leq [\sigma_{см}], \quad (4.13)$$

где  $d_{so}$  – диаметр стержня ролика,  $d_{so} = 2 \cdot r_s - \delta d_s$ ;  $l_r$  – рабочая длина стержня ролика (длина ролика без учета высоты сферического выступа);  $[\sigma_{см}]$  – допускаемые напряжения смятия.

Для длительно работающих механизмов одним из дополнительных критериев прочности будет являться износостойкость контактирующих поверхностей [95].

## 4.2 Определение минимального радиуса ролика

На этапе проектирования передачи необходимо определить радиус наружной поверхности ролика. Для этого выразим его из формулы (4.6), заменив при этом действующие контактные напряжения  $\sigma_H$  их допускаемыми значениями  $[\sigma_H]$ . После преобразований получим

$$r_s^2 + R \cdot r_s - R \cdot \sqrt{\frac{\xi_q^3 \cdot K_{Gs}^3 \cdot N_{m3}}{[\sigma_H]^3}} = 0. \quad (4.14)$$

Для упрощения расчетов было принято  $\Delta r_s = 0$ . При этом коэффициент  $\xi_q = 0,43$ . Минимальное значение радиуса сферической поверхности стального ролика, контактирующего со стальными наружными кулачками, исходя из условия обеспечения контактной прочности ( $R$  – в миллиметрах,  $N_{m3}$  – в ньютонах,  $[\sigma_H]$  – в мегапаскалях,  $r_{s\min}$  – в миллиметрах)

$$r_{s\min} = 0,5 \cdot \left( \sqrt{R^2 + 28620 \cdot R \cdot N_{m3}^{\frac{1}{2}} \cdot [\sigma_H]^{\frac{3}{2}}} - R \right). \quad (4.15)$$

Данная зависимость представляет собой одно из решений (корень) квадратного уравнения (4.14). Установлено, что зависимость

радиуса тела качения от действующей нагрузки не является линейной. Зависимость минимального радиуса ролика, обеспечивающего прочность по критерию контактной выносливости, для передачи с параметрами, приведенными ранее, показана на рисунке 4.3.

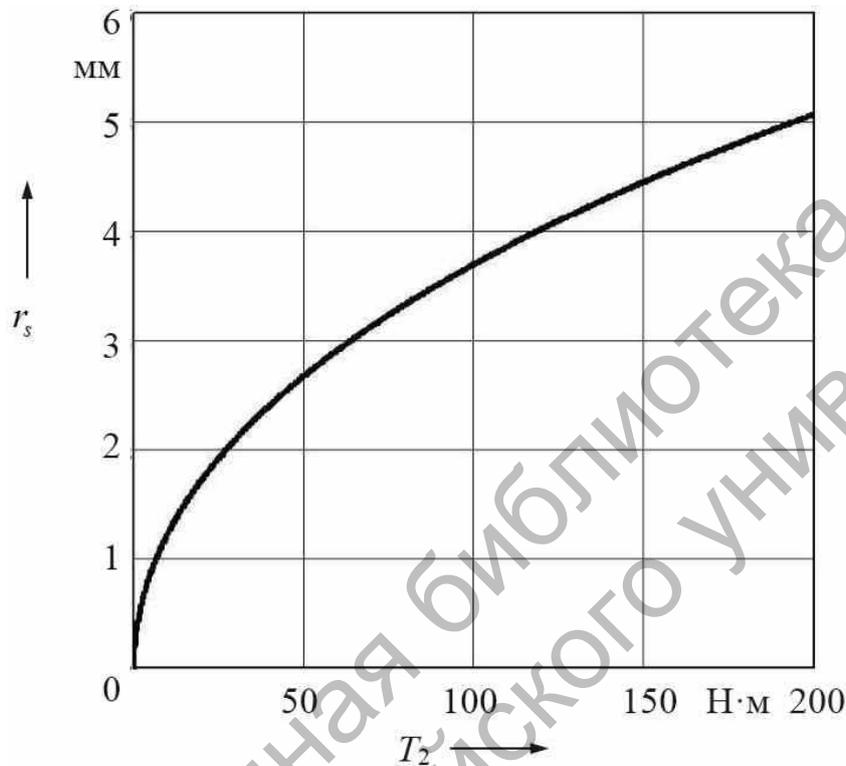


Рисунок 4.3 – К определению минимального радиуса сферической поверхности выступа ролика

Следует принять во внимание, что увеличение радиуса сферического выступа ролика  $r_s$  приводит к уменьшению участков беговых дорожек, на которых тела качения передают нагрузку, т. е. коэффициента перекрытия, определяемого по формуле (3.18).

Для учета данного обстоятельства необходимо выражение (3.18) подставить в формулу (4.7), а полученное выражение – в уравнение (4.14). При этом вычисление минимального радиуса  $r_s$  приобретает более сложный характер. Расчеты показали, что результат незначительно отличается от значения  $r_s$ , вычисленного при принятом значении коэффициента  $K_p = 0,853$ . Поэтому инженерным работникам при проектировании СРП с параметрами, близкими к рассматриваемым в вышеприведенном примере параметрам, можно использовать формулу (4.14), т. к. она более простая.

## 5 Компьютерное моделирование и экспериментальные исследования СППТК

### 5.1 Компьютерное моделирование передач в системах Siemens NX и ANSYS

#### 5.1.1 Анализ кинематических характеристик механизмов.

**Сравнение различных типов центровых кривых.** Моделирование передач проводилось в системе Siemens NX [96]. В процессе были разработаны оригинальные приемы и методики моделирования кулачковых профилей сферических передач [97–102]. Подробнее они описаны в приложении Б.

Задачей исследований на первом этапе являлось сравнение кинематических характеристик трехзвенных передач, центровые кривые которых описаны уравнениями «сферических синусоид» [20]

$$x_j(\varphi) = R \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\Theta \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)); \quad (5.1)$$

$$y_j(\varphi) = R \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\Theta \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)); \quad (5.2)$$

$$z_j(\varphi) = R \cdot \sin(\Theta \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)), \quad (5.3)$$

где  $j$  – индекс принадлежности параметра беговой дорожке, образованной внутренними (1) либо наружными (3) кулачками;  $\varphi$  – центральный угол, отсчитываемый в экваториальной плоскости основной сферической поверхности,  $\varphi = 0 \dots 2 \cdot \pi$ ;  $\Theta$  – постоянный коэффициент, равный углу  $\Theta = A/R$ , с передачами, центровые кривые которых описаны уравнениями [20]

$$x_j(\varphi) = \frac{R \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}; \quad (5.4)$$

$$y_j(\varphi) = \frac{R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}; \quad (5.5)$$

$$z_j(\varphi) = \frac{R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}. \quad (5.6)$$

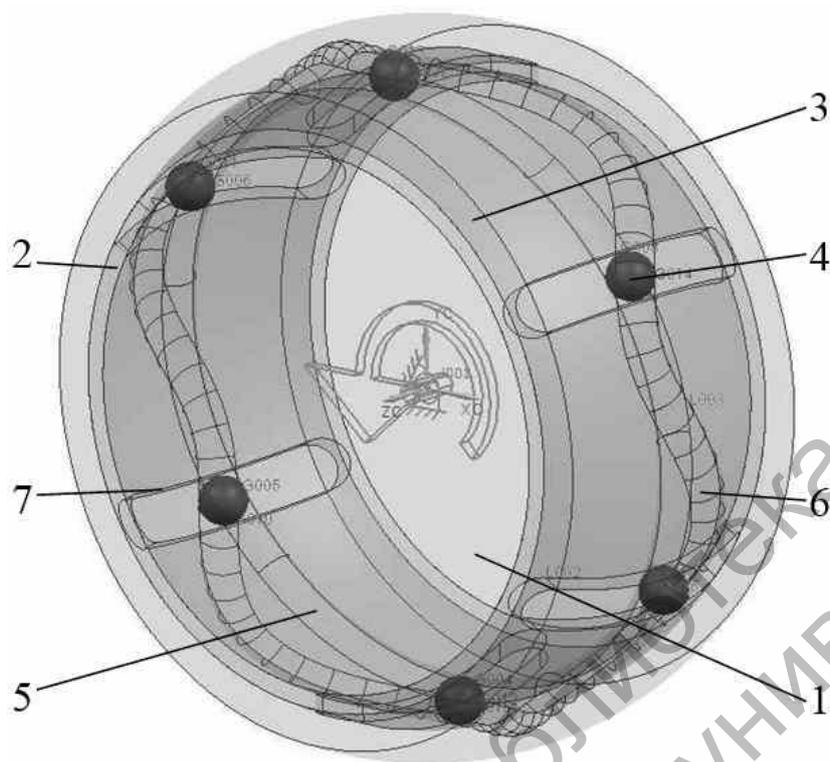
При данном виде центровых кривых траектории центров тел качения описаны уравнениями (2.4)–(2.11), ведущее звено имеет беговую дорожку в форме кольцевой канавки, а центровая кривая кулачковых профилей – окружность.

Третья исследуемая передача также имеет однопериодную центровую кривую в виде окружности, а многопериодная центровая кривая описывается уравнениями (2.57)–(2.59).

Сравниваемые передачи имели одинаковые параметры:  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм,  $Z_1 = 1$ ,  $Z_3 = 5$ ,  $i_{12}^{(3)} = 6$ ,  $r_s = 2,99$  мм. Беговые дорожки формировались в системе Siemens NX в блоке **Modelling** инструментом **Tube** с наружным радиусом  $r_p = 3$  мм. Зазор  $\Delta r_s = 0,01$  мм на радиус тела качения (0,02 мм на диаметр) был смоделирован для устранения интерференции контактирующих тел, в основном для компенсации неточностей положения роликов при установке их в сборку из-за округления значений координат. Наружный диаметр внутреннего кулачка  $D_{12} = 78$  мм, внутренний диаметр наружного кулачка  $D_{31} = 82$  мм (стенка сепаратора имела толщину 2 мм). Параметрическая модель одной из передач показана на рисунке 5.1.

Две другие модели передачи имеют визуальное сходство. В модуле **Motion simulation** ведущему элементу с однопериодной беговой дорожкой сообщалось вращение с постоянной частотой вращения  $\omega_1 = 6$  с<sup>-1</sup>. Контакт тел качения и поверхностей основных элементов передачи моделировался с помощью инструмента **3D-Contact** с одинаковыми параметрами для обеих передач для всех деталей: коэффициент жесткости  $c = 100\,000$  Н/мм, экспоненциальный показатель жесткости  $n_e = 2$ , коэффициент демпфирования материала  $\mu = 10$  Н·с/мм. Кулоновское трение в контактах не учитывалось.

Три модели механизмов имеют 37 степеней подвижности с учетом дублирующих связей (**Gruebler count** = 37). Для расчета использовался решатель **RecurDyn**, время расчета – 1 с, число шагов – 1200. Наблюдаемым параметром являлась мгновенная угловая скорость (частота вращения) ведомого вала (сепаратора). Результаты для трех передач в виде графиков в одинаковом масштабе отображены на рисунке 5.2.



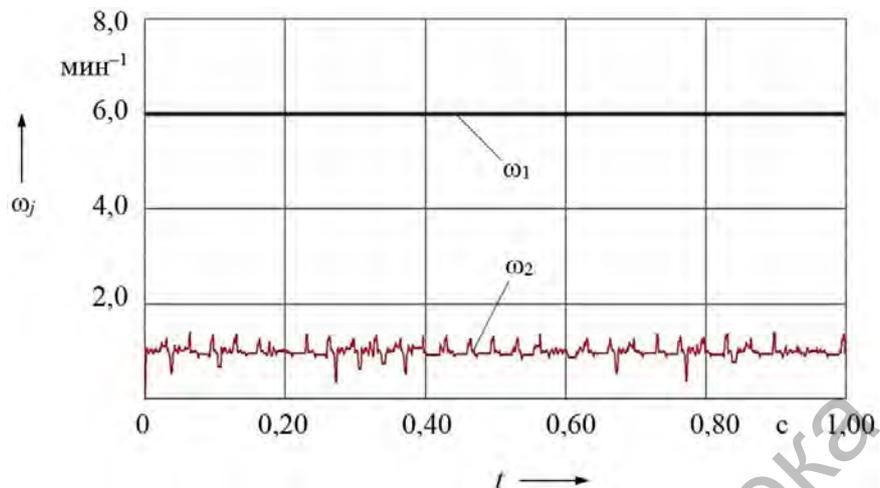
1 – внутренний кулачок (сделан прозрачным); 2 – сепаратор; 3 – наружный кулачок; 4 – тела качения (шарики); 5 – однопериодная беговая дорожка; 6 – многопериодная беговая дорожка; 7 – меридиональные пазы сепаратора

Рисунок 5.1 – Общий вид параметрической модели сферической трехзвенной передачи с ведущей беговой дорожкой в виде «сферической синусоиды»

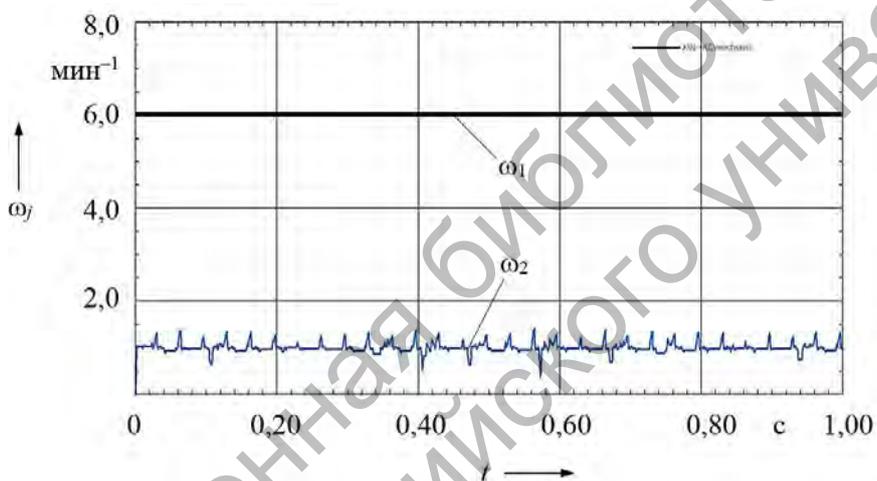
Анализ показал схожую картину изменения скорости ведомого звена, а следовательно, стабильности мгновенного передаточного отношения для первых двух моделей. Это доказывает возможность использования центральной кривой в виде окружности для создания кинематически точных передач, т. к. постоянство мгновенного передаточного отношения для «сферических синусоид» подтверждено компьютерным моделированием. Колебания мгновенных значений угловых скоростей  $\omega_2$  обусловлены наличием зазоров, устанавливаемых в модели, моделированием физических свойств материалов тел (упругость, жесткость), алгоритмом вычислений, предполагающих многочисленные итерации на каждом из шагов вычислений.

Лучший результат по стабильности мгновенного передаточного отношения был показан в третьей модели передачи.

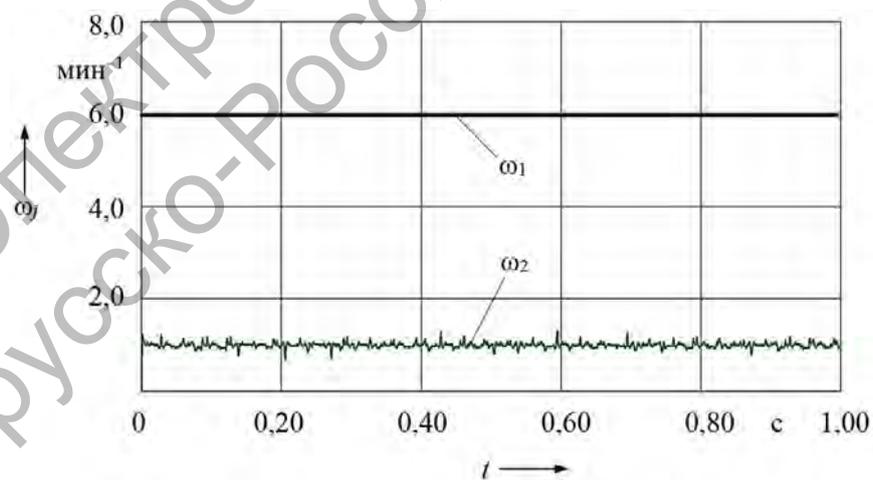
а)



б)



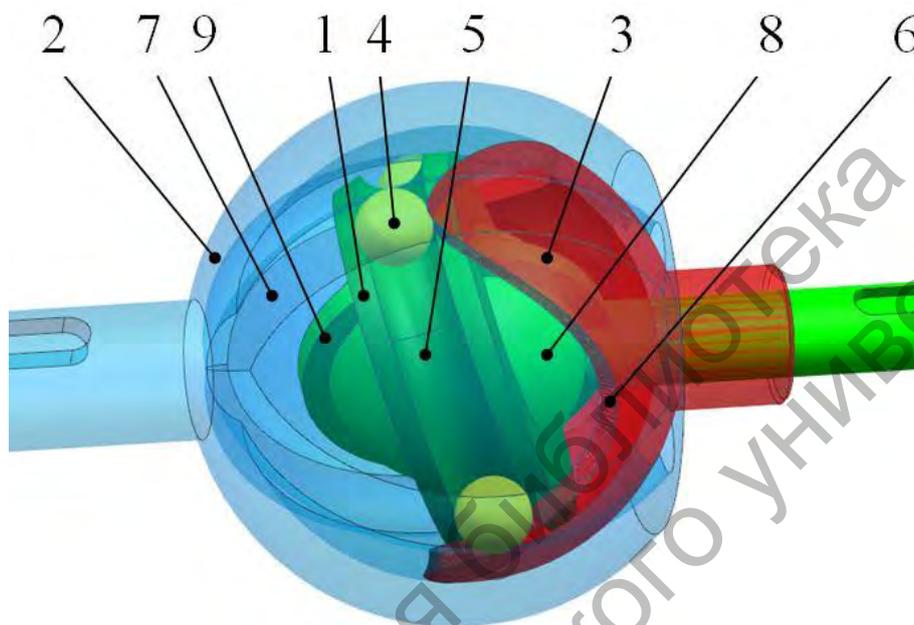
в)



а – с центровыми кривыми в виде «сферических синусоид»; б – то же по уравнениям (5.4)–(5.7); в – то же по уравнениям (2.57)–(2.59)

Рисунок 5.2 – Изменения угловой скорости ведомого вала  $\omega_2$  для моделей СРП

**Моделирование ведущего узла передачи.** На рисунке 5.3 представлена модель трехзвенной сферической шариковой передачи с ведущим звеном (внутренним кулачком), имеющим кольцевой паз, установленным на ведущий вал с помощью сегментных шпонок (см. также рисунок 1.10, б).



1 – внутренний кулачок; 2 – ведомый вал – сепаратор; 3 – наружный кулачок; 4 – шарики; 5 – беговая дорожка (кольцевой паз); 6 – трехпериодная кулачковая поверхность; 7 – меридиональные пазы сепаратора; 8 – сферический участок ведущего вала; 9 – сегментные шпонки

Рисунок 5.3 – Конструкция передачи с усовершенствованным входным звеном

Составная конструкция ведущего узла повышает технологичность изготовления беговой дорожки ведущего элемента передачи. Расположение внутреннего сферического кулачка на выступах (сегментных шпонках) является альтернативой механизму эксцентрика, а возможность кулачка самоустанавливаться на этих выступах снижает степень переопределенности структуры механизма, возникающей из-за наличия дублирующих связей. Дополнительное преимущество заключается в возможности регулировки амплитуды передачи (при наличии комплекта сменных наружных кулачков).

Так как исследовались кинематические, а не силовые зависимости, для уменьшения времени расчетов была спроектирована передача с телами качения в виде шариков (для роликов зависимости будут аналогичными), использующая принцип силового замыкания высших кинематических пар, образованных телами качения и наружным кулачком.

Параметры передачи были приняты следующие:  $A = 10$  мм,  $R = 24,5$  мм,  $Z_1 = 1$ ,  $Z_3 = 3$ , передаточное отношение  $i_{12}^{(3)} = 4$ . Результаты исследований отображены на рисунке 5.4.

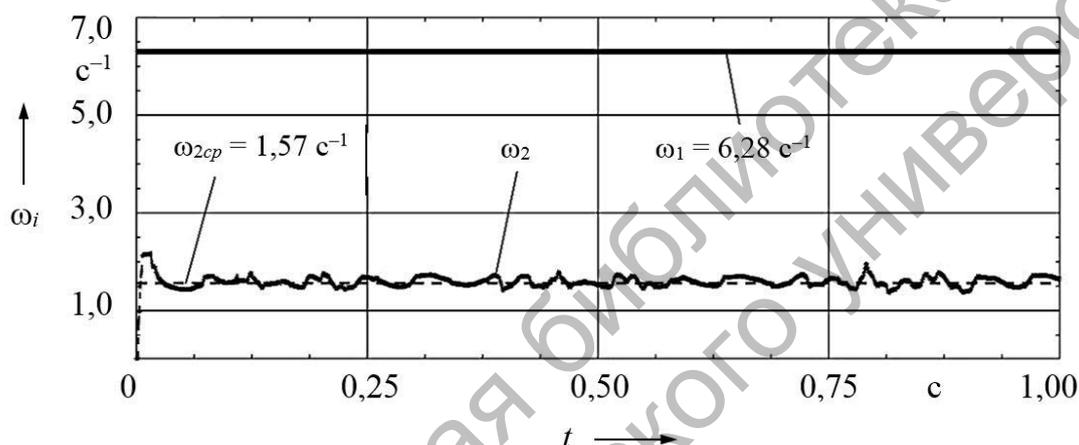
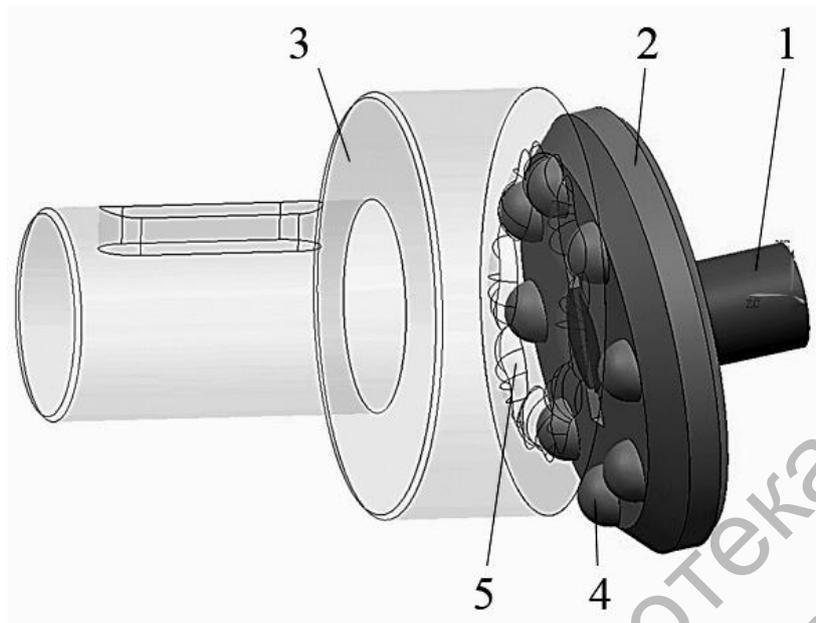


Рисунок 5.4 – Изменение угловых скоростей входного и выходного валов передачи

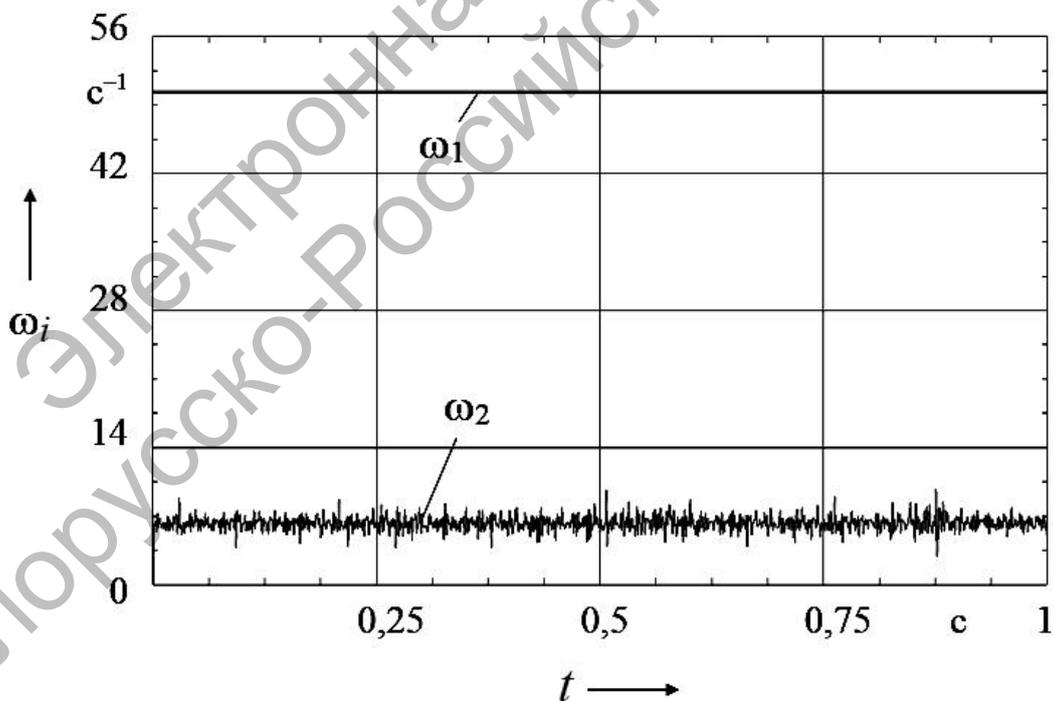
При заданном значении угловой скорости входного вала  $\omega_1 = 2 \cdot \pi \text{ c}^{-1}$  было получено среднее значение угловой скорости выходного вала, в 4 раза меньшее,  $\omega_{2cp} = 0,5 \cdot \pi \text{ c}^{-1}$ . Таким образом, постоянство мгновенного и среднего значений передаточного отношения разработанного СПТК было подтверждено и в данном случае.

**Моделирование угловой муфты.** В параметрической модели муфты (рисунок 5.5) по полученным уравнениям (2.40)–(2.42) был спрофилирован паз на торце ведомой полумуфты. Данный паз был представлен как элемент кругового массива и восьмикратно повторен с угловым шагом  $2 \cdot \pi / 8$  для создания периодической кулачковой поверхности. В блоке программы Siemens NX **Motion simulation** проверена кинематика разработанного механизма. Установлено, что угловая муфта обеспечивает постоянство среднего значения угловой скорости ведомого вала передачи при постоянном значении скорости ведущего вала (рисунок 5.6).



1 – наклонный участок ведущего вала; 2 – ведущая полумуфта; 3 – ведомая полумуфта; 4 – сферические выступы; 5 – профильные пазы

Рисунок 5.5 – Компьютерная модель угловой муфты



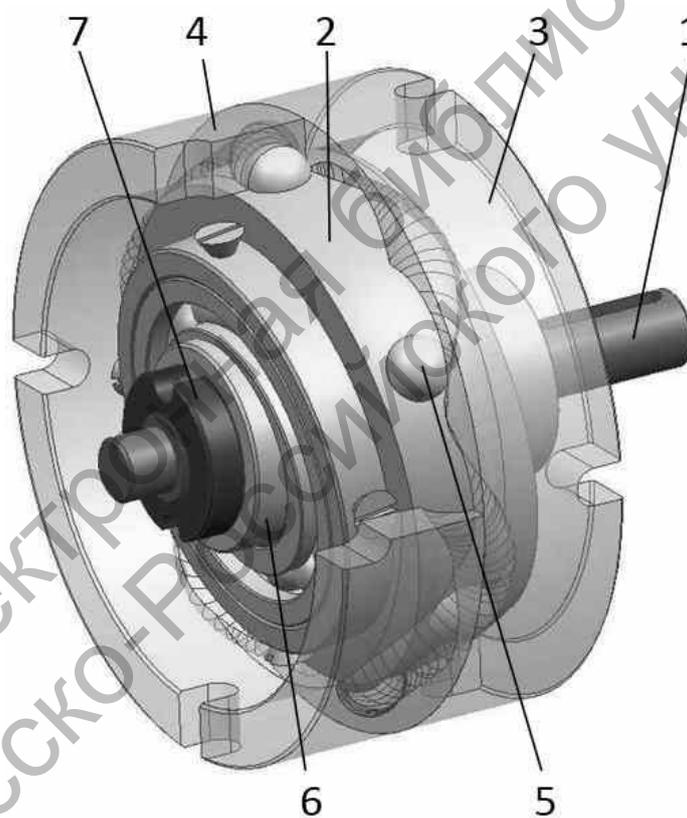
$\omega_1$  – угловая скорость вращения ведущего вала;  $\omega_2$  – то же ведомого вала

Рисунок 5.6 – Результаты компьютерного моделирования

### 5.1.2 Анализ напряженно-деформированного состояния основных элементов СРП.

Для определения напряженно-деформированного состояния деталей двухзвенной СРП была разработана параметрическая модель редукторного узла, показанная на рисунке 5.7. Параметры передачи были приняты те же, что и в примере в подразд. 4.1, приведенные после формулы (4.10):  $R = 40$  мм,  $A = 5$  мм,  $r_s = 5$  мм,  $Z_3 = 5$ ,  $\Delta r_s = 0,01$  мм,  $\delta d_s = 2$  мм.

Целью моделирования являлись анализ напряженно-деформированного состояния основных элементов СРП и сравнение полученных результатов с теоретическими зависимостями для действующих напряжений, выведенными в разд. 4.



1 – ведущий вал; 2 – генератор; 3 – левый наружный кулачок; 4 – правый наружный кулачок; 5 – ролик; 6 – косая шайба; 7 – гайка

Рисунок 5.7 – Роликовое зацепление

Перед расчетом исследуемого редуктора методом конечных элементов (МКЭ) было проведено упрощение 3D-моделей его элементов

для оптимизации создаваемой конечно-элементной сетки для деталей. С этой целью из сборки были удалены подшипники качения, установленные на эксцентрике ведущего вала (в упрощенной модели генератор базируется непосредственно на эксцентрике). Для всех деталей редуктора удалены элементы, не влияющие на расчет прочности основных узлов передачи, в частности фаски, некоторые отверстия, элементы резьбовых соединений и т. д.

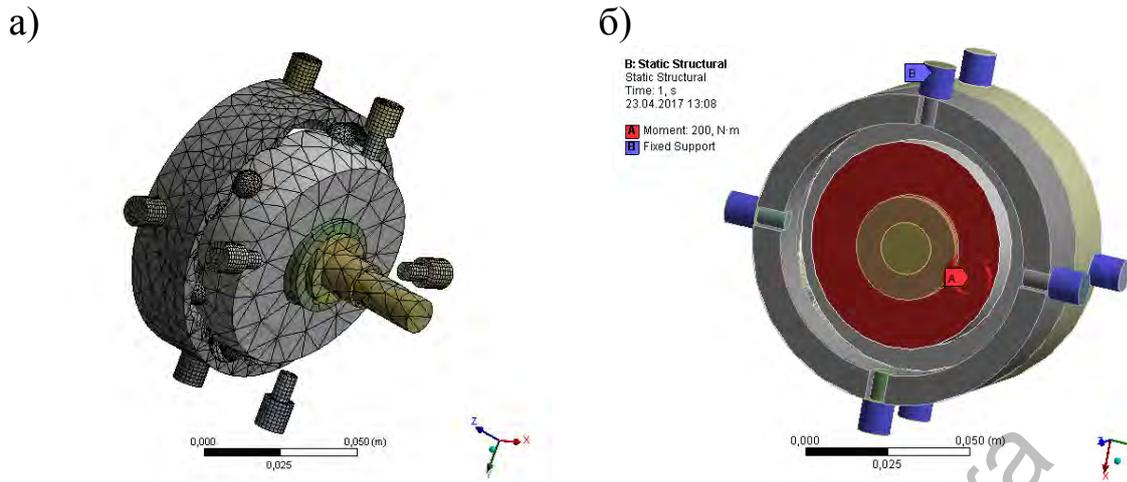
Установлен тип контакта деталей – подвижный с отсутствием трения. Для генерируемой конечно-элементной сетки в зоне контакта роликов с кулачками, образующими многопериодную дорожку, увеличена плотность элементов. В качестве краевых условий задавались нагрузка на генераторе в виде момента  $200 \text{ Н}\cdot\text{м}$  и фиксация кулачков, образующих многопериодную беговую дорожку. В качестве материала для деталей передачи принималась сталь 40Х, термообработка – улучшение до твердости поверхностей 300 НВ.

На рисунке 5.8 представлена конструкция передачи с наложенной конечно-элементной сеткой и краевыми условиями. Так как два сферических кулачка, образующие наружную беговую дорожку, установлены симметрично в передаче, их нагружение будет одинаковым. Вследствие этого и для лучшего визуального представления результатов расчета один из сферических кулачков удален из сборки (рисунок 5.8, а).

На рисунке 5.9, а отображены результаты вычислений контактных напряжений, возникающих при взаимодействии роликов с многопериодной беговой дорожкой, образованной наружными кулачками. Размер пятна контакта ролика с кулачками можно оценить по рисунку 5.9, б.

На рисунке 5.10, а представлен результат расчета напряжений среза, возникающих в ролике при его взаимодействии с многопериодной беговой дорожкой, в плоскости перехода цилиндрической части ролика в сферическую. На рисунке 5.10, б показаны результаты вычислений напряжений смятия, возникающих в цилиндрической части ролика, устанавливаемой в отверстие генератора.

Напряжения, возникающие на границе перехода цилиндрической части ролика в сферическую, не учитываются, т. к. там оказывают влияние напряжения изгиба, действующие на сферическую часть ролика со стороны кулачков. При этом напряжения смятия не превышают  $10 \text{ МПа}$ .



а – с наложенной конечно-элементной сеткой; б – с установленными краевыми условиями

Рисунок 5.8 – Модель редуцирующего узла двухзвенной СРП

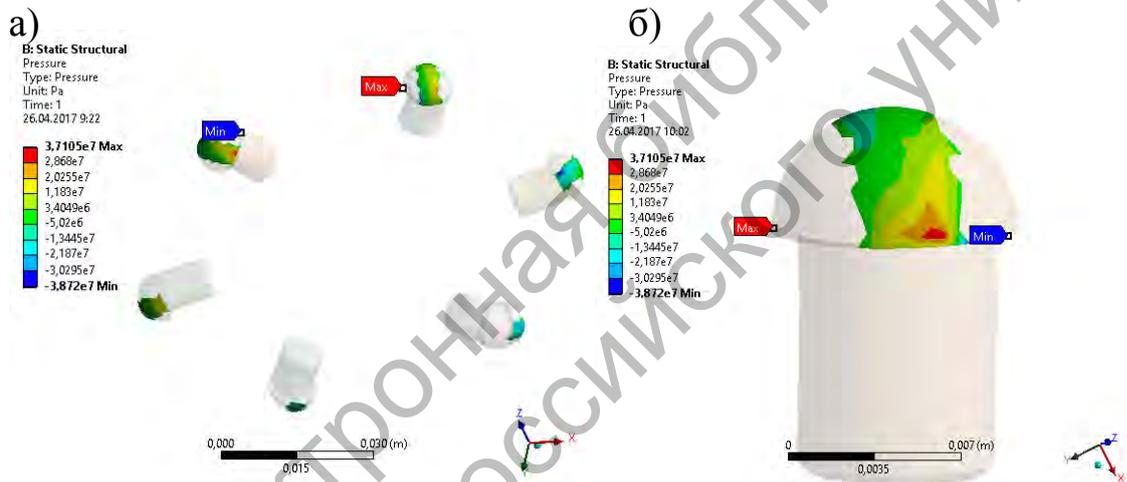
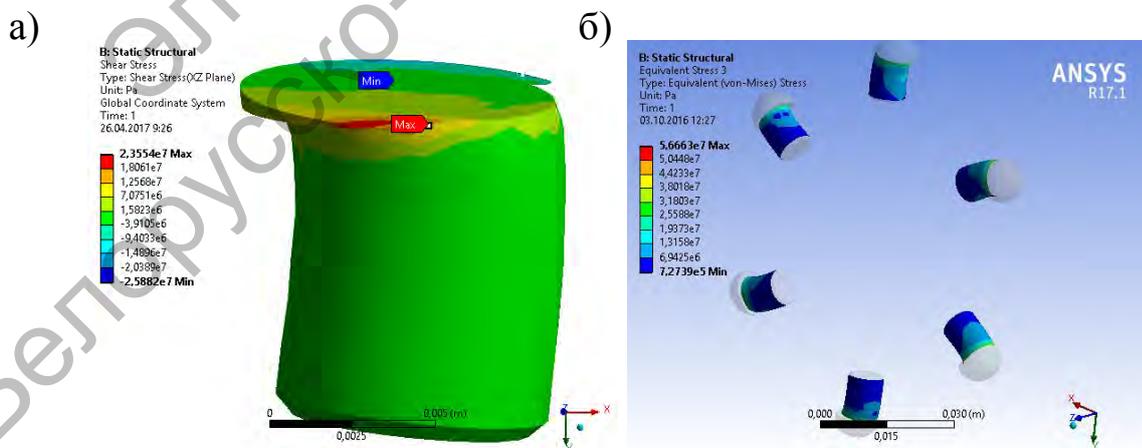


Рисунок 5.9 – Расчет контактных напряжений для роликов



а – напряжение среза; б – то же смятия

Рисунок 5.10 – Расчет напряжений для роликов

Таким образом, проверка с помощью МКЭ полученных в ходе прочностного анализа теоретических зависимостей доказала их адекватность (расхождение не превысило 5 %).

## 5.2 Объекты, средства и методики испытаний СРП

**Объектом испытаний** стали экспериментальные образцы редукторов со сферическими роликовыми передачами.

Образец № 1 (рисунки 5.11 и 5.12) представляет собой редуктор с трехзвенной сферической передачей [103, 104]. Образец № 2 (рисунки 5.13 и 5.14) – это редуктор с двухзвенной сферической роликовой передачей. Параметры редукторов приведены в таблице 5.1. Материал деталей зацепления и валов обоих редукторов и виды их термообработки (ТО) идентичны. Кулачки, образующие многопериодные беговые дорожки, изготавливались из стали 12ХН, без ТО; валы и контактирующие с телами качения детали – из стали 40Х с закалкой до твердости 26...30 HRC. Ролики и их составляющие подвергались закалке до твердости поверхности 50 HRC. Для изготовления корпусных и неотчетственных деталей применялись конструкционные стали без последующей ТО.

Таблица 5.1 – Параметры экспериментальных образцов редукторов

Номер образца редуктора	Диаметр корпуса, мм	Длина, мм	Масса, кг	Передаточное отношение $i_{12}^{(3)}$
1	112	128	5,5	5
2	100	120	5	6

В обоих редукторах применялся консистентный смазочный материал – графитовая смазка для ШРУСов (Mannol). Образец трехзвенной передачи (№ 1) имел конструктивную особенность: на ведущем и ведомом валах были спроектированы карданные шарниры. Однако при испытаниях они не использовались (были демонтированы) и испытаниям подвергался соосный редуктор. Более подробно трехзвенный редуктор со сдвоенным карданным шарниром рассмотрен в подразд. 6.4.



1 – ведущий вал с фланцем, шарниром и крышкой; 2 – наружные сферические кулачки, образующие беговую дорожку; 3 – сепаратор; 4 – корпус; 5 – внутренний кулачок; 6 – ведомый вал, присоединяемый к сепаратору с шарниром, крышкой и фланцем

Рисунок 5.11 – Детали и узлы трехзвенной сферической передачи экспериментального образца редуктора № 1



Рисунок 5.12 – Экспериментальный образец редуктора № 1 в сборе



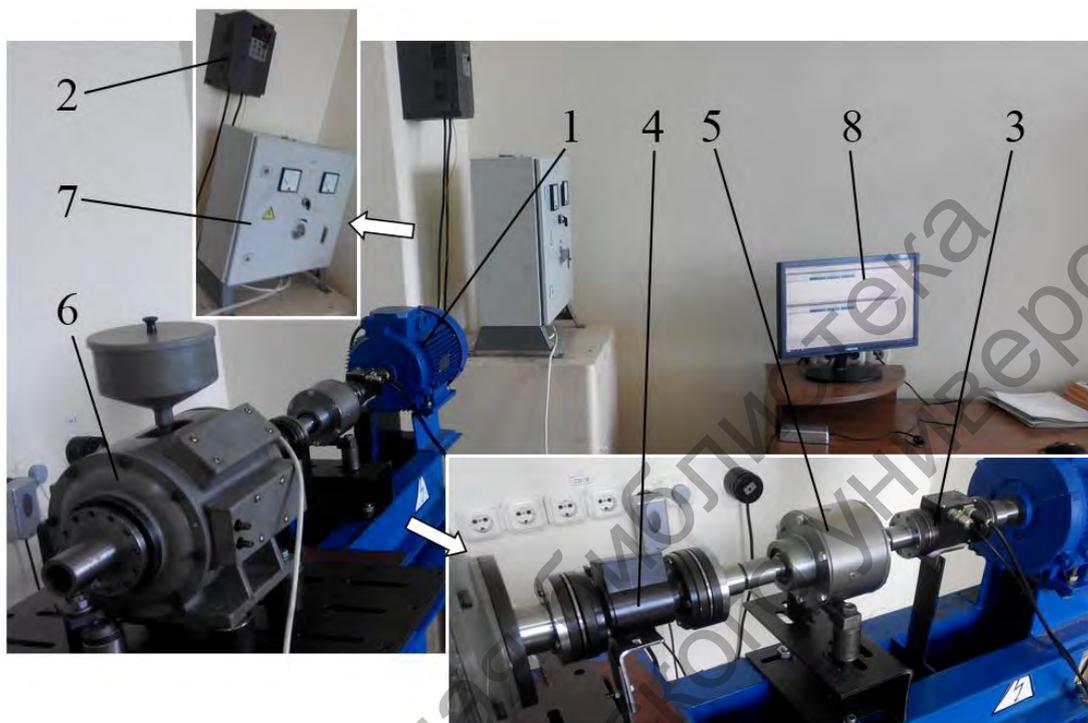
1 – корпус; 2 – входная крышка; 3 – ведомая полумуфта с выходной крышкой и ведомым валом; 4 – сферические выступы угловой муфты; 5, 6 – наружные сферические кулачки, образующие беговую дорожку; 7 – ведущая полумуфта с профильными пазами; 8 – генератор; 9 – ролики; 10 – ведущий вал

Рисунок 5.13 – Детали и узлы трехзвенной сферической передачи экспериментального образца редуктора № 2



Рисунок 5.14 – Экспериментальный образец редуктора № 2 в сборе

**Средства испытаний.** Схема испытательного стенда [105] для определения кинематических характеристик и КПД редукторов, установленного в Лаборатории испытаний механических приводных систем Белорусско-Российского университета, показана на рисунке 5.15.



1 – асинхронный электродвигатель; 2 – частотный преобразователь; 3, 4 – датчики крутящего момента и частоты вращения; 5 – испытываемый редуктор; 6 – порошковый тормоз; 7 – блок управления порошковым тормозом; 8 – ПЭВМ

Рисунок 5.15 – Схема испытательного стенда

Стенд работает по методу разомкнутого силового потока. Редуктор встраивается в кинематическую цепь стенда между двумя датчиками момента и частоты вращения. В качестве измерительных устройств использовались датчики крутящего момента и частоты вращения М20С-20 (номинальный крутящий момент 20 Н·м) и М20С-50 (номинальный крутящий момент 50 Н·м), изготовленные ООО «ТИЛКОМ». Данные датчики соединялись с входным и выходным валами редуктора соответственно.

Каждый датчик (класс точности – 0,2) состоит из вращающегося ротора, неподвижных статора и декодера. Ротор, установленный в

статоре на шарикоподшипниках, включает в себя тензоэлемент торсионного типа с наклеенными на нем тензорезисторами, передатчик, катушку воздушного трансформатора питания, фотоэлектрический приёмник датчика частоты вращения. Ротор посредством фланцев встраивается в кинематическую цепь стенда. Статор имеет корпус, внутри которого смонтированы катушки трансформатора питания и приёма данных, электронные блоки приемника сигнала, генератор питания и инфракрасный излучатель [19].

В процессе работы ротор датчика подвергается нагружению крутящим моментом, в результате чего происходит деформирование тензоэлемента и возникает разбалансировка тензометрической мостовой схемы (тензомоста). Тензомост своим выходом соединен с передатчиком, который усиливает сигнал и преобразует его в цифровой код. Цифровой кодированный сигнал содержит информацию о частоте вращения ротора, температуру ротора и идентификационный номер датчика. Этот сигнал поступает на приёмник статора через воздушный трансформатор, где он усиливается и поступает на вход декодера. Далее происходит его декодирование и преобразование в цифровые сигналы. При вращении ротора его инфракрасный приёмник периодически попадает в зону излучения источника, установленного на статоре, в результате чего на выходе инфракрасного приемника генерируется один импульс за один оборот ротора. Измерение частоты вращения производится методом определения длительности периода вращения, а также путем заполнения периода вращения высокочастотными импульсами (не менее 4000 импульсов в секунду) и последующим их подсчетом. Благодаря высокой частоте заполнения погрешность измерения частоты вращения не превышает 0,1 %.

Точность измерения крутящего момента и надежность датчика обеспечивают отсутствие скользящих электрических и механических контактов, высокую линейность, временную и температурную стабильность схем цифрового преобразования и декодирования сигналов, компенсацию температурного ухода нуля и рабочего коэффициента передачи тензометрической мостовой схемы, гальваническую развязку корпуса статора и корпуса декодера. Допуски на размеры посадочных поверхностей присоединительных фланцев роторов установлены в соответствии с шестым качеством (торцовые и радиальные биения присоединительных поверхностей установлены со степенью точности не выше шестой).

Соединение датчиков с валами испытываемого редуктора, двигателя и нагружателя осуществляется посредством специальных дисковых муфт, соединяемых с фланцами роторов и предназначенных также для компенсации осевых, радиальных, угловых смещений и температурных деформаций. Установленное на ПЭВМ программное обеспечение позволяет определять мгновенные значения частот вращения ведущего и ведомого валов, крутящих моментов и расчетные значения мощностей на этих валах в режиме реального времени, а также записывать и сохранять данные в табличной форме.

Измерение уровня шума в процессе работы редуктора производилось с помощью цифрового шумомера (модель Testo 816-1) (рисунок 5.16, а).

Измерение температуры корпуса редуктора осуществлялось посредством пирометра (модель Testo 830-T2), оснащенного контактным зондом (рисунок 5.16, б).



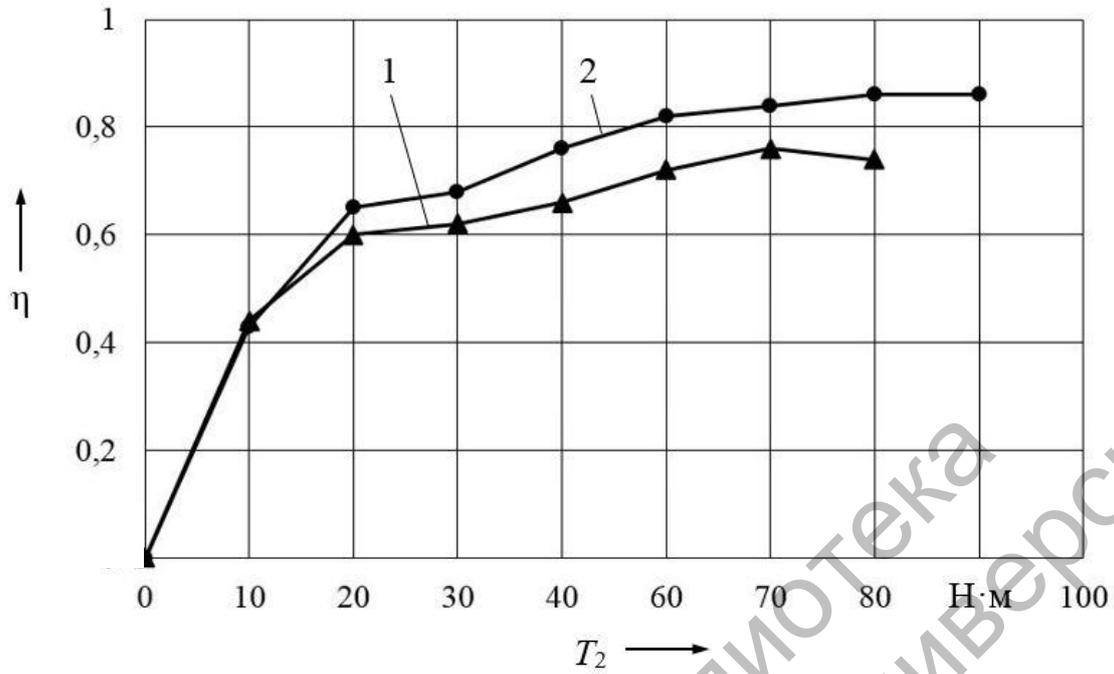
а – шумомер; б – пирометр

Рисунок 5.16 – Измерительные приборы

**Методики испытаний** основаны на методах планирования экспериментов [106]. При работе с шумомером использовался ГОСТ 30457–97, при работе с пирометром – инструкция по применению прибора.

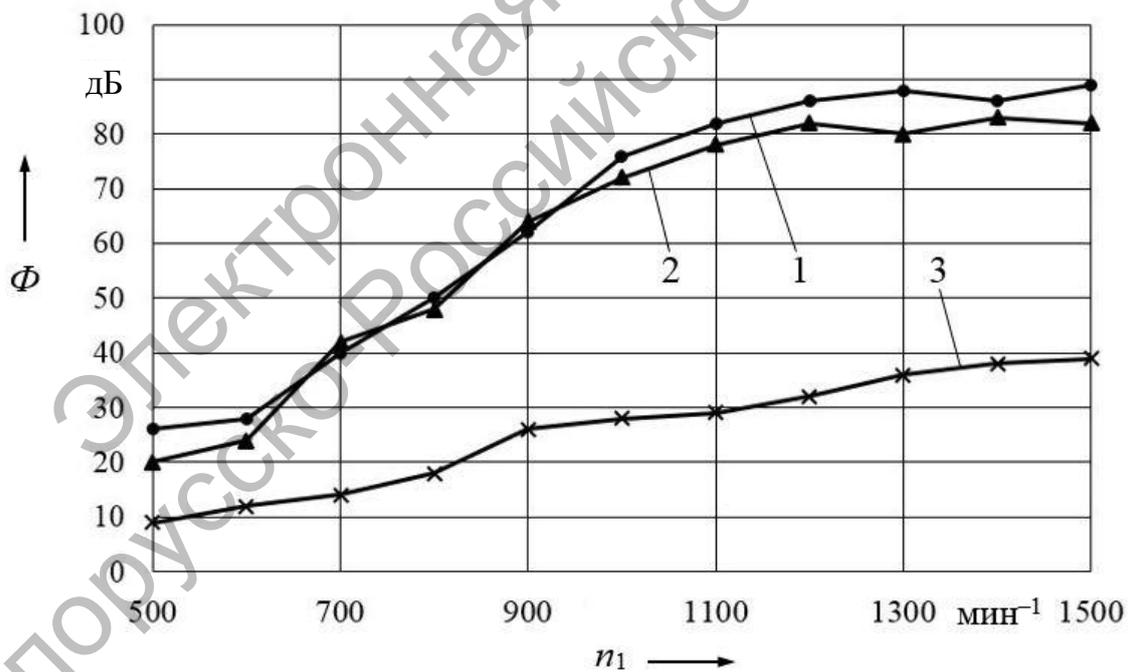
### 5.3 Результаты экспериментальных исследований СРП

Результаты исследований КПД при частоте вращения ведущего вала  $750 \text{ мин}^{-1}$  представлены на рисунке 5.17, шумовых характеристик при моменте  $T_2 = 90 \text{ Н} \cdot \text{м}$  – на рисунке 5.18, температуры корпусов редукторов – на рисунке 5.19.



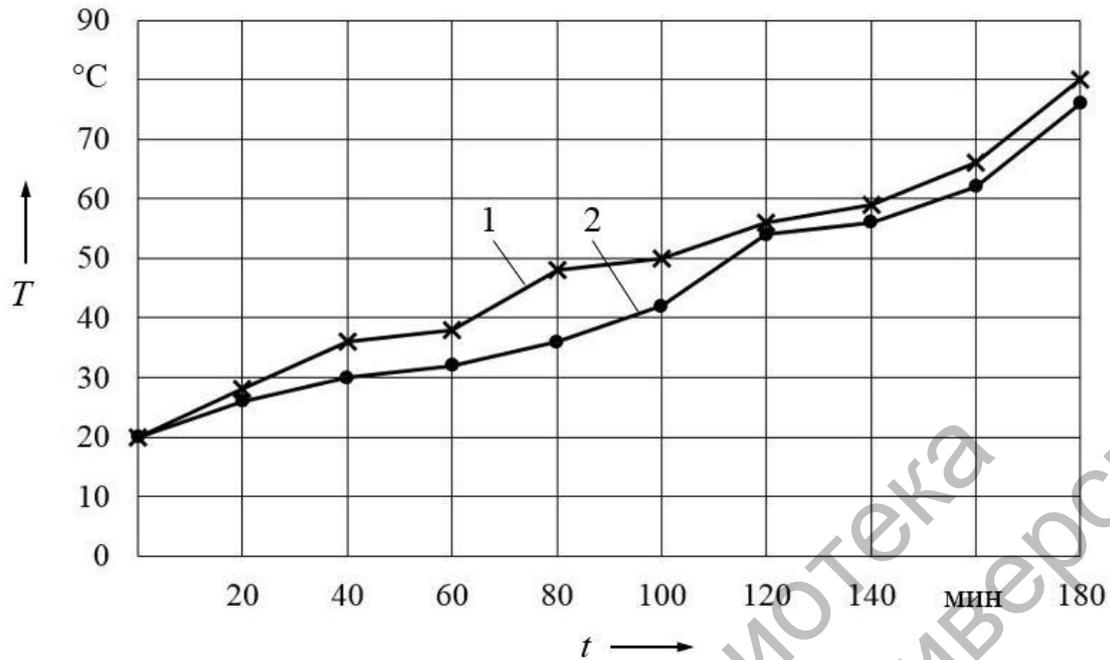
1 – для образца № 1; 2 – для образца № 2

Рисунок 5.17 – Результаты исследования КПД редукторов



1 – для образца № 1; 2 – для образца № 2; 3 – для редукторного узла образца № 2 на холостом ходу без муфты

Рисунок 5.18 – Результаты исследования шумовых характеристик редукторов



1 – для образца № 1; 2 – для образца № 2

Рисунок 5.19 – Результаты исследования температурных характеристик редукторов

Результаты экспериментов показали, что средний КПД редуктора с двухзвенной передачей составляет 0,82...0,86 при частоте вращения ведущего вала  $750 \text{ мин}^{-1}$  и изменении момента на ведомом валу в диапазоне 9...98 Н·м, что на 8...12 % выше, чем у трехзвенной сферической ШПТК. КПД увеличивался с возрастанием момента и предположительно не достиг оптимального (максимального) значения. Относительно низкие значения КПД (по сравнению с характеристиками планетарных зубчатых передач) во многом объясняются несовершенством и непроработанностью конструкции первого экспериментального образца СРП. Превышение выходным моментом значения 100 Н·м приводило к нарушению работоспособности угловой муфты из-за заедания (см. рисунки 5.17 и 5.20). Сильные вибрации вызывало и увеличение частоты вращения ведущего вала более  $1500 \text{ мин}^{-1}$ , что предположительно связано с низкой жесткостью спроектированного корпуса и консольно установленного в нем ведомого вала.

Результаты испытаний подтвердили преимущества двухзвенной СРП по сравнению с трехзвенной ШПТК. Для трехзвенной передачи потеря работоспособности наступала при превышении момента на ве-

домом вала 80 Н·м из-за заклинивания системы составных роликов вследствие перекоса их осей (рисунок 5.21).



Рисунок 5.20 – Характер повреждений разработанной угловой муфты двухзвенной СРП



Рисунок 5.21 – Сепаратор трехзвенной передачи с заклинившими роликами из-за перекоса осей

Уровень шума для двухзвенных СРП составил 70...82 дБ (на расстоянии 1 м от корпуса), температура корпуса не превысила 80 °С по окончании трехчасовой работы под нагрузкой 98 Н·м. Испытания выявили необходимость совершенствования конструкции угловой муфты двухзвенной передачи, оказывающей существенное влияние на эксплуатационные характеристики редуктора, особенно на плавность работы и шум [86].

## 6 Разработка методики расчета и проектирования СРП и практическая реализация результатов работы

### 6.1 Методика расчета и проектирования СРП

Методика расчета СРП разработана на базе методологии расчета и проектирования ППТК цилиндрического типа [9, 107].

Исходными данными для расчета являются: постоянный (номинальный) вращающий момент на ведомом валу  $T_2$ , частота вращения ведущего вала  $n_1$ , максимальный диаметр корпуса редуктора  $D_k$ , обусловленный компоновочными требованиями, передаточное отношение  $i_{12}^{(3)}$  (или частоты вращения валов), вид материалов деталей редуктора, их термообработки и степень точности изготовления, вид применяемого смазочного материала, условия эксплуатации.

1 По справочной литературе определяем допускаемые контактные напряжения  $[\sigma_H]_3$  и  $[\sigma_H]_4$  для материалов кулачков, образующих многопериодную беговую дорожку, и роликов соответственно, допускаемые напряжения среза  $[\tau_s]_4$  для материала роликов, допускаемые напряжения смятия  $[\sigma_{см}]_2$  и  $[\sigma_{см}]_4$  для материала генератора и роликов соответственно. Также определяем напряжения кручения для валов передачи  $[\tau]$ . В качестве допускаемых контактных напряжений  $[\sigma_H]$  и напряжений смятия  $[\sigma_{см}]$  для передачи принимаются минимальные значения, т. е. расчет проводится по наиболее слабому элементу.

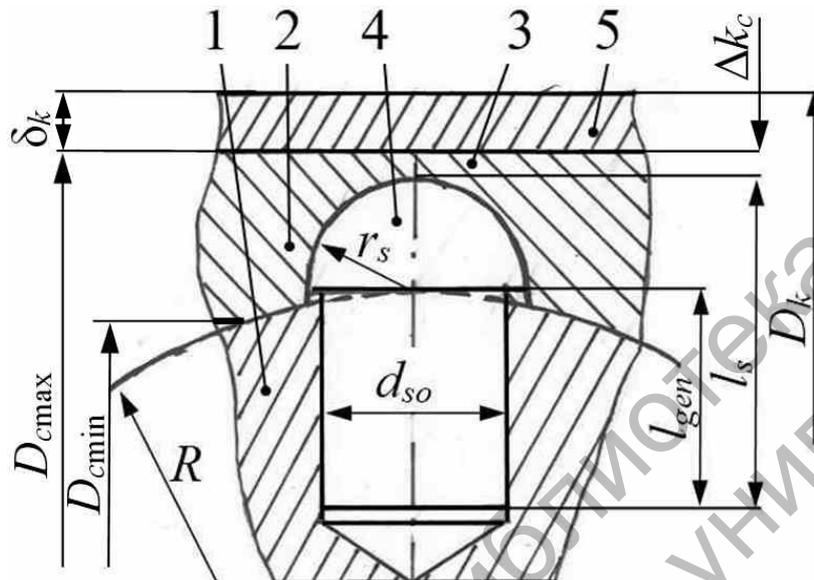
2 С учетом исходных данных принимаем значения коэффициентов трения в парах между ведущим валом и генератором  $f_1$ , между роликами и генератором  $f_2$ , между роликом и беговой дорожкой, образованной наружными кулачками  $f_3$ , а также соответствующие углы трения  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ , вычисляемые по формуле  $\psi_i = \arctg(f_i)$ .

3 Оцениваем заданное значение передаточного отношения. Для обеспечения большей уравновешенности оно должно быть четным. Определяем число периодов наружного кулачка по формуле  $Z_3 = i_{12}^{(3)} - 1$ , а число роликов как  $n = 1 + Z_3$ .

4 Предварительно определяем основные параметры передачи.

4.1 Радиус основной сферической поверхности  $R$  (рисунок 6.1) определяем по эмпирической зависимости  $R \approx 0,4 \cdot D_k$ .

4.2 Предварительное значение радиуса сферического участка ролика (радиус сферической фрезы для изготовления беговой дорожки) определяем согласно эмпирической зависимости  $r_s \approx 0,05 \cdot D_k$ .



1 – генератор; 2, 3 – наружные кулачки; 4 – ролик; 5 – корпус

Рисунок 6.1 – Геометрические параметры двухзвенной СРП

4.3 Определяем оптимальное значение амплитуды по критерию максимального КПД по формуле (3.27). Округляем результаты, полученные в подп. 4.1–4.3, до ближайших целых значений.

4.4 Определяем угол наклона генератора:  $\Theta = A/R$ .

По графику на рисунке 2.7 определяем значение ошибки мгновенного передаточного отношения  $\Delta i_{\max}$ . Она не должна превышать допустимого значения, принятого  $[\Delta i_{\max}] = 0,5 \%$ . В случае невыполнения этого условия необходимо уменьшать амплитуду  $A$ .

4.5 Рассчитываем средние значения углов подъема центровых кривых по формулам (3.14).

5 Проводим силовой анализ передачи и предварительную оценку ее КПД.

5.1 Определяем вращающий момент  $T_{2g}$ , действующий на генератор в плоскости, проходящей через оси роликов, по формуле (3.5).

5.2 Определяем эмпирический коэффициент  $K_n \leq 1$ , учитывающий неравномерность распределения нагрузки по параллельным по-

тока мощности (телам качения), по формуле (4.8).

5.3 Определяем коэффициент преобразования параметров цилиндрических передач в эквивалентные параметры сферических  $K_{Nsf}$  по формуле (3.13).

5.4 Определяем среднее значение отношения количества роликов, передающих нагрузку, к общему их числу  $K_p$  в одной секции передачи по формуле (3.18).

5.5 Определяем среднее значение силы  $N_2$ , действующей на ролик со стороны генератора, по формуле (3.12) с учетом определенных коэффициентов  $K_p$  и  $K_n$ :

$$N_{m2} = \frac{T_{2g} \cdot K_{Nsf}}{R \cdot n \cdot K_p \cdot K_n}. \quad (6.1)$$

5.6 Определяем средние значения сил, действующих в передаче. Осевая составляющая силы, действующей на генератор, вычисляется по формуле (3.28).

Реакция, возникающая при взаимодействии ролика с беговой дорожкой, образованной наружными кулачками, определяется по формуле (4.7), являющейся дополненным выражением (3.29), либо согласно формуле

$$N_{m3} = \frac{N_{m2}}{\sin(\alpha_{m3} - \psi_3) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}. \quad (6.2)$$

Из двух сил определяем максимальное значение  $N_{\max} = \max(N_{m3}, N_{zm1})$  для последующих прочностных расчетов.

5.7 Предварительно оцениваем средний КПД передачи по формуле (3.22).

5.8 Определяем вращающие моменты, действующие на валы и звенья передачи. Момент  $T_2$  на ведомом валу задан. Момент на ведущем валу можно определить, преобразовав уравнение баланса мощностей:

$$T_1 = \frac{T_2}{i_{12}^{(3)} \cdot \eta}. \quad (6.3)$$

Момент на корпусе (наружных кулачках) определяется из уравнения равновесия

$$T_3 = T_2 - T_1. \quad (6.4)$$

6 Проводим проектные прочностные расчеты.

6.1 Определяем минимальный диаметр ролика из условия прочности на контактную выносливость по формуле (4.15).

Сравниваем полученное значение с принятым ранее в подп. 4.2 методики. Должно выполняться условие  $r_s \geq r_{s\min}$ . Если оно выполняется и разница между двумя этими значениями существенна, то после дальнейших расчетов до подп. 7.2 включительно может быть принято решение об изменении значения  $r_s$  в меньшую сторону. При этом необходим перерасчет по приведенной методике, начиная с подп. 5.4. Если указанное условие не выполняется, при этом  $r_s < r_{s\min}$ , можно принять  $r_s = r_{s\min}$  и также начать перерасчет с подп. 5.4. Однако вместе с тем нужно следить за выполнением условия  $K_p \geq 0,4$ , которое является приоритетным.

6.2 Наружный диаметр кулачков (см. рисунок 6.1)

$$D_{c\max} = 2 \cdot (R + r_s + \Delta k_c), \quad (6.5)$$

где  $\Delta k_c$  – конструктивный размер кулачка,  $\Delta k_c = 1 \dots 3$  мм.

Необходимо проверить выполнение условия

$$\delta_k = 0,5 \cdot (D_k - D_{c\max}) \geq 5 \text{ мм}, \quad (6.6)$$

где  $\delta_k$  – толщина стенки корпуса редуктора. Она не должна быть менее 4 мм, т. к. в корпусе предполагается наличие отверстий с резьбой для установки стопорных винтов для фиксации сферических кулачков.

Если указанное условие не выполняется, следует увеличивать диаметр корпуса  $D_k$ .

Внутренний диаметр кулачков (см. рисунок 6.1)

$$D_{c\min} < 2 \cdot R \cdot \cos\left(\frac{A + r_s}{R}\right). \quad (6.7)$$

Полученное значение следует округлить в меньшую сторону.

6.3 Принимаем диаметр стержня ролика  $d_{so} = d_s - (1...3 \text{ мм})$ . Определяем минимальную длину участка ролика, установленного в генераторе, исходя из напряжений смятия (см. рисунок 6.1). Она будет выражена из формулы (4.13) как

$$l_r = \frac{N_{m3}}{d_{so} \cdot [\sigma_{cm}]}. \quad (6.8)$$

Округляем до целого значения с учетом условия  $l_r \geq r_s$ .

6.4 Определяем средний диаметр валов (ведущего и ведомого) из известного условия прочности на кручение [89]:

$$d_j = \sqrt[3]{\frac{T_j \cdot 10^3}{0,2 \cdot [\tau]}}. \quad (6.9)$$

где  $j$  – индекс: 1 – для ведущего вала, 2 – для ведомого.

7 Проводим проверочные прочностные расчеты.

7.1 Проверочный расчет ролика по напряжениям среза  $\tau_s$  проводим по формуле (4.10).

7.2 Проверяем поверхности беговой дорожки, образованной наружными кулачками, на контактную выносливость.

Сумму главных кривизн взаимодействующих тел вычисляем по формуле (4.4). Положительную разницу между радиусом профиля беговой дорожки и радиусом тела качения  $\Delta r_s$  можно принимать равной максимальному отклонению поля допуска в системе отверстия  $H$  на размер  $r_s$  по качеству  $n_{st}$ .

Отношение, учитывающее разность кривизны контактирующих поверхностей, определяем по формуле (4.5).

Коэффициент  $\xi_g$ , зависящий от отношения  $\Omega$ , вычисляем по формуле (4.9).

Проверяем условие контактной выносливости по формуле (4.6).



8.3 Подбираем радиально-упорные подшипники (ГОСТ 831–75) или радиальный подшипник (при условии жестких ограничений на осевые размеры передачи и незначительных нагрузках) для установки на эксцентрик. Уточняем длину подшипников  $B_{\Pi}$ , наружный диаметр его внутреннего кольца  $d_{\Pi вн}$  и наружный диаметр  $D_n$ .

Проверяем условие  $R - l_e \geq 0,5 \cdot D_n$ . В случае его невыполнения необходимо принимать подшипники более легкой серии или устанавливать подшипники скольжения.

При установке двух подшипников определяем длину эксцентрика как

$$l_e = 2 \cdot B_{\Pi} + \Delta b_{\Pi}, \quad (6.11)$$

где  $\Delta b_{\Pi}$  – расстояние между подшипниками (2...5 мм).

8.4 Диаметр стопорных шайб  $d_{st}$  должен обеспечивать прижатие стопорными шайбами 4 внутренних колец подшипника 5, на котором установлен генератор (рисунок 6.2).

$$d_{st} = 0,5 \cdot d_{\Pi вн}. \quad (6.12)$$

Принимаем минимальную толщину шайбы  $l_{st \min} = 2 \dots 5$  мм.

8.5 Определяем длину всего соединения:

$$l_b = 2 \cdot (l_{st \min} + d_{st} \cdot \operatorname{tg}(\Theta)) + \frac{l_e}{\cos(\Theta)}. \quad (6.13)$$

Округляем полученное значение до целого числа (желательно, кратного двум).

8.6 Уточняем минимальную толщину стопорной шайбы:

$$l_{st \min} = B'C' = 0,5 \cdot \left( l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} - d_{st} \cdot \operatorname{tg}(\Theta) \right). \quad (6.14)$$

8.7 Габаритный размер стопорной шайбы, необходимый для проставления на ее рабочем чертеже,

$$B''C'' = 0,5 \cdot \left( l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} + d_{st} \cdot \operatorname{tg}(\Theta) \right). \quad (6.15)$$

8.8 Определяем размер  $OB$  (рисунок 6.2), необходимый для создания параметрической модели при привязке ее к точке  $O$ :

$$OB = \frac{0,5 \cdot l_e}{\cos(\Theta)}. \quad (6.16)$$

9 Рассчитываем параметры угловой муфты, схема которой показана на рисунке 2.10, а параметрическая модель – на рисунке 5.5.

9.1 Принимаем радиус сферических выступов ведущей полумуфты  $r_m \geq r_s$ . Можно принять  $r_m = r_s$ .

9.2 Принимаем число сферических выступов полумуфты  $n_m \geq n$ . Допускается принимать  $n_m = n$ .

9.3 Определяем длину кривошипа  $L_k$ :

$$L_k = 0,5 \cdot l_e + S_m, \quad (6.17)$$

где  $S_m$  – толщина ведущей полумуфты. Принимаем  $S_m \geq r_m$ .

9.4 Определяем радиус расположения центров сферических выступов на ведущей полумуфте  $L_r$ :

$$L_r \leq \frac{0,5 \cdot D_{c\min} - L_k \cdot \sin(\Theta)}{\cos(\Theta)} - r_s. \quad (6.18)$$

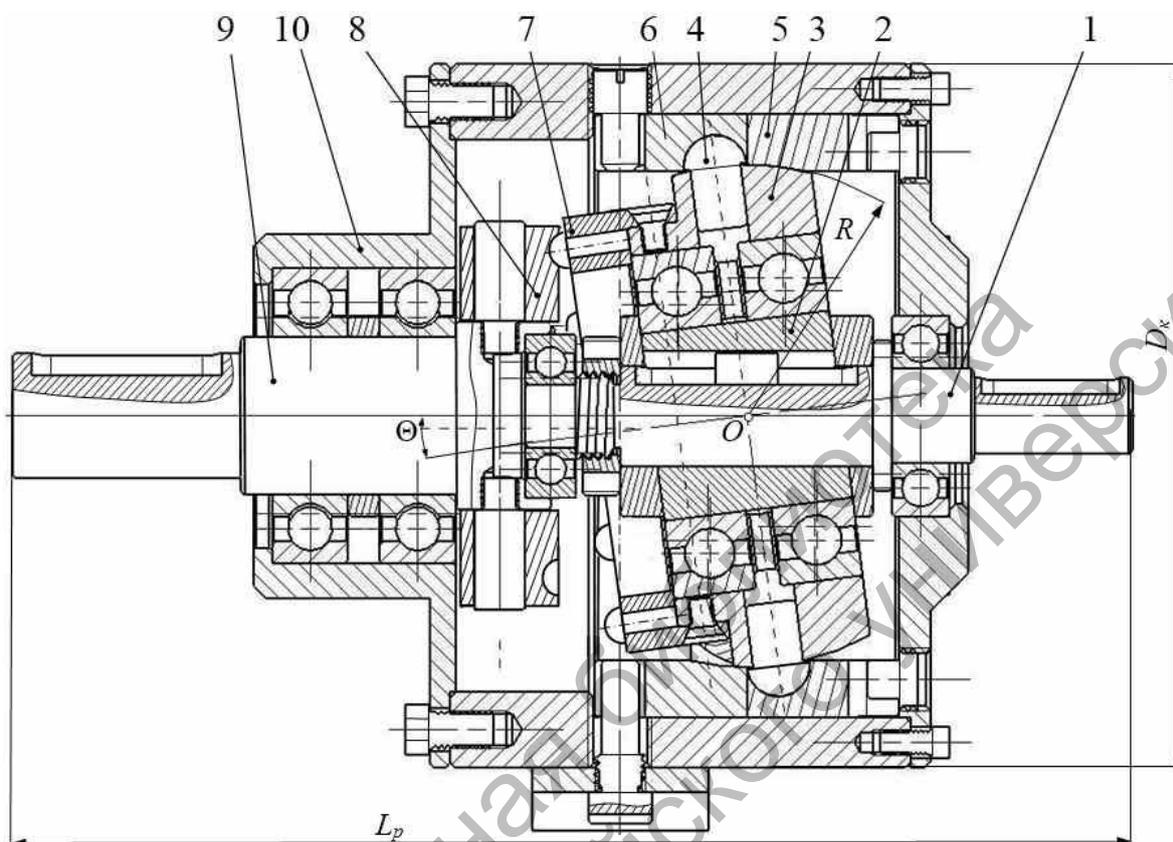
Нужно принимать ближайшее меньшее целое значение либо конструктивно уменьшать полученную величину на 2...4 мм.

9.5 Расстояние от точки  $O$  до торца ведомой полумуфты вдоль оси  $Oz$  определяем по формуле (2.30).

9.6 Максимальное значение наружных диаметров полумуфт

$$D_{m\max} = 2 \cdot (L_k \cdot \sin(\Theta) + (L_r + r_m) \cdot \cos(\Theta)) \leq D_{c\min}. \quad (6.19)$$

Общий вид редуктора с СРП в качестве примера приведен на рисунке 6.3.



1 – ведущий вал; 2 – эксцентрик; 3 – генератор; 4 – ролик;  
5, 6 – сферические кулачки; 7 – ведущая полумуфта; 8 – ведомая полумуфта;  
9 – ведомый вал; 10 – корпус

Рисунок 6.3 – Общий вид редуктора с двухзвенной СРП

Расчеты по вышеописанному алгоритму были автоматизированы с помощью системы Mathcad. В приложении А приведен численный пример расчета двухзвенной СРП.

## 6.2 Особенности алгоритма расчета и проектирования СРП-ЗК

Для передач СРП-ЗК приведенный ранее алгоритм расчета претерпит следующие изменения.

Пункт 3 методики будет основываться на анализе таблицы 2.1. В зависимости от заданного передаточного отношения  $i_{12}^{(3)}$  определяем параметры  $Z_3$ ,  $Z_2$  и  $n$ .

В подп. 4.3 методики при определении оптимальной амплитуды по формуле (3.27) вместо параметра  $Z_3$  необходимо подставлять большее из значений  $Z_2$  и  $Z_3$ . Как правило, это  $Z_2$ .

В подп. 4.5 по формуле (3.14) определяется средний угол подъема центральной кривой ведомого кулачка с числом периодов  $Z_2$ .

При выполнении прочностного анализа (п. 5) учитывается следующее.

Вычисления по подп. 5.1 методики не производятся.

В подп. 5.2 в формуле (4.8) также используется вместо  $Z_3$  большее из значений  $Z_2$  и  $Z_3$ .

Для определения среднего значения отношения количества роликов, передающих нагрузку, к общему их числу в одной секции (подп. 5.4) применяем формулу (3.18), подставляя параметр  $\max(\alpha_{m2}, \alpha_{m3})$  вместо  $\alpha_{m3}$ . Полученное значение  $K_p$  необходимо разделить на два вследствие использования принципа силового, а не геометрического замыкания высших кинематических пар в СРП-ЗК. Результат, как показывают вычисления, может оказаться чрезвычайно малым (при больших значениях чисел периодов кулачков) либо вообще отрицательным. При этом спроектированный экспериментальный образец редуктора оказался работоспособным. Данная часть методики нуждается в дальнейшем экспериментальном уточнении.

Силы в передаче рассчитываются по нижеприведенным зависимостям. Сила, действующая на ведомый сферический кулачок со стороны одного ролика (подп. 5.6),

$$N_{m2} = \frac{T_2 \cdot K_{Nsf}}{R \cdot n \cdot K_p \cdot K_n \cdot \sin(\alpha_{m2})}. \quad (6.20)$$

Нормальная реакция со стороны ведомого кулачка на воздействие тела качения с учетом силы трения (см. рисунок 3.12, б)

$$R_{m2} = \frac{N_{m2}}{\sqrt{1+f^2}}, \quad (6.21)$$

где  $R_{m2}$  – суммарная реакция ведомого кулачка;  $f$  – приведенный коэффициент трения, принимаемый равным во всех контактирующих парах. Соответственно,  $\psi$  – угол трения:  $\psi = \text{arctg}(f)$ .

Осевая сила, действующая на генератор, выразится из формулы (3.31):

$$N_{zm1} = R_{m2} \cdot \frac{\sin(\alpha_{m4} - \alpha_{m3} + 2 \cdot \psi)}{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (6.22)$$

Сила, действующая на остановленный кулачок,

$$N_{m3} = \frac{N_{m2} \cdot \cos(\alpha_{m2} + \psi)}{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (6.23)$$

Средний КПД (подп. 5.7) определяется по формуле (3.33).

Методики прочностных расчетов для СРП-3К в монографии детально не разработаны. На данном этапе можно воспользоваться формулами для двухзвенных передач, т. к. очевидно, что существенных отличий не будет.

В формулы для определения контактных напряжений, напряжений среза и смятия необходимо подставлять силу, максимальную из двух нормальных реакций  $N_{m2}$  и  $N_{m3}$ , найденных по формулам (6.20) и (6.23) соответственно.

При этом следует иметь в виду, что для СРП-3К при одинаковых нагрузках и габаритах передач необходимо выбирать более прочные материалы и обеспечивать более высокую твердость рабочей поверхности контактирующих деталей, т. к. в данном случае нагрузки будут выше минимум в два раза.

Пункт 9 расчетов в методике будет отсутствовать, т. к. в СРП-3К

нет необходимости в проектировании угловой муфты, вращение на ведомый вал передается от ведомого кулачка.

### 6.3 Разработка конструкций СРП для промышленного использования

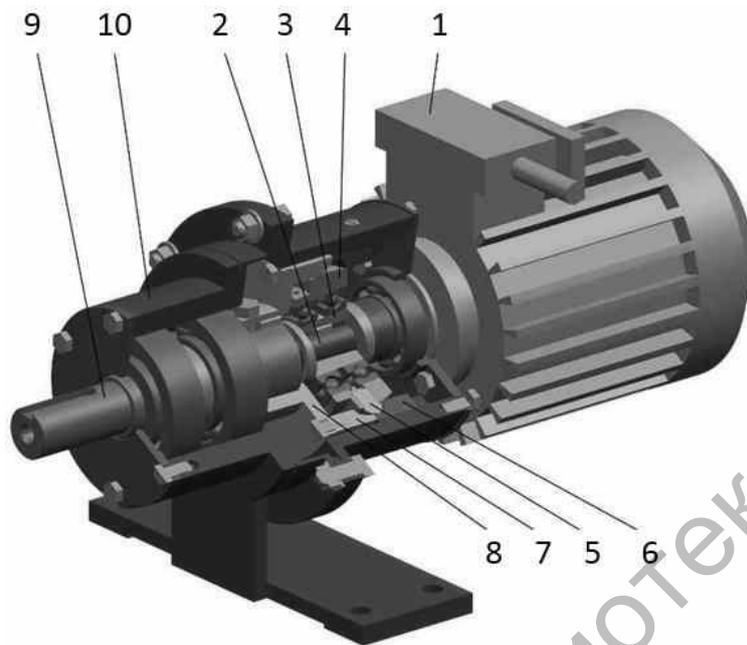
ППТК, в т. ч. СППТК и СРП, могут применяться в различных отраслях промышленности. К настоящему времени разработаны конструкции механизмов буровой техники [108–114], дифференциалов транспортных средств [115, 116], средств механизации, в т. ч. баллонных ключей, ручных лебедок [117].

Спроектирована схема привода погружного насоса со встроенным редуктором с составными промежуточными телами качения и сдвоенным карданным шарниром. Насос используется для перекачивания отработанного масла и эмульсионных сред из емкостей. Диаметр корпуса ограничен стойками непогружаемой части. Предложено встроить редуктор в кинематическую цепь привода насоса вместо карданной муфты. При этом корпус редуктора стопорится с помощью болтов или рычага относительно стойки, а на концах ведущего и ведомого валов установлены карданные шарниры для компенсации перекоса осей.

Редуктор может быть встроен в привод насоса с возможностью выключения его из кинематической цепи. При нормальных условиях работы насоса редуктор выполняет функции муфты. При повышении вязкости перекачиваемой жидкости корпус редуктора стопорится с помощью тормозного механизма, установленного на стойках. При этом повышается крутящий момент на приводном валу и исключается возможность остановки насоса и выхода из строя двигателя. Положительный эффект заключается в расширении диапазона вязкости перекачиваемых жидкостей.

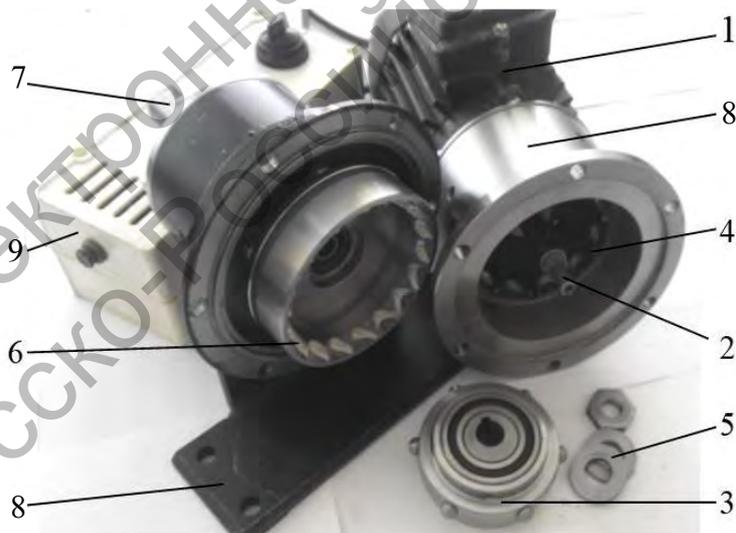
Разработанный экспериментальный образец редуктора с двухзвенной СРП с передаточным отношением  $i_{12}^{(3)} = 6$  был реализован по результатам выполнения хозяйственного договора.

На базе СРП разработан, изготовлен и собран мотор-редуктор с передаточным отношением 34 на основе передачи СРП-3К. Модель мотор-редуктора показана на рисунке 6.4, основные узлы – на рисунке 6.5, а общий вид мотор-редуктора – на рисунке 6.6.



1 – электродвигатель; 2 – ведущий вал (вал электродвигателя); 3 – эксцентрик; 4 – генератор; 5 – ролик; 6 – остановленный кулачок; 7 – ведомый кулачок; 8 – диск; 9 – ведомый вал; 10 – корпус

Рисунок 6.4 – Схема мотор-редуктора со встроенной СРП-ЗК



1 – электродвигатель; 2 – ведущий вал редуктора; 3 – генератор с установленными роликами; 4 – остановленный кулачок; 5 – стопорные шайбы; 6 – ведомый кулачок; 7 – ведомый вал; 8 – корпус редуктора; 9 – пульт управления мотор-редуктора

Рисунок 6.5 – Основные узлы мотор-редуктора



Рисунок 6.6 – Мотор-редуктор с пультом управления

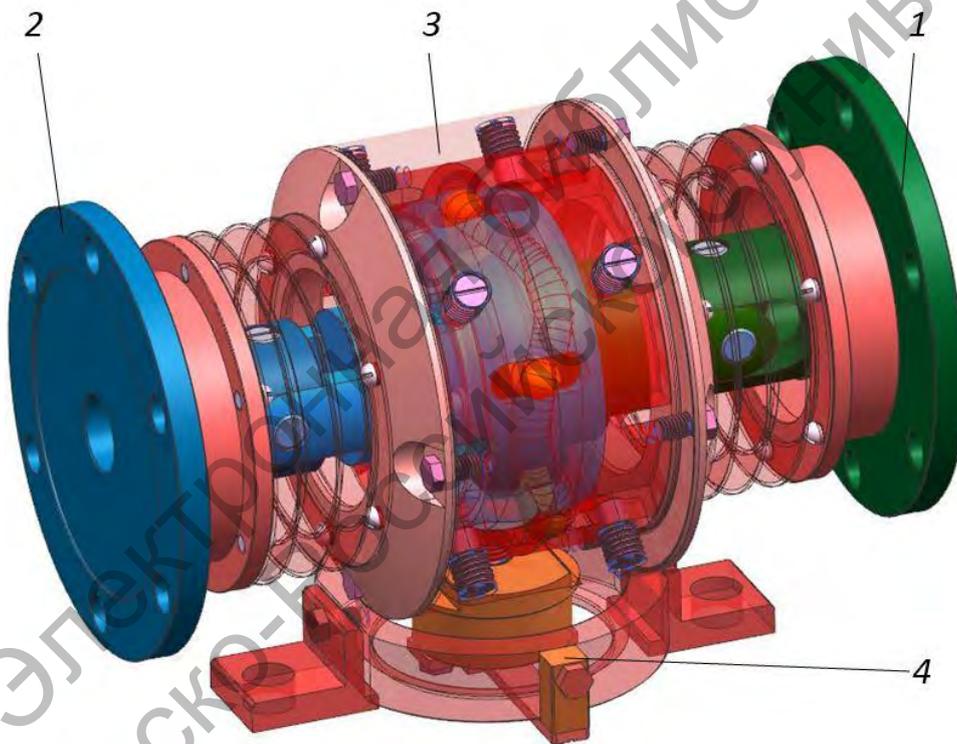
#### **6.4 Редукторный механизм на основе трехзвенной сферической роликовой передачи**

Для передачи вращения под углом при пересекающихся осях входного и выходного валов с одновременным снижением угловой скорости и увеличением вращающего момента наиболее часто применяются конические зубчатые передачи. Объем их производства по разным оценкам составляет 30...35 % от цилиндрических зубчатых передач. Альтернативы им практически не существует, хотя эти передачи имеют такие недостатки, как пониженная нагрузочная способность из-за консольного расположения как минимум одного из колес и необходимость проектирования специальных устройств для точной регулировки. В инженерной практике, однако, встречаются случаи, когда требуется не только передать вращение под углом, но и иметь возможность изменять данный угол в процессе работы. Для этих целей применяют карданные шарниры [118], но они не обеспечивают редукции скорости с передаточным отношением более двух и его постоянства. Сдвоенные карданные шарниры позволяют получить равные угловые скорости вращающихся валов при определенной зависимости углов их наклона. В задачи исследования входила разработка конструкции механизма, который обеспечивал бы редукцию скорости

и пропорциональное увеличение момента, возможность изменения углов наклона ведущего и ведомого валов.

Была разработана конструкция механизма на основе трехзвенной СППТК. В качестве редуктора использован сферический редуцирующий механизм с составными промежуточными элементами – роликами. Данный экспериментальный образец был испытан, результаты экспериментов приведены в разд. 5. Теоретически, использовать можно любую соосную механическую передачу, например, планетарную зубчатую передачу, сконструированную по схеме 2К-Н. Однако она имеет увеличенные радиальные размеры и, соответственно, материалоемкость.

Параметрическая модель механизма показана на рисунке 6.7.



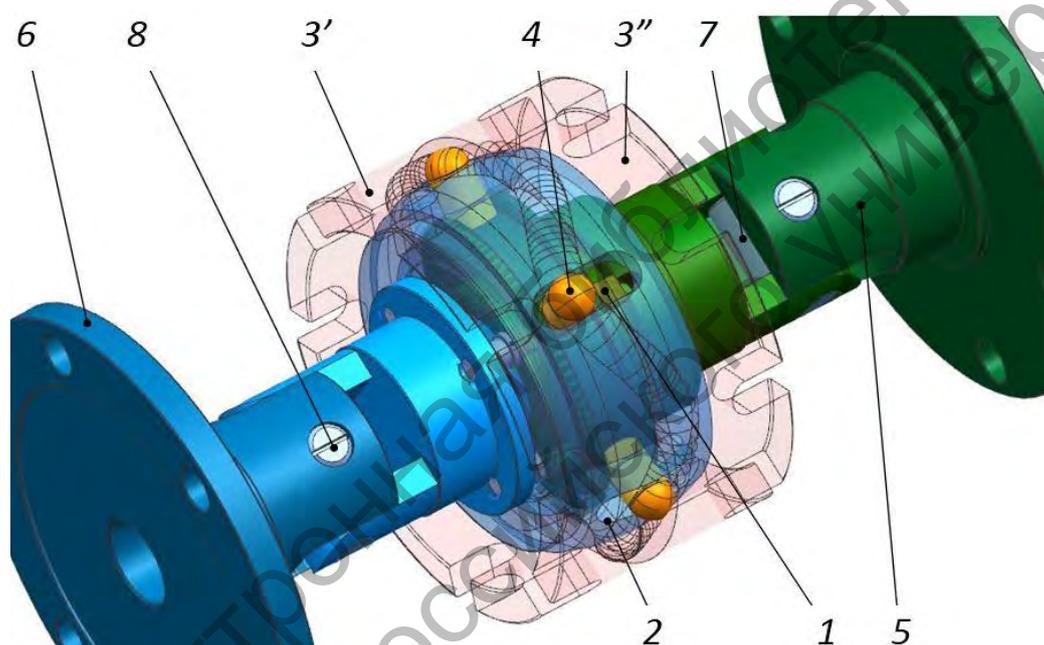
1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – редукторный узел; 4 – механизм поворота корпуса

Рисунок 6.7 – Модель редукторного механизма

Ведущий и ведомые валы, спроектированные с фланцевыми полумуфтами, имеют возможность наклона с помощью карданных шарниров, которые закрываются в корпусе редуктора резиновыми или гофрированными рукавами, предотвращающими вытекание смазки и

попадание в редуктор пыли и грязи. Механизм поворота редуктора с фиксацией его положения относительно лап может обеспечивать равенство значений углов наклона осей ведущего и ведомого валов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  в одной плоскости (для повышения стабильности передаточного отношения) при фиксированном положении отверстий под лапы редуктора на раме.

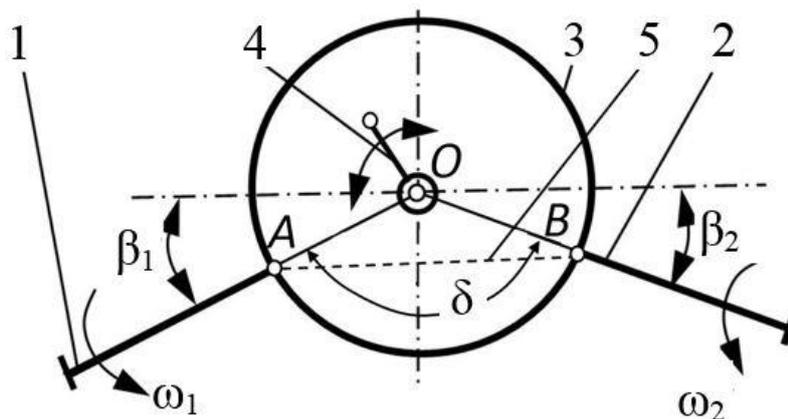
В рассматриваемом механизме (рисунок 6.8) одна из вилок ведущего карданного шарнира 7 соединена с ведущим валом 5, а другая – с внутренним кулачком 1 (ведущим элементом сферической роликовой передачи).



1 – внутренний кулачок с кольцевой беговой дорожкой; 2 – сепаратор; 3', 3'' – наружные корпусные кулачки, образующие неподвижную периодическую беговую дорожку; 4 – составные промежуточные тела с элементами качения; 5 – ведущий вал; 6 – ведомый вал; 7, 8 – ведущий и ведомый карданные шарниры

Рисунок 6.8 – Редукторный узел механизма

Кинематическая схема механизма показана на рисунке 6.9. Условно можно рассматривать механизм сдвоенного карданного шарнира (с шарнирами  $A$  и  $B$ ) и условным карданным валом  $AB$ . Из [53] известно, что этот механизм обеспечивает равномерное вращение валов только при определенных условиях.



1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – редуцирующий механизм;  
4 – механизм поворота и фиксации корпуса редуктора относительно лап;  
5 – условный карданный вал

Рисунок 6.9 – Кинематическая схема механизма

Снизить неравномерность угловой скорости ведомого вала сдвоенного карданного шарнира при постоянной скорости вращения ведущего вала можно, выполнив несколько условий:

- 1) углы между валами 1 и 2 и валами 2 и 3 равны между собой по абсолютной величине ( $\beta_1 = \beta_2$ );
- 2) оси валов механизма лежат в одной плоскости.

Первое условие справедливо для сдвоенного карданного шарнира без редукции скорости. Определим, относится ли оно к исследуемому механизму.

Из теории сложения вращений вокруг пересекающихся осей известна зависимость угловой скорости  $\omega_{\text{вн.кул}}$  ведущего вала сферического редуктора (внутреннего кулачка) [119]

$$\omega_{\text{вн.кул}} = \omega_1 \cdot \frac{\cos(\beta_1)}{1 - \cos^2(\varphi_1) \cdot \sin^2(\beta_1)}, \quad (6.24)$$

где  $\varphi_1$  – угол поворота ведущего вала 1 механизма.

Формула (6.24) определяет кинематические зависимости при передаче вращения от вала 1 к условному валу 5 с помощью карданного шарнира A.

Тогда угловая скорость выходного вала 2 механизма с учетом выражения (6.24)

$$\omega_2 = \omega_{cen} \cdot \frac{\cos(\beta_2)}{1 - \cos^2(\varphi_{cen}) \cdot \sin^2(\beta_2)}, \quad (6.25)$$

где  $\omega_{cen}$  – угол поворота ведомого вала редуктора (сепаратора), который является входным звеном для карданного шарнира  $B$  при передаче вращения от условного вала 5 к выходному валу 2 механизма;  $\varphi_{cen}$  – угол поворота ведомого вала редуктора (сепаратора).

Используя известную зависимость  $\text{tg}(\varphi_1) = \text{tg}(\varphi_{вн.кул}) \cdot \cos(\beta_1)$ , получим

$$\varphi_{cen} = \frac{\varphi_{вн.кул}}{i_{12}^{(3)}} = \frac{\text{arctg}(\text{tg}(\varphi_1) / \cos(\beta_1))}{i_{12}^{(3)}}, \quad (6.26)$$

где  $i_{12}^{(3)}$  – передаточное отношение сферической передачи, зависящее от соотношения числа периодов беговых дорожек внутреннего и наружного кулачков.

Угловая скорость сепаратора сферической передачи также подчиняется зависимости  $\omega_{cen} = \omega_{вн.кул} / i_{12}^{(3)}$ .

В этом случае с учетом формул (6.24) и (6.25) угловая скорость ведомого вала 2 механизма как функция, зависящая от кинематических параметров ведущего вала 1 механизма, будет

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cdot \cos(\beta_1) \cdot \cos(\beta_2)}{i_{12}^{(3)} \cdot (1 - \cos^2(\varphi_1) \cdot \sin^2(\beta_1)) \cdot \left(1 - \cos^2\left(\frac{\text{arctg}(\text{tg}(\varphi_1) / \cos(\beta_1))}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \sin^2(\beta_2)\right)}. \quad (6.27)$$

Мгновенное передаточное отношение всего механизма

$$i = \frac{i_{12}^{(3)} \cdot (1 - \cos^2(\varphi_1) \cdot \sin^2(\beta_1)) \cdot \left(1 - \cos^2\left(\frac{\text{arctg}(\text{tg}(\varphi_1) / \cos(\beta_1))}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \sin^2(\beta_2)\right)}{\cos(\beta_1) \cdot \cos(\beta_2)}. \quad (6.28)$$

Численный анализ зависимости (6.28) показывает, что передаточное отношение механизма нестабильно, как и у сдвоенного кар-

данного шарнира без встроенного редукторного узла [120]. При заданном угле между осями валов  $\delta$  равенство  $\beta_1$  и  $\beta_2$  обеспечивается самоустановкой корпуса редуктора относительно оси  $Oz$  (в плоскости  $xOy$ ). Данная установка реализуется с помощью опоры с вертикальной осью подшипника (упорного или упорно-радиального), положение корпуса может быть зафиксировано посредством стопорных винтов.

Экспериментальный образец механизма был изготовлен и собран [103]. Его общий вид показан на рисунке 6.10.



Рисунок 6.10 – Экспериментальный образец редукторного механизма на базе трехзвенной СРП с возможностью изменения угла между осями валов

### **6.5 Вопросы технологического обеспечения изготовления пространственных кулачковых поверхностей**

Основные детали СРП технологичны, в большинстве своем представляют собой тела вращения и могут изготавливаться на универсальном оборудовании – станках токарной и фрезерной групп. Как отмечалось в [121], сложности могут возникнуть только с изготовле-

нием рабочих поверхностей сферических кулачков. В том же источнике рассматриваются варианты технологических процессов и приемов, обеспечивающих качественное изготовление кулачков ППТК цилиндрического типа. Для сферических кулачков не подходят такие методы, как обкатка и копирования. Изготовить пространственные беговые дорожки можно только на станках с ЧПУ с помощью координатного метода.

В данной монографии рассматриваются тела качения в виде роликов, имеющих сферические выступы, перемещающиеся по беговым дорожкам. По сути, функцию роликов могут выполнять шарики, установленные в гнездах генератора при решении конструктивной задачи закрепления их центров масс. С точки зрения повышения эксплуатационных характеристик СРП выступы должны иметь цилиндрическую или коническую форму (по аналогии с конструкцией передачи, показанной на рисунке 1.4). При этом возрастает нагрузочная способность СРП, т. к. увеличиваются длины активных контактных линий и исчезают расклинивающие усилия, направленные в плоскостях, перпендикулярных оси передачи.

Однако сложность изготовления кулачковых профилей, контактирующих с цилиндрическими (или коническими) роликами, центры масс которых перемещаются по сферическим поверхностям, приводит к выводу о целесообразности использования участков роликов сферической формы.

Технология изготовления сферических кулачков разработана и апробирована в Белорусско-Российском университете. Для фрезерования многопериодного кулачкового профиля использованы сферические фрезы различных типов. Предпочтительной является фреза с консольной сферической формой режущей части (на рисунке 6.11, а – слева), т. к. она создает минимальную погрешность профиля при установке инструмента в начальную точку обработки.

Создание периодического профиля сферических кулачков проводилось на станке TM1 фирмы HAAS (США) (рисунок 6.11, б). Разработана управляющая программа для станка (рисунок 6.11, в), текст программы приведен в приложении В. Базирование кулачков (рисунок 6.11, г) осуществлялось по внутренней поверхности и пазам, изготовленным на нерабочем торце.



а – сферические фрезы; б – установка заготовки; в – пульт управления;  
г – кулачковый профиль после обработки

Рисунок 6.11 – Изготовление торцовых кулачков СРП

## Заключение

Сферические роликовые передачи, исследуемые в монографии, по мнению авторов, являются наиболее перспективными механизмами из класса механических передач с промежуточными телами качения. Этот вывод сделан на основе результатов более двадцати лет исследований ППТК различных типов в Белорусско-Российском университете. Как и передачи с беговыми дорожками на цилиндрических поверхностях, сферические механизмы обладают низкой материалоемкостью. Компонентные преимущества, такие как малые габариты и соосность валов, позволяют использовать их не только в качестве редукторов как унифицированных узлов, но и встраивать их в виде модулей в приводы мехатронных систем, робототехнических комплексов. Очевидно, что применение СРП возможно в самых различных отраслях промышленности, в т. ч. в качестве редукторов специального назначения.

В монографии разработаны новые запатентованные конструкции, теоретически и экспериментально обоснованные методики расчета и проектирования механических передач с промежуточными телами качения в виде роликов, траектории центров масс которых перемещаются по сферическим поверхностям. По сравнению с ранее разработанными механизмами, общие сведения о которых приведены в [9, 18, 20] и других источниках, отличительной особенностью СРП является закрепление центров масс (осей) роликов на одной из деталей передач – генераторе. Это повышает жесткость системы тел качения и надежность редукторов. Данное конструктивное решение приближает СРП по своей структуре к таким механизмам, как планетарные прецессионные передачи и передачи с цевочно-циклоидальным зацеплением. Генератор в этом случае выполняет функцию сателлита с зубьями, имеющими возможность вращаться относительно своих осей, а функцию центрального колеса с внутренним зацеплением выполняет беговая дорожка, образованная сферическими кулачками.

На базе проведенного анализа тенденций развития ППТК и разработанных конструкций передач сферического типа установлены наиболее перспективные группы исследуемых механизмов и определены основные направления совершенствования существующих СППТК, обеспечивающие повышение надежности, КПД и нагрузочной способности.

Авторами разработаны конструкции двух типов СРП. Первая группа так называемых двухзвенных передач обеспечивает реализацию передаточных отношений в диапазоне  $2 \dots 15$  в одной ступени и потенциально может конкурировать с широко распространенными одноступенчатыми планетарными зубчатыми передачами, сконструированными по схеме 2К-Н (с тремя или четырьмя сателлитами), по показателю передаваемой мощности, отнесенной на единицу массы (или объема) редуктора.

Недостатком двухзвенных СРП является необходимость проектирования угловой муфты. В монографии предложена одна из возможных конструкций, однако она не претендует на универсальность, вероятно, существуют варианты более рациональные.

Вторая группа (СРП-3К) была разработана на основе взаимодействия трех элементов с тремя замкнутыми периодическими беговыми дорожками. Одна из них номинально может отсутствовать, но определять геометрическое место расположения тел качения, закрепленных на генераторе. Механизмы этой группы имеют более низкий КПД. Однако более простые конструктивные схемы (отсутствие необходимости проектирования угловой муфты) и возможность получения передаточных отношений в диапазоне  $30 \dots 200$  позволяют конкурировать уже с группами червячных и волновых зубчатых передач, также широко распространенных в промышленности.

По результатам структурного анализа двухзвенной и трехзвенной СРП (с незакрепленными осями тел качения) установлено, что наиболее рациональной конструкцией обладают двухзвенные сферические передачи, число степеней подвижности которых равно двум с учетом дублирующих связей и не зависит от числа последних, что не приводит к возрастанию требований к точности изготовления и сборки механизмов при увеличении числа роликов в зацеплении, выполняющих функции параллельных потоков мощности.

В монографии проведен силовой анализ двухзвенных СРП и СРП-3К, получены выражения для оценки среднего КПД исследуемых передач на стадии проектирования. Используются методы кинестатики, позволяющие оценить нагруженность элементов СРП при постоянных режимах работы. В перспективе необходим динамический анализ с установлением амплитудно-частотных характеристик системы и определением качества протекания переходных процессов.

Теоретические зависимости (геометрические, кинематические и

прочностные) многократно проверены на параметрических моделях в мощных системах математического анализа и автоматизированного проектирования. Особое внимание в монографии уделено компьютерному моделированию. Информация, приведенная в приложении, позволит использовать книгу как учебное пособие для исследователей, проектирующих ППТК в системе NX.

Экспериментальные образцы прошли испытания на специально сконструированном лабораторном стенде. Испытания первых созданных СРП с несовершенной конструкцией ожидаемо не принесли сенсационных результатов, однако подтвердили работоспособность механизмов и показали перспективы дальнейших исследований и совершенствований.

Разработана и представлена инженерная методика расчета и проектирования СРП, включающая определение основных геометрических параметров деталей и проверочные прочностные расчеты. В монографии также затронуты вопросы технологии изготовления пространственных многопериодных кулачковых поверхностей на станках с ЧПУ, разработано необходимое программное обеспечение.

Работы выполнялись в рамках ГПНИ и аспирантского гранта. Результаты исследований использованы в производстве и внедрены в учебный процесс Белорусско-Российского университета.

В монографии впервые, в отличие от указанных вышеприведенных источников, предполагается использование исследуемых механизмов в перспективе как передач общемашиностроительного назначения. Данная работа – лишь первый шаг к этой амбициозной цели. Она является обобщением результатов работ, проводимых на протяжении пяти последних лет. Монография носит выраженную конструкторскую направленность. Совершенствования могут осуществляться по следующим направлениям: дальнейшая оптимизация геометрических параметров; совершенствование методик расчетов; использование новых материалов и перспективных видов их упрочнения; различных типов смазок; повышение точности изготовления деталей передачи. Перспективными, в связи с этим, являются работы технологического характера, затрагивающие вопросы финишной обработки рабочих поверхностей сферических кулачков.

Замечания по монографии и предложения по совершенствованию исследуемых передач авторы готовы обсудить посредством электронной почты. E-mail для замечаний и предложений: [lustenkov@yandex.ru](mailto:lustenkov@yandex.ru).

## Список литературы

1 **Лустенков, М. Е.** Исследование рынка редукторов в Республике Беларусь / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // История, философия, политика, право: сб. науч. тр. / Могилевский гос. ун-т продовольствия, БИП – Институт правоведения ; редкол. : В. Д. Выборный, А. А. Скикевич, В. В. Юдин. – Могилев, 2012. – Вып. 2 – С. 74–78.

2 Exzentergetriebe fur ubersetzung von drehbewegungen: pat. 354350, Deutschland: Kl. 47h, Gr. 7 (J 20365 XII/47h) / A. Jansen. – Publ. date 08.06.1922.

3 Gearless planetary transmission: pat. 1449352, USA / F. W. Seeck. – Publ. date 20.03.1923.

4 Epicyclic ball transmission: pat. 1735616, USA / G. S. Morison. – Publ. date 12.11.1929.

5 Ball transmission: pat. 1738662, USA / G. S. Morison. – Publ. date 10.12.1929.

6 Differential gear for self-propelled vehicles: pat. 1689285, USA / H. Knab. – Publ. date 30.10.1928.

7 **Панкратов, Э. Н.** Волновые редукторы с промежуточными звеньями / Э. Н. Панкратов, В. В. Шумский, С. В. Лушников // Бурение и нефть. – 2003. – № 2. – С. 26–27.

8 **Ефременков, Е. А.** Разработка и проектирование передач с промежуточными телами качения нового вида / Е. А. Ефременков // Изв. Том. политехн. ун-та. – 2005. – Т. 308, № 1. – С. 131–135.

9 **Лустенков, М. Е.** Теория, расчет и проектирование энергоэффективных механических передач с составными промежуточными телами качения : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.02 / М. Е. Лустенков. – Минск, 2014. – 307 л.

10 Improvements in variable speed mechanism: pat. 257052, UK / S. E. Scott. – Publ. date 26.08.1926.

11 Планетарен сачмен редуктор: а. с. 13751 НРБ Кл. 47 h, 7, МПК F 06 H / В. К. Киров. – Оpubл. 20.12.1969.

12 Ausgleichgetriebe fur Kraftfahrzeuge: pat. 801421, Bundesrepublik Deutschland, Kl. 63c, Gr. 13 05 / W. Altmann. – Publ. date 08.01.1951.

13 **Бубенчиков, А. М.** Математическое моделирование работы эксцентриковой передачи с промежуточными телами качения и само-

торможением / А. М. Бубенчиков, Н. Р. Щербаков // Доклады ТУСУР. – 2009. – Ч. 1, № 1 (19). – С. 65–71.

14 **Nam, W. K.** Design of thin plate-type speed reducers using balls for robots / W. K. Nam, J. W. Shin, S. H. Oh // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2013. – № 27. – P. 519–524.

15 **Terada, H.** Motion Analysis of a Reciprocating Motion Type Ball Reducer / H. Terada, T. Masuda, S. Yoshida // Proc. 12th IFTOMM World Congress, Besançon, 18–21 June 2007. – Besançon, 2007. – P. 414–418.

16 **Bara, M.** Designing Aspects Of Cylindrical Transmission / M. Bara // ASME Conf. Proc. 5–10 Nov. 2006. – Chicago, Illinois, 2006. – P. 75–81.

17 **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые редукторы / Р. М. Игнатищев. – Минск: Выш. шк., 1983. – 107 с.

18 **Лустенков, М. Е.** Планетарные шариковые передачи цилиндрического типа: монография / М. Е. Лустенков, Д. М. Макаревич. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 123 с.

19 **Прудников, А. П.** Обоснование конструкции и параметров цилиндрической кулачковой роликовой передачи для работы в условиях ограниченных диаметральных размеров: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.02.02. / А. П. Прудников. – Могилев, 2013. – 24 с.

20 **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизации потерь мощности: монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.

21 **Лустенков, М. Е.** Сравнительный анализ планетарной зубчатой передачи и передачи с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова, В. Ю. Пугач // Современные проблемы машиноведения : X Междунар. науч.-техн. конф., Гомель, 23–24 окт. 2014 г. : тез. докл. / ГГТУ им. П. О. Сухого; под общ. ред. С. И. Тимошина – Гомель, 2014. – С. 23–24.

22 **Становской, В. В.** Передачи со свободными телами качения, обзор патентной литературы / В. В. Становской, Т. А. Ремнева, С. М. Казакиявичус // Прогрессивные зубчатые передачи: сб. науч. тр. / Новоурал. гос. технолог. ин-т; редкол.: А. Е. Беляев [и др.] – Новоуральск, 2003. – С. 61–94.

23 Компьютерное моделирование планетарных прецессионных передач : монография / П. Н. Громыко [и др.] ; под общ. ред. П. Н. Громыко. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2007. – 271 с.

24 Reduction Gears [Electronic resource] // Spinea. – Mode of access: <http://www.spinea.sk/products/twinspace>. – Date of access: 09.06.2016.

25 Редуктор серии DRIVE 6000 [Электронный ресурс] // Sumitomo (SHI) Cyclo Drive Germany. – Режим доступа: [http://www.sumitomo-drive.ru/pdf/K-CycloDrive6000\(RUS\).pdf](http://www.sumitomo-drive.ru/pdf/K-CycloDrive6000(RUS).pdf). – Дата доступа: 09.06.2016.

26 Приводная техника [Электронный ресурс] // ЗАО «Белробот». – Режим доступа: [http://www.belrobot.by/section/selected\\_section:v:27.htm](http://www.belrobot.by/section/selected_section:v:27.htm). – Дата доступа: 09.06.2016.

27 **Макаревич, Д. М.** Силовой анализ планетарной эксцентриковой передачи типа 2 К-Н / Д. М. Макаревич, П. Н. Громько, С. Д. Макаревич // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация. – 2005. – № 7 (17). – С. 173–180.

28 Прецессионный редуктор : а. с. 1677416 СССР : МКИ<sup>3</sup> F 16 H 1/32 / А. И. Бостан, В. Е. Дулгеру. – Оpubл. 15.09.1991.

29 **Bostan, I.** Elaboration of the computational model of the planetary precessional transmission / I. Bostan, V. Dulgheru, A. Sochirean // JIDEG – the SORGING Journal. – 2010. – Vol. 5, iss. 1. – P. 9–12.

30 **Bostan, I.** Planetary Precessional Transmissions: Synthesis and Generation Technologies / I. Bostan // Power Transmissions, Mechanisms and Machine Science 13: Proc. of the 4-th Int. conf. June 20–23 2012 [editor G. Dobre]. – Sinaia, Romania, 2012. – Vol. XVI. – P. 21–44.

31 Motion-transmitting mechanism : pat. US1748907, USA : F16H23/04, F16H1/32, F16H23/00, F16H25/06, F16H25/00 / V. Vallance. – Publ. date 25.02.1930.

32 **Лустенков, М. Е.** Механизм с изменяющимся углом между осями валов / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Вестн. Брян. гос. техн. ун-та. – 2014. – № 1 (41). – С. 46–50.

33 **Лустенков, М. Е.** Кинематический анализ механизма с изменяющимся углом наклона осей валов / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Инженерная мысль машиностроения будущего: сб. материалов Всероссийской молодежной науч.-практ. конф. / УрФУ. – Екатеринбург, 2013. – С. 79–82.

34 **Фитцова, Е. С.** Механизм с промежуточными телами качения с изменяющимся углом наклона осей валов / Е. С. Фитцова, М. Е. Лустенков // Транспорт и технический сервис – 2014: материалы Междунар. науч. студенческой конф., Калининград, 24–25 апр. 2014 г. /

Балтийский федеральный ун-т им. И. Канта – Калининград, 2015. – С. 5–8.

35 **Фитцова, Е. С.** Механизм с промежуточными телами качения с изменяющимся углом наклона осей валов / Е. С. Фитцова, В. Ю. Пугач // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 16–17 окт. 2014 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2014. – С. 53.

36 **Фитцова, Е. С.** Редукторный механизм с изменяющимися углами наклона валов / Е. С. Фитцова, В. Ю. Пугач // 51-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 21–22 мая 2015 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2015. – С. 207.

37 Планетарная передача с телами качения: пат. 20568 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006.01) F 16H 13/08, F 16H 25/06 / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 27.07.2016.

38 Articulated differential gear, particularly for motor vehicles : pat. US1946358, USA : F16H48/147, F16H48/12 / F. Porsche, K. Rabe. – Publ. date 08.04.1932.

39 Шаровинтовая передача : пат. 494550 СССР : МПК F16h25/22 / В. Н. Стрельников. – Оpubл. 24.04.1951.

40 **Лустенков, М. Е.** Конструкция, модель и принципы работы сферических передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Наука, инновации, инвестиции: сб. материалов 2-го Белорусско-Латвийского форума, Минск, 11–12 дек. 2014 г. / БНТУ. – Минск, 2014. – С. 106–108.

41 Совершенствование конструкции передач с промежуточными телами качения / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // Горная механика и машиностроение. – 2012. – № 1. – С. 74–83.

42 **Лустенков, М. Е.** Повышение нагрузочной способности передачи с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Роль ВУЗа в региональном развитии бизнеса: инновации в образовании как залог успешного развития реального сектора экономики: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Рославль, 5 дек. 2013 г. / Ф-л ФГБОУ ВПО «МГИУ» в г. Рославле – Смоленск, 2013. – С. 58–60.

43 Обоснование конструкции составных элементов качения для сферических передач / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова, А. П. Прудников // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 16–17 апр. 2015 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]*. – Могилев, 2015. – С. 87.

44 Регулируемая шаровая планетарная передача: а. с. 1348586 СССР : МПК F 16 Н 15/48, 25/22 / М. Ф. Пашкевич, Г. Е. Каминский. – Оpubл. 30.10.1987.

45 Сферическая планетарная шариковая передача: пат. 13767 С1 Респ. Беларусь : МПК (2009) F 16Н 25/00 / М. Е. Лустенков. – Оpubл. 30.10.10.

46 **Лустенков, М. Е.** Сферическая планетарная шариковая передача / М. Е. Лустенков // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 25 мая 2009 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]*. – Могилев, 2009. – Ч. 1. – С. 149.

47 **Лустенков, М. Е.** Конструкции сферических передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // *Вестн. Брест. гос. техн. ун-та.* – 2012. – № 4 (76). – С. 61–63.

48 **Лустенков, М. Е.** Шариковая передача с изменяемым углом перекрещивания осей валов / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // *Современные проблемы машиноведения : IX Междунар. науч.-техн. конф., Гомель, 25–26 окт. 2012 г. : тез. докл. / ГГТУ им. П. О. Сухого; под общ. ред. С. И. Тимошина* – Гомель, 2012. – С. 78.

49 **Лустенков, М. Е.** Сферический механизм с изменяющимся углом осей валов / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // *Металл-2013: науч.-техн. конф. молодых работников, Жлобин, 17–18 апр. 2013 г. : тез. докл. / ОАО «Белорусский металлургический завод – управляющая компания холдинга «БМК»*. – Жлобин, 2013. – С. 112–113.

50 **Сазонов, И. С.** Конструкция сферической шариковой передачи / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 18–19 апр. 2013 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]*. – Могилев, 2013. – Ч. 1. – С. 99–100.

51 Сферический планетарный редуктор с телами качения: пат. 15035 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006) F 16Н 25/00 / М. Е. Лустенков. – Оpubл. 30.10.11.

52 Сферическая шариковая передача: пат. 19741 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006.01) F 16Н 25/00, F 16D 3/16 / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 30.12.2015.

53 **Кравченко, В. И.** Карданные передачи: конструкции, материалы, применение / В. И. Кравченко, Г. А. Костюкович, В. А. Струк; под ред. В. А. Струка. – Минск: Тэхналогія, 2006. – 409 с.

54 Motion transmitting devices : pat. EP0048593, London : F 16 Н 25/06 / J. Craven. – Publ. date 31.03.1982.

55 Сфероидный зубчато-винтовой механизм : пат. 109419 СССР : МПК 47h,6, 47h,7 / Д. С. Рабинович. – Оpubл. 24.04.1951.

56 **Маргулис, М. В.** Разработка новых волновых прецессионных передач с телами качения / М. В. Маргулис, Я. О. Гордиенко // Вісник Приазовського державного технічного університету. – 2013. – № 26. – С. 161–168.

57 Планетарная сферическая передача : пат. 1025941 СССР : МПК F16Н1/00 (1975), F16Н1/00 (1968) / А. А. Рябцев. – Оpubл. 30.06.1983.

58 Планетарный механизм : пат. 1044868 СССР : МПК F16Н1/32, F16Н25/06, F16Н25/22 / И. А. Бостан, В. Е. Дулгеру. – Оpubл. 30.09.1983.

59 Планетарная сферическая передача : пат. 1381287 СССР : МПК F16Н1/32 / А. А. Рябцев. – Оpubл. 15.03.1988.

60 Планетарная прецессионная передача : пат. 1427115 СССР : МПК F16Н1/32 / И. А. Бостан, М. Т. Козлов, А. Г. Опря. – Оpubл. 30.09.1988.

61 Дифференциальный преобразователь скорости «редуктор – подшипник»: пат. 2179272 С 1 РФ : F 16 Н 25/06 / В. В. Становской, А. Ф. Шибико, Т. А. Ремнева, А. В. Становской, В. В. Кривошеев. – Оpubл. 10.02.02.

62 **Bai, S.** The design of spherical multilobe-cam mechanisms / S. Bai, J. Angeles // Mechanical Engineering Science. – 2009. – Vol. 223. – P. 473–482.

63 **Маргулис, М. В.** Методика определения основных параметров силовой волновой передачи с промежуточными телами качения /

М. В. Маргулис, А. С. Шайда // Вісник Приазовського державного технічного університету. – 2008. – № 18. – С. 125–128.

64 Wobble type axial speed reducer apparatus : pat. US4563915, USA : F16H13/08 / E. C. Tibbals, Jr. – Publ. date 01.07.1983.

65 **Маргулис, М. В.** Анализ напряженно-деформированного состояния основных звеньев волновых прецессионных передач с телами качения в процессе передачи рабочих нагрузок / М. В. Маргулис, Я. О. Гордиенко // Вісник Приазовського державного технічного університету. – 2013. – № 27. – С. 148–158.

66 **Lustenkov, M. E.** Planetary Ball Transmissions: Strength Calculations / M. E. Lustenkov // Russian Engineering Research. – 2010. – Vol. 30, № 9. – P. 862–866.

67 Шариковый редуктор: пат. 17204 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006.01) F 16H 25/06 / М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова. – Опубл. 30.12.2012.

68 **Лустенков, М. Е.** Сферическая передача с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Современные проблемы машиностроения : XI Междунар. науч.-техн. конф., Гомель, 20–21 окт. 2016 г. : тез. докл. / ГГТУ им. П. О. Сухого; под общ. ред. С. И. Тимошина. – Гомель, 2016. – С. 38–39.

69 **Левитский, Н. И.** Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Наука, 1979. – 576 с.

70 **Фитцова, Е. С.** Кинематический анализ сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // 50-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 22–23 мая 2014 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2014. – С. 195.

71 **Лустенков, М. Е.** Исследование кинематики и определение КПД передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, В. Л. Комар, Ю. В. Машин, Е. С. Фитцова // Горная механика и машиностроение. – 2013. – № 2. – С. 77–89.

72 **Фитцова, Е. С.** Оценка уравновешенности сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев,

30–31 окт. 2013 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2013. – С. 49.

73 **Лустенков, М. Е.** Двухшарнирный приводной вал со встроенной передачей с составными роликами / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // *Металл-2014: науч.-техн. конф. молодых работников, Жлобин, 17–18 апр. 2014 г. : тез. докл. / ОАО «Белорусский металлургический завод – управляющая компания холдинга «БМК».* – Жлобин, 2014. – С. 88–91.

74 **Сазонов, И. С.** Конструкция карданного вала с передачей с промежуточными телами качения / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 24–25 апр. 2014 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.].* – Могилев, 2014. – С. 88.

75 **Лустенкова, Е. С.** Кинематика сферической передачи с карданным шарниром / Е. С. Лустенкова, М. В. Разгонов // *52-я студенческая науч.-техн. конф. Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 5–6 мая 2016 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.].* – Могилев, 2016. – С. 113.

76 **Лустенков, М. Е.** Математическое и компьютерное моделирование угловой муфты сферической роликовой передачи / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова, И. И. Маковецкий // *Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та.* – 2017. – Т. 21, № 3 (122). – С. 31–38.

77 **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые передачи с примером использования их варианта в забойных машинах для бурения скважин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.02, 05.02.18 / Р. М. Игнатищев. – Л., 1990. – 253 л.

78 **Игнатищев, Р. М.** Шестерням весомая поддержка – синусоэксцентрикковые передачи / Р. М. Игнатищев. – Могилев: МОУТ им. С. Соболя, 2007. – 24 с.

79 Определение оптимальной геометрии зацепления посредством промежуточных тел качения на основе анализа его пространственной модели / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // *Вестн. Белорус.-Рос. ун-та.* – 2012. – № 3 (36). – С. 53–63.

80 **Лустенков, М. Е.** Силовой анализ передач с промежуточными телами качения сферического типа / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова,

В. Ю. Пугач // Достижения молодых ученых в развитии инновационных процессов в экономике, науке, образовании: материалы VI Междунар. науч.-практ. конф., Брянск, 21–23 окт. 2014 г. / ФГБОУ ВПО «Брянский гос. техн. ун-т» – Брянск, 2014. – С. 125–128.

81 **Фитцова, Е. С.** Оценка геометрического скольжения и сил инерции в передачах с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова, М. Е. Лустенков // Информационные технологии, энергетика и экономика: сб. тр. XI Междунар. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов, Смоленск, 17–18 апр. 2014 г. : в 3 т. / Фил. МЭИ в г. Смоленске – Смоленск: Универсум, 2014. – Т. 1. – С. 218–220.

82 **Лустенков, М. Е.** Силовой анализ передач с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Изв. высш. учеб. заведений. Машиностроение. – 2016. – № 10. – С. 26–31.

83 Силовой анализ сферической роликовой передачи / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова, В. Л. Комар // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 27–28 апр. 2017 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2017. – С. 90.

84 **Фитцова Е. С.** Силовой анализ сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2014. – № 4 (45). – С. 92–99.

85 **Лустенков, М. Е.** Передача с промежуточными телами качения с квазивинтовой формой беговых дорожек / М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // Перспективные приводные системы, трансмиссии и робототехнические комплексы : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 20–21 окт. 2011 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2011. – С. 48–49.

86 **Лустенков, М. Е.** Теоретические и экспериментальные исследования сферических роликовых передач / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Вестн. Ижев. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 23–27.

87 **Фитцова, Е. С.** Определение коэффициента перекрытия передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, 16–17 окт. 2014 г. /

Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2014. – С. 52.

88 **Фитцова, Е. С.** Определение КПД сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, 22–23 окт. 2015 г. / Беларус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2015. – С. 53.

89 **Иванов, М. Н.** Детали машин: учебник для машиностроительных специальностей вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – 10-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2006. – 408 с.

90 **Лустенков, М. Е.** Определение характеристик звеньев передачи с промежуточными телами качения для анализа ее динамической модели / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Энергетика, информатика, инновации-2013: III Междунар. науч.-техн. конф., Смоленск, 24–25 окт. 2013 г. : в 2 т. : сб. тр. / Фил. МЭИ в г. Смоленске ; редкол.: В. П. Кавченков [и др.]. – Смоленск, 2013. – Т. 1. – С. 223–227.

91 **Биргер, И. А.** Расчет на прочность деталей машин: справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.

92 **Черменский, О. Н.** Подшипники качения: справочник-каталог / О. Н. Черменский, Н. Н. Федотов. – М. : Машиностроение, 2003. – 576 с.

93 **Лустенков, М. Е.** Практикум по основам проектирования и деталям машин: учеб. пособие / М. Е. Лустенков. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2015. – 203 с.

94 Сферические роликовые передачи: расчет на прочность / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Лустенкова, М. В. Разгонов // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2017. – № 2 (55). – С. 98–107.

95 Исследование износа составных роликов в передачах с промежуточными телами качения / И. С. Сазонов, А. П. Прудников, М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2015. – № 2 (47). – С. 58–67.

96 NX для проектирования [Электронный ресурс] // Siemens PLM Software. – Режим доступа: [http://www.plm.automation.siemens.com/ru\\_ru/products/nx/for-design/index.shtml](http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/nx/for-design/index.shtml). – Дата доступа: 01.02.2017.

97 **Калентионок, Р. А.** Моделирование передач с телами качения в системе NX 7.0 / Р. А. Калентионок, Е. А. Есипович, Е. С. Фитцова // 47-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 26 мая 2011 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2011. – С. 82.

98 **Непша, Д. В.** Моделирование зубчато-шариковой планетарной передачи / Д. В. Непша, Е. С. Фитцова // 48-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 23–24 мая 2012 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2012. – С. 141.

99 **Фитцова, Е. С.** Моделирование беговых дорожек для тел качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, 30–31 окт. 2012 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2012. – С. 55.

100 **Фитцова, Е. С.** Моделирование сферического механизма с промежуточными телами качения в системе Siemens NX 8.5 / Е. С. Фитцова, В. В. Баценко // 49-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 16–17 мая 2013 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2013. – С. 216.

101 **Фитцова, Е. С.** Моделирование редуктора с телами качения / Е. С. Фитцова, И. И. Лахадынова // 49-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета: материалы конф., Могилев, 16–17 мая 2013 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2013. – С. 217.

102 Компьютерное моделирование механизма с изменяющимися углами наклона осей валов / А. И. Касьянов, К. В. Сасковец, П. А. Фильченко, Е. С. Фитцова // 50-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 22–23 мая 2014 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2014. – С. 94.

103 **Фитцова, Е. С.** Редукторный механизм на основе сферической роликовой передачи / Е. С. Фитцова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2015. – № 4 (49). – С. 79–87.

104 **Лустенкова, Е. С.** Редуктор со сферической роликовой передачей / Е. С. Лустенкова, М. В. Разгонов // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, 27–28 окт. 2016 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2016. – С. 48.

105 **Прудников, А. П.** Результаты экспериментальных исследований цилиндрической кулачковой роликовой передачи / А. П. Прудников, М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2013. – № 3 (40). – С. 37–45.

106 **Адлер, Ю. П.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 279 с.

107 Методология расчета и проектирования передач с составными промежуточными телами качения / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2014. – № 2 (43). – С. 60–70.

108 **Лустенков, М. Е.** Механические редукторные узлы для буровой техники / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Современное машиностроение. Наука и образование: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 14–15 июня 2011 г. / Политехн. ун-т. – СПб., 2011. – С. 310–314.

109 Анализ кинематических схем редукторов для перемешивателя бурового раствора / М. Е. Лустенков, Д. М. Макаревич, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. ; под ред. В. С. Богданова. – Белгород, 2011. – Вып. X. – С. 173–179.

110 **Сазонов, И. С.** Редукторные механизмы для геологоразведочной буровой техники в Республике Беларусь / И. С. Сазонов, М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 19–20 апр. 2012 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2012. – Ч. 1. – С. 93–94.

111 **Фитцова, Е. С.** Редукторные вставки электробуров / Е. С. Фитцова // Исследования и разработки в области машиностроения, энергетики и управления : материалы XII Междунар. науч.-техн. конф. студентов, магистрантов и молодых ученых, Гомель,

26–27 апр. 2012 г. / ГГТУ им. П. О. Сухого. – Гомель, 2012. – С. 56–59.

112 Редуктор для забойного двигателя: пат. 17296 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006.01) F 16H 25/06, E 21B 4/00 / М. Е. Лустенков, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 30.12.2012.

113 Передача: пат. 17353 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006.01) F 16H 25/06 / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 30.12.2012.

114 Сферическая шариковая передача: пат. 19964 С1 Респ. Беларусь : МПК (2006.01) F 16H 25/00, F 16D 3/16 / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова. – Оpubл. 30.04.2016.

115 **Лысов, В. П.** Конструкция автомобильного дифференциала с промежуточными телами качения / В. П. Лысов, Е. С. Фитцова // 48-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета : материалы конф., Могилев, 23–24 мая 2012 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2012. – С. 129.

116 Конструкции автотракторных дифференциалов повышенного трения / М. Е. Лустенков, Д. М. Макаревич, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // Современные научно-технические и инновационные проблемы транспорта : сб. науч. тр. VI Междунар. науч.-техн. конф., Ульяновск, 18–19 окт. 2012 г. / УлГТУ. – Ульяновск, 2012. – С. 52–56.

117 Грузоподъемный механизм со встроенной передачей с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков, Д. М. Макаревич, А. П. Прудников, Е. С. Фитцова // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. ; под ред. В. С. Богданова. – Белгород, 2012. – С. 235–239.

118 **Малаховский, Я. Э.** Карданные передачи / Я. Э. Малаховский, А. А. Лапин, Н. К. Веденеев. – М. : Машгиз, 1962. – 153 с.

119 **Лойцянский, Л. Г.** Курс теоретической механики : в 2 т. / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье. – М. : Наука, 1982. – Т. 1. – 352 с.

120 Исследование кинематики двухшарнирной карданной передачи с помощью корреляционно-регрессионного анализа / Ю. А. Гурвич, А. А. Вареник, А. Г. Августинovich, О. Л. Старовойтова // Теоретическая и прикладная механика. – 2011. – Вып. 26. – С. 278–285.

121 Технологические аспекты создания рабочих поверхностей передач новых типов: монография / П. Н. Громыко, М. Е. Лустенков, С. Н. Хатетовский, Л. Г. Доконов. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2012. – 209 с.: ил.

122 **Leu, Ming C.** NX 10 For Engineering Design / Ming C. Leu, A. Ghazanfari, K. Kolan. – Missouri University of Science & Technology. – 2015. – 200 p. : ill.

123 **Данилов, Ю. В.** Практическое использование NX / Ю. В. Данилов, И. А. Артамонов. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 332 с.

124 **Гончаров, П. С.** NX для конструктора-машиностроителя / П. С. Гончаров. – М. : ДМК Пресс, 2010. – 504 с.: ил.

125 **Рамзаева, Е. А.** Параметрическое моделирование зубчатых колес в Siemens NX / Е. А. Рамзаева // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – 2012. – № 3(34). – С. 109–114.

126 **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Зубчатые передачи и трансмиссии в Беларуси: проектирование, технология, оценка свойств / В. Б. Альгин [и др.] ; под общ. ред. В. Б. Альгина, В. Е. Старжинского. – Минск : Беларуская навука, 2017. – Гл. 11. – С. 326–343.

## Приложение А (справочное)

### Пример расчета двухзвенной СРП

**Исходные данные.** Рассчитать редуктор на основе СРП для передачи момента  $T_2 = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Диаметр корпуса редуктора  $D_k = 100 \text{ мм}$ . Передаточное отношение  $i = 12$ . Частота вращения ведущего вала  $n_1 = 2760 \text{ мин}^{-1}$ . Материал кулачков и роликов – сталь 40Х, термообработка – улучшение, твердость поверхности 230...260 НВ. Материал генератора и валов – сталь 45 с улучшением до твердости поверхности 220...240 НВ. Смазка – Литол-24. Степень точности изготовления основных деталей передачи – 7. Режим работы – кратковременный, реверсивный, возможны редкие пиковые перегрузки.

#### **Алгоритм расчета.**

1 Для сталей модуль упругости  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ . Предел текучести для стали 40Х  $\sigma_T = 700 \text{ МПа}$ , для стали 45  $\sigma_T = 450 \text{ МПа}$  [93, таблица 2.3].

Допускаемые контактные напряжения  $[\sigma_H]_3$  и  $[\sigma_H]_4$  для материалов кулачков, образующих многопериодную беговую дорожку, и роликов соответственно [93, примечание к таблице 2.4]

$$[\sigma_H]_3 = [\sigma_H]_4 = 2,8 \cdot \sigma_T = 2,8 \cdot 550 = 1540 \text{ МПа.} \quad (\text{А.1})$$

Допускаемые напряжения среза  $[\tau_s]_4$  для материала роликов принимаем как для болтов, поставленных без зазора, при переменной нагрузке:

$$[\tau_s]_4 = 0,2 \cdot \sigma_T = 0,2 \cdot 550 = 110 \text{ МПа.} \quad (\text{А.2})$$

Допускаемые напряжения смятия  $[\sigma_{см}]_2$  и  $[\sigma_{см}]_4$  для материала генератора и роликов определяем по справочной литературе [93, таблица 11.1]:  $[\sigma_{см}]_2 = [\sigma_{см}]_4 = 25 \text{ МПа}$ . Определяем допускаемые напряжения кручения для валов  $[\tau]$  по справочной литературе [93, с. 87]:  $[\tau] = 12 \text{ МПа}$ .

В качестве допускаемых контактных напряжений  $[\sigma_H]$  и напряжений смятия  $[\sigma_{см}]$  для передачи принимаем минимальные

значения, т. е.

$$[\sigma_H] = \min([\sigma_H]_3, [\sigma_H]_4) = 1960 \text{ МПа}; \quad (\text{A.3})$$

$$[\sigma_{см}] = \min([\sigma_{см}]_2, [\sigma_{см}]_4) = 25 \text{ МПа}. \quad (\text{A.4})$$

2 С учетом исходных данных принимаем значения коэффициентов трения в парах между ведущим валом и генератором  $f_1 = 0,02$ , между роликами и генератором  $f_2 = 0,05$ , между роликом и беговой дорожкой, образованной наружными кулачками,  $f_3 = 0,05$ , а также соответствующие углы трения  $\psi_1 = 0,02$ ,  $\psi_2 = 0,05$ ,  $\psi_3 = 0,05$ , вычисляемые по формуле  $\psi_i = \arctg(f_i)$ .

3 Оцениваем заданное значение передаточного отношения. Для обеспечения большей уравновешенности оно должно быть четным, что выполняется. Число периодов наружного кулачка

$$Z_3 = i_{12}^{(3)} - 1 = 12 - 1 = 11. \quad (\text{A.5})$$

Число роликов

$$n = 1 + Z_3 = 1 + 11 = 12. \quad (\text{A.6})$$

4 Предварительно определяем основные параметры передачи.

4.1 Радиус основной сферической поверхности

$$R \approx 0,4 \cdot D_k = 0,4 \cdot 100 = 40 \text{ мм}. \quad (\text{A.7})$$

4.2 Радиус сферического участка ролика (радиус сферической фрезы для изготовления беговой дорожки)

$$r_s \approx 0,05 \cdot D_k = 0,05 \cdot 100 = 5 \text{ мм}. \quad (\text{A.8})$$

4.3 Оптимальное значение амплитуды по критерию максимального КПД с округлением до ближайшего целого значения

$$A_o = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi_3}{2}\right) \cdot \pi \cdot R}{2 \cdot Z_3} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{0,05}{2}\right) \cdot 3,14 \cdot 40}{2 \cdot 11} = 6 \text{ мм}. \quad (\text{A.9})$$

#### 4.4 Угол наклона генератора

$$\Theta = A/R = 5/40 = 0,15 \text{ рад.} \quad (\text{A.10})$$

По графику на рисунке 2.7 значение ошибки мгновенного передаточного отношения  $\Delta i_{\max} = 0,8 \%$ . Поскольку  $\Delta i_{\max}$  превышает допустимое значение  $[\Delta i_{\max}] = 0,5 \%$ , уменьшаем амплитуду, установив  $A = 5 \text{ мм}$ .

$$\Theta = A/R = 5/40 = 0,125 \text{ рад.}$$

При этом  $\Delta i_{\max} = 0,5 \% \leq [\Delta i_{\max}]$ .

#### 4.5 Средние значения углов подъема центровых кривых

$$\alpha_{m1} = \arctg\left(\frac{2 \cdot A \cdot Z_1}{\pi \cdot R}\right) = \arctg\left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 1}{3,14 \cdot 40}\right) = 0,079; \quad (\text{A.11})$$

$$\alpha_{m3} = \arctg\left(\frac{2 \cdot A \cdot Z_3}{\pi \cdot R}\right) = \arctg\left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{3,14 \cdot 40}\right) = 0,719. \quad (\text{A.12})$$

5 Проводим силовой анализ передачи и предварительную оценку ее КПД.

5.1 Вращающий момент, действующий на генератор в плоскости, проходящей через оси роликов,

$$T_{2g} = \frac{T_2}{\cos(\Theta)} = \frac{T_2}{\cos(0,125)} = 60,47 \text{ Н}\cdot\text{м.} \quad (\text{A.13})$$

5.2 Коэффициент  $K_n \leq 1$ , учитывающий неравномерность распределения нагрузки по параллельным потокам мощности (телам качения),

$$K_n = 1,6 - 0,1 \cdot n_{st} = 1,6 - 0,1 \cdot 7 = 0,9, \quad (\text{A.14})$$

где  $n_{st}$  – степень точности изготовления деталей.

5.3 Определяем коэффициент преобразования параметров цилиндрических передач в эквивалентные параметры сферических  $K_{Nsf}$ :

$$K_{Nsf} = \left( 0,5 \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{A}{R} \right) \right) \right)^{-1} = \left( 0,5 \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{5}{40} \right) \right) \right)^{-1} = 1,004. \quad (\text{A.15})$$

5.4 Среднее значение отношения количества роликов, передающих нагрузку, к общему их числу в одной секции

$$K_p = 1 - \frac{r_s \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3}) \cdot \sin(\alpha_{m3})}{A} = 1 - \frac{5 \cdot \operatorname{tg}(0,719) \cdot \sin(0,719)}{5} = 0,423. \quad (\text{A.16})$$

5.5 Реакция, действующая на ролик со стороны генератора,

$$N_{m2} = \frac{T_{2g} \cdot K_{Nsf}}{R \cdot n \cdot K_p \cdot K_n} = \frac{60,47 \cdot 1,004}{40 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 0,423 \cdot 0,9} = 331,9 \text{ Н}. \quad (\text{A.17})$$

5.6 Осевая составляющая силы, действующей на генератор,

$$N_{zm1} = N_{m2} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{m3} - \psi_3) = 331,9 \cdot \operatorname{tg}(0,719 - 0,05) = 262,4 \text{ Н}. \quad (\text{A.18})$$

Реакция, возникающая между роликом и беговой дорожкой, образованной наружными кулачками,

$$N_{m3} = \frac{N_{m2}}{\sin(\alpha_{3m} - \psi_3) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{331,9}{\sin(0,719 - 0,05) \cdot \cos\left(\frac{3,14}{4}\right)} = 756,7 \text{ Н}. \quad (\text{A.19})$$

5.7 Средний КПД передачи предварительно

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m3} - \psi_3)}{\operatorname{tg}(\alpha_{m3})} = \frac{\operatorname{tg}(0,719 - 0,05)}{\operatorname{tg}(0,719)} = 0,903. \quad (\text{A.20})$$

5.8 Определяем вращающие моменты, действующие на ведущий и ведомый валы. Момент на ведомом валу задан ( $T_2 = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ).

Моменты на ведущем валу и корпусе

$$T_1 = \frac{T_2}{i_{12}^{(3)} \cdot \eta} = \frac{60}{12 \cdot 0,903} = 5,54 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad (\text{A.21})$$

$$T_3 = T_2 - T_1 = 60 - 5,54 = 54,46 \text{ Н}\cdot\text{м}. \quad (\text{A.22})$$

6 Проводим проектные прочностные расчеты.

6.1 Минимальный радиус ролика из условия прочности на контактную выносливость

$$\begin{aligned} r_{s\min} &= 0,5 \cdot \left( \sqrt{R^2 + 28620 \cdot R \cdot N_{m3}^{\frac{1}{2}} \cdot [\sigma_H]^{-\frac{3}{2}}} - R \right) = \\ &= 0,5 \cdot \left( \sqrt{40^2 + 28620 \cdot 40 \cdot 756,7^{\frac{1}{2}} \cdot 1540^{-\frac{3}{2}}} - 40 \right) = 3,028 \text{ мм}. \quad (\text{A.23}) \end{aligned}$$

Условие  $r_s \geq r_{s\min}$  выполняется. Приоритетное условие  $K_p \geq 0,4$  также выполняется (см. формулу (A.16)). Поэтому значение  $r_s = 5 \text{ мм}$  ( $d_s = 10 \text{ мм}$ ) сохраняем.

6.2 Наружный диаметр кулачков

$$D_{c\max} = 2 \cdot (R + r_s + \Delta k_c) = 2 \cdot (40 + 5 + 1) = 92 \text{ мм}, \quad (\text{A.24})$$

где  $\Delta k_s$  – конструктивный размер кулачка, взятый из диапазона  $\Delta k_s = 1 \dots 3 \text{ мм}$ .

Толщина стенки корпуса редуктора

$$\delta_k = 0,5 \cdot (D_k - D_{c\max}) = 0,5 \cdot (100 - 92) = 4 \text{ мм}. \quad (\text{A.25})$$

Условие  $\delta_k \geq 4 \text{ мм}$  выполняется.

Внутренний диаметр кулачков с округлением в меньшую сторону

$$D_{c\min} = 2 \cdot R \cdot \cos\left(\frac{A + r_s}{R}\right) = 2 \cdot 40 \cdot \cos\left(\frac{5 + 5}{40}\right) = 77 \text{ мм}. \quad (\text{A.26})$$

6.3 Диаметр стержня ролика  $d_{so} = d_s - (1 \dots 3) = 10 - 1 = 9 \text{ мм}$ .

Минимальную длину участка ролика, установленного в генераторе, исходя из напряжений смятия, с округлением в большую сторону определяем по формуле

$$l_r = \frac{N_{m2}}{d_{so} \cdot [\sigma_{cm}]} = \frac{331,9}{9 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^6} = 1,475 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 1,5 \text{ мм.} \quad (\text{A.27})$$

С учетом необходимости выполнения условия  $l_r \geq r_s$  принимаем  $l_r = 5 \text{ мм}$ .

6.4 Определяем средние диаметры ведущего (1) и ведомого (2) валов из условия прочности на кручение:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot 10^3}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{5,54 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 12}} = 13,2 \text{ мм};$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{60 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 12}} = 29,3 \text{ мм.}$$

Проектируем ведущий вал и принимаем диаметр выходного конца  $d_{1e} = 12 \text{ мм}$ , диаметр под подшипники  $d_{1n} = 15 \text{ мм}$ , диаметр под эксцентрик  $d_1 = 16 \text{ мм}$  (см. рисунок 6.2).

7 Проводим проверочные прочностные расчеты.

7.1 Проверочный расчет ролика по напряжениям среза

$$\tau_s = \frac{4 \cdot N_{3m}}{\pi \cdot d_{so}^2} = \frac{4 \cdot 756,7}{3,14 \cdot 9^2} = 11,9 \text{ МПа} \leq [\tau_s] = 110 \text{ МПа.} \quad (\text{A.28})$$

Условие прочности по напряжениям среза обеспечено.

7.2 Проверяем прочность поверхности беговой дорожки, образованной наружными кулачками, на контактные напряжения  $\sigma_H$ .

Сумма главных кривизн взаимодействующих тел

$$\Sigma \rho = \frac{2}{r_s} - \frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5 + 0,01} - \frac{1}{40 + 5} = 0,178 \text{ мм,} \quad (\text{A.29})$$

где  $\Delta r_s$  – положительная разница между радиусом профиля беговой дорожки и радиусом тела качения. Принимаем  $\Delta r_s = 0,01 \text{ мм}$ .

Отношение, учитывающее разность кривизн,

$$\Omega = \frac{\frac{1}{r_s + \Delta r_s} - \frac{1}{R + r_s}}{\Sigma \rho} = \frac{\frac{1}{5 + 0,01} - \frac{1}{40 + 5}}{0,178} = 0,996. \quad (\text{A.30})$$

Коэффициент  $\xi_q$ , зависящий от отношения  $\Omega$ ,

$$\begin{aligned} \xi_q = & 1,017 - 0,826 \cdot \Omega + 11,254 \cdot \Omega^2 - 67,467 \cdot \Omega^3 + 197,583 \cdot \Omega^4 - \\ & - 304,129 \cdot \Omega^5 + 235,207 \cdot \Omega^6 - 72,224 \cdot \Omega^7 = 1,017 - 0,826 \cdot 0,136 + \\ & + 11,254 \cdot 0,136^2 - 67,467 \cdot 0,136^3 + 197,583 \cdot 0,136^4 - \\ & - 304,129 \cdot 0,136^5 + 235,207 \cdot 0,136^6 - 72,224 \cdot 0,136^7 = 0,438. \quad (\text{A.31}) \end{aligned}$$

Проверяем условие контактной выносливости:

$$\begin{aligned} \sigma_H = & 863,6 \cdot \xi_q \cdot \sqrt[3]{N_{3m} \cdot \Sigma \rho^2} = \\ = & 863,6 \cdot 0,438 \cdot \sqrt[3]{756,7 \cdot 0,178^2} = 1091 \text{ МПа} \leq [\sigma_H] = 1960 \text{ МПа}. \quad (\text{A.32}) \end{aligned}$$

Условие контактной прочности выполняется.

8 Производим расчет геометрии ведущего узла с генератором.

8.1 Подбираем по ГОСТ 23360–78 стандартную призматическую шпонку с сечением 5 x 5 для соединения ведущего вала с диаметром  $d_1 = 16$  мм и эксцентрика. Высота шпоночного паза в эксцентрике  $t_2 = 2,3$  мм.

8.2 Минимальный диаметр эксцентрика

$$d_e = d_1 + 2 \cdot (t_2 + \Delta t_2) = 16 + 2 \cdot (2,3 + 3) = 26,6 \text{ мм}, \quad (\text{A.33})$$

где  $\Delta t_2 = 3$  мм – высота запаса толщины эксцентрика над шпоночным пазом, выбираемая из диапазона  $\Delta t_2 = 2 \dots 5$  мм. Округляем полученный диаметр эксцентрика до ближайшего большего значения, кратного пяти, и принимаем  $d_e = 30$  мм.

8.3 Подбираем радиально-упорные подшипники 36106К6 по ГОСТ 831–75 с диаметром отверстия 30 мм для установки на эксцентрик. Длина подшипника  $B_{пл} = 13$  мм, наружный диаметр его внутреннего кольца  $d_{пвн} = 39$  мм, наружный диаметр подшипника  $D_n = 55$  мм.

Проверяем условие:  $R - l_r = 40 - 5 = 35 \text{ мм} \geq 0,5 \cdot D_n = 0,5 \cdot 55 = 27,5 \text{ мм}$ . Условие выполняется.

Длина эксцентрика для установки двух подшипников

$$l_e = 2 \cdot B_{II} + \Delta b_{II} = 2 \cdot 13 + 3 = 29 \text{ мм}, \quad (\text{A.34})$$

где  $\Delta b_{II}$  – расстояние между подшипниками, выбираемое из предложенного диапазона 2...5 мм,  $\Delta b_{II} = 3$  мм.

#### 8.4 Диаметр стопорных шайб

$$d_{st} = 0,5 \cdot d_{II\text{вн}} = 0,5 \cdot 39 = 19,5 \text{ мм}. \quad (\text{A.35})$$

Принимаем минимальную толщину шайбы  $l_{st \text{ min}} = 3$  мм из возможного диапазона 2...5 мм.

#### 8.5 Определяем общую длину ведущего узла:

$$\begin{aligned} l_b &= 2 \cdot (l_{st \text{ min}} + d_{st} \cdot \text{tg}(\Theta)) + \frac{l_e}{\cos(\Theta)} = \\ &= 2 \cdot (3 + 19,5 \cdot \text{tg}(0,125)) + \frac{29}{\cos(0,125)} = 40 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

#### 8.6 Минимальная толщина стопорной шайбы

$$\begin{aligned} l_{st \text{ min}} &= B'C' = 0,5 \cdot \left( l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} - d_{st} \cdot \text{tg}(\Theta) \right) = \\ &= 0,5 \cdot \left( 40 - \frac{29}{\cos(0,125)} - 19,5 \cdot \text{tg}(0,125) \right) = 4 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

#### 8.7 Габаритный размер (максимальная толщина) стопорной шайбы

$$\begin{aligned} B''C'' &= 0,5 \cdot \left( l_b - \frac{l_e}{\cos(\Theta)} + d_{st} \cdot \text{tg}(\Theta) \right) = \\ &= 0,5 \cdot \left( 40 - \frac{29}{\cos(0,125)} + 19,5 \cdot \text{tg}(0,125) \right) = 7 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

8.8 Размер  $OB$  для создания параметрической модели при привязке ее к точке  $O$  (см. рисунок 6.2)

$$OB = \frac{0,5 \cdot l_e}{\cos(\Theta)} = \frac{0,5 \cdot 29}{\cos(0,125)} = 14,6 \text{ мм.} \quad (\text{A.39})$$

9 Рассчитываем параметры угловой муфты.

9.1 Принимаем радиус сферических выступов ведущей полумуфты  $r_m = r_s = 5$  мм.

9.2 Принимаем число сферических выступов полумуфты  $n_m = n = 12$ .

9.3 Длина кривошипа

$$L_k = 0,5 \cdot l_e + S_m = 0,5 \cdot 29 + 5 = 19,5 \text{ мм,} \quad (\text{A.40})$$

где  $S_m$  – толщина ведущей полумуфты. По приведенной в методике рекомендации принимаем  $S_m = r_m = 5$  мм.

9.4 Радиус расположения центров сферических выступов на ведущей полумуфте

$$L_r \leq \frac{0,5 \cdot D_{c\min} - L_k \cdot \sin(\Theta)}{\cos(\Theta)} - r_s = \frac{0,5 \cdot 77 - 19,5 \cdot \sin(0,125)}{\cos(0,125)} - 5 = 31 \text{ мм.} \quad (\text{A.41})$$

Принимаем  $L_r = 31$  мм.

9.5 Расстояние от точки  $O$  до торца ведомой полумуфты вдоль оси  $Oz$

$$\begin{aligned} L_o &= L_k \cdot \cos(\Theta) + L_r \cdot \sin(\Theta) + r_m \cdot \sin(\Theta) = \\ &= 19,5 \cdot \cos(0,125) + 31 \cdot \sin(0,125) + 5 \cdot \sin(0,125) = 24 \text{ мм.} \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

9.6 Максимальное значение наружных диаметров полумуфт

$$\begin{aligned} D_{m\max} &= 2 \cdot (L_k \cdot \sin(\Theta) + (L_r + r_m) \cdot \cos(\Theta)) = \\ &= 2 \cdot (19,5 \cdot \sin(0,125) + (31 + 5) \cdot \cos(0,125)) = 76 \text{ мм} \leq D_{c\min} = 77 \text{ мм.} \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

Вследствие недогруженности СРП по контактным напряжениям (формула (A.32)) и напряжениям среза (формула (A.28)) для передачи заданной нагрузки можно рекомендовать изготавливать сферические кулачки из более дешевой стали 45.

## Приложение Б (справочное)

### Алгоритмы компьютерного моделирования ППТК в системе NX

**Введение.** NX (прежнее название Unigraphics) является мощной CAD-, CAM-, CAE-системой, разрабатываемой компанией Siemens PLM Software. Белорусско-Российский университет приобрел академическую лицензию на использование версии 8.5 данного продукта в 2012 г. Применение NX в учебном процессе и СНИР существенно повысило уровень подготовки специалистов машиностроительного профиля.

В представленном разделе рассмотрены алгоритмы и методики моделирования передач с промежуточными телами качения в системе NX, которые были разработаны в процессе многолетнего использования данного программного продукта. Ознакомиться с основами моделирования и применения NX можно в учебной литературе, например [122–124], а также посредством интерактивной справки в самой программе. Приведенные в разделе примеры призваны сократить время на освоение NX при моделировании ППТК, т. к. в процессе проектирования этих механизмов возникают специфические задачи, требующие решения. Данный раздел рекомендуется, в частности, к изучению аспирантам, только начинающим ознакомление с ППТК, студентам, привлекаемым к СНИР по тематике, связанной с механическими передачами.

Приведенный материал относится к англоязычной версии NX, версии 11.0 (лицензия на использование приобретена Белорусско-Российским университетом в 2017 г.). Рассматривается работа в модуле CAD и частично CAE. Как и любая САПР «тяжелого» уровня, система NX предполагает многочисленные варианты достижения одной и той же цели. Поэтому авторы справедливо полагают, что для решения некоторых задач, приведенных в данном разделе, пользователи NX, возможно, могут предложить более эффективные решения.

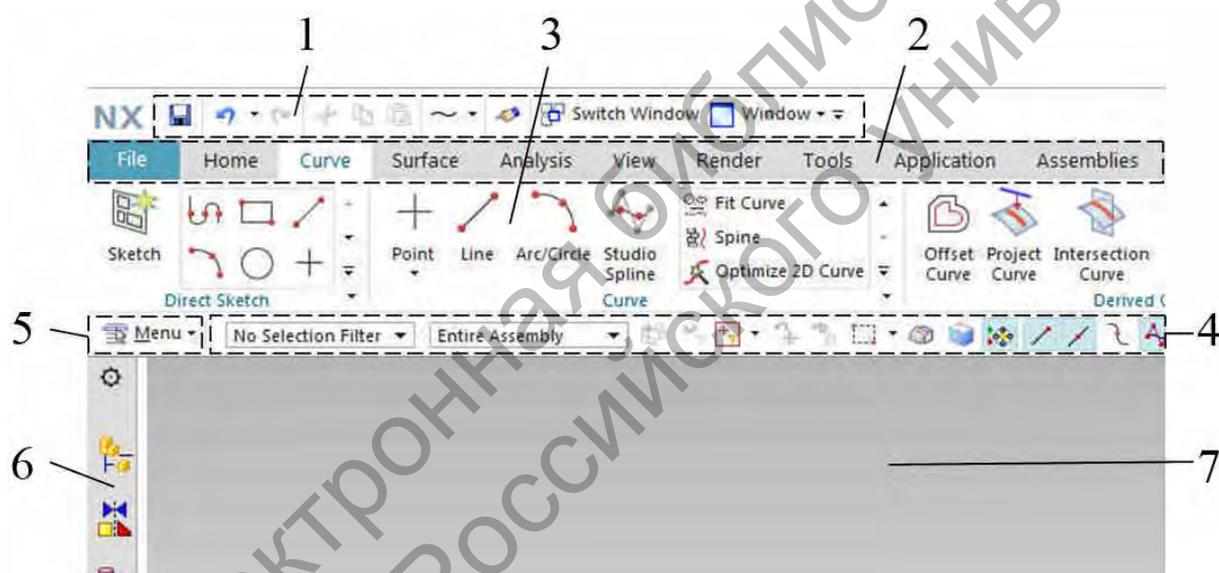
**Построение центровых кривых кулачковых профилей.** Предположим, необходимо построить многопериодную цилиндрическую синусоиду (кривые на сферических поверхностях строятся аналогично). Пространственная кривая описывается параметрическими уравнениями

$$x(t) = R \cdot \cos(t); \quad y(t) = R \cdot \sin(t); \quad z(t) = A \cdot \sin(Z \cdot t), \quad (\text{Б.1})$$

где  $R$  – радиус образующей окружности цилиндрической поверхности;  $A$  – амплитуда кривой;  $Z$  – число периодов кривой;  $t$  – параметр, обозначающий центральный угол, отсчитываемый в плоскости, перпендикулярной оси  $Oz$ , и изменяющийся от 0 до  $2 \cdot \pi$ .

Заданы следующие значения параметров кривой:  $R = 40$  мм,  $A = 10$  мм,  $Z = 4$ , а также диаметр тела качения  $d_s = 6$  мм.

При запуске программы активируется базовый модуль NX. Для создания файла модели необходимо выполнить команды **File** → **New** → **OK**, указывая при этом место его расположения. Интерфейс базового модуля NX показан на рисунке Б.1.



1 – панель быстрого доступа; 2 – строка меню; 3 – панель инструментов; 4 – панель выбора; 5 – меню; 6 – панель ресурсов; 7 – графическое окно программы

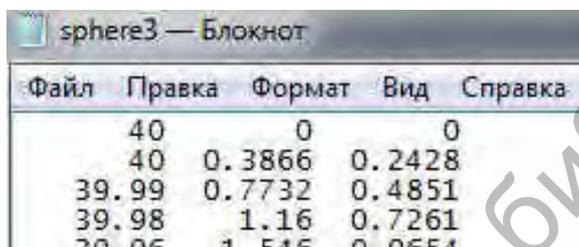
Рисунок Б.1 – Элементы интерфейса базового модуля NX

Одним из решений является описание параметрических уравнений пространственной кривой в программе математического анализа Mathcad (или в аналогичной программе), там же осуществляется формирование файла с массивом координат точек и экспорт этого файла в NX. Файл должен иметь расширение \*.dat (рисунок Б.2, а).

Рассмотрим требования к dat-файлам. Координаты располагаются

в три ряда (координаты  $x$ ,  $y$  и  $z$ ), числа отделены одним пробелом. Важным условием является совпадение координат первой точки (первая строка) и последней точки (последняя строка) для замкнутых пространственных кривых, как в данном случае. Разделительный знак в числах – точка. Задавать шаг вычислений нужно таким образом, чтобы избежать соседних точек с одинаковыми координатами с учетом округления (в рассматриваемом случае до трех цифр после запятой). При слишком большом шаге вычислений сплайн превратится в ломаную линию. Исходя из опыта моделирования в NX рекомендуется 500...1000 точек для создания сплайна при диаметре корпуса передачи 30...200 мм.

а)



б)



а – файл с координатами; б – иконка для вставки сплайна в файл

Рисунок Б.2 – Вставка сплайна в файл модели

Управляющим параметром в программе являлось число точек. По данным точкам строится сплайн (замкнутая кривая, которая выступала центральной кривой кулачковых профилей) следующим образом. Создается новый файл модели **File** → **New** → **OK**. Далее – **Menu** → **Insert** → **Curve** → **Spline (to be retired)**. Последняя команда должна быть представлена иконкой, показанной на рисунке Б.2, б.

Данная иконка, как правило, отсутствует изначально в инструментальной панели и не наблюдается в разделе **Curve** в меню. Для ее отображения на свободном поле панели инструментов (см. рисунок Б.2) нажимаем правой клавишей мыши, в выпадающем меню выбираем **Customize**. В появившемся окне во вкладке **Commands** в разделе **Categories** должны быть подсвечены **All commands**. В строке поиска **Search** набираем **Spline** и перетаскиваем появившийся значок (см. рисунок Б.2, б) на панель инструментов.

После нажатия на этот значок указываем на нужный файл по за-

вершении выполнения команд **Through Points** → **Points from File** (при обязательно установленной метке рядом с заголовком **Closed curve**).

Недостатком данного метода являлось частое появление ошибок при построении беговой дорожки, например с использованием инструмента **Tube**. При малом числе точек нарушалась плавность кривой. При большом числе точек в массиве появлялись точки с одинаковыми координатами (при округлении до определенного числа знаков после запятой). Это приводило к неопределенности при построении моделей твердых тел и ошибке программы.

Более удобным способом является составление параметрических уравнений непосредственно в NX [125]. Его алгоритм приведен далее.

1 Создаем новый файл модели в NX.

2 На панели инструментов закладки **Tools** (из строки меню) активируем команду **Expressions** (рисунок Б.3).

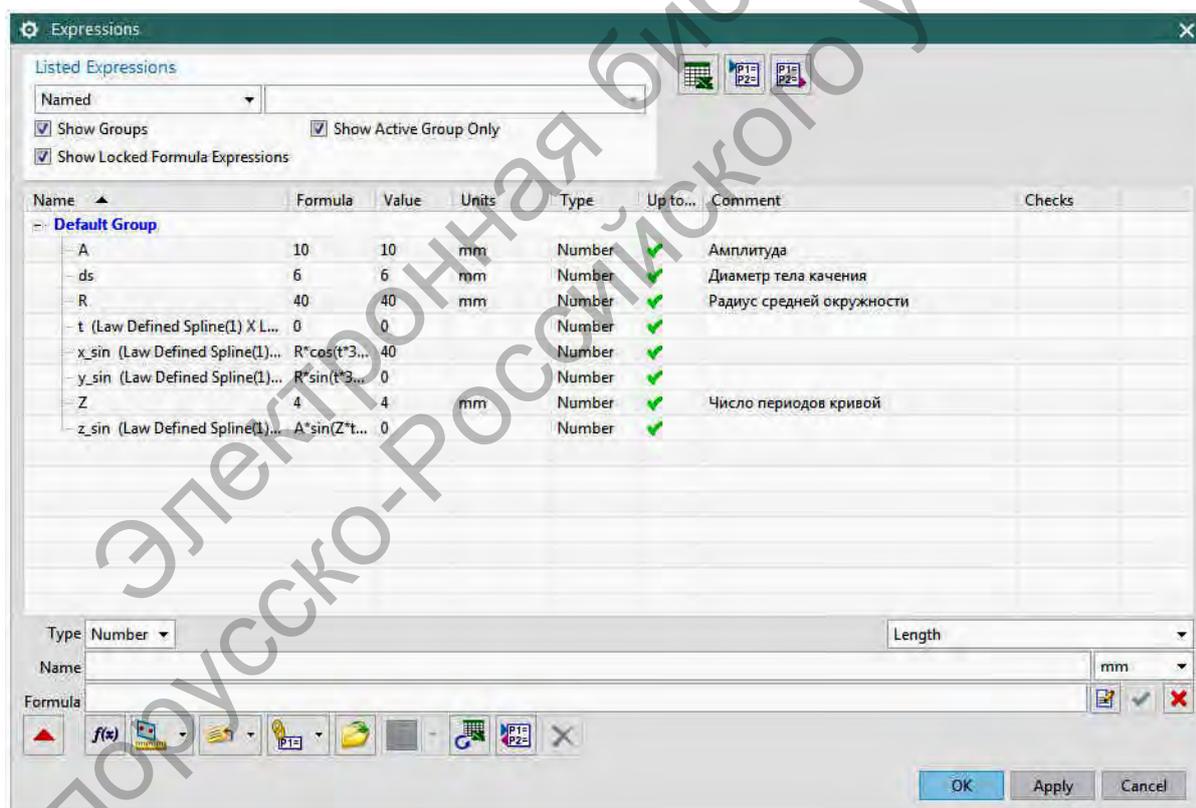


Рисунок Б.3 – Описание постоянных и выражений

В открывшемся диалоговом окне сначала описываются постоянные ( $A$ ,  $Z$ ,  $R$ ,  $ds$ ), затем – начальное значение параметра  $t$ , далее – параметрические уравнения. Обязательным является задание начально-

го значения параметра ( $t = 0$ ) перед составлением параметрических уравнений кривой.

При описании параметрических уравнений нужно учесть, что параметр  $t$  в NX изменяется от 0 до 1. Так как в рассматриваемом случае он является углом и по умолчанию единицами измерения установлены градусы, параметры  $x\_sin$ ,  $y\_sin$  и  $z\_sin$  описываются  $R*\cos(t*360)$ ,  $R*\sin(t*360)$  и  $A*\sin(Z*t*360)$  соответственно.

3 Для вставки кривой в файл модели выполняем команды **Insert** → **Curve** → **Law Curve (XYZ)**. В открывшемся окне (рисунок Б.4) необходимо указать заданные названия параметрических функций  $x\_sin$ ,  $y\_sin$ ,  $z\_sin$  (по умолчанию предлагаются функции  $xt$ ,  $yt$ ,  $zt$ ). Завершает построение команда **OK**.

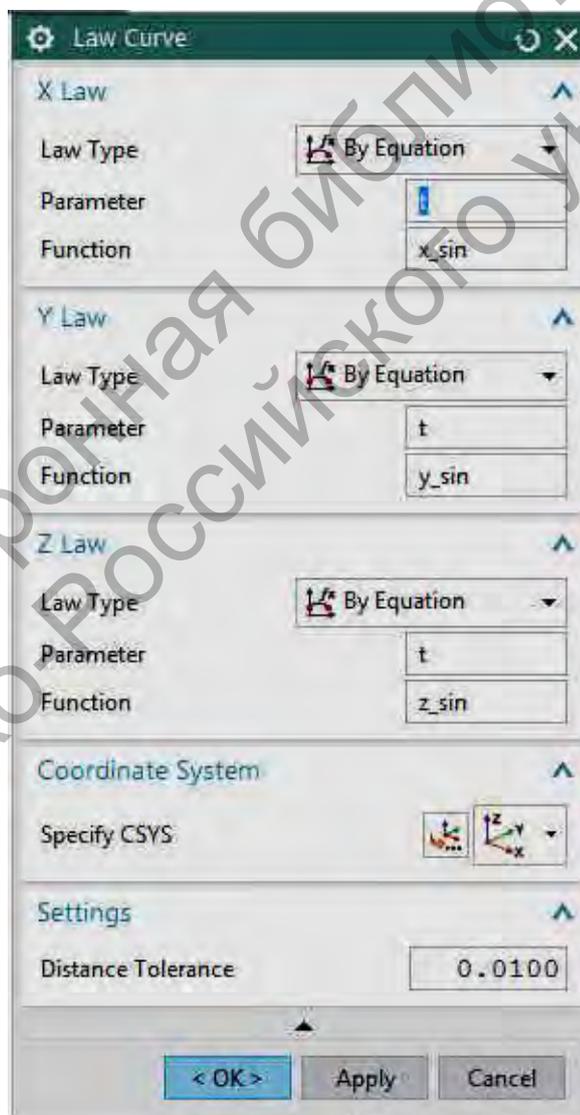


Рисунок Б.4 – Диалоговое окно команды вставки сплайна по параметрическим уравнениям

Результат построения кривой показан на рисунке Б.5.

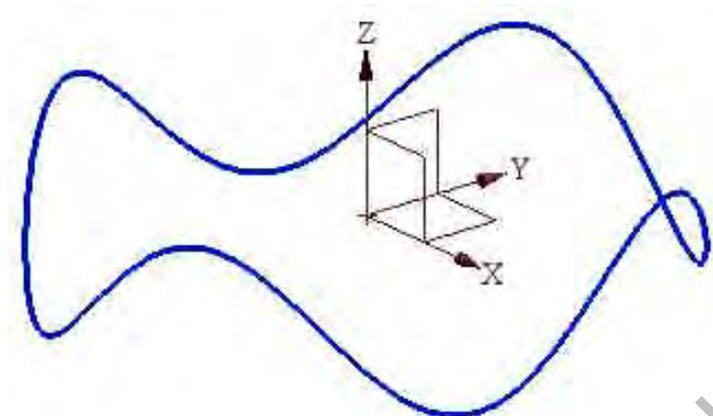
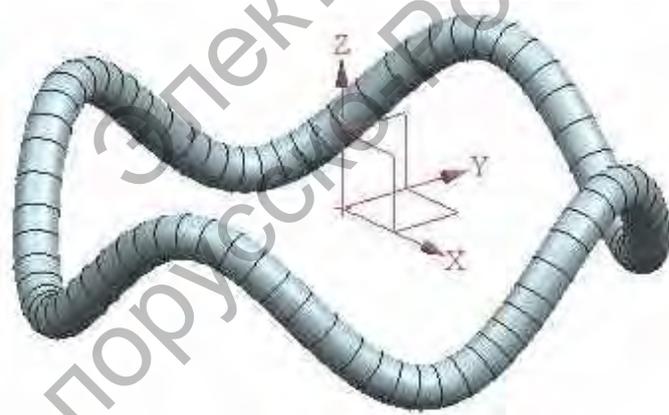


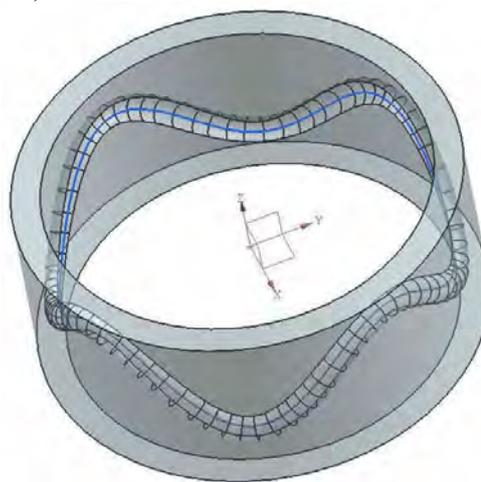
Рисунок Б.5 – Четырехпериодная синусоида в файле модели

**Моделирование беговых дорожек.** После применения команд **Menu** → **Insert** → **Sweep** → **Tube** (наружный диаметр устанавливается равным 6 мм, внутренний равен нулю) получим тело (рисунок Б.6, а). После вычитания этого тела с помощью команды **Subtract** из тела заготовки трубчатой формы (которая должна быть построена до или после построения объема, показанного на рисунке Б.6, а) имеем требуемый результат (рисунок Б.6, б).

а)



б)



а – вычитаемый из тела заготовки объем; б – конечный результат моделирования

Рисунок Б.6 – Моделирование беговой дорожки

Таким образом, в приведенном примере была смоделирована наружная обойма синусошариковой передачи [17].

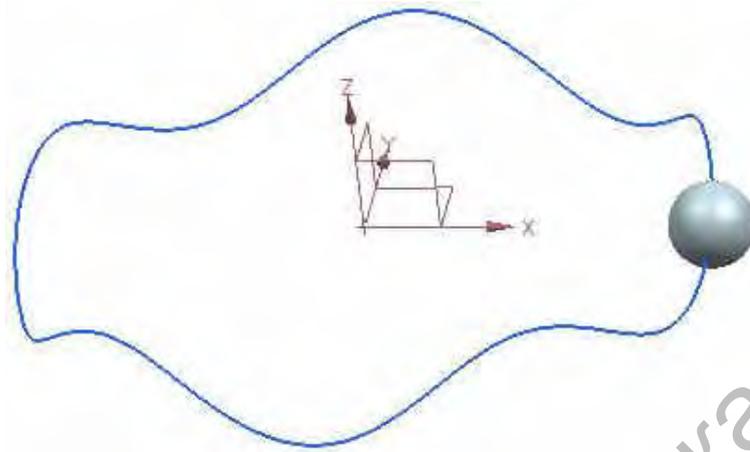
Показанный способ моделирования беговой дорожки путем формирования удаляемого из тела заготовки объема с помощью команды **Tube** не всегда приводит к желаемому результату. При увеличении угла подъема центровых кривых, т. е. соотношения параметров передачи  $A/R$  и чисел периодов  $Z$ , наступает момент, когда программа не может сформировать тело на основе построения центральной кривой и сообщает об ошибке. Это связано с явлением «самопересечения» профиля, когда при прохождении центром масс некоего образующего беговую дорожку сферического тела вершин кривой получающаяся эквидистантная поверхность пересекает сама себя.

Появившийся в версии 11.0 инструмент **Swept Volume** не исправил ситуацию. Результаты его применения показывают, что данная команда равнозначна команде **Tube** и приводит к ошибкам построения при достижении определенных значений углов подъема кривых. Возможно, ошибки возникают только при решении конкретной описываемой задачи. В связи с этим предлагается малопроизводительный, но надежный алгоритм, позволяющий моделировать беговые дорожки с практически любым сочетанием геометрических параметров.

После построения центральной кривой выполняются команды **Menu** → **Insert** → **Design Feature** → **Sphere**. В появившемся диалоговом окне устанавливаем диаметр сферы равным диаметру тела качения. Рядом с заголовком **Specify Point** активируем **Point Dialog** и в системе **Absolute – Work part** устанавливаем координаты центра масс шарика. Он должен однозначно находиться на созданной кривой. В качестве вариантов: указать левой клавишей мыши произвольную точку, принадлежащую кривой; указать координаты первой точки в dat-файле (если файл создавался); рассчитать координаты точки по параметрическим уравнениям, подставив некоторое значение параметра  $t$ , например,  $t = 0$ . Результаты вставки показаны на рисунке Б.7, а.

Далее выполняются команды **Menu** → **Insert** → **Associative Copy** → **Pattern Feature**. В открывшемся диалоговом окне в качестве объекта (**Select Feature**) выбираем шар. Во вкладке **Pattern Definition** рядом с заголовком **Layout** устанавливаем **Along**. Выбираем центральную кривую в качестве направляющей (**Select Path**).

а)



б)



в)

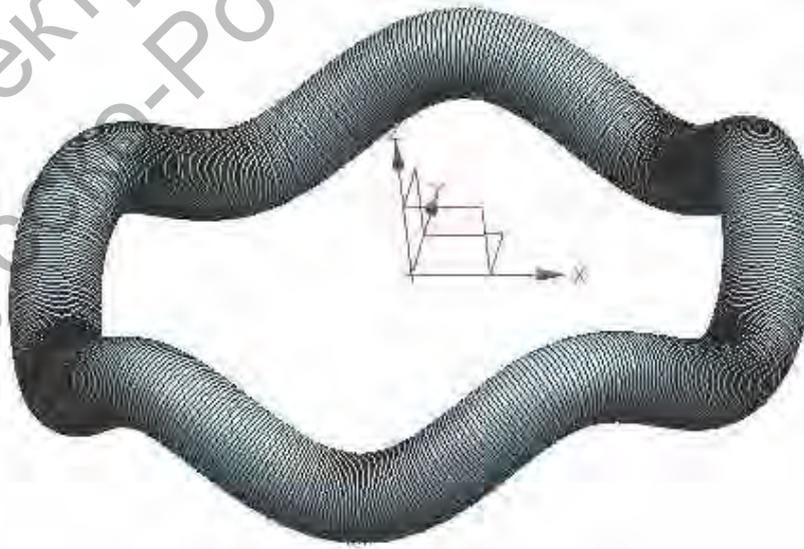


Рисунок Б.7 – Моделирование беговой дорожки с помощью массива тел сферической формы

Параметры вставки массива в выбранном направлении **Direction 1** следующие.

**Path Method – Offset.**

**Spacing – Count and Span.**

**Count – 600** (это один из важнейших параметров – число элементов массива  $N$ ).

**Location – % Arc Length.**

**% Span By – 100.**

Выполняем команду **OK**. Результат моделирования показан на рисунке Б.7, б.

В строке меню выбираем вкладку **Home**; на панели инструментов ниже вкладки – булеву операцию **Unite**. В качестве результата (**Target**) кликом левой клавиши мыши выбираем одно из сферических тел. Контролируем, чтобы число выбранных тел было равно единице (**Select Body (1)**). Далее, зажав левую клавишу мыши, очерчиваем контур прямоугольника так, чтобы он охватил всю фигуру в рабочем окне. При этом с определенной задержкой во вкладке **Tool** рядом с заголовком **Select Body** должно быть указано  $N - 1$  тел. В рассматриваемом примере – 599. После команды **OK** будет получен желаемый результат (рисунок Б.7, в).

Дальнейшие действия вычитания объема из тела заготовки аналогичны указанным в алгоритме построения беговой дорожки с помощью команды **Tube**.

**Моделирование кулачков роликовых передач.** Алгоритм проектирования беговых дорожек для роликов является более сложным. В качестве примера рассмотрим моделирование внутренних кулачков, образующих однопериодную беговую дорожку на ведущем звене передачи. Чертеж кулачка приведен на рисунке Б.8. Предварительно в программе Mathcad формируются два файла: **cam1\_in.dat** и **cam1\_out.dat**. Эти файлы представляют собой массивы координат двух сплайнов (внутреннего и наружного). Параметры  $A$  и  $Z$  у двух сплайнов одинаковые. Средние радиусы кривых  $R_1$  и  $R_2$  рассчитаны таким образом, чтобы диаметры  $D_1 = 2 \cdot R_1$  и  $D_2 = 2 \cdot R_2$  были на некоторую величину (2 мм) больше и меньше внутреннего  $D_{in}$  и наружного  $D_{out}$  диаметров кулачков соответственно.

Импорт сплайнов осуществляется, как и ранее, в блоке **Modeling** выполнением набора команд **Spline (to be retired) → Through Points → Points from File** (при установленной метке **Closed Curve**).

Производится выбор файла **cam1\_in.dat**. После выполнения команды **ОК** → **ОК** необходимо закрыть окно **Spline Trough Points**, т. к. при очередном нажатии **ОК** сплайн импортируется еще один раз.

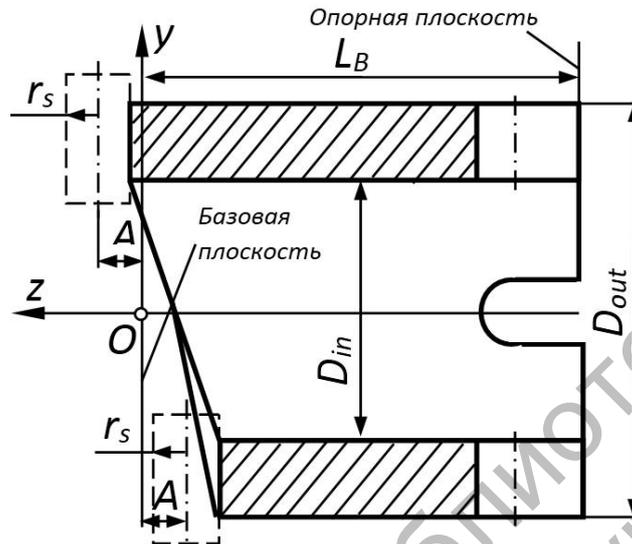


Рисунок Б.8 – Эскиз внутреннего кулачка

Данную операцию нужно повторить для сплайна с координатами в файле **cam1\_out.dat**. Замечание: файлы с координатами должны быть на дисках и в директориях с отсутствием пробелов и букв кириллицы в заголовках. После импортирования кривые будут иметь вид, представленный на рисунке Б.9, а.

Формируем поверхность расположения осей инструмента набором следующих команд:

**Menu** → **Insert** → **Mesh Surface** → **Ruled**.

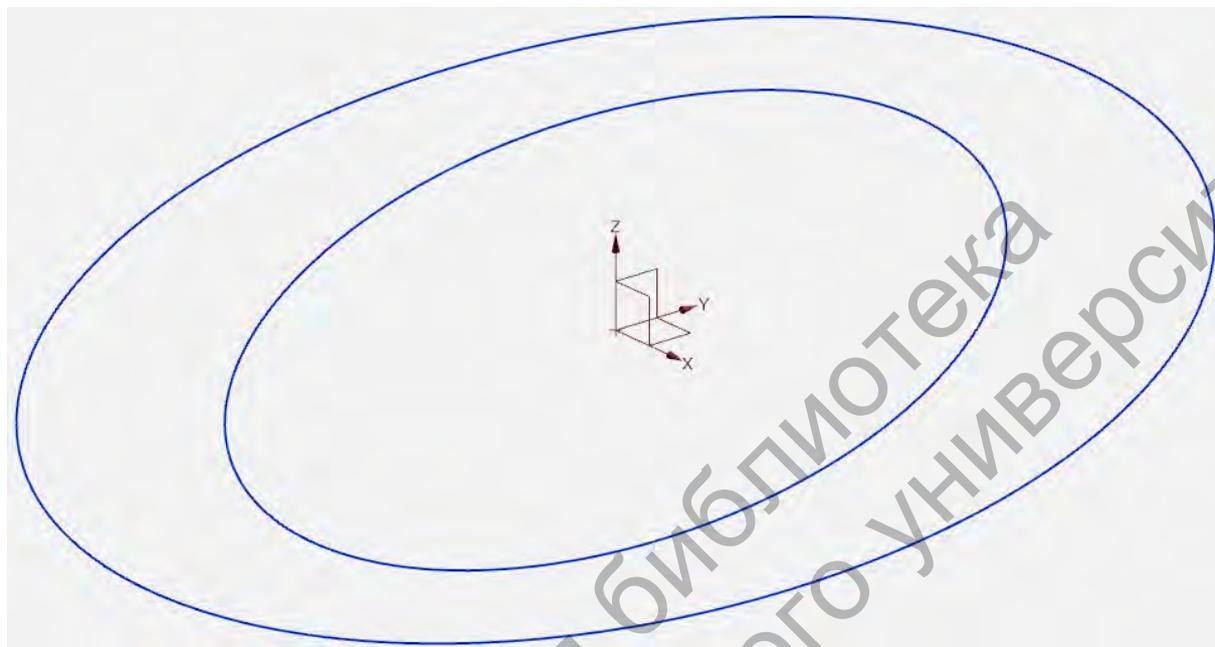
В появившемся диалоговом окне **Ruled** в качестве **Section String 1** выбираем один из сплайнов, в качестве **Section String 2** – другой. Необходимо проконтролировать, чтобы векторы, появившиеся на сплайнах после их выбора, имели одинаковое направление. Данный параметр может регулироваться меткой рядом с заголовком **Reverse Direction**. После подтверждения командой **ОК** получим требуемую поверхность (рисунок Б.9, б).

Формируем рабочую поверхность кулачка набором команд **Menu** → **Insert** → **Offset/Scale** → **Offset Surface**.

В качестве базовой поверхности (**Offset Face**) выбираем полученную ранее поверхность. В качестве расстояния (**Offset 1**) установ-

ливаем величину радиуса ролика, контактирующего с внутренним кулачком  $r_s$ . После команды **OK** имеем требуемую поверхность.

а)



б)



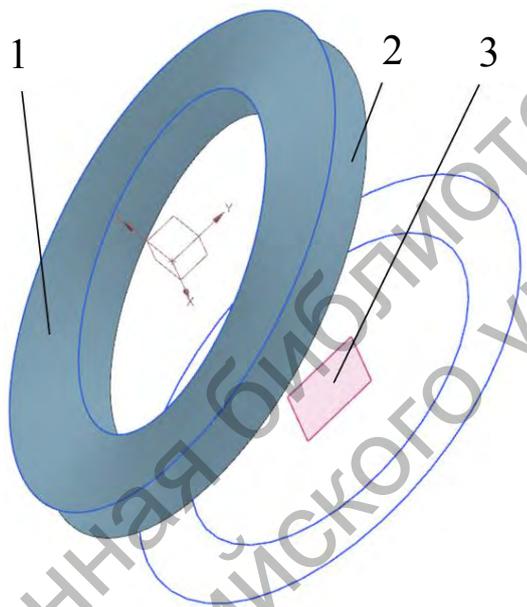
а – два импортированных сплайна; б – сформированная поверхность

Рисунок Б.9 – Формирование плоскости движения оси инструмента

Далее строим эскиз опорной поверхности кулачка.

**Menu** → **Insert** → **Sketch in Task Environment**.

Параметры эскиза: **On Plane** (по умолчанию), **Plane Method** – **Create Plane**. В качестве исходной выбираем плоскость  $xOy$ . Устанавливаем расстояние расположения плоскости от исходной (**Distance**), равное  $L_B$  (см. рисунок Б.8), в направлении, обратном направлению оси  $Oz$ . На полученной плоскости изображаем эскиз – две окружности с диаметрами  $D_{in}$  и  $D_{out}$  (рисунок Б.10).



1 – поверхность расположения осей инструмента при изготовлении дорожки; 2 – рабочая поверхность кулачка; 3 – плоскость эскиза

Рисунок Б.10 – Схема к построению однопериодного кулачка

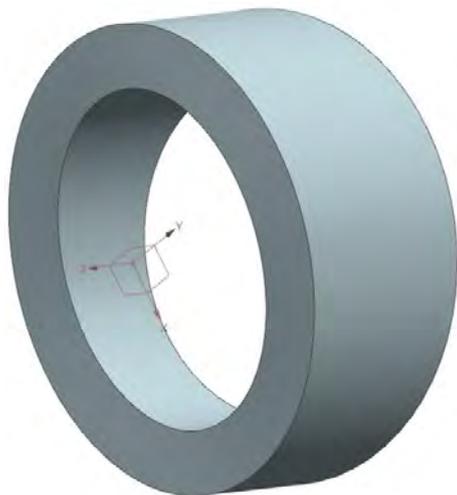
С помощью команд **Menu** → **Insert** → **Design Feature** → **Extrude** (либо непосредственно командой **Extrude** на панели инструментов в закладке **Home**) «вытягиваем» эскиз с параметром **End**, определенным в диалоговом окне операции как **Until Selected**, и выбранной рабочей поверхностью кулачка 2 на рисунке Б.10 в качестве предела вытягивания.

После проведенных операций и скрытия определенных элементов передачи (правая клавиша мыши – **Hide**) получим модель кулачка (рисунок Б.11, а). По завершении дополнительных операций (пазы, фаски) имеем модель кулачка в окончательном виде (рисунок Б.11, б).

Представленный алгоритм позволяет также проектировать кулач-

ки с многопериодным периодическим профилем как цилиндрических, так и сферических передач.

а)



б)



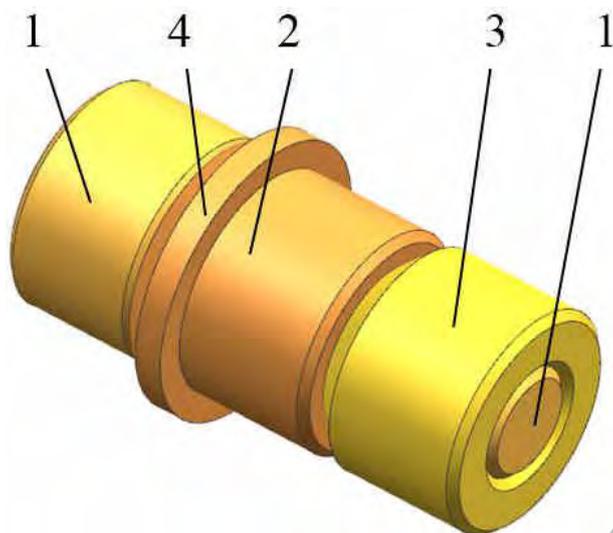
а – модель после операции «вытягивания» поверхности; б – окончательный вид модели кулачка

Рисунок Б.11 – Модель однопериодного кулачка роликовой передачи

**Алгоритм вставки системы составных роликов в сборку.** Данная задача актуальна, в частности, при моделировании трехзвенных ППТК с составными роликами [126]. Вставка тел качения в модель сборки передачи не представляла трудностей при использовании в модели передачи тел качения в виде шариков, имеющих центр симметрии. Достаточно было указать координаты центра масс, рассчитанные в программах математического анализа, наряду с координатами точек центровых кривых. Решение данной задачи для роликов, тем более составных, занимает очень много времени при последовательной вставке тел качения в сборку и последующем выравнивании, наложении связей, ограничений и т. д.

Был предложен более эффективный алгоритм. Сначала формируется файл сборки ролика **Rolic\_1.prt**, состоящего из трех элементов: стержня и двух втулок (рисунок Б.12).

Ролик, состоящий из трех элементов, вставляется в сборку редуктора с условием **Select Origin**. В качестве центра вставки выбирается одна из  $n$  точек-центров с координатами, полученными в математической программе.



1 – стержень; 2 – втулка, контактирующая с сепаратором; 3 – втулка, контактирующая с наружным кулачком; 4 – стабилизационный пояс, предотвращающий перекося оси ролика

Рисунок Б.12 – Модель составного ролика

В системе NX с помощью команды **Pattern Component** образуется круговой массив из  $n$  роликов относительно оси  $Oz$  с равным шагом  $360^\circ/n$ . Только один из роликов (первоначально вставленный) занимает правильное положение, остальные нужно смещать, но лишь относительно оси  $Oz$ .

В диалоговом окне **Selection Scope** устанавливаем режим **Within Work Part And Components**. Выбираем один из роликов (любой, кроме первоначально вставленного). Правой клавишей вызываем меню, из которого выбираем **Make Unique**. Выполняем команду **Name Unique Parts**, переименовываем файл **Rolic\_2.prt (Enter)** и сохраняем в том же каталоге (**Folder**), что и файл **Rolic\_1.prt**. Дважды указываем **OK**. Аналогичную операцию проделываем с остальными роликами в сборке. Изменения вступят в силу (образуются новые файлы и возможны будут дальнейшие необходимые операции) только после сохранения файла сборки.

В диалоговом окне **Selection Scope** переходим в режим **Entire Assembly**. Выбираем одну из втулок ролика № 2 и правой клавишей мыши – команду **Move**. Важно, чтобы изображение остальных деталей редуктора обесцветилось. В диалоговом окне **Move** выбираем строку **Components To Move** и поочередно выделяем две другие

втулки ролика так, чтобы в строке **Selected Elements** было три элемента. В строке **Motion** устанавливаем вид **Distance**. В качестве вектора устанавливаем вектор  $z$ . Задаем рассчитанное значение перемещения (с учетом знака), далее следуют команды **Enter**, **OK**. С помощью команды **Work On Assembly** восстанавливаем полную видимость объектов в сборке.

По аналогичному алгоритму перемещаем все ролики, которые необходимо переместить вдоль оси  $Oz$ . Результат моделирования показан на рисунке Б.13.

Данный алгоритм позволяет использовать ролики в дальнейшем для моделирования движения и взаимодействия с другими деталями передачи. При этом изначально моделируется только одна сборка ролика, а в модели редуктора все составляющие будут двигаться независимо друг от друга, с учетом наложенных связей и действующих сил. Также алгоритм обеспечивает точность позиционирования каждого ролика в сборке.



Рисунок Б.13 – Система составных роликов в сборке передачи

**Работа в модуле Simulation – Motion.** Блок **Simulation** системы NX используется для компьютерного инженерного анализа (CAE), модуль **Motion** – для кинематического и динамического анализа механизмов. Переход к нему осуществляется посредством вкладки **Application** строки меню. Наименование файла сборки появляется на панели ресурсов (см. рисунок Б.1) во вкладке **Motion navigator**. При нажатии правой клавиши мыши активируется команда

**New Simulation**, которую и выбираем. Устанавливаем в окне **Environment** динамический тип анализа, предлагаемый по умолчанию. Создается новая симуляция движения с заданным именем. При сохранении файла в последующем эту симуляцию можно активировать правой клавишей мыши командой **Make work**.

Дальнейшая работа осуществляется в несколько этапов. Сначала все детали, участвующие в движении, заново обозначаются как звенья механизма (команда **Link**). Затем устанавливаются шарниры и сочленения (команда **Joint**), соединители (раздел **Connector**, в частности, широко используемая команда **3-D Contact**), задаются при необходимости силовой анализа нагрузки (группа команд **Load**).

Запуск симуляции на расчет производится нажатием правой клавиши мыши на название симуляции (например, **Motion\_1**) в навигаторе движения (**Motion Navigator**) панели ресурсов. Далее следует активировать команду **New Solution**.

Часто при исследовании кинематических параметров необходимо обеспечить скачкообразное изменение скорости (или другого параметра) при исследовании движения ППТК в модуле **Motion** системы NX. Это позволяет реализовать функция **STEP**. Рассмотрим вращательный шарнир (**Revolute joint**). В диалоговом окне **Joint** в закладке **Driver** устанавливаем **Function** в основной вкладке задания движения. Предположим, функция **STEP** применяется для задания определенного закона скорости вращения вала, поэтому задаем **Function data type – velocity**. В выпадающем меню заголовка **Function** выбираем **Function manager** → **New** (активная иконка в виде графика). В выпадающем меню с заголовком **Insert** выбираем **Motion-functions**, находим функцию **STEP**.

Синтаксис функции имеет следующий вид.

$STEP(x, x_0, h_0, x_1, h_1)$ , где  $x$  – аргумент функции (как правило, время);  $x_0$  – начальное значение аргумента для скачка;  $x_1$  – конечное значение аргумента для скачка;  $h_0$  – начальное значение переменной;  $h_1$  – конечное значение переменной.

Выражение  $STEP(TIME, 2, 30, 4, 90)$  означает, что при значении времени  $t = 2$  с скорость вала составляет 30 град/с. При  $t = 4$  с скорость вала становится равной 90 град/с. Программа позволяет сделать данный переход плавным на протяжении интервала  $t = 2 \dots 4$  с.

В случае, если необходимо обеспечить на некотором интервале времени несколько скачков скорости, используется операция сумми-

рования функций. Например:

$\text{STEP}(\text{TIME}, 2, 30, 4, 90) + \text{STEP}(\text{TIME}, 7, 0, 7.01, 180)$ .

Результат выполнения данной команды показан на рисунке Б.14.

Если рассматривать отдельно функцию  $\text{STEP}(\text{TIME}, 7, 0, 7.01, 180)$ , то до седьмой секунды вал будет неподвижен, а в течение интервала  $t = 7,00 \dots 7,01$  с произойдет скачок скорости от 0 до 180 град/с. Если произвести суммирование указанных двух законов, то получим первый скачок скорости без изменений, а второй скачок скорости на седьмой секунде движения (с учетом уже установленной скорости 90 град/с после четвертой секунды) приведет к установлению значения скорости 270 град/с ( $180+90$ ).

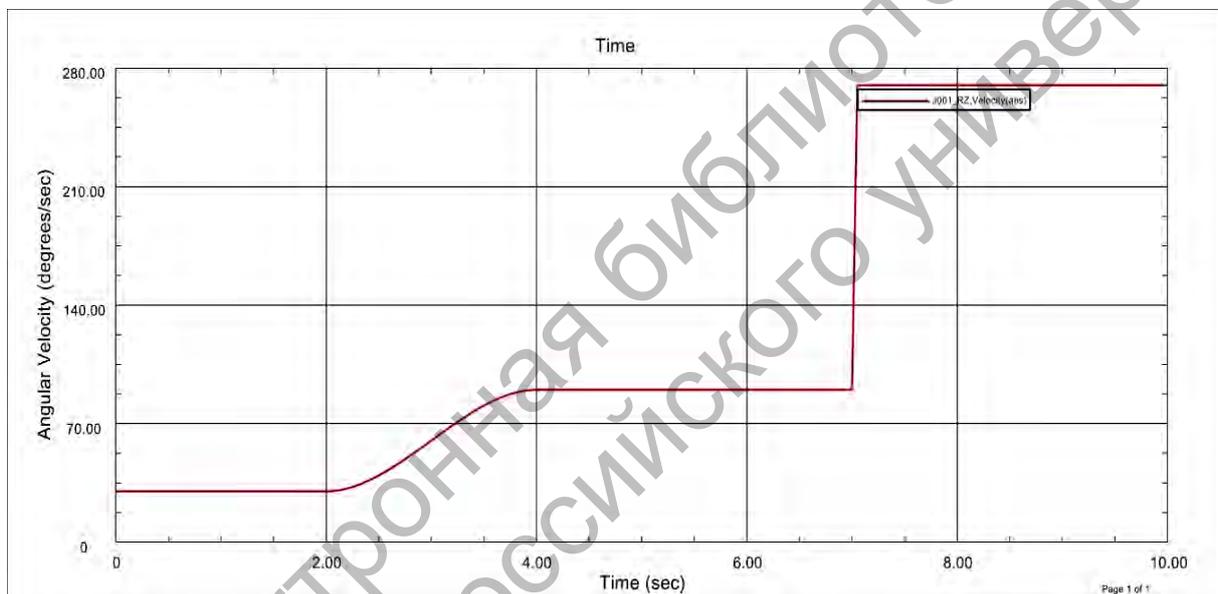


Рисунок Б.14 – График изменения скорости вала

Изменять скорость и перемещение можно и с учетом отрицательных значений этих параметров. Причем установлено, что если скорость была 90 град/с и задано скачкообразное изменение  $-90$  град/с, среднее значение скорости будет равно нулю, однако это значение характеризуется нестабильностью.

## Приложение В (справочное)

### Текст программы для изготовления многопериодных сферических кулачков на станке ТМ1 фирмы HAAS

```

%
O12345
T2 M06
G90 G54 G00 X0. Y0.
S3000 M03
G43 H02 Z0.

#101= 5. (A)
#102= 43. (R)
#103= 9. (Z)

#104= 0.5 (DPHI)
#105= 5. (CUTTER RADIUS)
#106= 0.1 (FINISH DEPTH)
#107= 7. (NUMBER OF ROUGH PASSES)

#108= - #104 (CURRENT PHI)
#109= [ #105 - #106 ] / #107 (ROUGH DEPTH)
#110= #102 - #105 (CURRENT R)
#111= 0. (ROUGH PASS COUNTER)
#112= 57.29578 (180 / PI)

WHILE [ #111 LT #107 ] DO1
#108= - #104
#110= #110 + #109
#111= #111 + 1.
WHILE [ #108 LT 360. ] DO2
#108= #108 + #104
#113= #110 / SQRT[ COS[ #112 * #101 / #110 ] * COS[ #112 * #101 /
#110 ] * COS[ #108 * #103 ] * COS[ #108 * #103 ] + SIN[ #108 * #103 ]
* SIN[ #108 * #103 ] ]
#114= #113 * COS[ #112 * #101 / #110 ] * COS[ #108 ]
#115= #113 * COS[ #112 * #101 / #110 ] * SIN[ #108 ]
#116= #113 * SIN[ #112 * #101 / #110 ] * SIN[ #108 * #103 ]

```

```
G01 X#114 Y#115 Z#116 F200.  
END2  
END1
```

```
S4000
```

```
#108= - #104  
#110= #102  
WHILE [ #108 LT 365. ] DO1  
#108= #108 + #104  
#113= #110 / SQRT[ COS[ #112 * #101 / #110 ] * COS[ #112 * #101 /  
#110 ] * COS[ #108 * #103 ] * COS[ #108 * #103 ] + SIN[ #108 * #103 ]  
* SIN[ #108 * #103 ] ]  
#114= #113 * COS[ #112 * #101 / #110 ] * COS[ #108 ]  
#115= #113 * COS[ #112 * #101 / #110 ] * SIN[ #108 ]  
#116= #113 * SIN[ #112 * #101 / #110 ] * SIN[ #108 * #103 ]  
G01 X#114 Y#115 Z#116 F200.  
END1
```

```
G01 Z3. F200. M09  
G49 G53 G00 Z0. M05  
M30  
%
```

## Оглавление

<b>Введение</b> .....	3
<b>1 Аналитический обзор литературы по теме исследований</b> ...	5
1.1 Анализ развития ППТК.....	5
1.2 Анализ развития СППТК и их классификация.....	10
1.3 Направления и перспективы исследований.....	24
<b>2 Конструкции СРП, ее структурный анализ, исследование геометрии и кинематики</b> .....	25
2.1 Разработка конструкции СРП и ее структурный анализ.....	25
2.2 Геометрический анализ двухзвенной СРП, оценка ее кинематической погрешности и уравновешенности .....	28
2.3 Оценка кинематической погрешности и уравновешенности двухзвенной СРП.....	37
2.4 Определение параметров угловой муфты СРП.....	41
2.5 СППТК на основе трехзвенных механизмов с тремя центровыми кривыми.....	46
2.6 Центровые кривые, обеспечивающие строгое постоянство мгновенного передаточного отношения.....	50
2.7 Кинематический анализ СРП.....	56
<b>3 Силовой анализ СРП и оценка ее КПД</b> .....	61
3.1 Влияние вида замыкания высших кинематических пар на нагрузочную способность СРП.....	61
3.2 Алгоритм определения действующих сил, моментов и КПД.....	62
3.3 Определение числа роликов, передающих нагрузку.....	72
3.4 Упрощенный расчет КПД и действующих сил в двухзвенной СРП.....	73
3.5 Силовой анализ и оценка КПД СРП-3К.....	79
<b>4 Методики прочностных расчетов СРП</b> .....	83
4.1 Критерии прочности СРП.....	83
4.2 Определение минимального радиуса ролика.....	88
<b>5 Компьютерное моделирование и экспериментальные исследования СППТК</b> .....	90
5.1 Компьютерное моделирование передач в системах Siemens NX и ANSYS.....	90

5.2 Объекты, средства и методики испытаний СРП.....	100
5.3 Результаты экспериментальных исследований СРП.....	105
<b>6 Разработка методики расчета и проектирования СРП и практическая реализация результатов работы.....</b>	<b>109</b>
6.1 Разработка методики расчета и проектирования СРП.....	109
6.2 Особенности алгоритма расчета и проектирования СРП-3К...	117
6.3 Разработка конструкций СРП для промышленного использования.....	120
6.4 Редукторный механизм на основе трехзвенной сферической роликовой передачи.....	122
6.5 Вопросы технологического обеспечения изготовления пространственных кулачковых поверхностей.....	127
<b>Заключение.....</b>	<b>130</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>133</b>
<b>Приложение А. Пример расчета двухзвенной СРП.....</b>	<b>147</b>
<b>Приложение Б. Алгоритмы компьютерного моделирования ПШТК в системе NX.....</b>	<b>156</b>
<b>Приложение В. Текст программы для изготовления многопериодных сферических кулачков на станке ТМ1 фирмы HAAS.....</b>	<b>173</b>

Научное издание

**Лустенков** Михаил Евгеньевич  
**Лустенкова** Екатерина Сергеевна

# **РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ РОЛИКОВЫХ ПЕРЕДАЧ**

Редактор *И. В. Голубцова*  
Художественное оформление обложки *Е. С. Лустенкова*  
Технический редактор *А. Т. Червинская*  
Компьютерный дизайн *Е. С. Лустенкова*

Подписано в печать 21.06.2017. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 10,35. Уч.-изд. л. 11,38. Тираж 100 экз. Заказ № 380.

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Государственное учреждение высшего профессионального образования  
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.