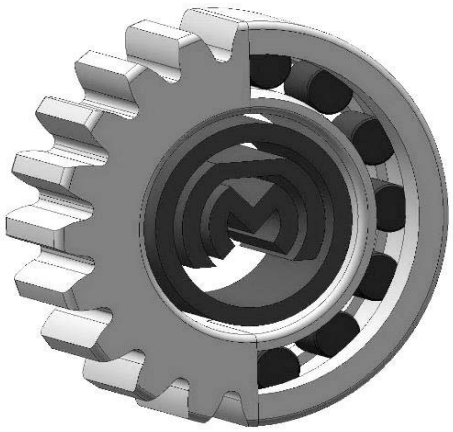
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Методические рекомендации к самостоятельной работе для студентов специальности 6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных и технологических машин и комплексов» заочной формы обучения



Могилев 2026

УДК 621.9.04
ББК 34.5
Т38

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «28» сентября 2026 г., протокол № 2

Составитель канд. техн. наук, доц. А. П. Прудников

Рецензент канд. техн. наук, доц. М. Н. Миронова

Изложены краткие теоретические сведения и задачи для самостоятельной работы по дисциплине «Теория механизмов и машин».

Учебное издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Ответственный за выпуск	А. П. Прудников
Корректор	А. А. Подошевко
Компьютерная верстка	Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2026

Содержание

Введение……...4
1 Структурный анализ механизма 5
2 Построение плана скоростей..... 11
3 Варианты заданий для выполнения аудиторной контрольной работы 24
4 Примеры выполнения и оформления аудиторной контрольной работы 25
Список литературы 30

Введение

Методические рекомендации предназначены для самостоятельной работы студентов заочной формы обучения, изучающих курс «Теория механизмов и машин».

В методических рекомендациях рассмотрены методы структурного и кинематического анализа плоских рычажных механизмов.

Целью данных методических рекомендаций является формирование у студентов навыков изучения конструкций, принципа работы, основных геометрических параметров объектов, изучаемых дисциплиной «Теория механизмов и машин», а также порядок их анализа.

Теория механизмов и машин – это общеинженерная дисциплина, играющая роль связующего звена между циклами общенаучных и специальных дисциплин. Совместно с курсами теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин она образует группу предметов, закладывающих фундамент инженерного образования машиностроительного профиля.

Все задачи курса «Теория механизмов и машин» можно условно разделить на две категории: задачи анализа и задачи синтеза. Анализ состоит в исследовании кинематических и динамических свойств механизма по заданной схеме и заданным размерам. Задача синтеза является обратной по отношению к задаче анализа [1, 2].

1 Структурный анализ механизма

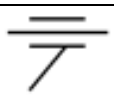
1.1 Теоретические основы практических занятий

Механизмом называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел. Механизмы являются составными частями машин.

Механизм состоит из звеньев. *Звеном* называется одна деталь механизма или несколько деталей, жестко связанных между собой. Звено, относительно которого изучается движение остальных звеньев, называется *стойкой*. Звено, которому сообщается движение, называется *входным*. Звено, совершающее движение, для реализации которого создан механизм, называется *выходным*.

Кинематическая пара – соединение звеньев, допускающее их относительное движение. Кинематические пары бывают высшие и низшие. В *низших* парах звенья соприкасаются по поверхностям, а в *высших* – по линиям или в точках. По числу допускаемых относительных движений соединяемых звеньев кинематические пары бывают *одно-*, *двух-*, *трех-*, *четырех-* и *пятиподвижные*. По числу связей, накладываемых на относительное движение соединяемых звеньев, кинематические пары бывают *первого*, *второго*, *третьего*, *четвертого* и *пятого классов S* (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Классификация кинематических пар

Подвижность *W*	Класс *S*	Название	Условное обозначение
3	3	Сферическая	
2	4	Сферическая с пальцем	
2	4	Цилиндрическая	
1	5	Вращательная	
1	5	Поступательная	
1	5	Винтовая	

Кинематическая цепь – это система звеньев, образующих между собой кинематические пары. Механизм – это кинематическая цепь, в которой указаны стойка, входные и выходные звенья. Если кинематическая цепь содержит *n* подвижных звеньев, то число ее степеней свободы определится по *формуле Сомова – Малышева*:

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5, \quad (1.1)$$

где n – число подвижных звеньев;

p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число одно-, двух-, трех-, четырех и пятиподвижных пар.

Если все звенья механизма движутся в плоскости, то (1.1) преобразуется в формулу Чебышева:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2. \quad (1.2)$$

Число степеней свободы W равно числу обобщенных координат, т. е. числу независимых между собой параметров, однозначно определяющих положение всех звеньев механизма. Чаще всего применяют механизмы с $W = 1$. Звенья, за которыми закреплены обобщенные координаты, называют *начальными*.

Существуют различные виды механизмов: рычажные, зубчатые, кулачковые, фрикционные и др. Механизмы, звенья которых образуют только низшие пары, называются *рычажными*.

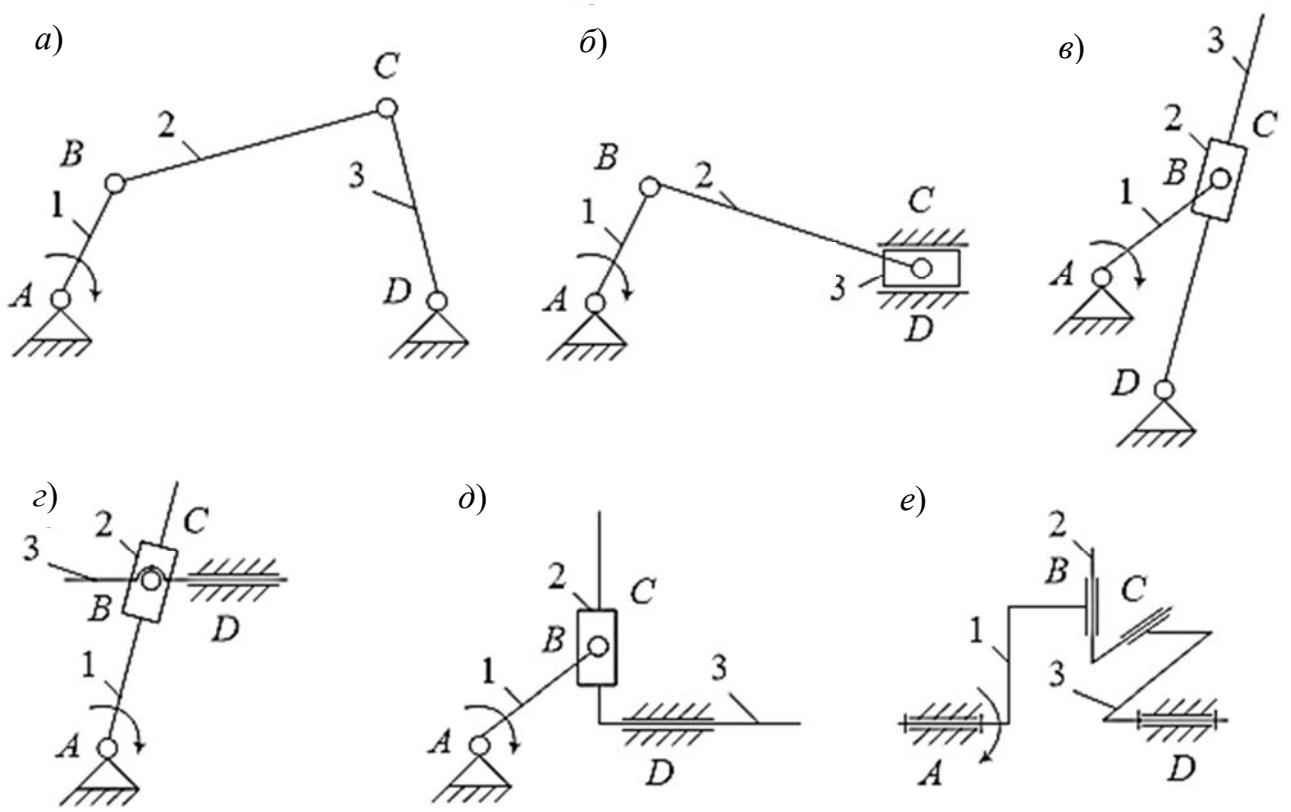
На рисунке 1.1 приведены основные виды простейших рычажных механизмов. Их звенья обозначают цифрами. Звенья имеют специальные названия. Кривошип *1* (см. рисунок 1.1) – звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси. Коромысло *3* (см. рисунок 1.1, *а*) – звено, совершающее неполный оборот вокруг неподвижной оси. Шатун *2* (см. рисунок 1.1, *а*, *б*) – звено рычажного механизма, не образующее кинематической пары со стойкой (совершает сложное движение). Кулиса *3* (см. рисунок 1.1, *в*) – звено рычажного механизма, совершающее вращательное движение и образующее с другим звеном (кулисным камнем *2* на рисунке 1.1, *в*) поступательную кинематическую пару. Кинематические пары обозначают прописными латинскими буквами. Неподвижное звено (стойка) отмечается штриховкой, не обозначается, но подразумевается, что оно имеет обозначение «нуль».

Распространена структурная классификация рычажных механизмов, предложенная Л. В. Ассуром и И. И. Артоболевским, согласно которой каждый механизм с одной степенью свободы $W = 1$ можно считать состоящим из механизма первого класса и присоединенных к нему структурных групп.

Механизм первого класса представляет собой ведущее звено, соединенное со стойкой посредством кинематической пары. Обозначается на схеме стрелкой, указывающей направление его движения (рисунок 1.2).

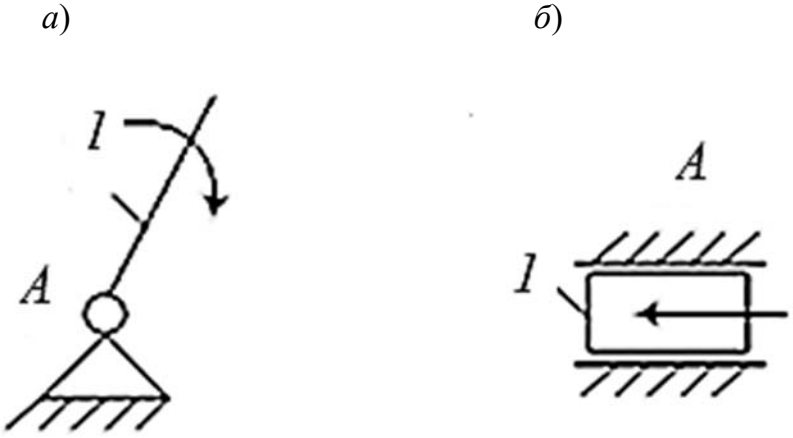
Структурной группой (группой Ассура) называется такая кинематическая цепь, которая после присоединения к стойке имеет нулевую степень свободы $W = 1$. После присоединения этой группы к звеньям механизма его степень подвижности не изменяется. Формула (1.2) для структурной группы приводится к следующему виду:

$$0 = 3n - 2p_1, \; p_1 = 1{,}5 \cdot n. \quad (1.3)$$



а – шарнирный четырехзвенник; *б* – кривошипно–ползунный; *в* – кулисный; *г* –тангенсный; *д* – синусный; *е* – крестовая муфта (механизм Ольдгейма)

Рисунок 1.1 – Основные виды рычажных механизмов

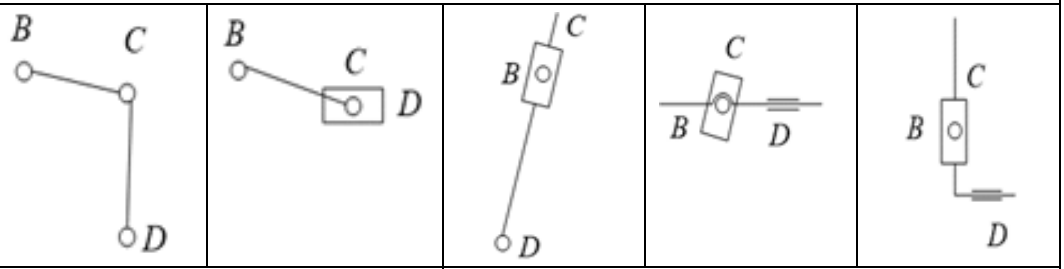
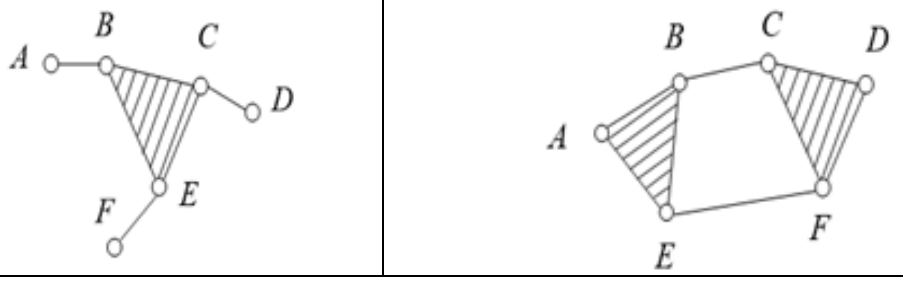


а – кривошип со стойкой; *б* – ползун со стойкой

Рисунок 1.2 – Механизмы первого класса

В таблице 1.2 представлены основные структурные группы. Структурная группа, у которой $p_1 = 3$, $n = 2$, называется *диадой.*

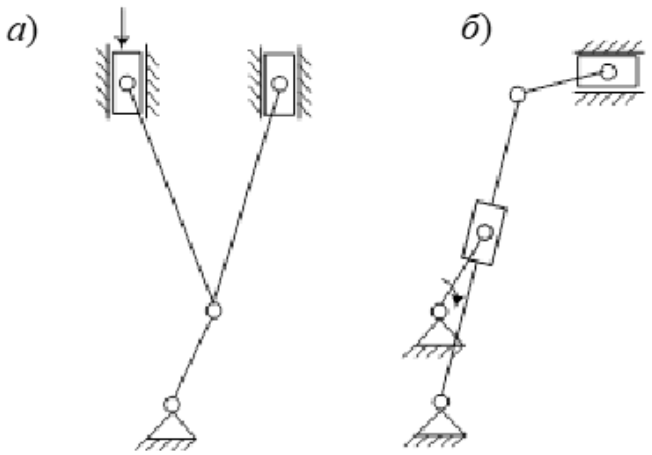
Таблица 1.2 – Основные структурные группы

n	p_1	Схема структурных групп
2	3	
4	6	

1.2 Пример выполнения задания

Рассмотрим структуру плоских рычажных механизмов, приведенных на рисунке 1.3. Обозначим звенья механизмов цифрами (рисунок 1.4), начиная с ведущего звена. Укажем названия звеньев и движение, которое они совершают. Обозначим кинематические пары буквами. Укажем их названия и подвижность W (см. таблицу 1.1), номера звеньев, образующие пару. Определим степень подвижности:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$



а – механизм *V*-образного двигателя внутреннего сгорания; *б* – механизм поперечно-строгального станка

Рисунок 1.3 – Плоские рычажные механизмы

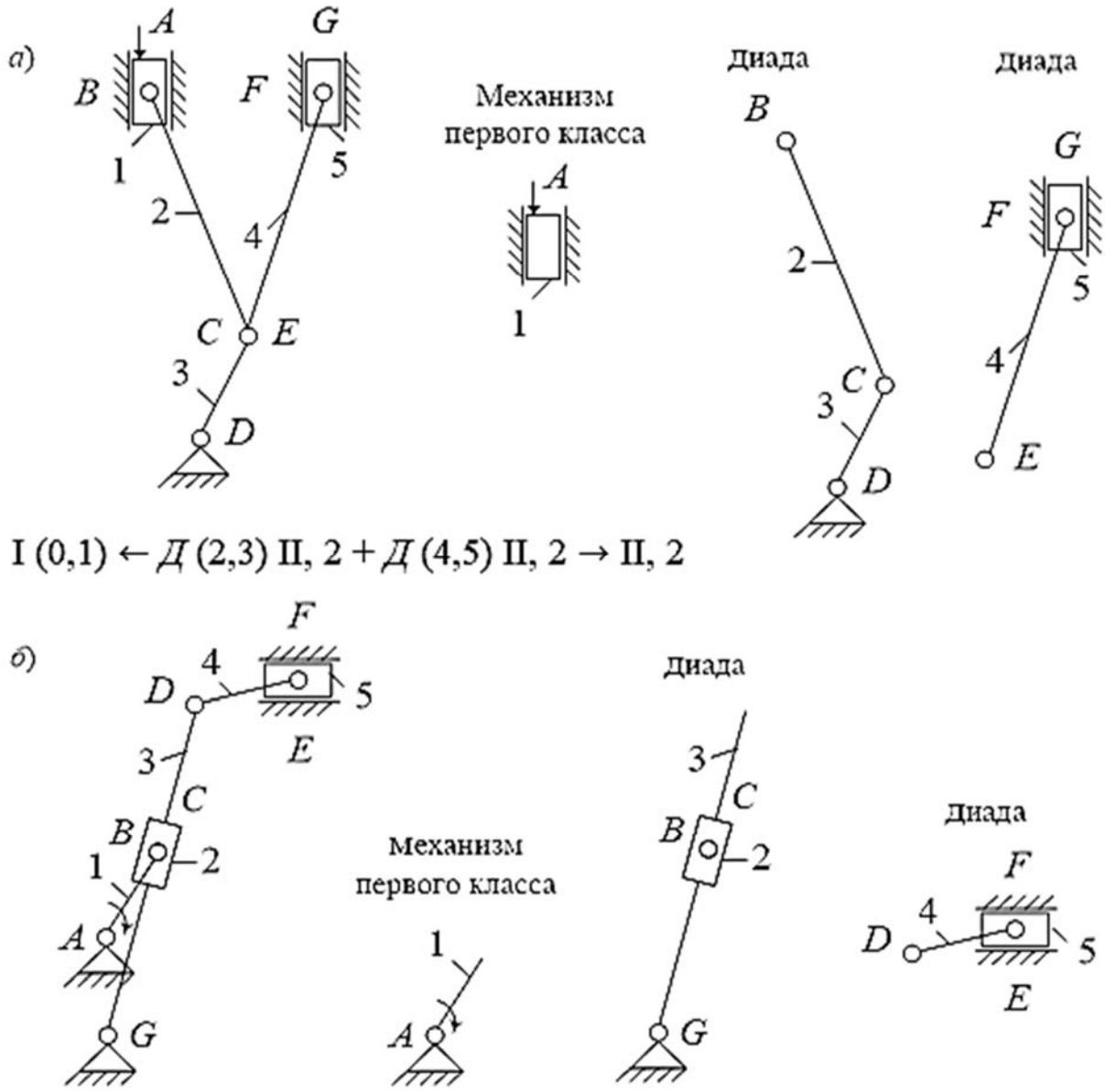


Рисунок 1.4 – Примеры структурного анализа механизмов

Таблица 1.3 – Звенья рычажных механизмов

Механизм V-образного двигателя		Механизм поперечно-строгального станка	
Название	Движение	Название	Движение
1 Ползун	Поступательное	1 Кривошип	Вращательное
2 Шатун	Сложное	2 Кулисный камень	Сложное
3 Кривошип	Вращательное	3 Кулиса	Вращательное
4 Шатун	Сложное	4 Шатун	Сложное
5 Ползун	Поступательное	5 Ползун	Поступательное

Таблица 1.4 – Кинематические пары механизмов

Механизм V-образного двигателя				Механизм поперечно-строгального станка			
Обозначение	Название	Звено	*W*	Обозначение	Название	Звено	*W*
A	Поступательная	0, 1	1	*A*	Вращательная	0, 1	1
B	Вращательная	1, 2	1	*B*	Вращательная	1, 2	1
C	Вращательная	2, 3	1	*C*	Поступательная	2, 3	1
D	Вращательная	3, 0	1	*D*	Вращательная	3, 4	1
E	Вращательная	3, 4	1	*E*	Вращательная	4, 5	1
F	Вращательная	4, 5	1	*F*	Поступательная	5, 0	1
G	Поступательная	5, 0	1	*G*	Вращательная	3, 0	1

Для структурного анализа из заданных механизмов выделим механизмы первого класса. Для механизма двигателя – это ползун *1*, образующий поступательную кинематическую пару *A* со стойкой 0. Для механизма станка – это кривошип *1*, образующий со стойкой вращательную пару *A*.

Оставшиеся кинематические цепи механизмов разбиваем на простейшие структурные группы – диады, включающие два соединенных звена и три кинематические пары. Структурная формула механизмов:

$$\text{I}\,(0,1) \leftarrow Д\,(2,3)\ \text{II},\ 2 + Д\,(4,5)\ \text{II},\ 2 \rightarrow \text{II},\ 2.$$

Формула расшифровывается следующим образом. Для получения представленных механизмов необходимо к механизму первого класса, включающему звенья (0,1), присоединить последовательно диаду *Д* (2,3), а затем диаду *Д* (4,5). Диады второго класса и второго порядка, следовательно, и механизм тоже второго класса и порядка. Структурный анализ зависит от заданного ведущего звена (рисунок 1.5).

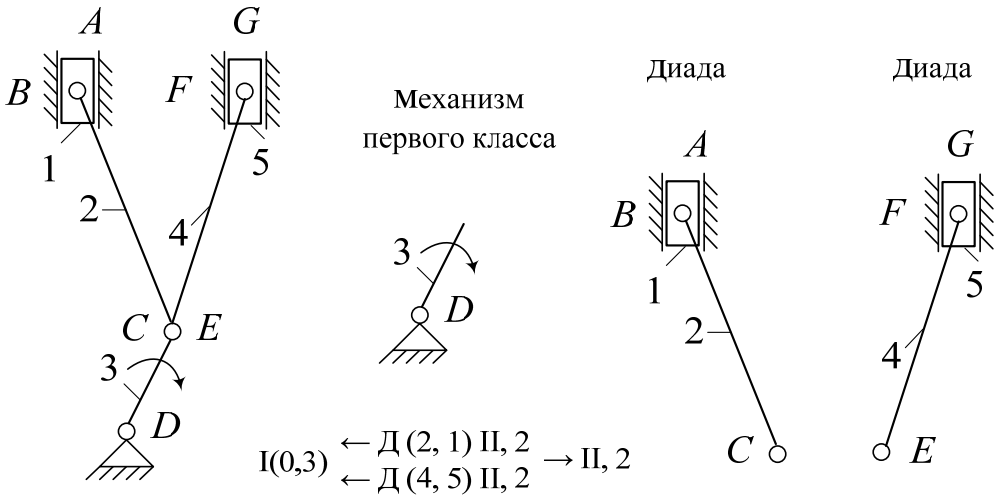


Рисунок 1.5 – Пример структурного анализа при ведущем кривошипе

2 Построение плана скоростей

2.1 Теоретические основы практических занятий

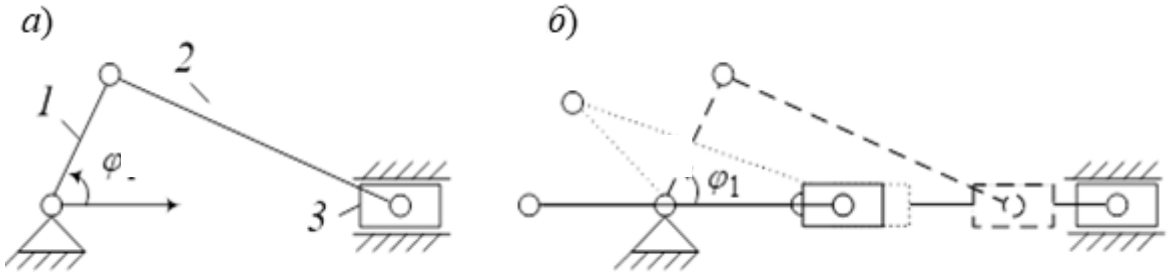
Кинематика – раздел механики, изучающий движение с геометрической точки зрения, т. е. без учета причин, вызывающих его. Для характеристики движения используют следующие кинематические параметры: перемещение $s(t)$, м; скорость v, м/с ($v = \frac{ds}{dt}$); ускорение a, м/с^2 ($a = \frac{dv}{dt}$). Можно применять их аналоги – функцию положения $s(\varphi_1)$, м; передаточную функцию скорости v_q, м/рад ($v_q = \frac{dS}{d\varphi_1}$); передаточную функцию ускорения a_q, м/рад^2 ($a_q = \frac{dv_q}{d\varphi_1}$). При этом φ_1 – обобщенная координата угла поворота входного звена *1*; t – время. Связь между скоростями и ускорениями, их передаточными функциями определяется по следующим формулам:

$$v = v_q \cdot \omega; \tag{2.1}$$

$$a = a_q \cdot \omega^2. \tag{2.2}$$

В таблице 2.1 рассмотрены основные виды движения и приведены их кинематические соотношения.

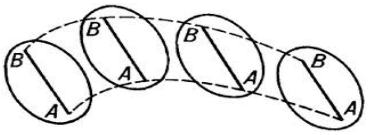
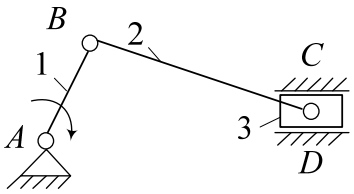
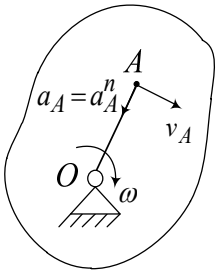
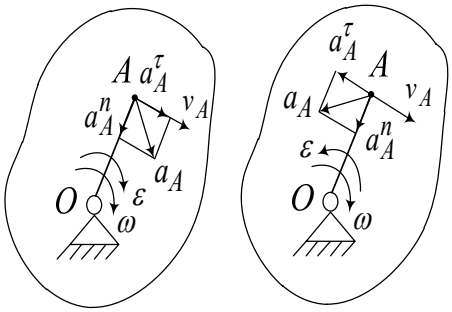
Для кинематического анализа строят кинематическую схему механизма (структурную схему с учетом геометрических размеров звеньев), планы положений звеньев (кинематические схемы при заданных положениях входного звена) (рисунок 2.1). Определить кинематические параметры можно методом планов, методом замкнутых векторных контуров, методом численного или графического дифференцирования (интегрирования).



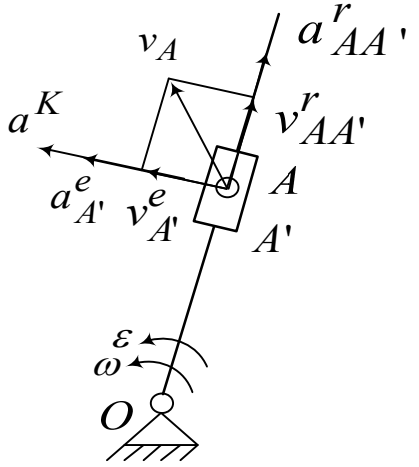
а – кинематическая схема механизма; *б* – несколько планов положений механизма

Рисунок 2.1 – Схемы для кинематического анализа механизма ($\mu_s = 0,01$м/мм)

Таблица 2.1 – Основные виды движения

Вид движения	Пример движения	Скорость	Ускорение
Поступательное движение тела – это движение, при котором траектории, скорости и ускорения всех точек этого тела одинаковы и тело движется без поворота		$v_A = v_B = \frac{ds}{dt}$	$a_A = a_B = \frac{dv}{dt}$
Прямолинейное движение ползуна – частный случай поступательного движения по прямой		$v_3 = \frac{ds}{dt}$	$a_3 = \frac{dv}{dt}$
Круговое поступательное – траектория окружности	Круговое поступательное движение груза 		
Вращательное движение – движение, при котором одна точка тела неподвижна относительно выбранной системы отсчета	Равномерное вращение  Ускоренное Замедленное 	$v_A = \omega \cdot l_{OA}$ $v_A = \omega \cdot l_{OA}$	$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n$ $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA}$ $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$ $\vec{a}_A = \sqrt{\left(a_A^n\right)^2 + \left(a_A^\tau\right)^2}$ $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA}$ $a_A^\tau = \varepsilon \cdot l_{OA}$

Окончание таблицы 2.1

Вид движения	Пример движения	Скорость	Ускорение
Сложное движение – результат сложения двух разных видов движений: переносного *e* (*вращательное*) и относительного *r* (поступательное)		$\vec{v}_A = \vec{v}^{\,e}_{A'} + \vec{v}^{\,r}_{AA'}$	$\vec{a}_A = \vec{a}^{\,e}_{A'} + \vec{a}^{\,r}_{AA'} + \vec{a}^{\,k}$ $a^K = 2\omega \cdot v^r_{AA'}$
Примечание – $\vec{a}^{\,n}_A$ – вектор нормального ускорения точки, направляется к центру вращения; a^K – ускорение Кориолиса, направляется поворотом на 90° вектора относительной скорости $\vec{v}^{\,r}_{AA'}$ по направлению переносного вращения ω			

Планом скоростей звена называется плоский пучок векторов, идущих из полюса, которые изображают в масштабе абсолютные скорости точек звена; отрезки, соединяющие концы векторов, изображают относительные скорости точек. Совокупность планов скоростей звеньев с общим полюсом называется ***планом скоростей механизма. Определение плана ускорений аналогично.***

Задача кинематического анализа состоит в построении плана скоростей механизма и определении угловых скоростей его звеньев. Для решения задачи необходимо построить план механизма методом засечек по заданной обобщенной координате ведущего звена механизма. Для построения кинематической схемы определяем масштабный коэффициент длины K_l.

Масштабным коэффициентом называется отношение численного значения действительной величины параметра с присущей ей размерностью к длине отрезка на чертеже в миллиметрах, выражающему этот параметр. Масштабный коэффициент, в отличие от масштаба, имеет размерность соответствующих физических величин относительно к миллиметрам: K_l – масштабный коэффициент длин, м/мм; K_V – масштабный коэффициент скоростей, м·с$^{-1}$/мм.

В выбранном масштабе длины K_l определяют отрезки в миллиметрах, изображающие длины звеньев на чертеже, например:

$$O_1A = \frac{l_{O_1A}}{K_l}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{K_l} \quad \text{и т. д.}, \tag{2.3}$$

где O_1A и AB – длины отрезков на чертеже, мм;

l_{O_1A}, l_{AB} – действительные размеры звеньев, м.

Построение плана механизма в выбранном масштабе по заданной обобщённой координате φ_1 ведущего звена строится по методу засечек.

Планом скоростей механизма называется чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению скоростям различных точек механизма в данный момент.

Свойства плана скоростей.

1 По плану скоростей можно определить модуль и направление скорости любой точки механизма.

2 По плану скоростей можно определить модуль и направление угловой скорости любого звена механизма.

3 Свойство подобия. Фигура на плане скоростей, образованная векторами относительных скоростей, подобна и сходственно расположена по отношению к фигуре на звене, образованной соответствующими точками.

Построение плана скоростей механизма начинается с определения угловой скорости ведущего звена по заданной частоте его вращения:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}, \tag{2.4}$$

где n_1 – частота вращения ведущего звена, мин$^{-1}$;

ω_1 – угловая скорость ведущего звена, с$^{-1}$.

Линейную скорость точки A ведущего звена определяют по формуле

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A}, \tag{2.5}$$

где V_A – линейная скорость точки A, м/с;

l_{O_1A} – длина ведущего звена, м.

Для построения плана скоростей определяют масштабный коэффициент плана скоростей:

$$K_V \frac{V_A}{P_V a}, \tag{2.6}$$

где P_V – полюс плана скоростей, т. е. точка, скорость которой равна нулю;

$P_V a$ – отрезок, изображающий скорость V_A точки A на плане скоростей, мм.

Например, $V_A = 1,7$ м/с. Принимаем отрезок, изображающий эту скорость на плане скоростей, $P_V a = 85,5$ мм. Тогда

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{1,71}{85,5} = 0,02 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Длину отрезка следует выбирать таким образом, чтобы масштабный коэффициент был стандартным. Для определения скорости внутренней точки механизма составляют систему двух векторных уравнений, которую решают графически. Скорость интересующих нас точек диады определяют по свойству подобия, которое гласит, что фигура на механизме, образованная соответствующими точками, должна быть подобна фигуре на плане скоростей, образованной этими же точками.

Угловую скорость звена ω определяют как отношение линейной скорости к длине звена, а направление ω – по направлению вектора линейной скорости при переносе его в рассматриваемую точку звена: куда он поворачивает звено, туда и направлена угловая скорость ω.

2.2 Пример выполнения задания

Пример 1 – Кривошипно-коромысловый механизм (рисунок 2.2).

Дано: $l_{O_1A} = 0{,}1$ м; $l_{AB} = 0{,}3$ м; $l_{BO_2} = 0{,}2$ м; $\varphi_1 = 120°$; $n_1 = 60$ мин$^{-1}$.

Определить: V_B; V_{BA}; ω_2; ω_3.

Для построения кинематической схемы механизма по заданной обобщенной координате выбираем масштабный коэффициент длины K_l:

$$K_l = \frac{l_{O_1A}}{O_1A} = \frac{0{,}1}{40} = 0{,}0025 \text{ м/мм}.$$

В выбранном масштабе K_l определяем отрезки, изображающие длины звеньев механизма на чертеже:

$$O_1A = \frac{l_{O_1A}}{K_l} = \frac{0{,}1}{0{,}0025} = 40 \text{ мм}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{K_l} = \frac{0{,}3}{0{,}0025} = 120 \text{ мм};$$

$$BO_2 = \frac{l_{BO_2}}{K_l} = \frac{0{,}25}{0{,}0025} = 100 \text{ мм}; \quad O_1O_2 = \frac{l_{O_1O_2}}{K_l} = \frac{0{,}2}{0{,}025} = 80 \text{ мм}.$$

Из точки O_1 откладываем обобщенную координату φ_1 и длину звена O_1A = 40 мм, затем откладываем длину O_1O_2 и получаем центр вращения O_2, после этого методом засечек получаем точку B.

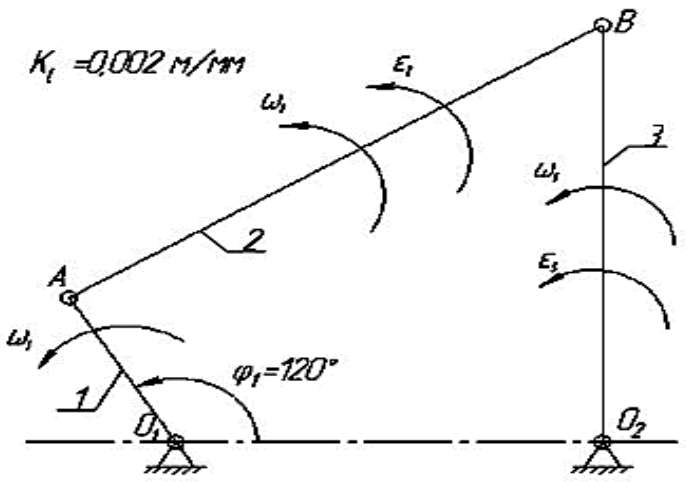


Рисунок 2.2 – Кривошипно-коромысловый механизм

Построение плана скоростей начинаем с определения ω_1:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 60}{30} = 6{,}28 \text{ с}^{-1}.$$

Определяем скорость точки *A*:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1 A} = 6{,}28 \cdot 0{,}1 = 0{,}628 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент плана скоростей:

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{0{,}628}{62{,}8} = 0{,}01 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

Выбираем полюс построения P_V и из него проводим вектор $P_v a$ перпендикулярно звену O_1A в сторону его вращения (рисунок 2.3). Скорость точки *B* определяем графическим решением системы двух векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}; \\ \overline{V}_B = \overline{V}_{O_2} + \overline{V}_{BO_2}. \end{cases}$$

Для решения системы из конца вектора $P_v a$ проводим прямую, перпендикулярную звену *BA*, а из полюса – прямую, перпендикулярную звену BO_2. Точка пересечения этих прямых дает решение системы, а именно точку *b*. Из плана скоростей определяем следующее:

$$V_B = P_v b \cdot \ K_V = 76 \cdot 0{,}01 = 0{,}76 \text{ м/с};$$

$$V_{BA} = ba \cdot \ K_V \ = \ 38 \ \cdot \ 0{,}01 \ = \ 0{,}38 \ \text{м/с}.$$

Определяем угловые скорости ω_2 и ω_3 :

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{0{,}38}{0{,}3} = 1{,}3\,\text{с}^{-1};\ \omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_2}} = \frac{0{,}76}{0{,}25} = 3{,}04\,\text{с}^{-1}.$$

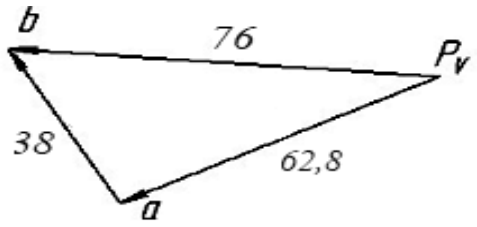


Рисунок 2.3 – План скоростей кривошипно-коромыслового механизма

Пример 2 – Кривошипно-ползунный механизм (рисунок 2.4).
Дано: $l_{O_1A} = 0{,}08$ м; $l_{BA} = 0{,}2$ м; $\varphi_1 = 120°$; $n_1 = 100$ мин$^{-1}$.
Определить: V_B; V_{BA}; ω_2 .
Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе

$$K_l = \frac{l_{O_1A}}{O_1A} = \frac{0{,}08}{40} = 0{,}002 \ \text{м/мм}.$$

Для чего в выбранном масштабе K_l определяем отрезки, изображающие длины звеньев механизма на чертеже:

$$O_1A = \frac{l_{O_1A}}{K_l} = \frac{0{,}08}{0{,}002} = 40\,\text{мм};\qquad AB = \frac{l_{AB}}{K_l} = \frac{0{,}2}{0{,}002} = 100\,\text{мм}.$$

Из точки O_1 откладываем обобщенную координату $\varphi_1 = 120$ и длину звена $O_1A = 40$мм, затем из точки A радиусом $AB = 100$ мм находим на горизонтали точку B.

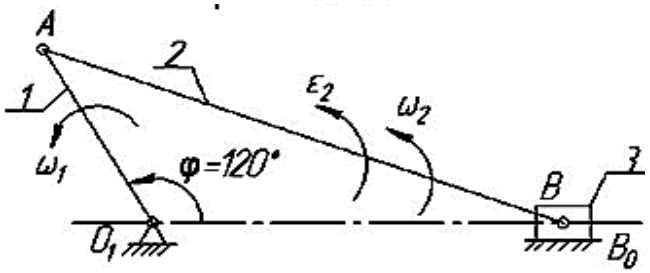


Рисунок 2.4 – Кривошипно-ползунный механизм

Построение плана скоростей начинаем с определения угловой скорости кривошипа:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 100}{30} = 10{,}5\,\text{с}^{-1}.$$

Определяем скорость точки *A*:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 10{,}5 \cdot 0{,}08 = 0{,}84\,\text{м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей:

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{0{,}84}{42} = 0{,}02\ \text{м} \cdot\ \text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

Выбираем полюс P_v и из него проводим вектор $P_v a$ = 42 мм перпендикулярно звену O_1A в сторону его вращения (рисунок 2.5). Скорость точки *B* определяем графическим решением системы двух векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}; \\ \overline{V}_B = \overline{V}_{B_o} + \overline{V}_{BB_o}. \end{cases}$$

$\overline{V}_{BA}$ перпендикулярен звену *BA*; $V_{Bo} = 0$;

$\overline{V}_{BB_o}$ параллелен оси *X–X*.

Из построенного плана скоростей находим

$$V_B = P_v b \cdot K_v = 27 \cdot 0{,}02 = 0{,}54\,\text{м/с};$$

$$V_{BA} = b_a \cdot K_v = 23 \cdot 0{,}02 = 0{,}46\ \text{м/с}.$$

Определяем угловую скорость звена *2*:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{0{,}46}{0{,}2} = 2{,}3\,\text{с}^{-1}.$$

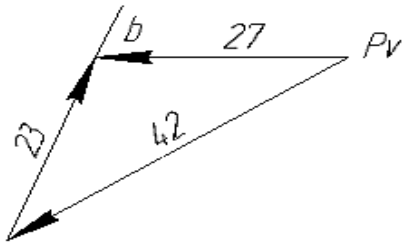


Рисунок 2.5 – План скоростей кривошипно-ползунного механизма

Пример 3 **–** Кулисный механизм (рисунок 2.6).
Дано: $l_{O_1O_2}=0,055$ м; $l_{O_1A}=0,04$ м; n_1 = 120 мин$^{-1}$; $\varphi_1=45°$.

Определить: $V_A{}^1$; $V_A{}^1{}_A$; ω_3.

Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе

$$K_l=\frac{l_{O_1A}}{O_1A}=\frac{0,04}{40}=0,001 \text{ м/мм}.$$

Для чего в выбранном масштабе K_l определяем отрезки, изображающие длины звеньев механизма на чертеже:

$$O_1A=\frac{l_{O_1A}}{K_l}=\frac{0,04}{0,001}=40\text{мм}; \quad O_1O_2=\frac{l_{O_1O_2}}{K_l}=\frac{0,055}{0,001}=55\text{мм}.$$

Из точки O_1 откладываем обобщенную координату $\varphi_1=45°$ и длину звена $O_1A=40$мм, затем откладываем по вертикали отрезок $O_1O_2=55$мм и определяем положение точки O_2. Соединяем точки O_2 и A и получаем положение звена *3*.

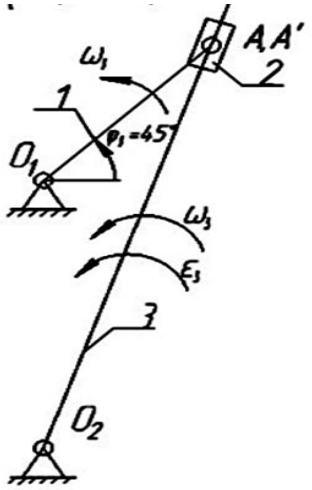


Рисунок 2.6 – Кулисный механизм

Построение плана скоростей. Определяем угловую скорость кривошипа:

$$\omega_1=\frac{\pi\cdot n_1}{30}=\frac{3,14\cdot 120}{30}=12,56\text{с}^{-1}.$$

Определяем скорость точки A:

$$V_A=\omega_1\cdot l_{O_1A}=12,56\cdot 0,04=0,5\text{м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей:

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{0,5}{50} = 0,01 \text{ м} \cdot \text{ с}^{-1}/\text{мм}.$$

Выбираем полюс P_v и из него проводим вектор $P_v a = 50$ мм перпендикулярно звену O_1A в сторону его вращения (рисунок 2.7). Скорость точки A' определяем графическим решением системы двух векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_{A'} = \overline{V}_A + \overline{V}_{A'A}; \quad V_{A'A} \parallel A'O_2; \\ \overline{V}_{A'} = \overline{V}_{O_2} + \overline{V}_{A'O_2}; \quad V_{O_2} = 0; \quad V_{A'O_2} \perp A'O_2. \end{cases}$$

Из точки a плана скоростей проводим вектор скорости $\overline{V}_{A'A}$ параллельно звену O_2A', а из полюса P_V вектор $\overline{V}_{A'O_2}$ перпендикулярно звену O_2A'. Точка a' пересечения этих линий дает скорость $\overline{V}_{A'}$.

$$V_{A'} = P_v a' \cdot K_v = 55 \cdot 0,01 = 0,55 \text{ м/с};$$

$$V_{A'A} = a'a \cdot K_v = 22 \cdot 0,01 = 0,22 \text{ м/с}.$$

Определяем угловую скорость звена *3*:

$$\omega_3 = \frac{V_{A'}}{l_{A'O_2}} = \frac{0,55}{0,09} = 6,1 \text{ с}^{-1}.$$

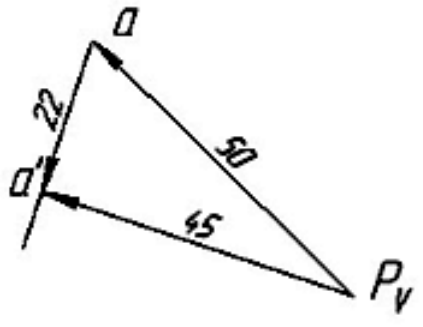


Рисунок 2.7 – План скоростей кулисного механизма

Пример 4 – Тангенсный механизм (рисунок 2.8).
Дано: a = 0,125 м; $\varphi_1 = 70°$; n_1 = 75 мин$^{-1}$.
Определить: $V_{A'}$; $V_{A'A}$.
Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе

$$K_l = \frac{a}{[a]} = \frac{0{,}125}{62{,}5} = 0{,}002 \text{ м/мм}.$$

Из точки O_1 откладываем обобщенную координату $\varphi_1 = 70°$, длину a = 62,5 мм и вычерчиваем ползун *3*.

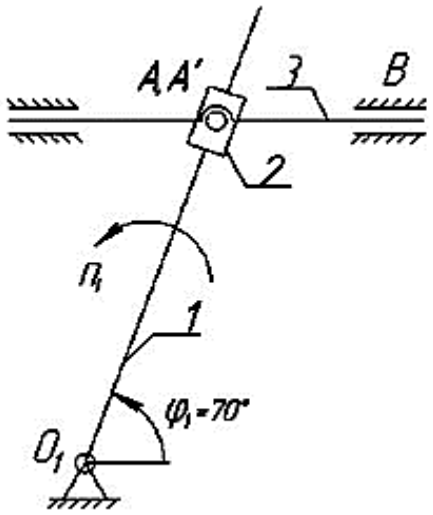


Рисунок 2.8 – Тангенсный механизм

Построение плана скоростей. Определяем угловую скорость кривошипа:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 75}{30} = 7{,}85 \text{ с}^{-1}.$$

Определяем скорость точки A:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 7{,}85 \cdot 0{,}125 = 0{,}98 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей:

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{0{,}98}{49} = 0{,}02 \text{ м с}^{-1}\text{/мм}.$$

Выбираем полюс P_v и из него проводим вектор $P_v a = 49$ мм перпендикулярно звену O_1A в сторону его вращения (рисунок 2.9). Скорость точки A' определяем графическим решением системы двух векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_{A'} = \overline{V}_A + \overline{V}_{A'A}; \quad V_{A'A} \parallel A'O_1; \\ \overline{V}_{A'} = \overline{V}_B + \overline{V}_{A'B}O_2; \quad V_B = 0; \quad V_{A'B} \parallel X - X. \end{cases}$$

Из точки *a* плана скоростей проводим вектор скорости $\overline{V}_{A'A}$ параллельно звену O_1A, а из полюса P_V – вектор $\overline{V}_{A'B}$ параллельно оси *X–X*. Точка a' пересечения этих линий дает скорость $\overline{V}_A$.

$$V_{A'} = P_v a' \cdot K_v = 53 \cdot 0,02 = 1,06 \text{ м/с};$$

$$V_{A'A} = a'a \cdot K_v = 17 \cdot 0,02 = 0,34 \text{ м/с}.$$

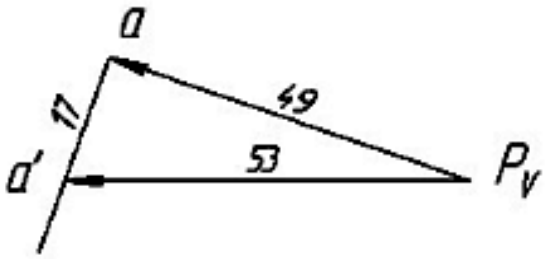


Рисунок 2.9 – План скоростей тангенсного механизма

Пример 5 – Синусный механизм (рисунок 2.10).
Дано: a = 0,090 м; $\varphi_1 = 45°$; n_1 = 125 мин$^{-1}$; $l_{O_1A} = 0,1$м.
Определить: $V_{A'}$; $V_{A'A}$.
Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе

$$K_l = \frac{l_a A}{O_1 A} = \frac{0,1}{50} 0,002 \text{ м/мм}.$$

Из точки O_1 откладываем обобщенную координату $\varphi_1 = 45°$ и длину звена O_1A = 50 мм. От горизонтали, проходящей через точку O_1, откладываем длину a = 45 мм и получаем положение ползуна *3*.

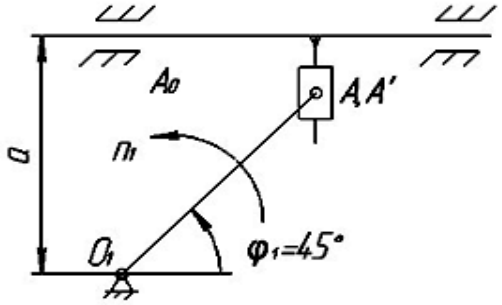


Рисунок 2.10 – Синусный механизм

Построение плана скоростей. Определяем угловую скорость кривошипа:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 125}{30} = 13{,}1 \text{с}^{-1}.$$

Определяем скорость точки A:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 13{,}1 \cdot 0{,}1 = 1{,}31 \text{ м/с}^2.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей:

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{1{,}31}{65{,}5} = 0{,}02 \text{ м с}^{-1}/\text{мм}.$$

Выбираем полюс построения P_v и из него проводим вектор $P_v a$ = 65,5 мм перпендикулярно кривошипу O_1A в сторону его вращения (рисунок 2.11). Скорость точки A' находим графическим решением системы двух векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_{A'} = \overline{V}_A + \overline{V}_{A'A}; \quad V_{A'A} \parallel Y - Y; \\ \overline{V}_{A'} = \overline{V}_{A_o} + \overline{V}_{A'A_o}; \quad V_{A_o} = 0; \quad V_{A'A_o} \parallel X - X. \end{cases}$$

Из точки a плана скоростей проводим вектор скорости $\overline{V}_{A'A}$ параллельно оси Y–Y, а из полюса P_V – вектор $\overline{V}_{A'A_o}$ параллельно оси X–X. Точка a' пересечения этих линий дает скорость $\overline{V}_{A'}$. Из плана скоростей находим

$$V_{A'} = P_v a' \cdot K_v = 46 \cdot 0{,}02 = 0{,}92 \text{ м/с};$$

$$V_{A'A} = a'a \cdot K_v = 46 \cdot 0{,}02 = 0{,}92 \text{ м/с}.$$

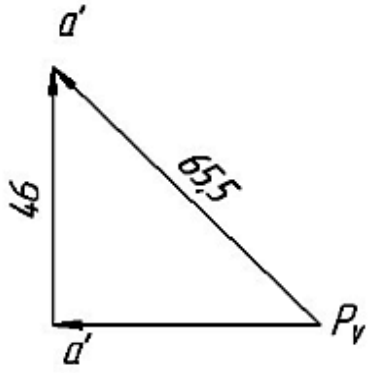


Рисунок 2.11 – План скоростей синусного механизма

3 Варианты заданий для выполнения аудиторной контрольной работы

При выполнении аудиторной контрольной работы необходимо выбрать исходные данные по двум последним цифрам зачетной книжки. Номер схемы задания выбирается по предпоследней цифре, а численные значения параметров механизма – по последней. Так, если номер зачетной книжки 925627, то кинематический анализ выполняется для схемы примера 2 (кривошипно-ползунный механизм), а значения параметров выбираются по варианту 7. Варианты задания по аудиторной контрольной работе выбираются по таблицам 3.1–3.5.

Таблица 3.1 – Параметры шарнирного четырехзвенника

Пример 1	Предпоследняя цифра шифра									
Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_1, мин$^{-1}$	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200
φ_1, град	30	40	60	80	110	100	120	140	150	160
Lo_1o_2, м	0,25	0,24	0,26	0,22	0,20	0,30	0,25	0,30	0,30	0,20
L_{O1A}, м	0,10	0,12	0,12	0,10	0,11	0,14	0,13	0,10	0,12	0,12
L_{BA}, м	0,30	0,30	0,35	0,30	0,15	0,45	0,44	0,40	0,42	0,25
L_{BO2}, м	0,20	0,20	0,24	0,20	0,22	0,28	0,26	0,20	0,24	0,24

Таблица 3.2 – Параметры кривошипно-ползунного механизма

Пример 2	Предпоследняя цифра шифра									
Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_1, мин$^{-1}$	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200
φ_1, град	30	40	60	80	110	100	120	140	150	160
L_{AB}, м	0,25	0,24	0,26	0,22	0,20	0,30	0,25	0,30	0,30	0,20
L_{O1A}, м	0,11	0,13	0,14	0,12	0,12	0,15	0,12	0,12	0,13	0,10

Таблица 3.3 – Параметры кулисного механизма

Пример 3	Предпоследняя цифра шифра									
Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_1, мин$^{-1}$	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200
φ_1, град	30	40	60	80	110	100	120	140	150	160
Lo_1o_2, м	0,25	0,24	0,26	0,22	0,20	0,30	0,25	0,30	0,30	0,20
L_{O1A}, м	0,10	0,12	0,12	0,10	0,11	0,14	0,13	0,10	0,12	0,12

Таблица 3.4 – Параметры тангенсного механизма

Пример 4	Предпоследняя цифра шифра									
Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_1, мин$^{-1}$	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200
φ_1, град	30	40	60	80	110	100	120	140	150	160
L_{O1A}, м	0,10	0,13	0,14	0,15	0,12	0,13	0,13	0,12	0,11	0,10

Таблица 3.5 – Параметры синусного механизма

Пример 5	Предпоследняя цифра шифра									
Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_1,мин$^{-1}$	60	80	100	120	140	150	160	200	180	220
φ_1, град	30	40	60	80	110	100	120	140	150	160
a, м	0,13	0,14	0,14	0,16	0,14	0,15	0,11	0,14	0,10	0,12
L_{O1A}, м	0,12	0,13	0,14	0,15	0,12	0,14	0,10	0,16	0,10	0,12

4 Примеры выполнения аудиторной контрольной работы

Пример 1 – Построение плана скоростей (рисунок 4.1).

$$K_v = 0,01 \text{м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 60}{30} = 6,28 \text{ с}^{-1}.$$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O1A} = 6,28 \cdot 0,1 = 0,628 \text{м} / \text{с}.$$

$$\begin{cases} \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}; \quad V_{BA} \perp BA; \\ \overline{V}_B = \overline{V}_{O_2} + \overline{V}_{BO_2}; V_{O_2} = 0; \ \overline{V}_{BO_2} \perp BO_2; \end{cases}$$

$$V_{BA} = ab \cdot K_v = 38 \cdot 0,01 = 0,38 \text{м} / \text{с}.$$

$$V_B \cdot P_1 b \cdot K_v = 76 \cdot 0,01 = 0,76 \text{м} / \text{с};$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{0,38}{0,3} = 1,3 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_2}} = \frac{0,76}{0,25} = 3,04 \text{ с}^{-1}.$$

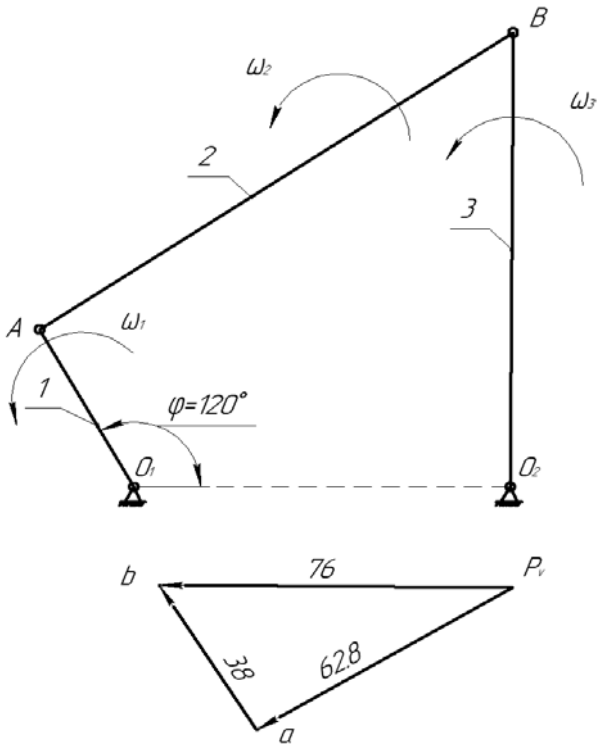


Рисунок 4.1 – Кривошипно-коромысловый механизм

Пример 2 – Построение плана скоростей (рисунок 4.2).

$$K_v = 0,02 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 100}{30} = 10,5 \text{ с}^{-1}.$$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O1A} = 10,5 \cdot 0,08 = 0,84 \text{ м / с}.$$

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a} = 0,02 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

$$\begin{cases} \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}; \quad V_{BA} \perp BA; \\ \overline{V}_B = \overline{V}_{B_o} + \overline{V}_{BB_o}; V_{B_o} = 0; \ \overline{V}_{BB_o} \| X - X; \end{cases}$$

$$V_B = P_v b \cdot K_v = 27 \cdot 0,02 = 0,54 \text{ м / с};$$

$$V_{BA} \cdot ab \cdot K_v = 23 \cdot 0,02 = 0,46 \text{ м / с}.$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{0,46}{0,2} = 2,3 \text{ с}^{-1}.$$

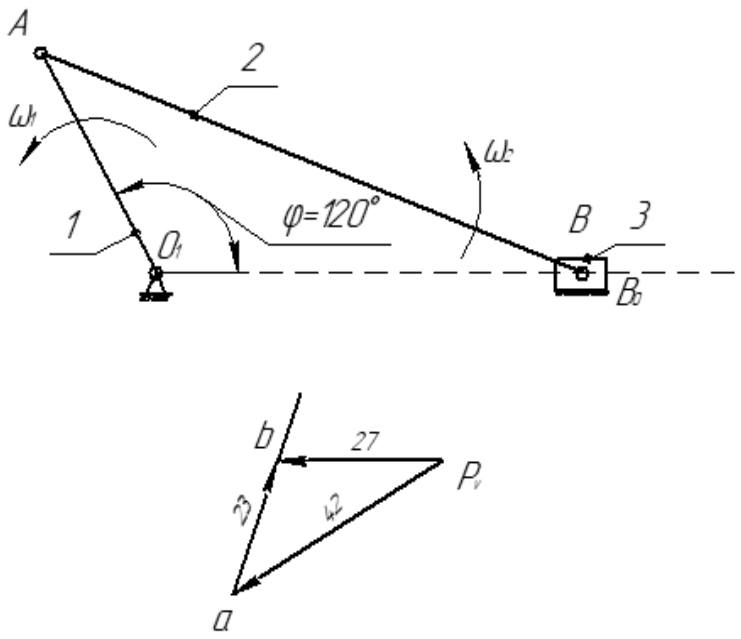


Рисунок 4.2 – Кривошипно-ползунный механизм

Пример 3 – Построение плана скоростей (рисунок 4.3).

$$K_v = 0,01 \text{м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 120}{30} = 12,56 \text{ с}^{-1}.$$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O1A} = 12,56 \cdot 0,04 = 0,5 \text{м} / \text{с}.$$

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a} = \frac{0,5}{50} = 0,01 \text{м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

$$V_{A'} = P_v a \cdot K_v = 45 \cdot 0,01 = 0,45 \text{м} / \text{с};$$

$$V_{A'A} = a' a \cdot K_v = 22 \cdot 0,01 = 0,22 \text{м} / \text{с}.$$

$$\omega_3 = \frac{V_{A'}}{l_{A' O_2}} = \frac{0,45}{0,09} = 5,0 \text{ с}^{-1}.$$

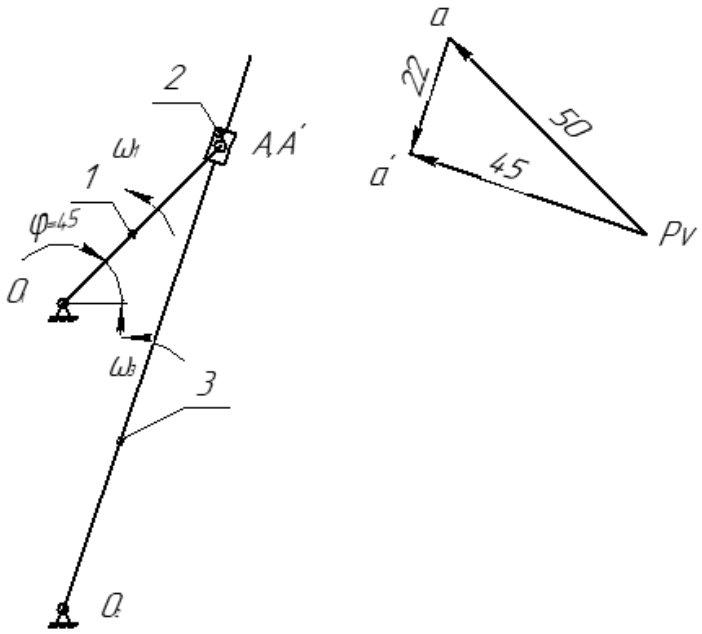


Рисунок 4.3 – Кулисный механизм

Пример 4 – Построение плана скоростей (рисунок 4.4).

$$K_v = 0{,}02\,\text{м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 75}{30} = 7{,}85\ \text{с}^{-1}.$$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 7{,}85 \cdot 0{,}125 = 0{,}98\,\text{м}/\text{с}.$$

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a} = \frac{0{,}98}{49} = 0{,}02\,\text{м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

$$\begin{cases} \overline{V}_{A'} = \overline{V}_A + \overline{V}_{A'A}; \quad V_{A'A} \parallel A'O_1; \\ \overline{V}_{A'} = \overline{V}_B + \overline{V}_{A'B}; V_B = 0; \ \ \overline{V}_{A'B} \parallel X - X; \end{cases}$$

$$V_{A'} = P_v a' \cdot K_v = 53 \cdot 0{,}02 = 1{,}06\ \text{м}/\text{с};$$

$$V_{A'A} = a'a \cdot K_v = 17 \cdot 0{,}02 = 0{,}34\ \text{м}/\text{с}.$$

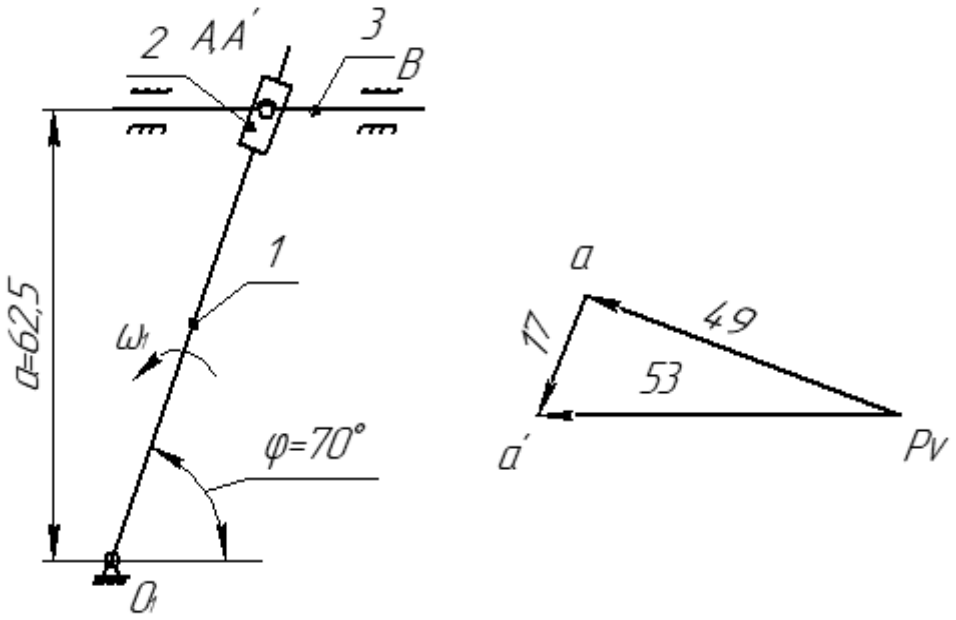


Рисунок 4.4 – Тангенсный механизм

Пример 5 – Построение плана скоростей (рисунок 4.5).

$$K_v = 0,02\,\text{м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14\cdot 125}{30} = 13,1\ \text{с}^{-1}.$$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 13,1\cdot 0,1 = 1,31\,\text{м/с}.$$

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a} = \frac{1,31}{65,5} = 0,02\,\text{м}\cdot\text{с}^{-1}/\text{мм}.$$

$$\begin{cases} \overline{V}_{A'} = \overline{V}_A + \overline{V}_{A'A}; \quad V_{A'A} \parallel Y-Y; \\ \overline{V}_{A'} = \overline{V}_{A_o} + \overline{V}_{A'A_o}; V_{A_o} = 0; \ \ \overline{V}_{A'A_o} \parallel X-X; \end{cases}$$

$$V_{A'} = P_v a' \cdot K_v = 46\cdot 0,02 = 0,92\ \text{м/с};$$

$$V_{A'A} = a'a \cdot K_v = 46\cdot 0,02 = 0,92\ \text{м/с}.$$

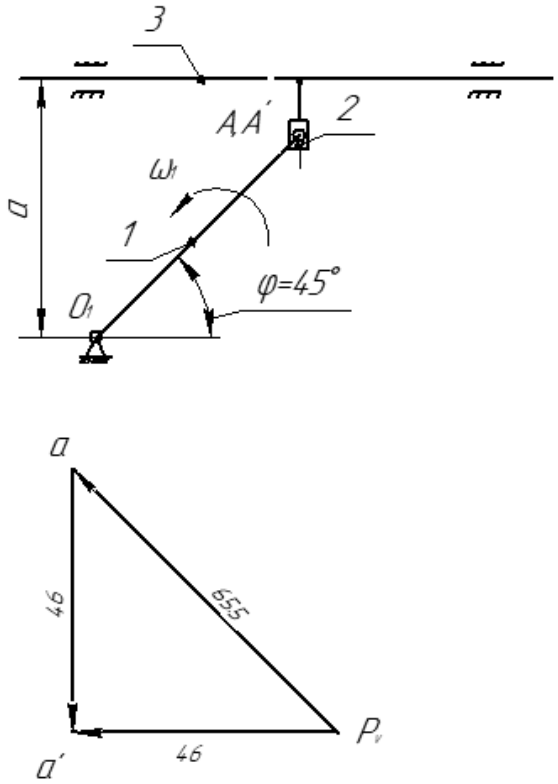


Рисунок 4.5 – Синусный механизм

Список литературы

1 **Комар, В. Л.** Теория механизмов и машин: учеб. пособие / В. Л. Комар, А. П. Прудников. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2022. – 334 с.

2 **Борисенко, Л. А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов: учебник / Л. А. Борисенко. – Мн. : Новое знание; М. : ИНФРА-М, 2018. – 283 с.