

УДК 534-16

АНАЛИЗ РАССЕИВАЮЩИХ СВОЙСТВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С НЕОДНОРОДНОЙ ЖЁСТКОСТЬЮ СВЯЗИ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

К. Е. АББАКУМОВ, Б. Ч. И

ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)»

Санкт-Петербург, Россия

UDC 534–16

ANALYSIS OF THE SCATTERING PROPERTIES OF CYLINDRICAL INCLUSION WITH INHOMOGENEITIES OF THE INTERFACE

К. Е. АББАКУМОВ, В. С. I

Аннотация

Рассмотрены рассеивающие свойства цилиндрического рассеивателя, находящегося в твёрдом изотропном полубесконечном пространстве. Методом конечных элементов построена модель цилиндрического отражателя, состоящего из графита и находящегося в металлическом полубесконечном пространстве. Проанализированы поперечное сечение рассеяния и смещения.

Ключевые слова:

цилиндрический рассеиватель, метод конечных элементов, графит, сталь, потом механической энергии, смещение, поперечное сечение рассеяния.

Abstract

The scattering properties of a cylindrical inhomogeneity located in a solid isotropic semi-infinite space are considered. The finite element method is used to construct a model of a graphite cylindrical inhomogeneity in a metallic semi-infinite space. The scattering cross section and displacement are analyzed.

Key words:

cylindrical inhomogeneity, finite element method, graphite, steel, then mechanical energy, displacement, scattering cross section.

Введение

Ультразвуковая дефектоскопия занимает одно из ведущих мест в качестве инструмента изучения сплошности материалов. При теоретическом исследовании рассеивающих свойств различных неоднородностей используют их идеализированные математические модели. Например, для описания протяжённых неоднородностей используют модель типа бесконечный цилиндр. Ввиду идеализированности модели, в ней не учитывается множество параметров, которые могли бы дать дополнительную информацию о строении неоднородности. Одним из таких параметров является неоднородность контакта между неоднородностью и вмещающей средой.

Для математического описания неоднородности границы используются нормальная и тангенциальная составляющие модуля контактной жёсткости KGN и KGT соответственно, входящих в граничные условия (1)

$$\begin{aligned} u_r^I &= u_r^{II} + \frac{\sigma_{rr}^{II}}{KGN}; \\ u_\theta^I &= u_\theta^{II} + \frac{\sigma_{r\theta}^{II}}{KGT}; \\ \sigma_{rr}^I &= \sigma_{rr}^{II}; \\ \sigma_{r\theta}^I &= \sigma_{r\theta}^{II}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_r, u_θ – компоненты смещения; $\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжения, цифры I, II соответствуют вмещающей среде и неоднородности соответственно. Существование таких граничных условий было доказано в [1]. Значения KGN и KGT варьируются от $10^{12} - 10^{17}$ Н/м³, и моделируют

переход от свободной границы к «сварному» контакту.

Постановка задачи

Пусть на упругую цилиндрическую неоднородность радиусом r_0 с параметрами $c_l^{II}, c_t^{II}, \rho^{II}$ – скорость продольной волны, скорость поперечной волны, плотность, соответственно, из упругой среды с параметрами c_l^I, c_t^I, ρ^I – скорость продольной волны, скорость поперечной волны, плотность соответственно, падает, вдоль оси y плоская волна (рис. 1). На границе раздела неоднородность – вмещающая среда наблюдается нарушение акустического контакта, размеры которого равны φ_0 . Введём цилиндрическую систему координат r, θ .

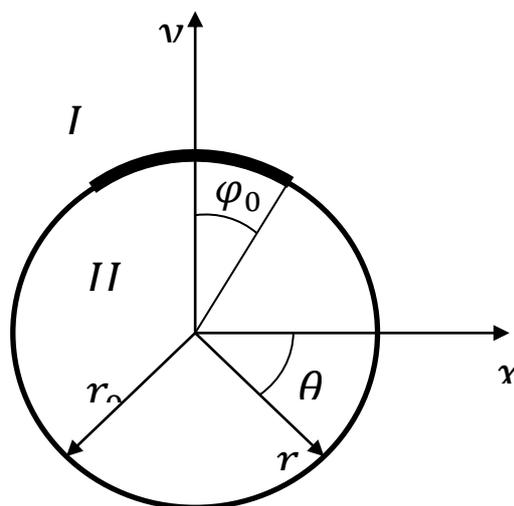


Рис. 1. Постановка задачи

Центр начала координат совмещён с центром цилиндрической неоднородности. Необходимо определить рассеянное поле. Решать поставленную задачу будем методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе COMSOL.

Метод конечных элементов

Метод конечных элементов – численный метод решения интегральных и дифференциальных уравнений в частных производных [2]. Основные идеи метода конечных элементов (МКЭ) были сформулированы в 1920 г. усилиями Мэйни [3] и Остенфельдом [4] при решении задач исследования рамочных и фермовых конструкций. С развитием электронных вычислительных машин МКЭ получил распространение в других областях науки.

Суть метода заключается в разбиении исследуемой области на конечное количество подобластей. Подобласти могут быть треугольными, квадратными и других геометрических форм. Внутри подобласти выбирается вид аппроксимирующей функции исследуемого параметра. Составляется система алгебраических уравнений, количество уравнений в которой равна количеству узловых точек, и решается исходная система.

Для решения поставленной задачи методом конечных элементов, была нарисована геометрическая область (рис. 2).

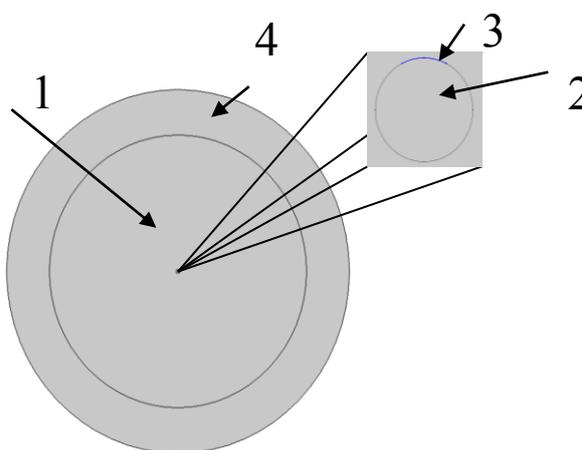


Рис. 2. Исследуемая геометрическая область: 1 – среда I; 2 – среда II; 3 – сектор с нарушенной адгезией; 4 – идеально согласованный слой

В зонах 1 и 2 решается дифференциальное уравнение вида

$$\rho\omega^2 u = \nabla\sigma, \quad (2)$$

где ρ – плотность; ω – круговая частота; u – смещение; ∇ – оператор Гамильтона. Для сектора 3 наложены граничные условия (1), учитывающие модули контактной жёсткости KGN и KGT . Ввиду того, что МКЭ не применим к бесконечным областям, необходимо использовать идеально согласованный слой. Идеально согласованный слой (ИСС) – поглощающий слой, устроен так, что волны, падающие на ИСС из не ИСС слоя, не отражаются от границы раздела между ними. Это свойство позволяет поглощать входящие волны без отражения их обратно в исследуемую область [2].

Так как МКЭ является численным методом, то для решения необхо-

димо задать параметры материалов. Параметры материалов приведены в табл. 1. Значения $KGN = KGT = 10^{13} \text{ Н/м}^3$. Область разбивалась на треугольные элементы размерами $\lambda/14$, где λ – длина волны.

Табл. 1. Значения KGN , KGT и параметры материалов

	$c_l, \text{ М/с}$	$c_t, \text{ М/с}$	$\rho, \text{ кг/м}^3$
Среда I	5900	3100	7800
Среда II	3100	820	2400

Результаты

На рис. 3 показана зависимость поперечного сечения рассеяния Q от волнового размера $k_l r_0$. Поперечное сечение рассеяния определяется как отношение потока полной энергии, рассеянной в полный телесный угол на бесконечно большом расстоянии от цилиндрического включения, к потоку энергии в падающей волне через площадку, перпендикулярную направлению распространения и равную площади поперечного сечения рассеивающего цилиндрического включения.

$$Q = \frac{E_{\text{отр}}^*}{E_{\text{пад}}^*},$$

где $E_{\text{отр}}^* = -\oint_S \sigma \frac{du}{dt} n_i dS$ – энергия отражённой волны; $E_{\text{пад}}^*$ – энергия падающей волны; n_i – нормаль к контуру S .

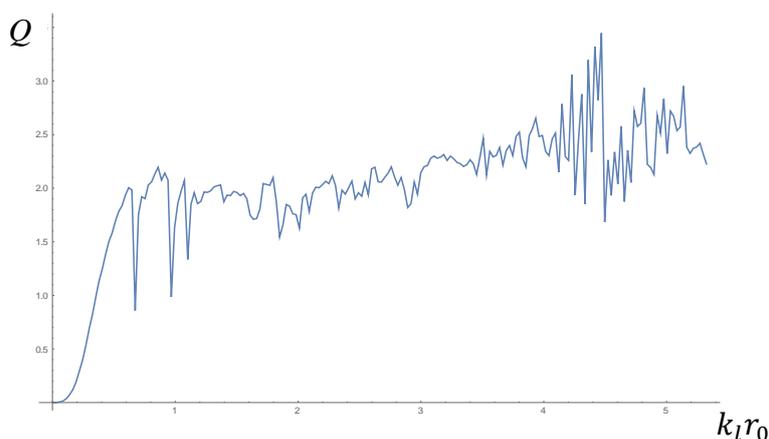


Рис. 3. Зависимость поперечного сечения рассеяние

Из рис. 3 видны многочисленные резонансные эффекты во всём диапазоне волнового размера.

На рис. 4–7 представлены зависимости амплитуды смещения от угла θ при значениях $k_l r_0 = 0,005; 0,2; 2, 3$. Видно, что нарушение адгезионной связи влияет на амплитуду, например, на рис. 4 наблюдается падение амплитуды в секторе с нарушенной адгезией, а на рисунках 5, 6, 7, наоборот возрастание амплитуды.



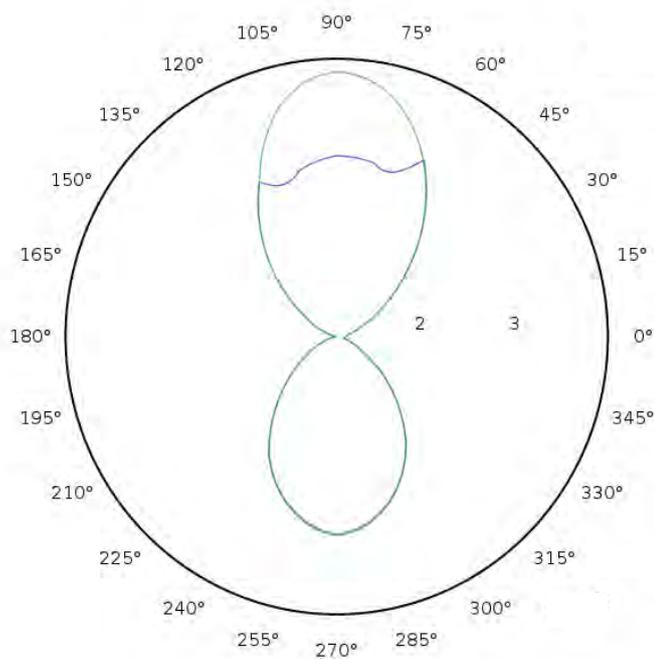


Рис. 4. Угловая зависимость амплитуды смещения при различных значениях KGN, KGT и $k_l r_0 = 0,005$. Зелёная линия – $KGN, KGT=10^{17} \text{ Н/м}^3$; синяя линия – $KGN, KGT=10^{13} \text{ Н/м}^3$

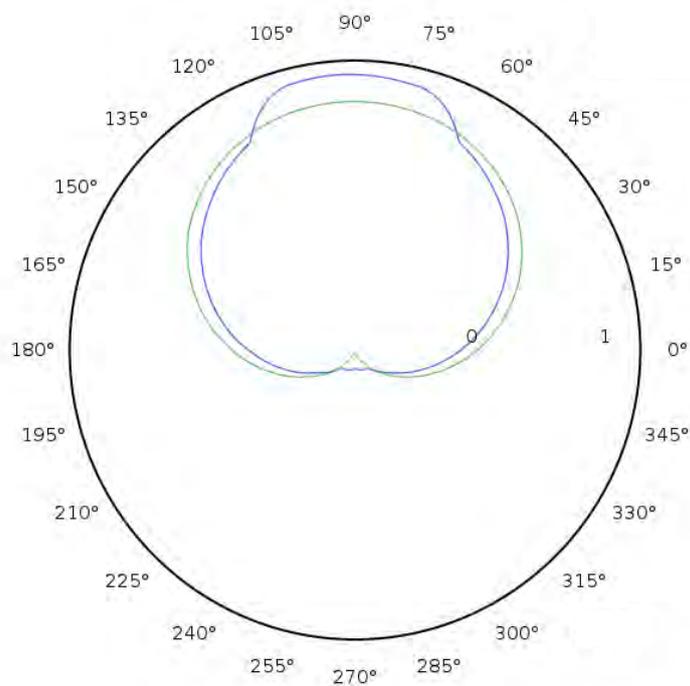


Рис. 5. Угловая зависимость амплитуды смещения при различных значениях KGN, KGT и $k_l r_0 = 0,2$. Зелёная линия – $KGN, KGT=10^{17} \text{ Н/м}^3$; синяя линия – $KGN, KGT=10^{13} \text{ Н/м}^3$

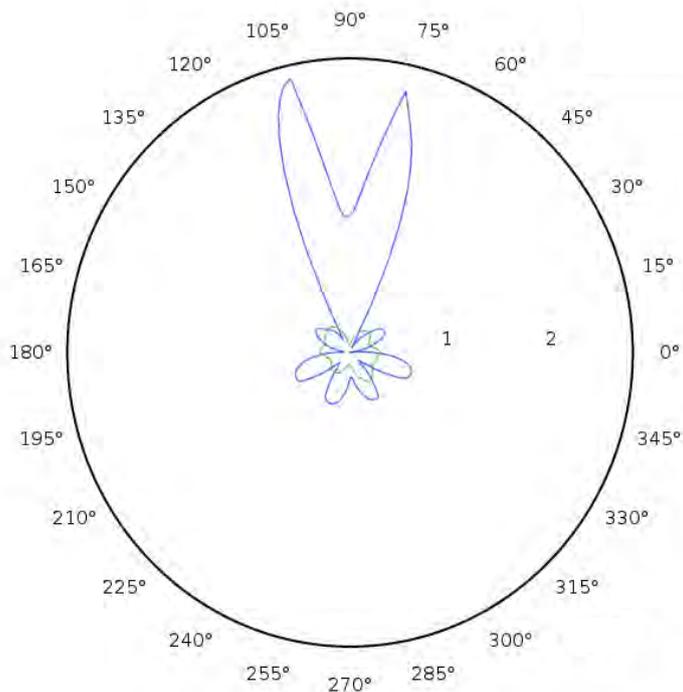


Рис. 6. Угловая зависимость амплитуды смещения при различных значениях KGN, KGT и $k_l r_0 = 2$. Зелёная линия – $KGN, KGT = 10^{17} \text{ Н/м}^3$; синяя линия – $KGN, KGT = 10^{13} \text{ Н/м}^3$

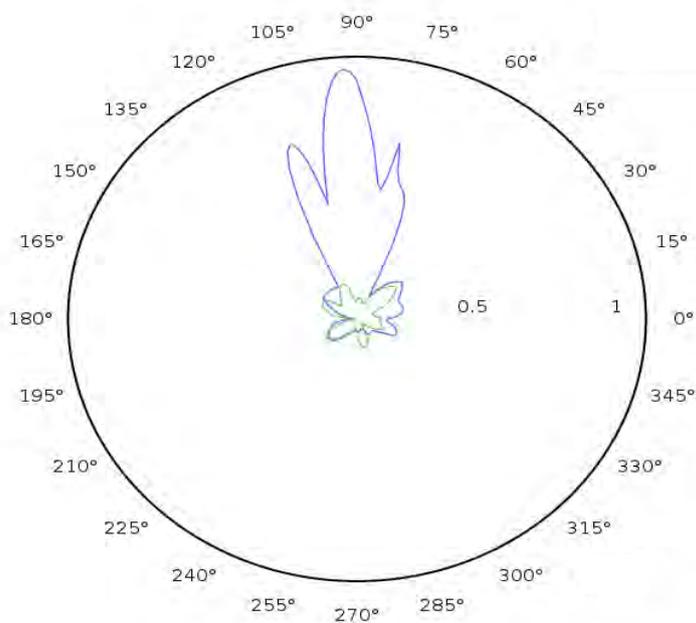


Рис. 7. Угловая зависимость амплитуды смещения при различных значениях KGN, KGT и $k_l r_0 = 3$. Зелёная линия – $KGN, KGT = 10^{17} \text{ Н/м}^3$; синяя линия – $KGN, KGT = 10^{13} \text{ Н/м}^3$

Выводы

Представленное решение задачи исследования рассеивающих свойств цилиндрической неоднородности показывает, что нарушения адгезионной связи влияет на энергетические характеристики поля, проявляется резонансное рассеяние, что, в свою очередь, сказывается на амплитуде смещения рассеянного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rokhlin, S. I.** Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids / S. I. Rokhlin, Y. J. Wang // J. Acoust. Soc. Am. – 1991. – N. 89. – P. 503.

2. **Митчелл, Э.** Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / Э. Митчелл, Р. Уэйт. – М. : Мир, 1981.

3. **Maney, G. B.** Study of engineering / G. B. Maney // – No 1, Univ. of Minnesota. Mineapolis, Minn., 1915.

4. **Ostenfeld, A.** Die Deformationsmethode / A. Ostenfeld. – Berlin : Springer – Verlag OHG, 1926.

E-mail: KEAbbakumov@etu.ru
ee.boris.eut@gmail.com