МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Методические рекомендации к самостоятельной работе для студентов специальности 6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных и технологических машин и комплексов» заочной формы обучения



Могилев 2026

УДК 744: 621.791.053
ББК 30.11
И62

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «23» сентября 2026 г., протокол № 2

Составитель ст. преподаватель Ю. А. Гуща

Рецензент ст. преподаватель О. А. Пономарёва

Методические рекомендации предназначены для студентов специальности 6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных и технологических машин и комплексов» заочной формы обучения и являются практическим руководством для самостоятельной работы при подготовке к аудиторной контрольной работе по дисциплине «Инженерная графика».

Учебное издание

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Ответственный за выпуск А. П. Прудников

Корректор А. А. Подошевко

Компьютерная верстка Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2026

Содержание

Введение…… 4
1 Общие требования ЕСКД по оформлению чертежей..…..…… 5
1.1 Государственные стандарты……... 5
1.2 Форматы…… 6
1.3 Масштабы……. 7
1.4 Линии…… 7
1.5 Шрифты чертежные……. 8
1.6 Нанесение размеров на чертежах……... 8
2 Точка и прямая в системе *H*, *V*, *W*..……..... 11
2.1 Точка в системе *H*, *V*, *W*…….. 11
2.2 Прямая в системе *H*, *V*, *W*..... 14
3 Плоскость……. 17
4 Поверхности…… 19
5 Пересечение прямой и поверхности……..... 21
6 Пересечение поверхностей…… 24
7 Пример задания для выполнения аудиторной контрольной работы…. 30
Список литературы…… 31

Введение

Одним из условий успешного овладения техническими знаниями является графическая грамотность, т. е. умение читать и выполнять чертежи.

Подготовку специалистов инженерно-технического профиля в вузах обеспечивает изучение курса «Инженерная графика», который является первой общетехнической дисциплиной, дающей знания, необходимые для изучения последующих технических дисциплин. Изложение материала в методических рекомендациях базируется на положении Государственных стандартов единой системы конструкторской документации (ЕСКД), внедренных и действующих в настоящее время в Республике Беларусь.

Целью изучения дисциплины «Инженерная графика» является развитие пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического, абстрактного и логического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений на основе графических моделей пространства, практически реализуемых в виде чертежей конкретных пространственных объектов.

Все задачи, связанные с построением чертежей, разбиваются на прямые и обратные. Прямая задача связана с изучением методики построения проекционных чертежей пространственных объектов. Обратная задача связана с изучением методики чтения чертежей или мысленного восстановления пространственных объектов по их чертежам.

Все пространственные объекты ориентируют относительно пространственной системы координатных осей: X – ось абсцисс (широта точки); Y – ось ординат (глубина точки); Z – ось аппликат (высота точки); O – точка пересечения осей, начало координат. Проекции объектов получают на взаимно перпендикулярных плоскостях: H – горизонтальная плоскость проекций, V – фронтальная плоскость проекций, W – профильная плоскость проекций. Точка задается расстояниями до плоскостей проекций, т. е. координатами (X, Y, Z), где X – расстояние до W; Y – расстояние до V; Z – расстояние до H.

Методические рекомендации по дисциплине «Инженерная графика» подготовлены на основе действующих стандартов и отвечают требованиям учебного процесса.

1 Общие требования ЕСКД по оформлению чертежей

1.1 Государственные стандарты

В соответствии с Государственной системой стандартизации (ГСС) действует свыше 30 межотраслевых комплексов стандартов. Каждому комплексу (классу) присвоен номер, который введен в обозначение стандарта [4].

Единая система конструкторской документации (*ЕСКД*) – это комплекс стандартов, устанавливающих для всех отраслей промышленности и строительства единые правила и положения по разработке, оформлению и обращению конструкторской документации. Основное назначение стандартов ЕСКД – установление единых правил выполнения, оформления и обращения конструкторской документации, в том числе средствами машинной графики. Все стандарты комплекса ЕСКД распределены по десяти классификационным группам (от 0-й до 9-й). Обозначение государственных стандартов приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Распределение стандартов ЕСКД по классификационным группам

Шифр группы	Содержание стандартов в группе	ГОСТ
0	Общие положения	2.001–93 и последующие
1	Основные положения	2.101–68 и последующие
2	Классификация и обозначение изделий в конструкторских документах	2.201–80 и последующие
3	Общие правила выполнения чертежей	2.301–68 и последующие
4	Правила выполнения чертежей изделий машиностроения и приборостроения	2.401–68 и последующие
5	Правила обращения конструкторских документов (учет, хранение, дублирование, изменения)	2.501–88 и последующие
6	Правила выполнения эксплуатационной и ремонтной документации	2.601–68 и последующие
7	Правила выполнения схем	2.701–84 и последующие
8	Правила выполнения документов строительных и судостроительных	2.801–74 и последующие
9	Прочие стандарты	2.801–74 и последующие

Пример обозначения стандарта ЕСКД: «Шрифты чертежные» – ГОСТ 2.304–81. Цифра «2» обозначает класс, присвоенный комплексу стандартов ЕСКД, «3» – классификационная группа стандартов, «04» – порядковый номер стандарта в группе, «81» – год утверждения стандарта.

Проставляемая в ряде случаев в конце обозначения звездочка «*» означает, что в этот стандарт внесено изменение и его содержание несколько отличается от прежнего, что обязательно следует учитывать при использовании стандартов ГОСТ 2.304–81*.

Двумя «**» отмечают обозначения стандартов, замененных или отмененных в частях. С 1969 г. тремя «***» обозначают стандарты ранее отмененные, но позднее восстановленные. С 1978 г. стали учитывать требования стандартов СЭВ. ГОСТ 2.307–2011* (СТ СЭВ 1976–79, СТ СЭВ 2180–80). Некоторые стандарты СЭВ были введены в качестве межгосударственных стандартов СНГ. Знание стандартов при выполнении чертежей является обязательным.

В курсе «Инженерная графика» изучаются преимущественно стандарты группы 3 – Общие правила выполнения чертежей, а также некоторые стандарты, входящие в группы: 1 – Основные положения, 4 – Правила выполнения чертежей изделий машиностроения и приборостроения, 7 – Правила выполнения схем.

1.2 Форматы

Чертежи выполняются на листах чертежной бумаги с определенным соотношением размеров сторон листа, т. е. на листах определенных форматов. ГОСТ 2.301–68* устанавливает пять основных форматов чертежей (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Основные форматы листов чертежей

Обозначение формата	A0	A1	A2	A3	A4
Размер сторон формата, мм	1189 × 841	594 × 841	594 × 420	297 × 420	297 × 210

Чертежи оформляют рамкой, которую наносят внутри границ формата: сверху, справа и снизу – на расстоянии 5 мм, слева – на расстоянии 20 мм для брошюровки чертежа (рисунок 1.1). Толщина обрамляющей линии должна быть не менее 0,7 мм. Внутри рамки, в правом нижнем углу помещается основная надпись (штамп). Для форматов А4 основная надпись располагается только по короткой стороне листа, а для остальных форматов – по длинной стороне.

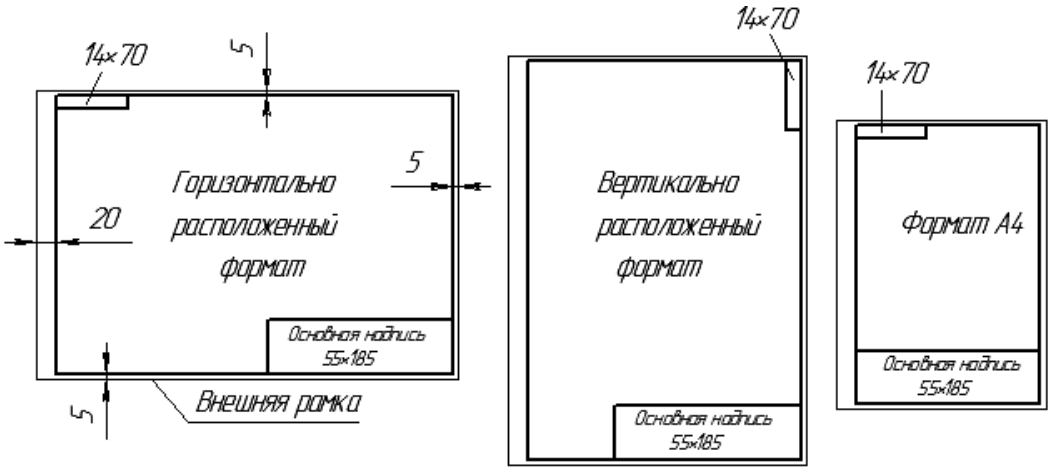


Рисунок 1.1 – Оформление форматов

Форма, содержание и размер граф основной надписи должны соответствовать ГОСТ 2.104–2006 (рисунок 1.2).

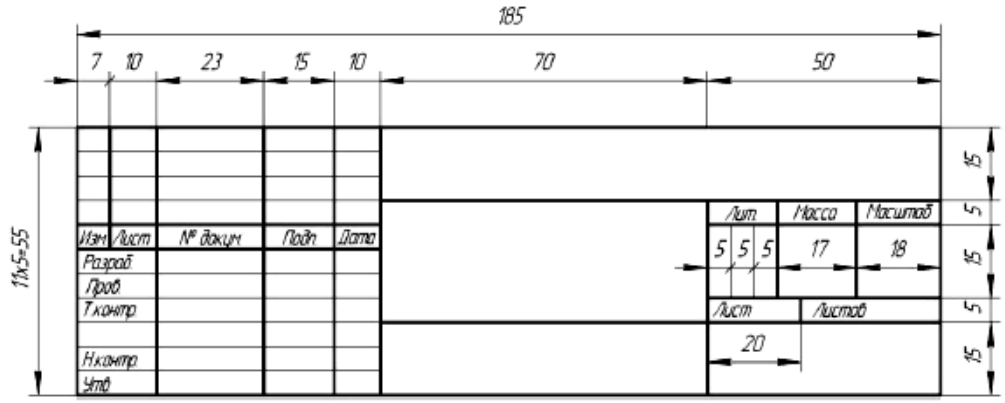


Рисунок 1.2 – Основная надпись

1.3 Масштабы

Масштаб – это отношение линейных размеров изображенного предмета на чертеже к его натуральным размерам.

ГОСТ 2.302–68* устанавливает масштабы изображения и их обозначения в чертежах всех отраслей промышленности и строительства, но он не распространяется на чертежи, полученные фотографированием, а также на печатные издания. В зависимости от сложности и величины изображаемых изделий масштабы выбираются из следующего ряда (таблица 1.3).

Таблица 1.3 – Масштабы

Масштабы уменьшения	1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000
Натуральная величина	1:1
Масштабы увеличения	2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1

При выборе масштаба следует руководствоваться, прежде всего, удобством пользования чертежом. Масштабы, указанные в предназначенной для этого графе основной надписи чертежа, должны обозначаться по типу 1:1, 1:2, 2:1 и т. д. Масштаб изображения, отличающийся от указанного в основной надписи, указывают в скобках без буквы М рядом с обозначением изображения, например, А(2:1), Б-Б(2:1). В независимости от масштаба, размеры на чертежах указываются действительными.

1.4 Линии

При выполнении любого чертежа основными элементами являются линии. Для изображения изделий на чертежах применяют линии различных типов в зависимости от их назначения, что способствует выявлению формы изображаемого изделия (рисунок 1.3).

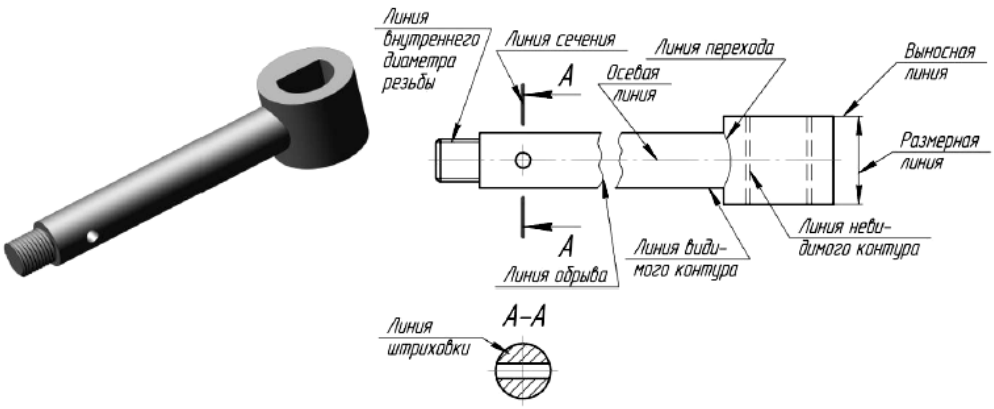


Рисунок 1.3 – Применение различных линий на чертеже

В зависимости от формата чертежа, величины и сложности изображения толщина основной линии *s* принимается от 0,5 до 1,4 мм. Линии чертежа, их начертание, толщина и назначение установлены ГОСТ 2.303–68* (СТ СЭВ 1178–78).

1.5 Шрифты чертежные

Надписи на чертежах должны быть ясными и четкими [4]. При выполнении надписей на чертежах следует применять шрифты и правила, установленные ГОСТ 2.304–81* (СТ СЭВ 851–78…СЭВ 855–78). Стандартом определены следующие типы шрифтов (рисунок 1.4):

– тип А без наклона, тип А с наклоном около 75º;

– тип Б без наклона, тип Б с наклоном около 75º.

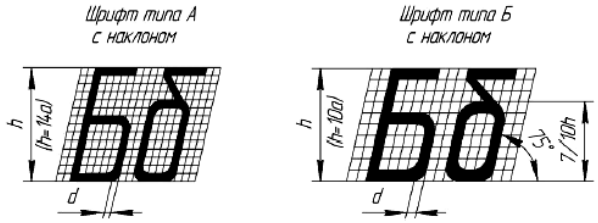


Рисунок 1.4 – Построение шрифтов по сетке

Размер шрифта определяется высотой *h* прописных букв (в миллиметрах). Установлены следующие размеры шрифта: 1,8; 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.

1.6 Нанесение размеров на чертежах

ГОСТ 2.307–2011* устанавливает правила нанесения размеров и предельных отклонений на чертежах и других технических документах [4].

Представленные на чертеже изображения устанавливают форму изделия, а для определения величины служат размеры.

На чертеже наносят числовые величины действительных размеров изделия, независимо от масштаба изображения.

Общее количество размеров на чертеже должно быть минимальным, но достаточным для изготовления и контроля изделия.

Каждый размер следует указывать на чертеже только один раз. Не допускается повторение размеров одного элемента на различных изображениях.

Размеры на чертежах разделяются на линейные и угловые. Линейные определяют длину, ширину, высоту, толщину, диаметр и радиус элементов изделия. Линейные размеры на машиностроительных чертежах указываются в миллиметрах, без обозначения единиц измерения. Если на чертеже размеры необходимо указывать не в миллиметрах, а в других единицах измерения (сантиметрах, метрах и т. д.), соответствующие размерные числа записывают с обозначением единицы измерения (10 см, 100 м).

Угловые размеры указывают в градусах, минутах и секундах с обозначением единицы измерения, например: 6; 7°25'; 14°35'20"; 0°40'30"; 0°16'; 0°0'42".

Для нанесения на чертеже размеров проводят выносные и размерные линии и указывают размерные числа. Размерные линии с обоих концов ограничиваются стрелками. Форма стрелки показана на рисунке 1.5. Величины размерных стрелок выбирают в зависимости от толщины *s* линии видимого контура, принятой для данного чертежа, и вычерчивают их приблизительно одинаковыми на всем чертеже. Выносные линии проводят за стрелки на 1,0...5 мм, но на одинаковую величину с обеих сторон одной и той же размерной линии.

Размерные и выносные линии вычерчиваются тонкими сплошными линиями толщиной от *s*/2 до *s*/3.

Расстояния размерных линий от линии контура, осевой, выносной и других линий, а также расстояние между параллельными размерными линиями должно быть в пределах 6...10 мм (рисунок 1.5).

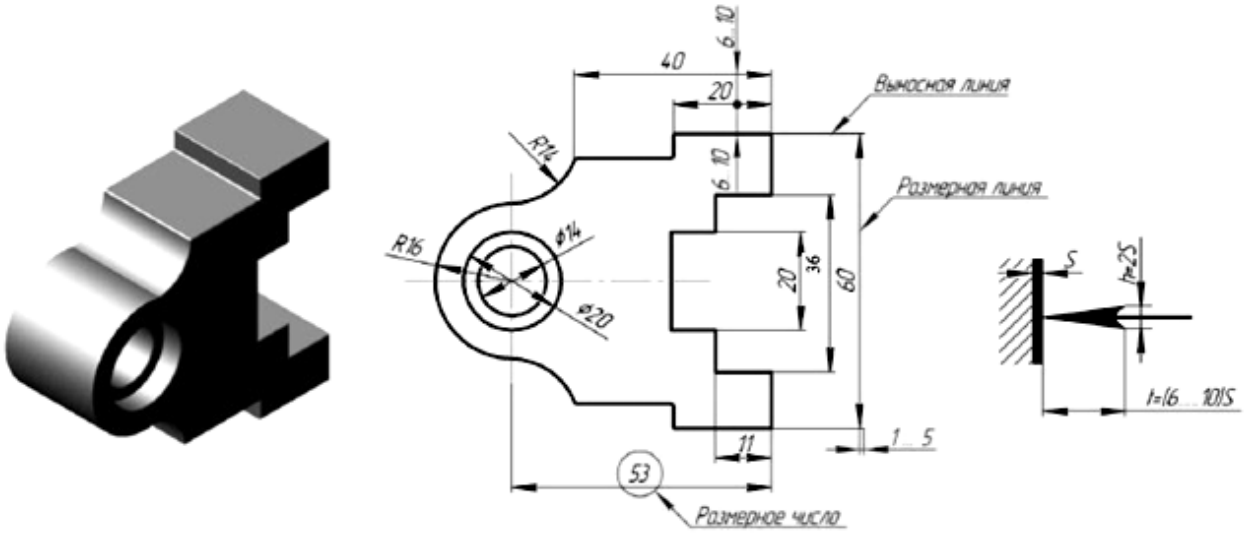


Рисунок 1.5 – Нанесение размерных и выносных линий

Примеры простановки размеров показаны на рисунке 1.6.

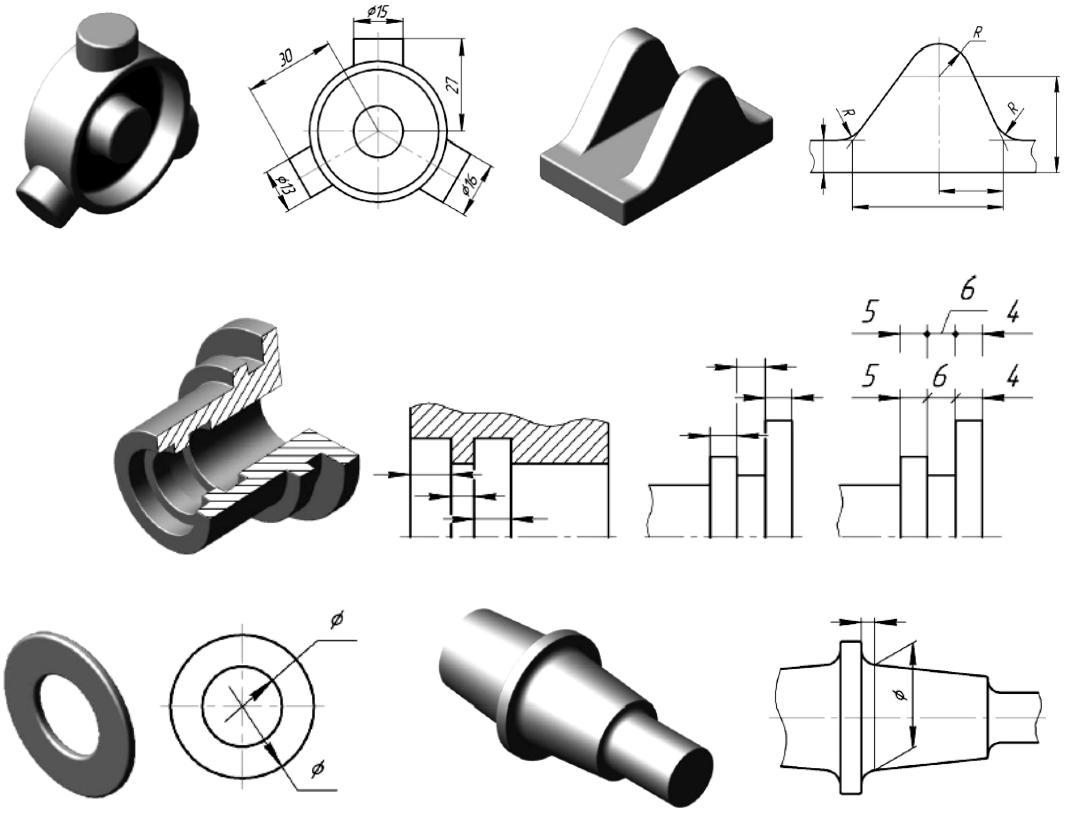


Рисунок 1.6 – Примеры простановки размеров

При недостатке места для стрелки из-за близко расположенной контурной или выносной линии последние допускается прерывать (рисунок 1.7).

В месте нанесения размерного числа осевые, центровые линии и линии штриховки прерываются (рисунок 1.8).

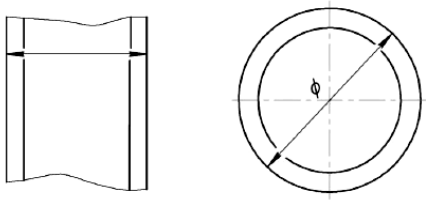


Рисунок 1.7 – Нанесение размерных линий при недостатке места

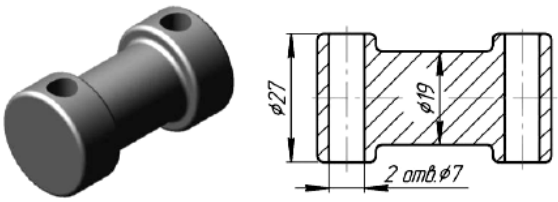


Рисунок 1.8 – Нанесение размера на заштрихованной площади чертежа

При нанесении нескольких параллельных или концентричных размерных линий на небольшом расстоянии друг от друга размерные числа над ними рекомендуется располагать в шахматном порядке.

Примеры нанесения угловых и линейных размерных чисел при разных наклонах размерных линий показаны на рисунке 1.9. Если необходимо нанести размер в заштрихованной зоне, соответствующее размерное число наносят на полке линии-выноски.

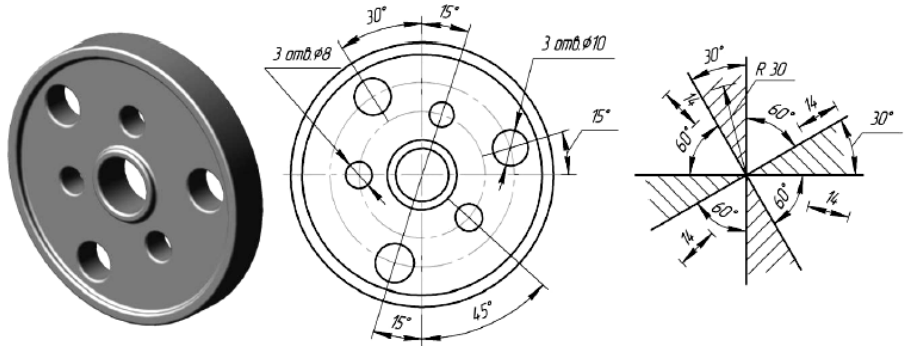


Рисунок 1.9 – Нанесение угловых и линейных размерных чисел при разных наклонах размерных линий

Вопросы для самоконтроля

1 Распределение стандартов ЕСКД по классификационным группам.
2 Перечислите основные форматы листов чертежей.
3 Что такое масштаб изображения? Какие виды масштабов бывают?
4 Перечислите типы линий.
5 Правила нанесения размеров на чертежах.

2 Точка и прямая в системе *H*, *V*, *W*

2.1 Точка в системе H, V, W

Изучение метода проекций начинают с построения точки, т. к. любой пространственный объект рассматривают как ряд точек, принадлежащих этому объекту. Проекцией точки A на плоскость H называется точка A', полученная при пересечении проходящего через нее проецирующего луча с плоскостью проекций (рисунок 2.1).

Основной закон проецирования: *Две проекции точки всегда лежат на одной линии связи, перпендикулярной одной из осей проекций.*

Фронтальная и горизонтальная проекции точки располагаются на одной вертикальной линии связи ($A''A' \perp X$) (см. рисунок 2.1) [2].

Фронтальная и профильная проекции точки всегда находятся на одной горизонтальной линии связи ($A''A''' \perp Z$).

Профильная проекция точки по заданным горизонтальной и фронтальной строится в следующей последовательности: на горизонтальной линии связи, проведенной через A, откладывается от оси OZ значение координаты Y_A (графическим или координатным способом).

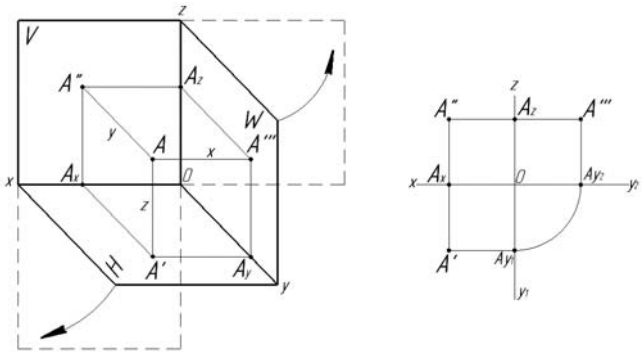


Рисунок 2.1 – Проекции точки на плоскости проекций

Расстояние от точки *A* до плоскости проекции *H* измеряется координатой Z_A: $AA' = A''A_X = A'''A_{y2} = Z_A$.

Расстояние от точки *A* до плоскости проекции *V* измеряется координатой $У_A$: $AA'' = A'A_X = A'''A_Z = У_A$.

Расстояние от точки *A* до плоскости проекции *W* измеряется координатой X_A: $A\,A''' = A''A_Z = A'A_{y1} = X_A$.

В зависимости от способа проведения проецирующего луча проекции подразделяют на центральные и параллельные.

Для получения *центральной* проекции необходимо задаться плоскостью проекций, центром проекций и точкой, не лежащей в этой плоскости (рисунок 2.2).

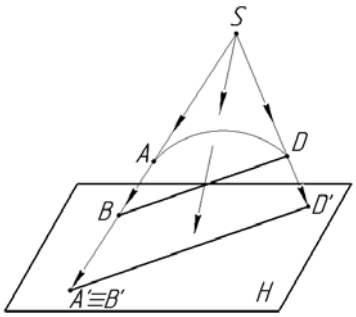


Рисунок 2.2 – Центральное проецирование

Параллельные – получаются в случае расположения проецирующих лучей параллельно между собой и параллельно заданному направлению проецирования (рисунок 2.3).

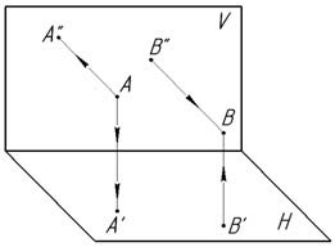


Рисунок 2.3 – Параллельное проецирование

Точки, лежащие на одной проецирующей прямой, называются конкурирующими.

Из двух горизонтально-конкурирующих точек на горизонтальной плоскости проекций видима та, которая расположена в пространстве выше (рисунок 2.4).

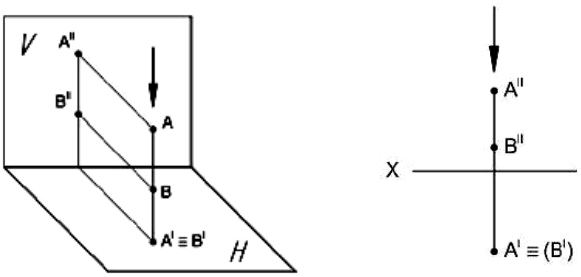


Рисунок 2.4 – Горизонтально-конкурирующие точки

Из двух фронтально-конкурирующих точек на фронтальной плоскости проекций будет видима та, которая расположена ближе к наблюдателю, стоящему лицом к фронтальной плоскости проекций (рисунок 2.5).

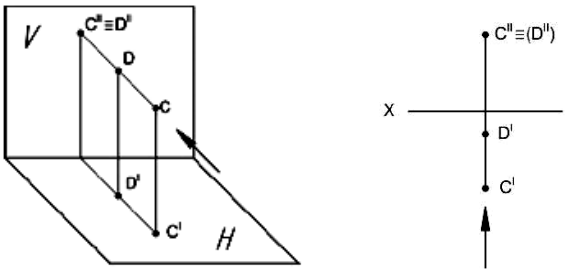


Рисунок 2.5 – Фронтально-конкурирующие точки

Классификация точек.

1 *Точки*, *лежащие в пространстве*: ни одна из трех координат точки не равна нулю. Ни одна из проекций точки не совпадает с самой точкой.

2 *Точки лежат на одной из плоскостей проекций*: одна из трех координат равна нулю. Одна проекция точки совпадает с самой точкой.

3 *Точки лежат на одной из осей проекций*: две координаты точки равны нулю.

Две проекции точки совпадают с самой точкой.

Вопросы для самоконтроля

1 Сформулируйте основной закон проецирования.
2 Опишите центральное проецирование.
3 Расскажите о параллельном проецировании.
4 Какие точки называют конкурирующими?
5 Перечислите классификацию точек.

2.2 Прямая в системе H, V, W

Проекция прямой линии есть прямая (рисунок 2.6). Прямая может быть задана:

1) двумя точкам;

2) точкой и направлением.

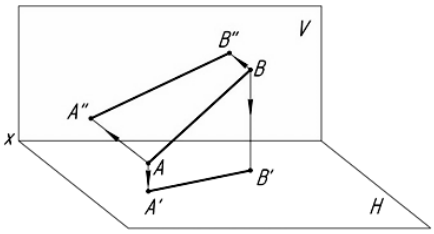


Рисунок 2.6 – Проекции прямой линии

Аксиома принадлежности точки прямой: если точка принадлежит прямой, то её проекции находятся на соответствующих проекциях этой прямой (рисунок 2.7). Точка $N \in$ прямой AB, точка $C \notin$ прямой AB.

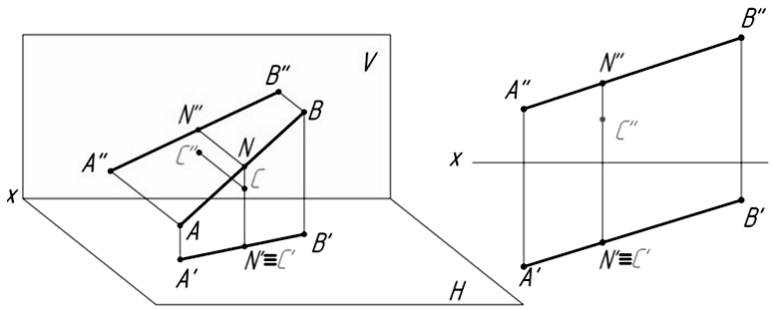


Рисунок 2.7 – Принадлежность точки прямой

Прямая по отношению к горизонтальной (H), фронтальной (V) и профильной (W) плоскостям проекций может занимать следующие положения:

– общее положение;

– частное положение:

1) прямые уровня;

2) проецирующие прямые.

Прямая общего положения – это прямая, которая не параллельна ни одной из плоскостей проекций (рисунок 2.8).

У прямой общего положения проекции меньше натуральной величины (н. в.) отрезка, не параллельны и не перпендикулярны ни одной из осей проекций.

Прямые уровня – прямые, параллельные одной из плоскостей проекций [2].

Горизонтальная прямая ($AB \,//\, H$).

Фронтальная проекция прямой $A''\,B''$ параллельна оси x; профильная проекция $A'''B'''$ параллельна оси y_W; длина горизонтальной проекции отрезка равна

длине самого отрезка (*A'B'=AB*); угол β, образованный горизонтальной проекцией и осью проекции *x*, равен углу наклона прямой к фронтальной плоскости проекций; угол ϒ, образованный горизонтальной проекцией и осью проекции y_H, равен углу наклона прямой к профильной плоскости проекций (рисунок 2.9).

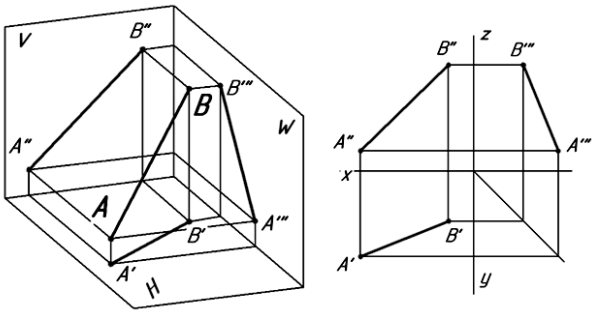


Рисунок 2.8 – Проекции прямой общего положения

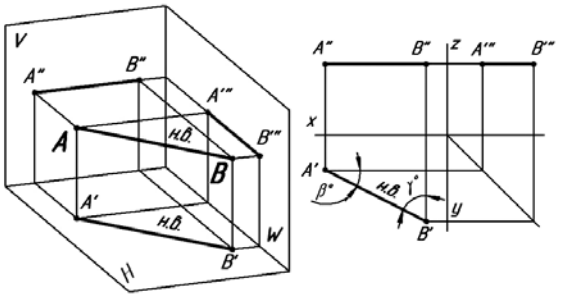


Рисунок 2.9 – Проекции горизонтальной прямой

Фронтальная прямая (*AB // V*).

Горизонтальная проекция прямой *AB* параллельна оси *x*; профильная проекция *A'''B'''* параллельна оси *z*; длина фронтальной проекции отрезка равна длине самого отрезка (*A''B''=AB*); угол *α*, образованный фронтальной проекцией и осью проекций *x*, равен углу наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций; угол γ, образованный фронтальной проекцией и осью *z*, равен углу наклона прямой к профильной плоскости проекций (рисунок 2.10).

Профильная прямая (*AB // W*).

Горизонтальная проекция прямой *AB* параллельна оси y_H; фронтальная проекция *A'' B''* параллельна оси *z*; длина профильной проекции отрезка равна длине самого отрезка (*A'''B'''= AB*); углы ά и β, образованные профильной проекцией с осями y_W и *z*, равны углам наклона прямой к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций соответственно (рисунок 2.11).

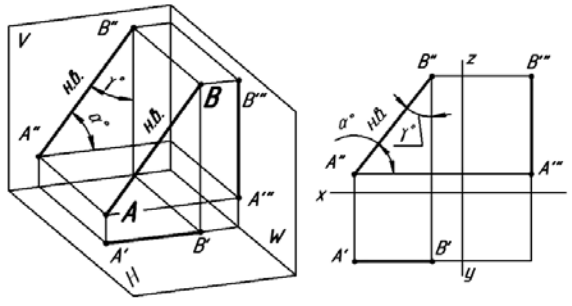


Рисунок 2.10 – Проекции фронтальной прямой

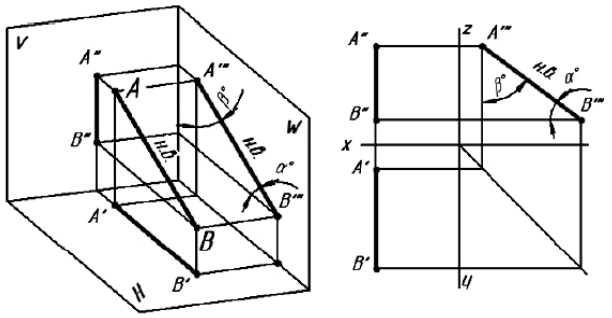
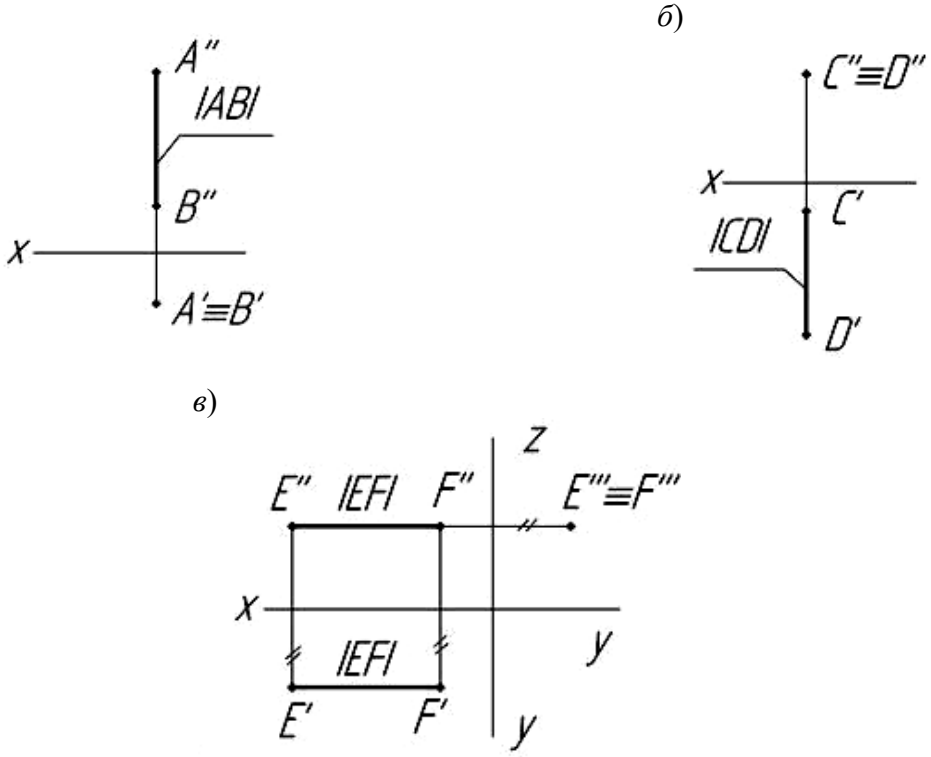


Рисунок 2.11 – Проекции профильной прямой

Проецирующие прямые – прямые, перпендикулярные одной из плоскости проекций.

Горизонтально-проецирующая прямая (*AB ⊥ H*).

Прямая *AB* параллельна фронтальной и профильной плоскостям проекций и перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Проекция *A"B"* перпендикулярна оси *x*. На фронтальную и профильную плоскости проекций прямая проецируется в натуральную величину (рисунок 2.12, *а*).



а – горизонтально-проецирующая прямая; *б* – фронтально-проецирующая прямая; *в* – профильно-проецирующая прямая

Рисунок 2.12 – Проецирующие прямые

Фронтально-проецирующая прямая (*CD* ⊥ *V*).

Прямая *CD* параллельна горизонтальной и профильной плоскостям проекций и перпендикулярна фронтальной плоскости проекций. Проекция *C'D'* перпендикулярна оси *x*. На горизонтальную и профильную плоскости проекций прямая проецируется в натуральную величину (рисунок 2.12, *б*).

Профильно-проецирующая прямая (*EF* ⊥ *W*).

Прямая *EF* параллельна горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций и перпендикулярна профильной плоскости проекций. Проекция *E'F'* перпендикулярна оси *y*, проекция *E"F"* перпендикулярна оси *z*. На горизонтальную и фронтальную плоскости проекций прямая проецируется в натуральную величину (рисунок 2.12, *в*).

Вопросы для самоконтроля

1 Дайте определение прямой общего положения и прямым уровня.

2 Дайте определение проецирующим прямым.

3 Плоскость

Плоскость в пространстве бесконечна. Определителем плоскости называется совокупность геометрических элементов, однозначно определяющих ее положение в пространстве (три точки, не лежащие на одной прямой; прямая и точка, не лежащая на прямой; пересекающиеся прямые; параллельные прямые; треугольник и др.).

Определитель записывается в скобках после буквенного обозначения плоскости. Например: γ(a∩b) означает, что плоскость задана двумя пересекающимися прямыми, или треугольником (рисунок 3.1).

На чертеже плоскость может быть задана различными способами (рисунок 3.2):

а – проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой;
б – проекциями прямой и точки, не лежащей на этой прямой;
в – проекциями двух пересекающихся прямых;
г – проекциями двух параллельных прямых;
д – проекциями любой плоской фигуры;
е – следами плоскости.



Рисунок 3.1 – Обозначение плоскости с помощью определителя

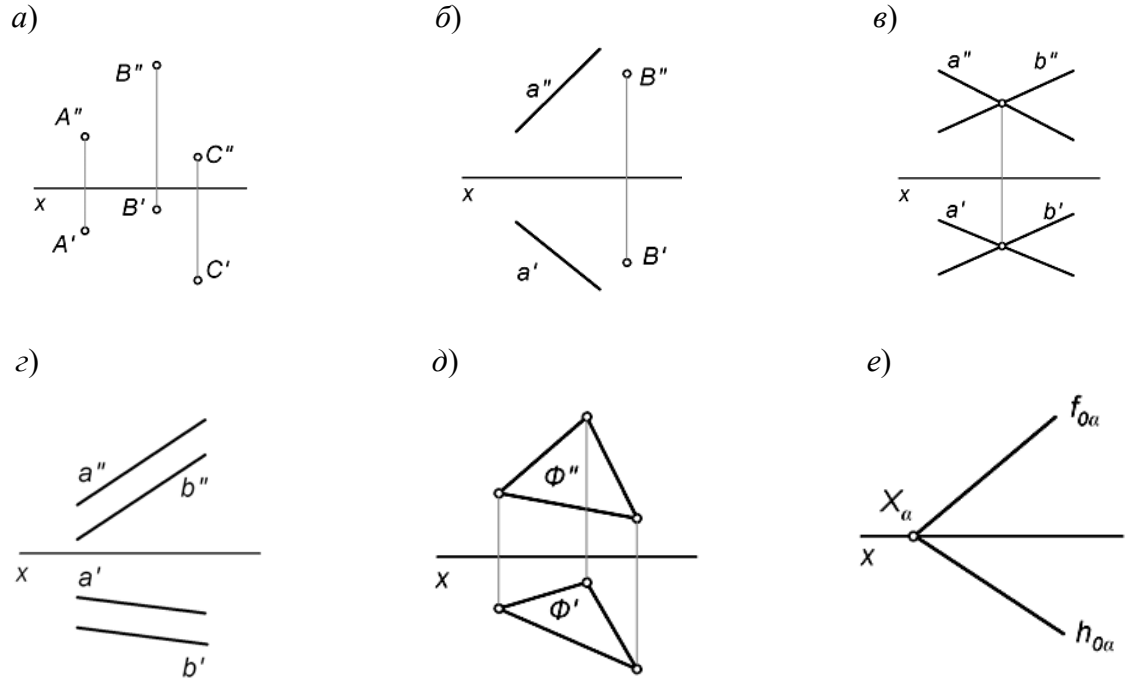


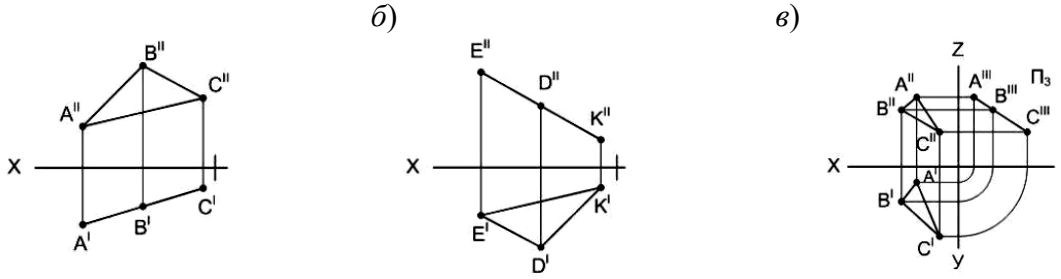
Рисунок 3.2 – Способы задания плоскости

По отношению к плоскостям проекций плоскости разделяются на плоскости общего положения и плоскости частного положения.

Плоскости частного положения могут быть:

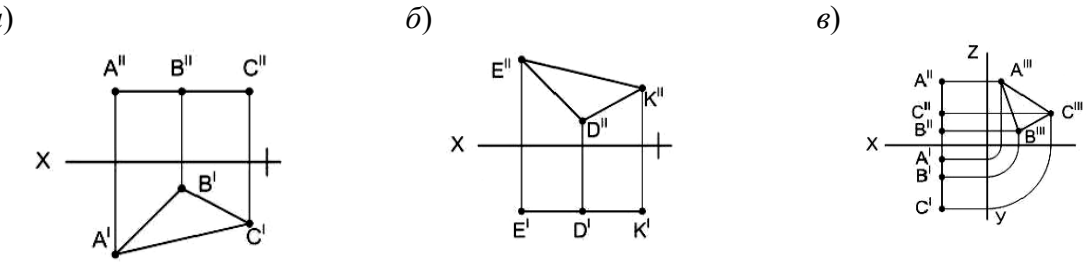
а) перпендикулярными к одной из плоскостей проекций – *проецирующие плоскости* (рисунок 3.3);

б) параллельными к одной из плоскостей проекций (т. е. перпендикулярными к двум плоскостям проекций) – *плоскости уровня* (рисунок 3.4).



а – горизонтально-проецирующая плоскость; *б* – фронтально-проецирующая плоскость; *в* – профильно-проецирующая плоскость

Рисунок 3.3 – Проецирующие плоскости



а – горизонтальная плоскость; *б* – фронтальная плоскость; *в* – профильная плоскость

Рисунок 3.4 – Плоскости уровня

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью общего положения* (см. рисунок 3.2, *д*). Главные линии плоскости – это линии, лежащие в плоскости и параллельные плоскостям проекций. Это горизонталь и фронталь (рисунок 3.5) [2].

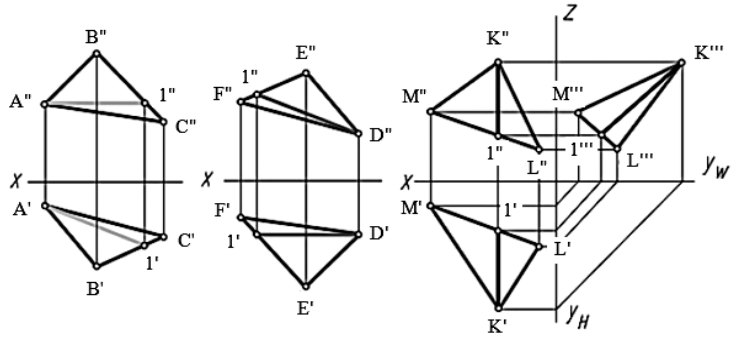


Рисунок 3.5 – Главные линии плоскости

Горизонталь (*A*1) – это прямая, принадлежащая плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций *H*. Ее фронтальная проекция всегда параллельна оси *OX*, а горизонтальная проекция есть натуральная величина этой прямой (см. рисунок 3.5).

Фронталь (*D*1) – это прямая, принадлежащая плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций *V*. Ее горизонтальная проекция всегда параллельна оси *OX*, а фронтальная проекция есть натуральная величина этой прямой (см. рисунок 3.5).

Профильная (*K*1) – это прямая, принадлежащая плоскости и параллельная профильной плоскости проекций *W*. Профильная проекция прямой есть натуральная величина этой прямой (см. рисунок 3.5).

Вопросы для самоконтроля

1 Что называется определителем плоскости?

2 Перечислите способы задания плоскости.

3 Дайте определение плоскости общего положения и плоскостям частного положения.

4 Дайте определение главным линиям плоскости – фронтали и горизонтали.

4 Поверхности

Поверхность – это совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии [5].

Существует три способа задания поверхностей:

1) аналитический;

2) кинематический;

3) каркасный.

1 Аналитический метод – это метод, при котором закон, описывающий положение линии в пространстве, есть уравнение (применяется в математике).

2 Под кинематическим образованием поверхности понимают непрерывное перемещение в пространстве по определенному закону некоторой линии. Такие линии называют образующими или производящими. При кинематическом способе поверхность задается двумя типами линий: образующими и направляющими (рисунок 4.1).

3 Совокупность непрерывного множества образующих с непрерывным множеством направляющих называется сетью или сетчатым каркасом поверхности (рисунок 4.2).

Образующая (*l*) – это линия, которая перемещается в пространстве и формирует поверхность.

Направляющая (*m*) – это линия, по которой движется образующая при формировании поверхности.

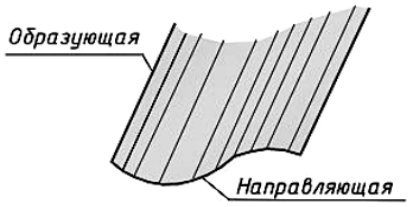


Рисунок 4.1 – Кинематический способ образования поверхности

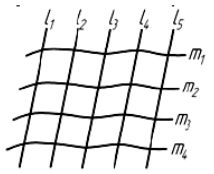


Рисунок 4.2 – Сетчатый каркас поверхности

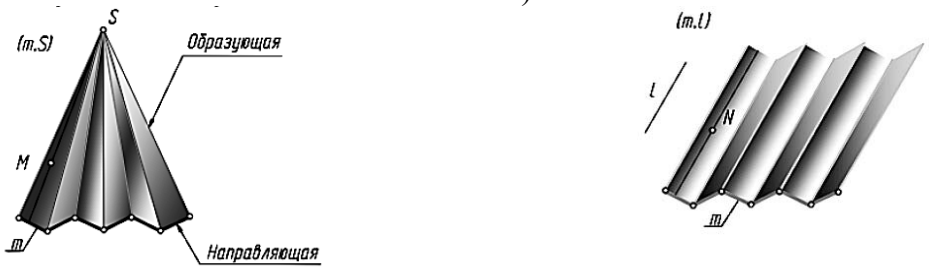
Поверхность считается заданной на чертеже, если можно построить любую её образующую, а значит, и любую точку поверхности.

Поверхности можно разделить на несколько классов в зависимости от формы образующей, а также от формы, числа и расположения направляющих.

1 Поверхности закономерные и незакономерные.

2 Линейчатые (образованные перемещением прямой линии) (рисунок 4.3) и нелинейчатые (криволинейные) поверхности (рисунок 4.4).

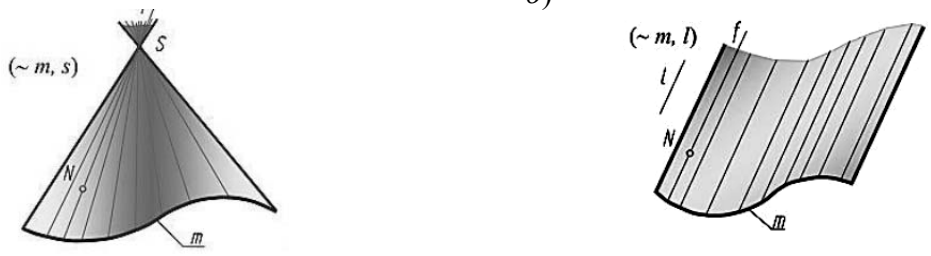
а) *б*)



а – пирамидальная поверхность; *б* – призматическая поверхность

Рисунок 4.3 – Примеры линейчатых поверхностей

а) *б*)



а – коническая поверхность; *б* – цилиндрическая поверхность

Рисунок 4.4 – Примеры криволинейных поверхностей

3 Поверхности развертывающиеся (или торсы) и неразвертывающиеся. Развертывающиеся поверхности – поверхности, которые после разреза их по образующей могут быть односторонне совмещены с плоскостью без наличия разрывов и складок.

Неразвертывающиеся поверхности – поверхности, которые не могут быть совмещены с плоскостью без наличия разрывов и складок.

4 Поверхности с образующей постоянной формы и поверхности с образующей переменной формы.

5 Поверхности с поступательным, вращательным или винтовым движением образующей (рисунок 4.5).

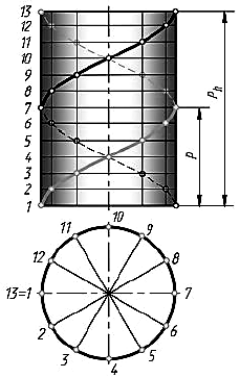


Рисунок 4.5 – Цилиндрическая винтовая линия

Вопросы для самоконтроля

1 Дайте определение поверхности.
2 Назовите способы задания поверхности.
3 Какая линия поверхности называется образующей, направляющей?
4 Приведите примеры поверхностей.

5 Пересечение прямой и поверхности

Для построения точек пересечения с какой-либо поверхностью необходимо провести через данную прямую вспомогательную секущую плоскость; затем найти линию пересечения вспомогательной плоскости с данной поверхностью и, наконец, определить точки пересечения полученной линии с заданной прямой. Эти точки и будут искомыми точками пересечения прямой с поверхностью [6].

Обычно в качестве вспомогательной плоскости выбирают проецирующую плоскость, проходящую через данную прямую, т. к. в общем случае линия пересечения поверхности с проецирующей плоскостью строится проще, нежели с плоскостью общего положения.

Однако в некоторых частных случаях выгоднее в качестве вспомогательной плоскости выбирать плоскость общего положения, пересекающую данную поверхность по графически простой линии.

Так как линия пересечения поверхности с проецирующей плоскостью, проведенной через данную прямую, и данная прямая являются конкурирующими линиями, то общий прием построения точек пересечения прямой с поверхностью можно сформулировать так: для построения точек пересечения пря-

мой с поверхностью нужно построить на поверхности вспомогательную линию, конкурирующую с данной прямой, и найти точки пересечения этой линии с прямой.

При этом, строя вспомогательную линию, следует для определения ее отдельных точек пользоваться графически простыми линиями поверхности. Так, в случае поверхности вращения такими простыми линиями будут параллели (окружности), а в случае линейчатой поверхности – образующие (прямые).

На рисунке 5.1 показано нахождение точек пересечения прямой общего положения *AB* с поверхностью пирамиды *SCDE* [5].

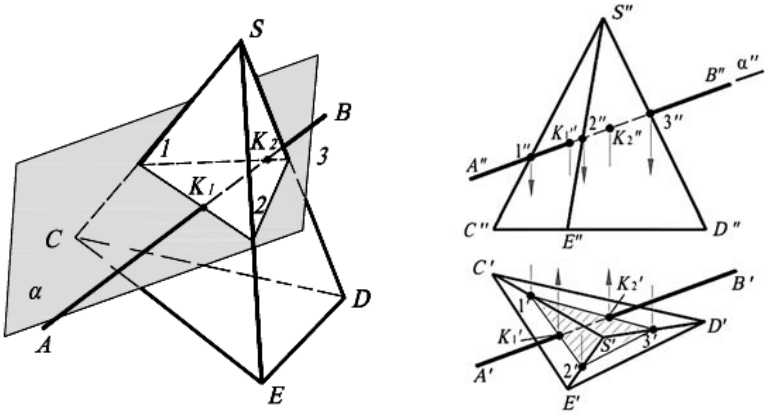
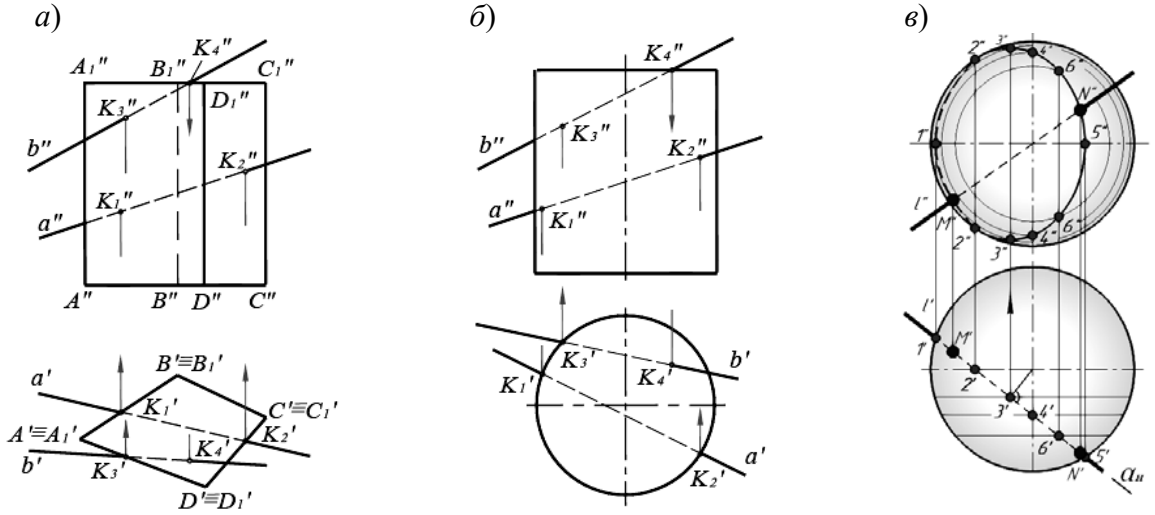


Рисунок 5.1 – Пересечение прямой общего положения с поверхностью призмы

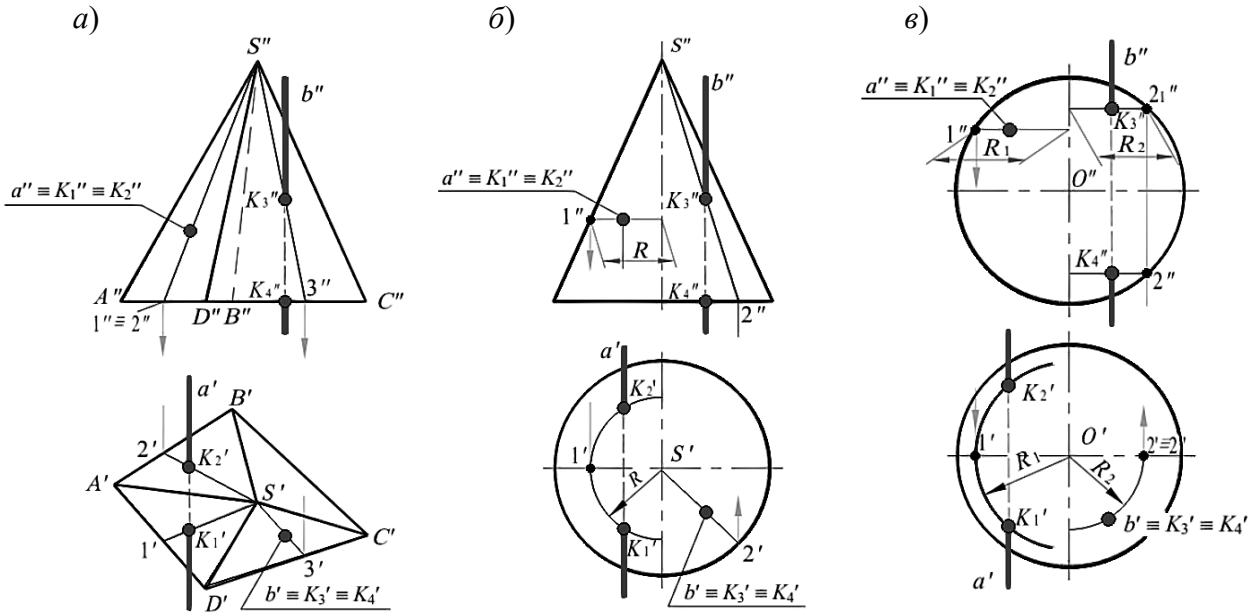
На рисунке 5.2 показано построение точек пересечения прямых линий общего положения *a* и *b* с поверхностями: четырехугольной прямой призмы, цилиндра вращения, прямой линии общего положения *l* с поверхностью сферы.



а – пересечение прямых линий общего положения *a* и *b* с поверхностью призмы; *б* – пересечение прямых линий общего положения *a* и *b* с поверхностью цилиндра; *в* – пересечение прямой линий общего положения *l* с поверхностью сферы

Рисунок 5.2 – Пересечение прямых линий общего положения *a* и *b* с поверхностями четырехугольной прямой призмы и цилиндра вращения

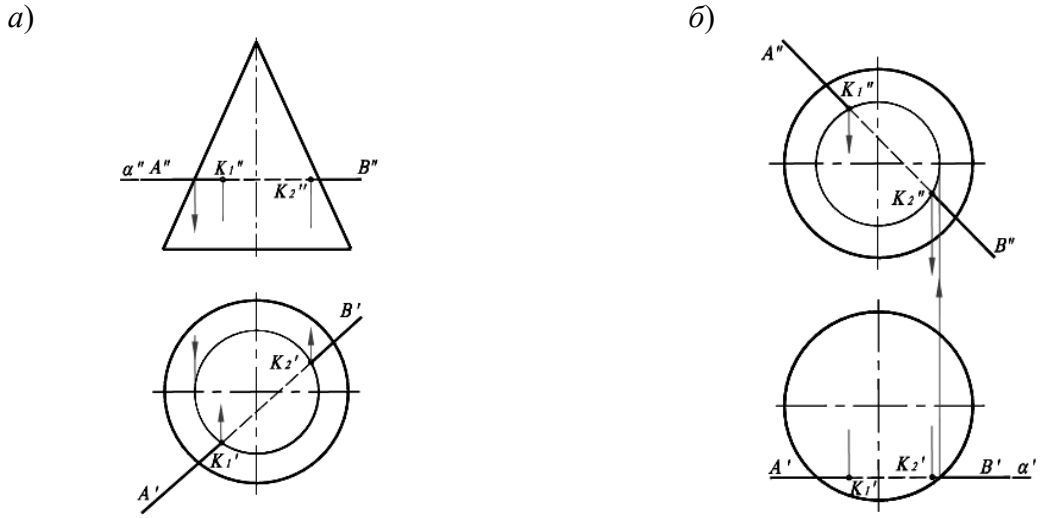
На рисунке 5.3 показано построение точек пересечения проецирующих прямых *a* и *b* с поверхностями: пирамиды, конуса вращения, сферы.



а – пересечение проецирующих прямых *a*, *b* с поверхностью пирамиды; *б* – пересечение проецирующих прямых *a* и *b* с поверхностью конуса вращения; *в* – пересечение проецирующих прямых *a* и *b* с поверхностью сферы

Рисунок 5.3 – Точки пересечения проецирующих прямых линий *a* и *b* с поверхностями пирамиды, конуса вращения и сферы

На рисунке 5.4 показано построение точек пересечения прямых уровня с поверхностями конуса вращения и сферы.



а – пересечение прямой уровня с поверхностью конуса вращения; *б* – пересечение прямой уровня с поверхностью сферы

Рисунок 5.4 – Нахождение точек пересечения прямых уровня с поверхностью конуса вращения, поверхностью сферы

На рисунке 5.5 показано построение точек пересечения прямой уровня и поверхности тора.

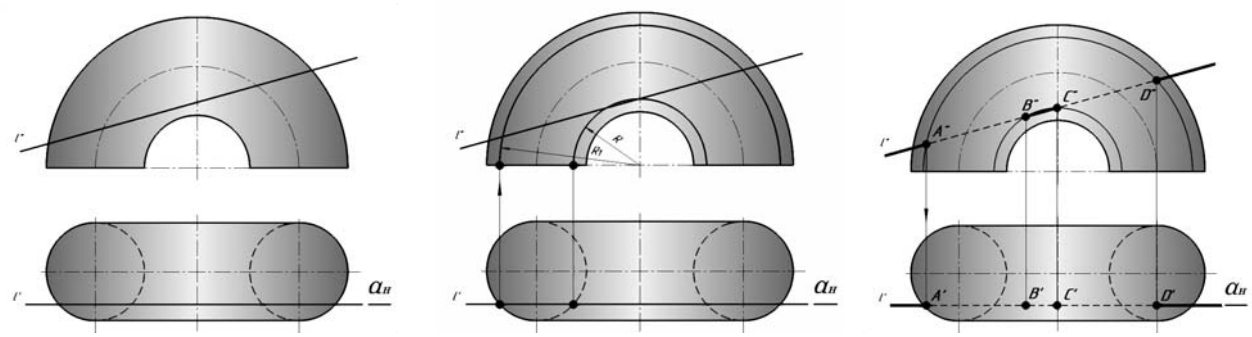


Рисунок 5.5 – Нахождение точек пересечения прямой уровня с поверхностью тора

Вопросы для самоконтроля

1 Перечислите этапы построения пересечения прямой линии с поверхностью.
2 Какую плоскость обычно выбирают в качестве вспомогательной?
3 С помощью каких точек определяют видимость линии пересечения?

6 Пересечение поверхностей

В общем случае линия пересечения двух поверхностей представляет собой пространственную кривую, которая может распадаться на несколько частей.

Линию пересечения поверхностей обычно строят по ее отдельным точкам, принадлежащих одновременно заданным поверхностям. Форма линий пересечения зависит от формы и взаимного расположения поверхностей.

Прежде чем приступить к построению линии пересечения поверхностей, необходимо внимательно изучить задачи, т. е. выяснить какие поверхности пересекаются.

Если одна из поверхностей является проецирующей, то решение задачи упрощается, т. к. на одной из проекций линия пересечения совпадает с проекцией поверхности. И задача сводится к нахождению 2-й проекции линии.

При решении задачи следует отметить в первую очередь характерные точки: точки на крайних образующих, точки, делящие линию на видимую и невидимую часть, верхние и нижние точки и др.

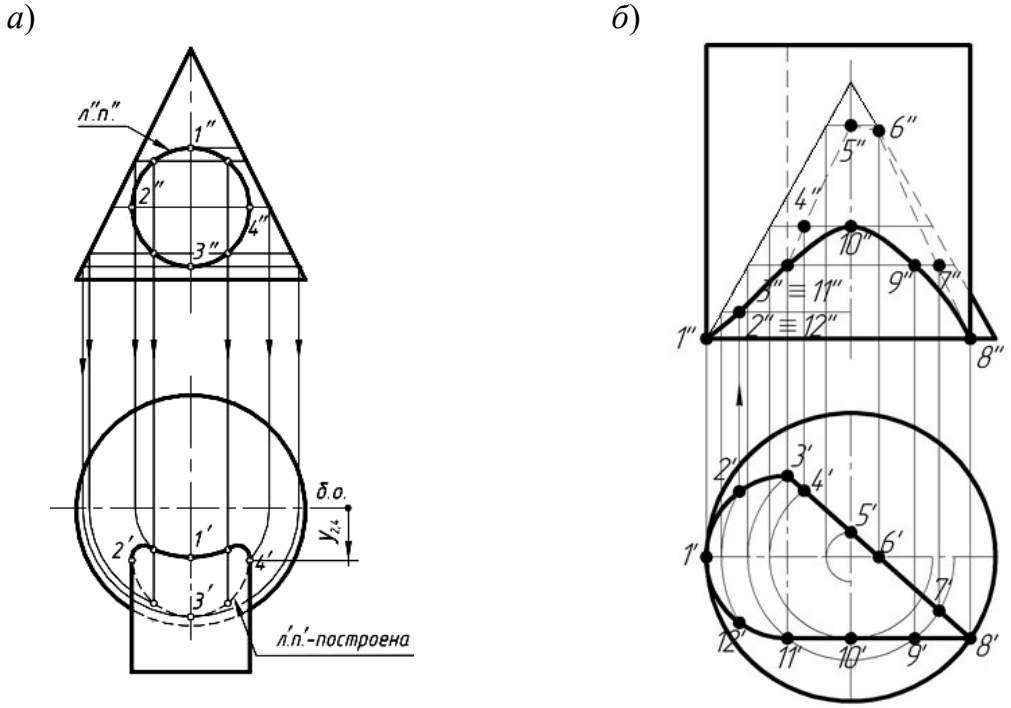
Они позволяют определить границы линии пересечения, между которыми и следует определять промежуточные точки. Для нахождения промежуточных точек вводятся вспомогательные секущие посредники. Количество промежуточных точек должно быть достаточным для определения линии пересечения поверхностей. Построенные точки соединяют плавной кривой линией с учетом их видимости. На рисунке 6.1, *а* приведен пример построения проекций линии пересечения поверхностей прямого кругового конуса и фронтально-проецирующего

цилиндра. Фронтальная проекция линии пересечения *1"-2"-3"-4"* совпадает с окружностью, которая является вырожденной проекцией боковой поверхности цилиндра. Следовательно, требуется достроить горизонтальную проекцию линии пересечения, построив горизонтальные проекции обозначенных точек по их принадлежности конусу, и соединить построенные на проекции точки плавными кривыми линиями с учетом их видимости на поверхностях.

Применение способа вспомогательных секущих плоскостей уровня целесообразно при наличии двух графических условий:

– общая плоскость симметрии пересекающихся геометрических тел является плоскостью уровня;

– сечениями геометрических тел в одной из плоскостей уровня должны быть простые в построении линии пересечения (прямые линии или окружности). На рисунке 6.1, *б* приведен пример построения проекций линии пересечения прямого конуса и горизонтально-проецирующей комбинированной поверхности способом вспомогательных секущих плоскостей.

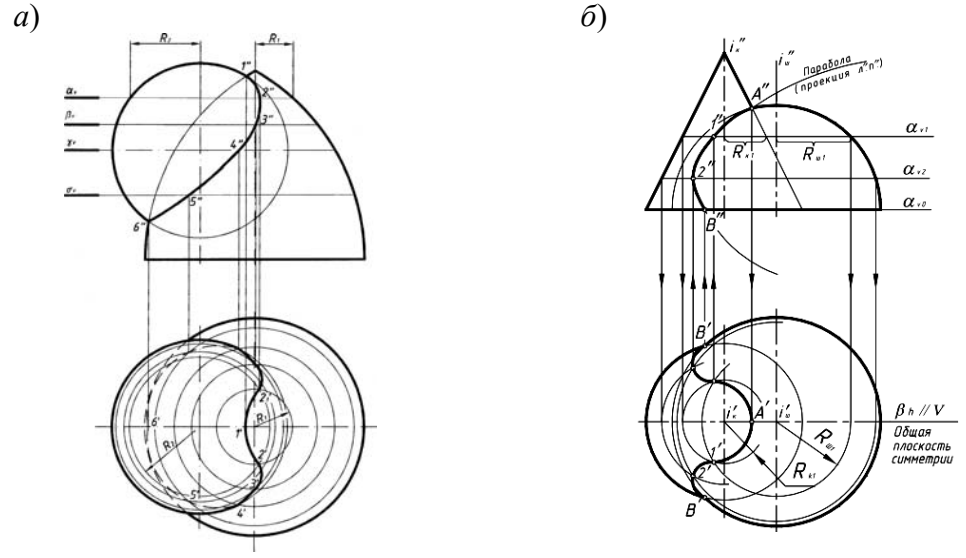


а – построение проекций линии пересечения прямого кругового конуса и фронтально-проецирующего цилиндра; *б* – построение проекций линии пересечения прямого конуса и горизонтально-проецирующей комбинированной поверхности

Рисунок 6.1 – Построение проекций линии пересечения поверхностей

Пусть требуется определить линию пересечения поверхности сферы с поверхностью тора (рисунок 6.2, *а*). Так как обе заданные поверхности являются поверхностями вращения, то линия их пересечения представляет пространственную кривую, для построения которой нужно найти ряд точек.

Для получения этих точек следует воспользоваться такими вспомогательными плоскостями, чтобы проекции линий пересечения с заданными поверхностями были бы наиболее простого вида. Такими плоскостями в данном случае являются горизонтальные плоскости (α, β, γ, σ), которые пересекают заданные поверхности по окружностям, проецирующимся на горизонтальную плоскость проекций без искажения. Взаимное пересечение горизонтальных проекций указанных окружностей определяет горизонтальные проекции точек, принадлежащих линии пересечения.



а – построение проекций линии пересечения сферы и тора; *б* – построение проекций линии пересечения прямого конуса и половины сферы

Рисунок 6.2 – Пересечение поверхностей

Сначала находим точки 1 и 6. Это так называемые «опорные» или «характерные» точки линии пересечения (см. рисунок 6.2, *а*).

Эти точки определяют сразу на фронтальной проекции без дополнительных построений как результат пересечения очерковых образующих заданных поверхностей (можно представить, что мы рассекаем обе поверхности так называемой «осевой» плоскостью ω, тогда на фронтальной плоскости проекций получим очерки заданных поверхностей, которые пересекаются в точках 1″ и 6″). В данном случае точки 1 и 6 являются высшей и низшей точками линии пересечения и теперь понятен диапазон, в котором следует проводить вспомогательные плоскости.

Так, в частности, в результате пересечения поверхностей сферы и тора горизонтальной плоскости α получены окружности радиусами R_1 и R_2. Эти окружности на горизонтальной проекции пересекаются в точках 2′ и 2_1′, затем находим их на фронтальной плоскости по линии связи на следе α_V.

Проведя ряд горизонтальных вспомогательных плоскостей, аналогичным образом найдем и другие точки, принадлежащие линии пересечения.

Точка 4 определена в пересечении поверхностей плоскостью γ, проходящей через экватор сферы и являющейся границей видимости на горизонтальной проекции. Все найденные точки следует последовательно соединить друг с другом плавной кривой линией.

На рисунке 6.2, *б* приведен пример построения проекций линии пересечения прямого конуса и половины сферы.

На рисунке 6.3 показано поэтапное решение построения линии пересечения прямого конуса и сферы способом вспомогательных секущих плоскостей.

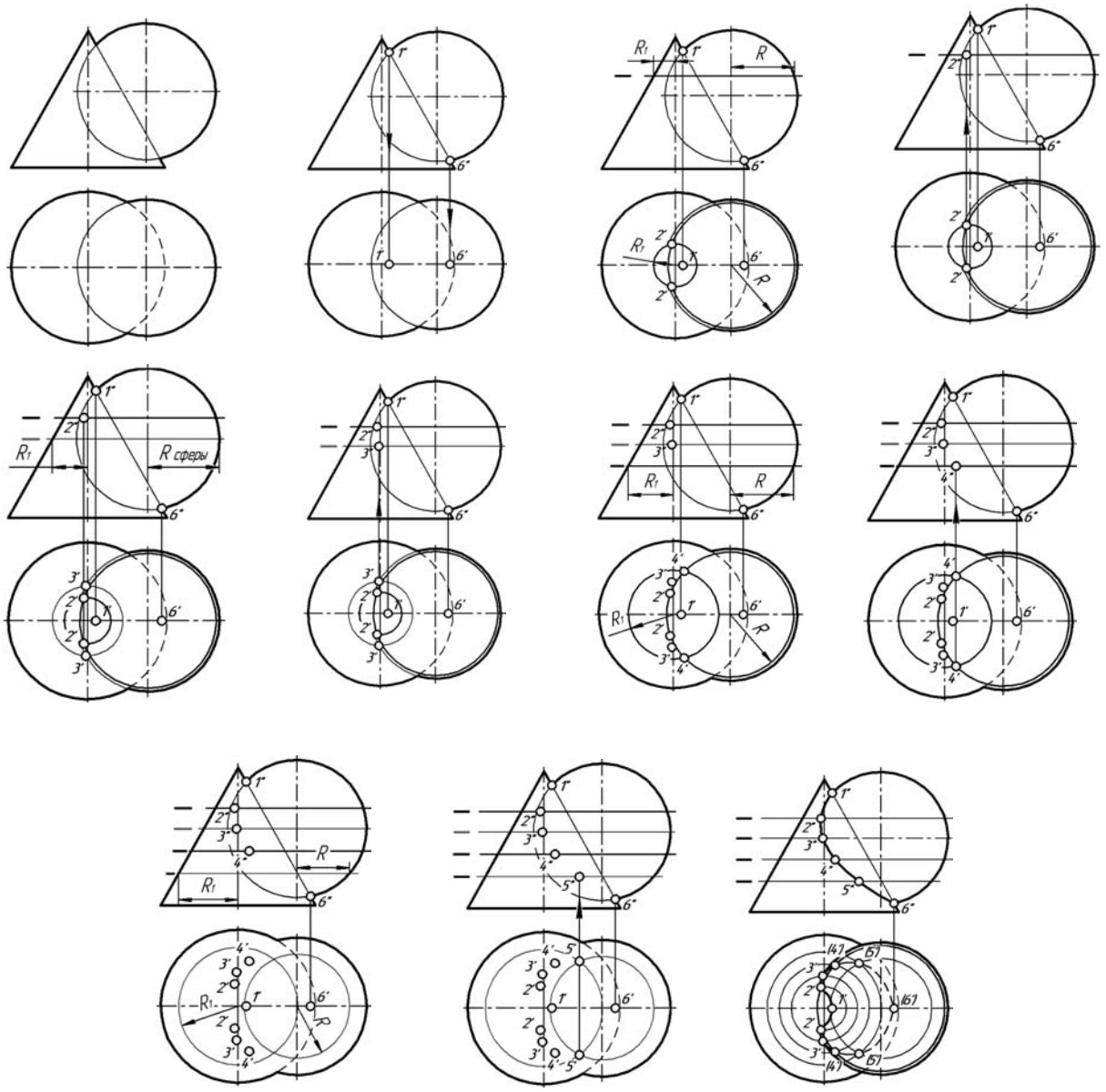


Рисунок 6.3 – Этапы построения линии пересечения конуса и сферы

Способ вспомогательных секущих сфер может быть использован, если:

– заданные поверхности являются поверхностями вращения;

– оси заданных поверхностей пересекаются;

– оси поверхностей лежат в плоскости, параллельной одной из плоскостей проекций.

Применение в указанном случае сферических поверхностей удобно потому, что сферическая поверхность, центр которой расположен на оси любого тела вращения, пересекается с последним по окружности.

Эта окружность проецируется на плоскость проекций, параллельно которой расположена ось тела вращения в виде прямой линии *L* (рисунок 6.4), потому что точка *A* – точка пересечения образующих обоих тел вращения – при вращении образующих опишет дугу окружности, общую обеим поверхностям и расположенную в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Для того чтобы сферические поверхности использовать в качестве вспомогательных поверхностей при определении линии пересечения поверхностей двух тел вращения, за центр вспомогательных сферических поверхностей следует принимать точку пересечения осей заданных поверхностей.



Рисунок 6.4 – Частные случаи пересечения поверхностей вращения

Способом вспомогательных секущих сфер проекция линии пересечения на плоскости проекций, параллельно которой расположены оси поверхностей, может быть построена по одной проекции заданных поверхностей.

На рисунке 6.5 приведен пример построения проекций линии пересечения усеченного конуса и тороида (самопересекающийся тор) способом вспомогательных секущих сфер.

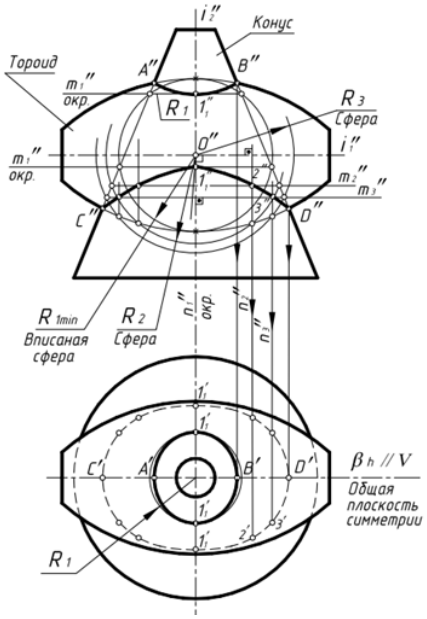


Рисунок 6.5 – Построение проекций линии пересечения усеченного конуса и тороида (самопересекающийся тор) способом вспомогательных секущих сфер

В практике решения задач на построение линии пересечения поверхностей вращения встречаются случаи, когда ось поверхности наклонена к одной из плоскостей проекций. В этом случае основание поверхности вращения проецируется на эту плоскость в виде эллипса, а также возникает вопрос построения очерковых образующих.

На рисунке 6.6 изображены два конуса; ось одного из них параллельна плоскости *H* и наклонена к плоскости *V*. Очерк его горизонтальной проекции задан: равнобедренный треугольник *S′D′E′*. Требуется построить очерк фронтальной проекции. Искомый очерк составляется из части эллипса и двух касательных к нему прямых.

Эллипс на фронтальной проекции можно построить по двум его осям: малой *D″E″* и большой *K″P″*, равной по своей величине *D′E′* (диаметру окружности основания конуса). Из точки *O″* чертим две концентрические окружности, диаметры которых равны заданным осям эллипса. Обе окружности делим на 12 равных частей. Через точки деления 1, 2, 3, 4 и т. д. на большой окружности проводим прямые, параллельные *E″D″*, а через точки деления на малой окружности – прямые, параллельные *K″P″*. От взаимного пересечения этих прямых получим ряд точек: *X*, *Y* и т. д.; это и будут искомые точки эллипса, которые соединяем плавной кривой с помощью лекала.

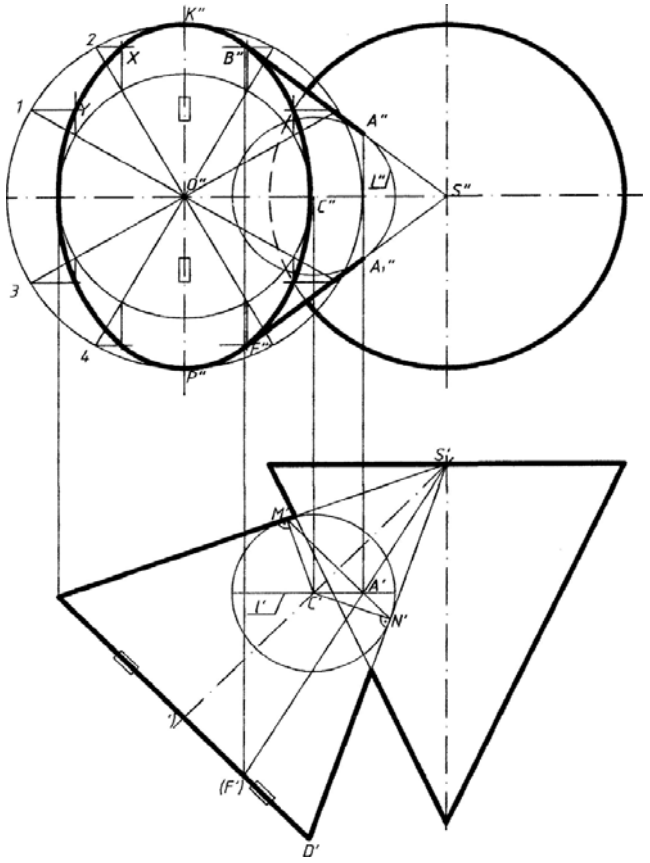


Рисунок 6.6 – Построение очерков проекций поверхности вращения с наклонной осью

Построение очерковых образующих конуса, касательных к эллипсу, можно выполнить с помощью сферы, вписанной в конус. Из произвольной точки C', взятой на оси конуса, проводим сферу радиусом $C'N'$ так, чтобы эта сфера была вписана в конус. Далее можно построить линию касания $M'N'$ сферы и конуса. Построение искомой образующей можно начать с отыскания точки A' – горизонтальной проекции одной из точек искомой образующей. Точка A' получается при пересечении горизонтальных проекций окружности касания конуса и сферы (прямая $M'N'$) и экватора сферы (прямая l'). Теперь можно найти проекцию A'' на фронтальной проекции экватора и через точки S'' и A'' провести прямые фронтальные проекции искомых образующих (см. рисунок 6.6).

Вопросы для самоконтроля

1 Назовите этапы построения линии пересечения поверхностей.

2 В чем сущность метода секущих плоскостей?

3 Как определить характерные точки линии пересечения поверхностей по методу секущих плоскостей?

4 В чем сущность метода секущих сфер?

5 Как определить центр вписанных концентрических сфер?

6 Как определить величину радиуса максимальной и минимальной сферы?

7 Пример задания для выполнения аудиторной контрольной работы

Аудиторная контрольная работа (АКР) в первом семестре включает в себя две задачи по основным темам начертательной геометрии. Первая задача по теме «Пересечение прямой с поверхностью», вторая задача по теме «Пересечение поверхностей». Пример индивидуальной карточки-задания для выполнения аудиторной контрольной в первом семестре приведен на рисунке 7.1.

Каждая задача АКР выполняется на отдельном листе, в соответствии с указанными в миллиметрах размерами и координатами точек, в масштабе 1:1. Обязательно использование чертежных инструментов и высокая точность построений. Все буквенные и цифровые обозначения при решении задач должны быть выполнены чертежным шрифтом. Построения выполняются карандашом, сплошными тонкими линиями, с последующей обводкой с учетом видимости линий. Все построения сохраняются.

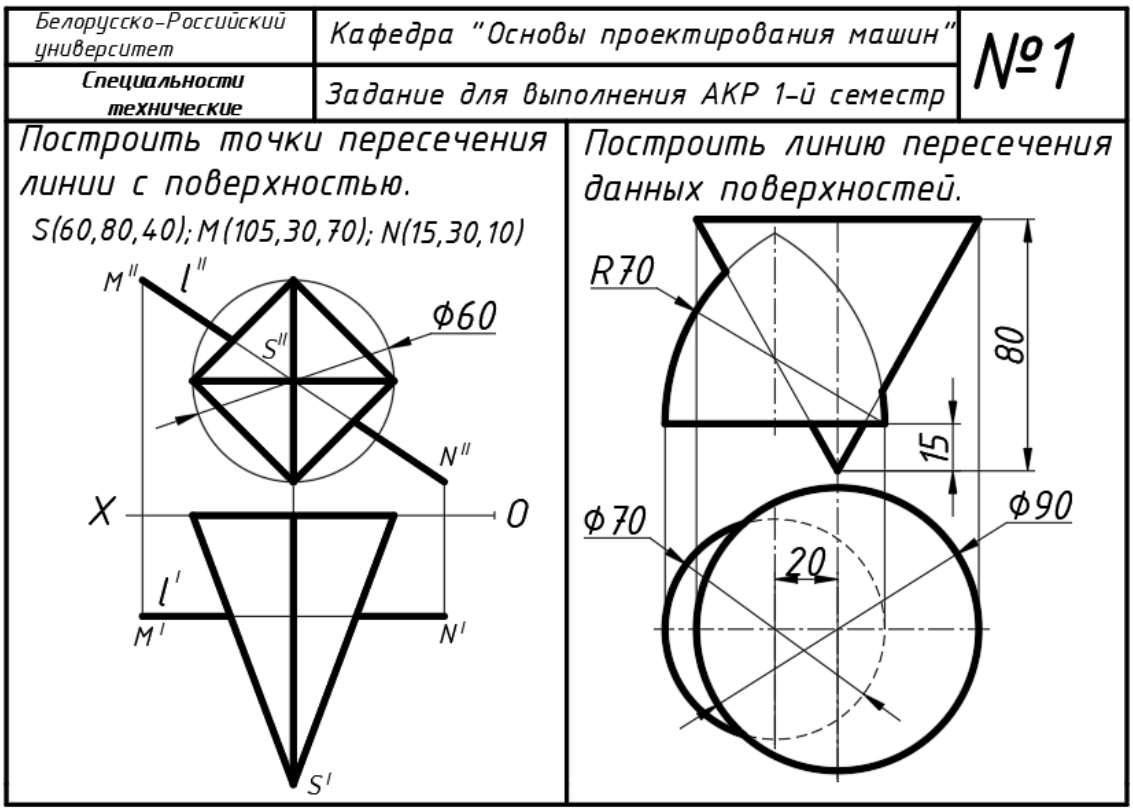


Рисунок 7.1 – Пример индивидуальной карточки-задания для выполнения аудиторной контрольной работы в первом семестре

Список литературы

1 Инженерная графика: учебник / под ред. Н. П. Сорокина. – 6-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2022. – 392 с.

2 **Леонова, О. Н.** Начертательная геометрия в примерах и задачах: учеб. пособие / О. Н. Леонова, Е. А. Разумова. – 3-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 212 с.

3 **Чекмарев, А. А.** Инженерная графика. Машиностроительное черчение: учебник / А. А. Чекмарев. – М. : ИНФРА-М, 2022. – 396 с.

4 **Цакунов, А. А.** Инженерная графика. Основы начертательной геометрии. Основы технического черчения. Основы машиностроительного черчения: учеб. пособие / А. А. Цакунов, Т. Э. Каптилович; под ред. Г. Ф. Ласуты. – Мн. : Минфин, 2022. – 195 с.

5 **Винокурова, Г. Ф.** Начертательная геометрия: курс лекций для студентов ТПУ всех специальностей / Г. Ф. Винокурова, Б. Л. Степанов. – Томск : Томский политехн. ун-т, 2022. – 65 с.

6 **Бударин, О. С.** Начертательная геометрия. Краткий курс / О. С. Бударин. – 3-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 361 с.

7 Линии: ГОСТ 2.303–68. – Мн. : Госстандарт, 2010. – 8 с.

8 Шрифты чертежные: ГОСТ 2.304–81. – Мн. : Госстандарт, 2010. – 23 с.

9 Изображения – виды, разрезы, сечения: ГОСТ 2.305–2008. – Мн. : Госстандарт, 2010. – 28 с.

10 Инженерная графика: метод. рекомендации к практ. занятиям для студентов направления подготовки 27.03.05 «Инноватика» очной формы обучения / Бел.-Рос. ун-т; сост. Ж. В. Рымкевич, О. А. Воробьева, Н. М. Юшкевич. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2022. – 47 с.

11 Инженерная графика: метод. рекомендации к управляемой самостоятельной работе для студентов специальности 1-36 01 06 «Оборудование и технология сварочного производства» очной формы обучения / Бел.-Рос. ун-т; сост. О. А. Воробьева, Н. М. Юшкевич. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2022. – 41 с.