МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технологии металлов»

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Методические рекомендации к самостоятельной работе для студентов специальностей 6-05-0714-02 «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты», 6-05-0714-03 «Инженерно-техническое проектирование и производство материалов и изделий из них» и 6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных и технологических машин и комплексов» заочной формы обучения



Могилев 2026

УДК 539.3/6
ББК 305.1212
М55(64)

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технологии металлов» «28» сентября 2026 г., протокол № 2

Составители: канд. техн. наук, доц. И. М. Кузменко;
ст. преподаватель С. В. Гонорова;
ст. преподаватель Е. Г. Кривоногова

Рецензент канд. техн. наук, доц. М. Н. Миронова

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «Механика материалов» для студентов специальностей 6-05-0714-02 «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты»; 6-05-0714-03 «Инженерно-техническое проектирование и производство материалов и изделий из них» и 6-05-0715-07 «Эксплуатация наземных транспортных и технологических машин и комплексов». Содержат материал для подготовки к аудиторной контрольной работе.

Учебное издание

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Ответственный за выпуск	Д. И. Якубович
Корректор	А. А. Подошевко
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2026

Содержание

Введение..... 4
1 Расчеты на прочность при растяжении-сжатии прямого бруса …… 5
1.1 Общие понятия и определения ……... 5
1.2 Построение эпюры продольных сил ……..…..... 6
1.3 Определение напряжений. Условие прочности при растяжении-сжатии ……..... 7
1.4 Определение абсолютных деформаций и перемещений 8
1.5 Аудиторная контрольная работа № 1……..... 11
2 Расчет на устойчивость ……. 13
2.1 Общие понятия и определения …….. 13
2.2 Условие устойчивости. Коэффициент запаса…… 15
2.3 Аудиторная контрольная работа № 2……..... 18
Список литературы ……... 20
Приложение А ……..…… 21
Приложение Б ……..…… 22
Приложение В ……..…… 23

Введение

Методические рекомендации предназначены помочь студенту при подготовке к аудиторной контрольной работе по механике материалов. Контрольная работа позволяет закрепить теоретические знания и приобрести навыки расчета бруса на прочность, жесткость и устойчивость.

Перед выполнением контрольной работы студентам предлагается изучить материал темы по конспекту лекций и рекомендуемой литературе [1–4], разобрать решения приведенных примеров и проработать материал для самопроверки.

При положительной оценке контрольной работы студент допускается к зачету или экзамену.

1 Расчеты на прочность при растяжении-сжатии прямого бруса

1.1 Общие понятия и определения

Центральным растяжением (сжатием) называют вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – продольная (нормальная) сила.

Брус, работающий преимущественно на растяжение (сжатие), называют стержнем.

Продольная сила (N) – внутренний силовой фактор, возникающий от внешних нагрузок, приложенных вдоль оси бруса.

Эти внешние нагрузки вызывают осевое растяжение (рисунок 1.1, *а*) или осевое сжатие (рисунок 1.1, *б*).

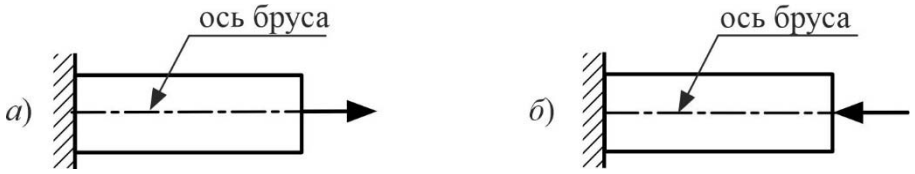


Рисунок 1.1

Для определения продольной силы применяют метод сечений [1–4]. Рассмотрим брус, находящийся в равновесии (рисунок 1.2, *а*). В произвольном месте проведем сечение, перпендикулярное оси бруса (рисунок 1.2, *б*).

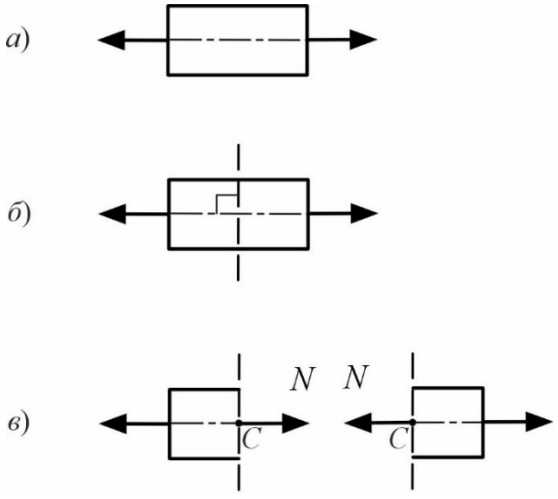


Рисунок 1.2

Рассмотрим части бруса, разделенные сечением. Влияние частей бруса заменим продольной силой, приведенной к центру тяжести (точка C) поперечного сечения. При этом равновесие каждой из частей бруса сохраняется за счет внешних и продольных сил (рисунок 1.2, *в*).

1.2 Построение эпюры продольных сил

Эпюра – график, показывающий изменение внутренних силовых факторов в сечениях по длине бруса.

Общие правила построения эпюры продольных сил [1–4].

1 Вычертить брус с указанием всех нагрузок и линейных размеров в численном виде.

2 Определить реакции опор. При наличии заделки (жесткое закрепление) эпюру строят без определения реакций опор, начиная от свободного конца стержня.

3 Провести ось (нулевую линию), параллельную оси бруса.

4 Разбить брус на участки, границами которых служат характерные сечения: опорные сечения; сечения, в которых приложены сосредоточенные силы.

Границами участков также являются сечения, в которых изменяются форма и размеры поперечного сечения бруса, сечения, где меняется материал бруса.

5 В пределах каждого выделенного участка провести произвольное поперечное сечение на некотором расстоянии от начала участка.

6 Записать в общем виде выражение для определения продольной силы для произвольного поперечного сечения каждого участка бруса. По полученному выражению рассчитать значения продольной силы в характерных сечениях бруса.

7 Значения внутренних силовых факторов (ординаты эпюры) откладывают перпендикулярно оси эпюры (нулевой линии). Ордината на эпюре показывает величину и знак продольной силы в сечении, где она указана.

Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на ось бруса всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

$$N = \sum_{1}^{n} F_i \,. \tag{1.1}$$

При определении численных значений продольных сил используют правило знаков (рисунок 1.3).



Рисунок 1.3

1.3 Определение напряжений. Условие прочности при растяжении-сжатии

Напряжение – внутреннее усилие на единицу площади сечения [1–4].

Единица измерения напряжений – паскаль: 1 Па = $Н/м^2$; 1 МПа = 10^6 Па.

При центральном растяжении-сжатии в поперечных сечениях бруса возникают равномерно распределенные нормальные напряжения:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \tag{1.2}$$

где N – продольная сила в рассматриваемом сечении бруса;

A – площадь поперечного сечения.

Нормальное напряжение считается положительным при растяжении, отрицательным при сжатии.

Эпюра нормальных напряжений – график их изменения в поперечных сечениях по длине бруса.

Каждая ордината данной эпюры характеризует значение напряжений в соответствующем сечении стержня.

По эпюре нормальных напряжений устанавливают опасное сечение, в котором напряжения достигают максимальной (экстремальной) величины.

Условие прочности при растяжении-сжатии [1–4]:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \le [\sigma], \tag{1.3}$$

где σ_{max} – максимальное по величине нормальное напряжение;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

Из условия прочности решают три задачи [1–4].

1 Проверка прочности

$$\sigma_{max} \le [\sigma]. \tag{1.4}$$

2 Проектировочный расчет. Задача – расчет площади поперечного сечения, при которой обеспечивается прочность бруса.

$$A \ge \frac{N}{[\sigma]}. \tag{1.5}$$

3 Определение допускаемой нагрузки. Задача – определение нагрузки, при которой брус останется прочным.

$$N \le A[\sigma]. \tag{1.6}$$

1.4 Определение абсолютных деформаций и перемещений

Под действием продольных сил брус деформируется – удлиняется или укорачивается, при этом происходит изменение его длины. Это изменение называется абсолютной деформацией стержня (абсолютным удлинением или укорочением).

Абсолютная деформация стержня определяется по закону Гука

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{\sigma l}{E}, \tag{1.7}$$

где N – продольная сила;

l – длина бруса;

A – площадь поперечного сечения;

E – модуль продольной упругости (модуль Юнга, модуль упругости первого рода).

Модуль продольной упругости характеризует способность материала сопротивляться упругим деформациям растяжения-сжатия; это справочная величина [1–4].

Для определения абсолютной деформации ступенчатого стержня можно воспользоваться формулой

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{k} \Delta l_i = \sum_{i=1}^{k} \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot A_i}, \tag{1.8}$$

где k − количество участков бруса;

Δl_i − абсолютное удлинение (укорочение) или полное изменение длины i-го участка бруса.

Если $\Delta l > 0$, стержень удлинился под действием заданной нагрузки; если $\Delta l < 0$ − укоротился.

Перемещения – следствие деформации; их изменение по длине бруса отражается на эпюре перемещений, построение которой начинается с закрепленного конца – жесткой заделки. В сечении, где расположена жесткая заделка, перемещение равно нулю ($\Delta = 0$).

Чтобы построить эпюру, достаточно определить перемещения в характерных точках. Положение этих точек совпадает с границами участков стержня. Перемещение такой точки вычисляют как абсолютную деформацию части стержня между заделкой и этой точкой по выражению (1.8).

Пример – Для стального стержня, изображенного на рисунке 1.4, требуется:

– построить эпюру продольных сил;

– построить эпюру нормальных напряжений;

– проверить прочность, если допускаемое напряжение $[\sigma]$ = 160 МПа;

– дать заключение о прочности стержня;
– построить эпюру перемещений;
– определить абсолютную деформацию стержня.

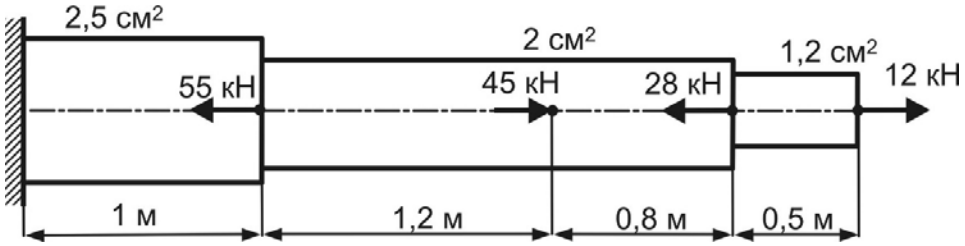


Рисунок 1.4

Решение

Разбиваем брус на участки (рисунок 1.5, *а*).

Определяем продольные (нормальные) силы по участкам бруса по равенству (1.1) и правилу знаков (см. рисунок 1.3):

– участок 1: $N_1 = 12$ кН;

– участок 2: $N_2 = 12 - 28 = -16$ кН;

– участок 3: $N_3 = 12 - 28 + 45 = 29$ кН;

– участок 4: $N_4 = 12 - 28 + 45 - 55 = -26$ кН.

По полученным значениям строим эпюру продольных сил (рисунок 1.5, *б*).

Определим нормальные напряжения на участках бруса по формуле (1.2):

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{12 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot 10^7 \text{ Па} = 100 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{16 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = -80 \cdot 10^7 \text{ Па} = -80 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{29 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 14,5 \cdot 10^7 \text{ Па} = 145 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = -\frac{26 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} = -10,4 \cdot 10^7 \text{ Па} = -104 \text{ МПа}.$$

Построим эпюру нормальных напряжений (рисунок 1.5, *в*).

По эпюре нормальных напряжений определим опасный участок. Для стального стержня проверку прочности выполняют для того участка, на котором возникают наибольшие по величине напряжения $\left|\sigma_{max}\right| = 145$ МПа (см. рисунок 1.5, *в*).

Запишем условие прочности по формуле (1.4):

$$\sigma_{max} = 145 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

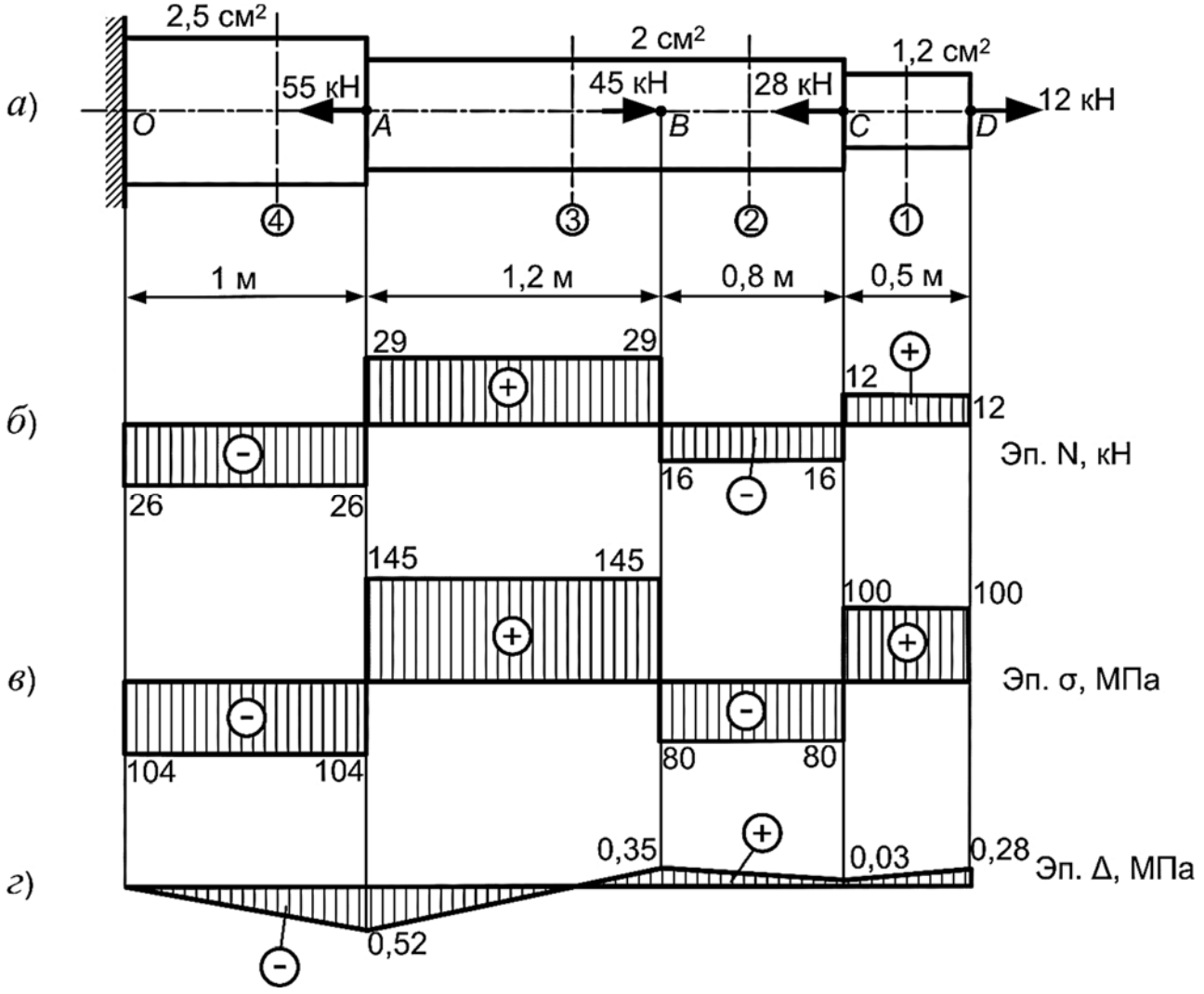


Рисунок 1.5 − Эпюры продольных сил, напряжений и перемещений

Условие прочности выполнено, прочность обеспечена.

Абсолютные деформации участков бруса определяем по закону Гука (см. формулу (1.7)).

Модуль продольной упругости материала бруса (сталь) $E = 2 \cdot 10^5$ МПа = $= 2 \cdot 10^{11}$ Па [1–4].

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-4}} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0{,}25 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = -\frac{16 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -3{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0{,}32 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot A_3} = \frac{29 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 8{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0{,}87 \text{ мм};$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_4 \cdot l_4}{E \cdot A_4} = -\frac{26 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}} = -5{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0{,}52 \text{ мм}.$$

Определим перемещения в характерных сечениях бруса по формуле (1.8):

$$\Delta_O = 0;$$

$$\Delta_A = \Delta l_4 = -0{,}52 \text{ мм};$$

$$\Delta_B = \Delta l_4 + \Delta l_3 = \Delta_A + \Delta l_3 = -0{,}52 + 0{,}87 = 0{,}35 \text{ мм};$$

$$\Delta_C = \Delta l_4 + \Delta l_3 + \Delta l_2 = \Delta_B + \Delta l_2 = 0{,}35 - 0{,}32 = 0{,}03 \text{ мм};$$

$$\Delta_D = \Delta l_4 + \Delta l_3 + \Delta l_2 + \Delta l_1 = \Delta_C + \Delta l_1 = 0{,}03 + 0{,}25 = 0{,}28 \text{ мм}.$$

По полученным значениям построим эпюру перемещений (рисунок 1.5, *г*).

По эпюре перемещений (рисунок 1.5, *г*) определяем абсолютную деформацию (полное удлинение стержня): $\Delta l = \Delta_D = 0{,}28$ мм.

Контрольные вопросы

1 Какой вид нагружения называется осевым растяжением-сжатием?

2 Какие внутренние силовые факторы возникают при растяжении-сжатии?

3 Запишите правило знаков для определения продольной силы.

4 Как определить величину продольной силы в произвольном сечении бруса?

5 Запишите формулу для расчета нормальных напряжений.

6 Запишите условие прочности при осевом растяжении-сжатии.

7 Перечислите задачи, решаемые из условия прочности.

8 Запишите выражение для определения абсолютной продольной деформации при растяжении-сжатии.

1.5 Аудиторная контрольная работа № 1

Для стержня, изображенного на рисунке 1.6, требуется:

– построить эпюру продольных сил;

– построить эпюру нормальных напряжений;

– проверить прочность, если допускаемое напряжение $[\sigma]$ = 160 МПа;

– дать заключение о прочности стержня;

– построить эпюру перемещений;

– определить абсолютную деформацию стержня.

Материал бруса – сталь, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа = $2 \cdot 10^{11}$ Па.

Данные для расчета взять из таблицы 1.1.

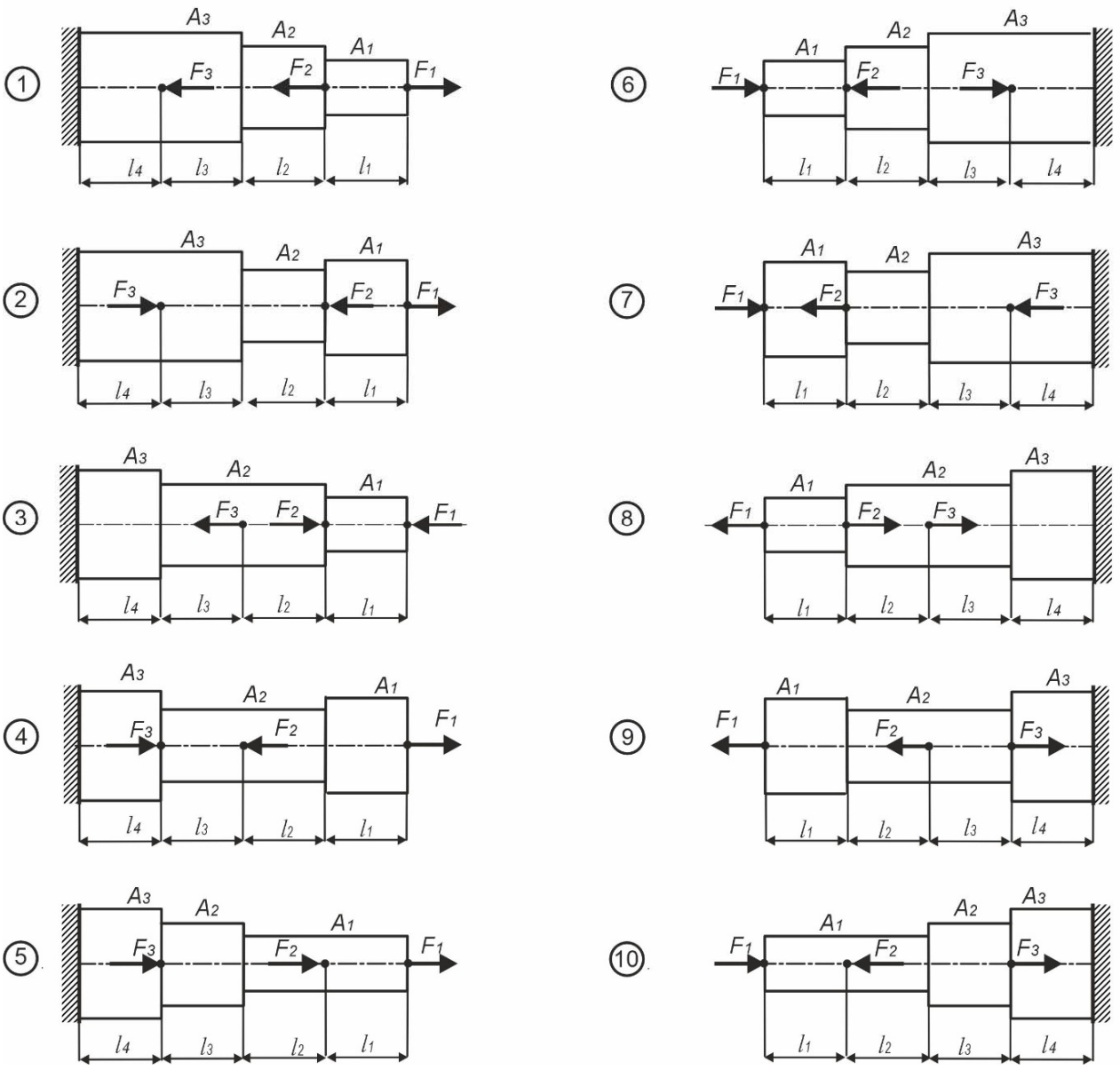


Рисунок 1.6 – Расчетные схемы для аудиторной контрольной работы № 1

Таблица 1.1 – Исходные данные к аудиторной контрольной работе № 1

Номер строки	Номер варианта (схема бруса по рисунку 1.6)	Площадь поперечного сечения			Длина участка				Внешняя сила		
		A_1	A_2	A_3	l_1	l_2	l_3	l_4	F_1	F_2	F_3
		см^2			м				кН		
1	1	2,2	2,6	3,4	0,2	0,4	0,8	0,25	12	20	46
2	2	2,4	1,5	3,1	0,25	0,2	0,35	0,7	11	24	17
3	3	1,2	2,8	3,2	0,4	0,35	0,65	0,15	10	15	35
4	4	2,5	1,1	3,6	0,4	0,25	0,35	0,55	9	23	40
5	5	1,8	2,5	3,7	0,15	0,25	0,45	0,5	8	19	16
6	6	1,4	2,1	2,5	0,25	0,45	0,2	0,15	14	25	38
7	7	1,6	1,2	2,7	0,35	0,2	0,25	0,8	15	26	30
8	8	1,3	2,2	2,8	0,35	0,25	0,15	0,5	16	28	36
9	9	2,2	1,4	2,9	0,15	0,7	0,35	0,35	17	32	24
10	10	1,5	2,5	3,3	0,15	0,35	0,65	0,3	18	12	26
	в				а				б		

Примечание – Исходные данные выбирают по трем последним цифрам номера зачетной книжки. Первые буквы русского алфавита, располагают под указанными цифрами, например:

094250
абв

Так как столбец, обозначенный буквой «**в**», ассоциируется с цифрой «**0**», то из этого столбца берем данные по строке «**10**» – расчетную схему под номером 10 из рисунка 1.6 и площадей поперечных сечений $A_1 = 1{,}5$ см^2, $A_2 = 2{,}5$ см^2, $A_3 = 3{,}3$ см^2 соответственно. Из столбца «**а**» выбираем данные строки «**2**»: $l_1 = 0{,}25$ м, $l_2 = 0{,}2$ м, $l_3 = 0{,}35$ м, $l_4 = 0{,}7$ м, из столбца «**б**» – данные строки «**5**»: $F_1 = 8$ кН, $F_2 = 19$ кН, $F_3 = 16$ кН

2 Расчет на устойчивость

2.1 Общие понятия и определения

Устойчивость – способность деформируемого тела сохранять под нагрузкой первоначальную форму равновесия.

В механике известны три формы равновесия твердого тела: устойчивая, безразличная и неустойчивая [1−4]. Указанные формы применимы к деформируемым системам и зависят от их размеров, материала и характера приложенных нагрузок. В деформируемых системах имеет место потеря устойчивости, которая возможна при любом виде нагружения.

Потеря устойчивости деформируемых систем − это потеря первоначального упругого равновесия. Характеризуется быстрым ростом деформаций при незна-

чительном увеличении нагрузки. Признак потери устойчивости – внезапная смена формы равновесия [1−4].

Наиболее простой и в то же время актуальной является задача обеспечения устойчивости центрально-сжатого стержня большой гибкости.

Сжимающая нагрузка, приложенная к стержню большой гибкости, вызывает его продольный изгиб. При этом в поперечном сечении бруса возникают продольная сила и изгибающий момент.

Продольный изгиб связан с потерей прямолинейной формы равновесия. На устойчивость формы равновесия влияет величина приложенной нагрузки.

Критическая сила – наименьшая сжимающая нагрузка, при которой прямолинейная форма равновесия стержня перестает быть устойчивой и переходит в безразличную форму. Критическая сила для заданного стержня определяется по значению его гибкости:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_{\min}}, \tag{2.1}$$

где μ – коэффициент приведения длины; его величина зависит от условий закрепления концов стержня (рисунок 2.1) ;

L – длина стержня;

$i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения в системе главных центральных осей.

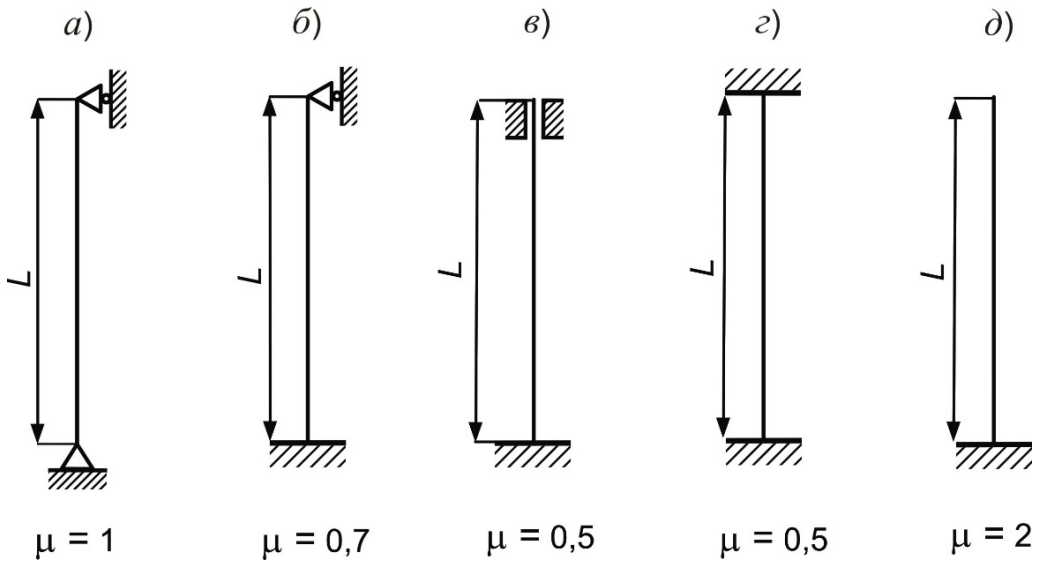


Рисунок 2.1 – К определению коэффициента продольного изгиба

Для стержней большой гибкости ($\lambda > \lambda_{пред}$) критическая сила определяется по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{(\mu \cdot L)^2}, \tag{2.2}$$

где $I_{\min}$ – минимальный момент инерции поперечного сечения, определяемого в системе главных центральных осей;

E – модуль продольной упругости (модуль упругости первого рода, модуль Юнга).

Для стержней средней гибкости ($\lambda < \lambda_{пред}$) критическая сила определяется по формуле Ясинского:

$$F_{кр} = (a - b \cdot \lambda) \cdot A, \tag{2.3}$$

где a, b – коэффициенты формулы Ясинского, зависящие от свойств материала стержня;

A – площадь поперечного сечения стержня.

Значения коэффициентов формулы Ясинского для различных материалов представлены в таблице В.1.

2.2 Условие устойчивости. Коэффициент запаса

Условие устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{A} \le \varphi \cdot [\sigma], \tag{2.4}$$

где σ – нормальное напряжение в сечении стержня;

F – сжимающая осевая нагрузка;

$[\sigma]$ – значение допускаемого напряжения на сжатие;

φ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент снижения допускаемого напряжения).

В отличие от условия прочности при растяжении-сжатии вводится коэффициент продольного изгиба φ: потеря устойчивости сжатого стержня происходит при напряжениях меньших, чем при потере прочности.

Величина коэффициента φ определяется в зависимости от материала стойки и значения гибкости стержня λ. Значения коэффициента φ для разных материалов приведены в таблице Б.1, где значения гибкости λ заданы через 10 единиц. Поэтому для уточнения коэффициента φ при рассчитанной гибкости λ используется метод линейной интерполяции.

Допускаемая нагрузка рассчитывается из условия устойчивости (2.4):

$$[F] = A \cdot \varphi \cdot [\sigma]. \tag{2.5}$$

Коэффициент запаса устойчивости определяется по формуле

$$n_y = \frac{F_{кр}}{[F]}. \tag{2.6}$$

Пример – Для стального стержня (рисунок 2.2) требуется определить допускаемую сжимающую нагрузку [*F*] при допускаемом напряжении [σ], критическую силу $F_{кр}$ и коэффициент запаса устойчивости n_y.

Исходные данные: материал стержня – Ст3, модуль продольной упругости стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $a = 310$ МПа, $b = 1{,}14$ МПа (см. таблицу В.1), $\mu = 1$ в соответствии с рисунком 2.1, *а*; [σ] = 160 МПа.

Решение

Определяем геометрические характеристики заданного поперечного сечения, которое состоит из двух простых фигур: *1* – прямоугольник, *2* – круг (рисунок 2.3).

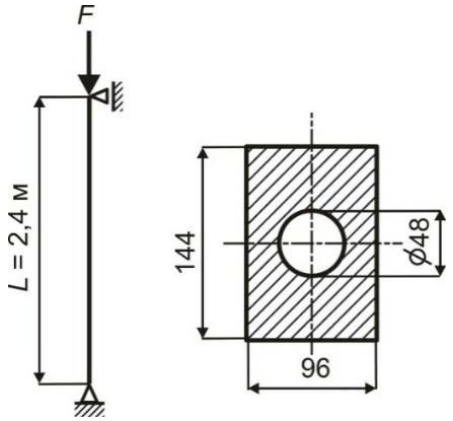


Рисунок 2.2 – Исходные данные

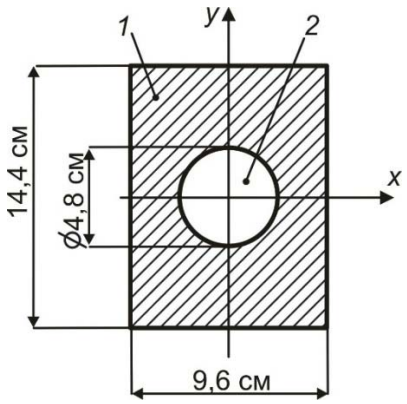


Рисунок 2.3 − Поперечное сечение стержня

Определяем геометрические характеристики поперечного сечения по таблице А.1.

Площадь сечения

$$A = A_1 - A_2 = 9{,}6 \cdot 14{,}4 - \frac{3{,}14 \cdot 4{,}8^2}{4} = 120{,}14 \text{ см}^2.$$

Главные центральные моменты инерции находим по формулам

$$I_X = I_{X_1} - I_{X_2} = \frac{9{,}6 \cdot 14{,}4^3}{12} - \frac{3{,}14 \cdot 4{,}8^4}{64} = 2362{,}73 \text{ см}^4;$$

$$I_Y = I_{Y_1} - I_{Y_2} = \frac{14{,}4 \cdot 9{,}6^3}{12} - \frac{3{,}14 \cdot 4{,}8^4}{64} = 1035{,}63 \text{ см}^4.$$

Минимальный момент инерции $I_{\min} = I_X = 1035{,}63$ см^4.

Минимальный радиус инерции [1–4]

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{1035,63}{120,14}} = 2,93 \text{ см}.$$

Максимальную гибкость стержня относительно оси *x* определяем по формуле (2.1):

$$\lambda_X = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 2,4}{2,93 \cdot 10^{-2}} = 81,9.$$

Коэффициент продольного изгиба определяем по таблице Б.1: $\lambda = 80$; $\varphi = 0,75$; $\lambda = 90$; $\varphi = 0,69$.

Уточним коэффициент продольного изгиба φ методом интерполяции:

$$\varphi = 0,75 - \frac{0,75 - 0,69}{90 - 80} \cdot (81,9 - 80) = 0,74.$$

Допускаемую сжимающую силу вычисляем по формуле (2.5):

$$[F] = \varphi \cdot A \cdot [\sigma] = 0,74 \cdot 120,14 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^{6} = 14224,6 \cdot 10^{2} \text{ Н}.$$

Поскольку полученная гибкость меньше предельной для стали Ст3 ($\lambda_{пред}$ =100) (см. таблицу В.1), критическую силу определяем по формуле Ясинского. Для расчета указанной силы используем формулу (2.3):

$$F_{кр} = (a - b \cdot \lambda) \cdot A = (310 - 1,14 \cdot 81,9) \cdot 10^{2} \cdot 120,14 \cdot 10^{-4} = 26026,4 \cdot 10^{2} \text{ Н}.$$

Коэффициент запаса устойчивости определяем по формуле (2.6);:

$$n_y = \frac{F_{кр}}{[F]} = \frac{26026,4 \cdot 10^{2}}{14224,6 \cdot 10^{2}} = 1,83.$$

Контрольные вопросы

1 Дайте определение устойчивости.

2 Назовите формы равновесия.

3 Что является признаком потери устойчивости?

4 Дайте определение критической силы.

5 Запишите формулу для определения гибкости стержня.

6 Как определить коэффициент приведения длины стержня?

7 Запишите формулу Эйлера. В каких случаях она применима для определения критической силы?

8 Запишите формулу Ясинского. В каких случаях она применима для определения критической силы?

9 Запишите условие устойчивости.

10 Как определяется коэффициент продольного изгиба?

11 Запишите выражение для определения коэффициента запаса устойчивости.

2.3 Аудиторная контрольная работа № 2

Для стального стержня требуется определить допускаемую сжимающую нагрузку [*F*] при допускаемом напряжении [σ], критическую силу $F_{кр}$ и коэффициент запаса устойчивости n_y.

Материал стержня – сталь Ст3, модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, [σ] = 160 МПа.

Исходные данные – по таблице 2.1.

Таблица 2.1– Исходные данные к аудиторной контрольной работе № 2

Номер строки	Условие закрепления стержня (рисунок 2.4)	Длина стержня *L*, м	Характерный размер поперечного сечения *d*, мм	Форма поперечного сечения (рисунок 2.5)
1	1	0,6	10	1
2	2	1,1	20	2
3	3	1,6	30	3
4	4	2,1	40	4
5	5	2,6	50	5
6	1	3,1	60	6
7	2	3,6	70	7
8	3	4,1	80	8
9	4	4,6	90	9
10	5	5,1	100	10
	а	б	б	в

Примечание – Исходные данные выбирают по трем последним цифрам номера зачетной книжки, т. е.

0 9 4 2 5 0
а б в

Например, для шифра 094250 выбираем поперечное сечение № 10 (см. рисунок 2.3). В соответствии с рисунком 2.4 над цифрой 2 дана схема закрепления стержня, длина стержня равна 2,6 м, характерный размер поперечного сечения *d* = 50 мм

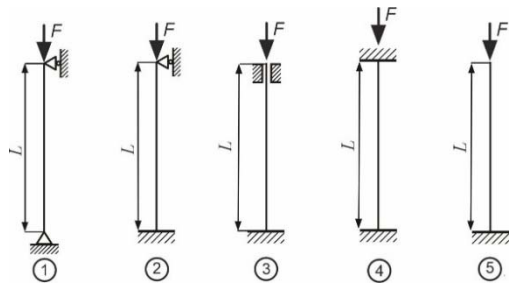


Рисунок 2.4 – Схемы закрепления стержня

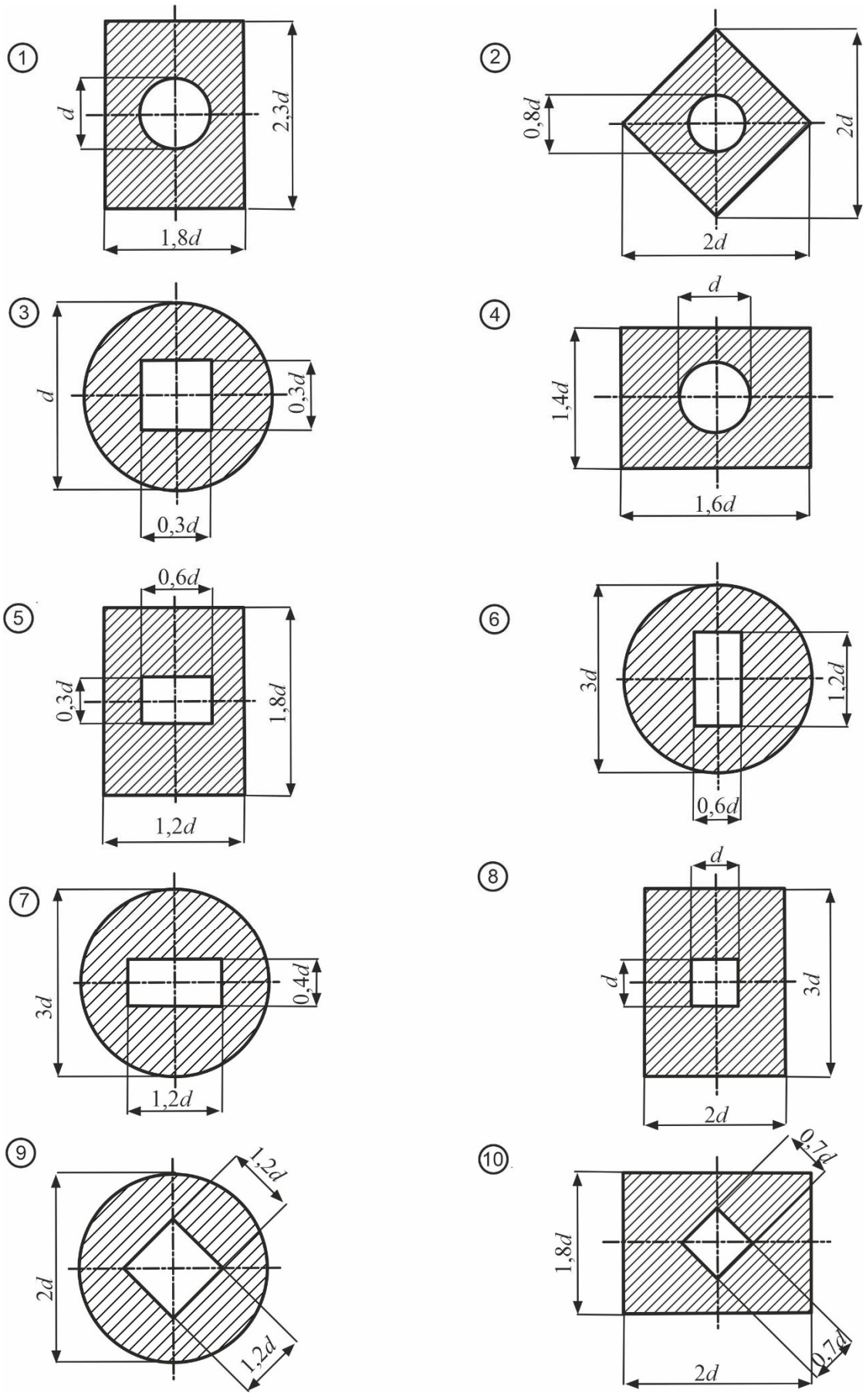


Рисунок 2.5 – Форма поперечного сечения стержня

Список литературы

1 **Кузменко, И. М.** Механика материалов : учеб. пособие : в 2 ч. / И. М. Кузменко. – Могилев : Бел.-Рос. ун-т, 2020. – Ч. 1 – 289 с. : ил.

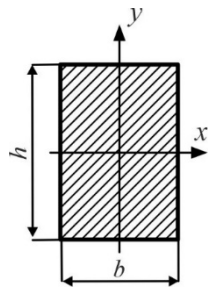
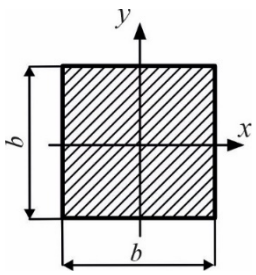
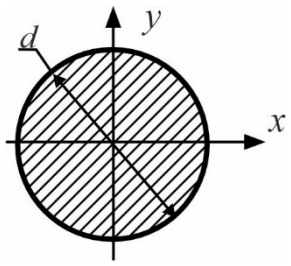
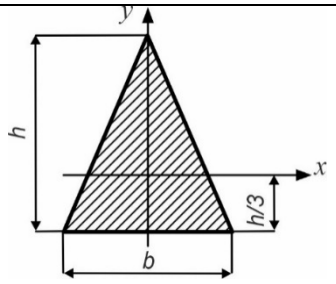
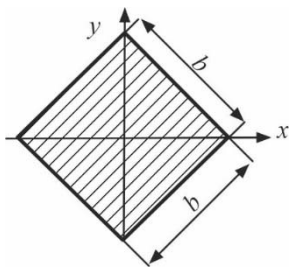
2 Сопротивление материалов. Практикум : учеб.-метод. пособие / С. И. Зиневич [и др.]. – Мн. : Новое знание ; М. : ИНФРА-М, 2015. – 316 с. : ил.

3 **Кривошапко, С. Н.** Сопротивление материалов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С. Н. Кривошапко. – М. : Юрайт, 2016. − 413 с.

4 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов. Основы теории упругости, пластичности, ползучести и механики разрушения : учеб. пособие / М. Д. Подскребко. – Мн. : Выш. шк., 2009. – 670 с.

Приложение А
(справочное)

Таблица А.1 − Геометрические характеристики некоторых сечений

Сечение	Площадь сечения	Осевой момент инерции I_X, I_Y	Момент сопротивления W_X, W_Y
	$b \cdot h$	$I_X = \frac{b \cdot h^3}{12};$ $I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$	$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6};$ $W_y = \frac{h \cdot b^2}{6}$
	b^2	$I_X = I_y = \frac{b^4}{12}$	$W_X = W_Y = \frac{b^3}{6}$
	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$I_X = I_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64};$ $I_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$	$W_X = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32};$ $W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$
	$\frac{b \cdot h}{2}$	$I_X = \frac{b \cdot h^3}{36};$ $I_y = \frac{h \cdot b^3}{48}$	$W_{XB} = \frac{b \cdot h^2}{24};$ $W_{XH} = \frac{b \cdot h^2}{12};$ $W_y = \frac{b \cdot h^2}{24}$
	b^2	$I_X = I_y = \frac{b^4}{12}$	$W_X = W_y = \frac{b^3\sqrt{2}}{12}$

Приложение Б
(справочное)

Таблица Б.1 – Значения коэффициента продольного изгиба φ

Гибкость λ	Марка стали			Марка чугуна		Дюралюминий Д16Т	Дерево (сосна, ель)
	Ст2, Ст3, Ст4	Ст 5	14Г2, 15ГС, 10Г2С, 10 Г2СД, 15ХСНД	СЧ 12-28, СЧ 15-32, СЧ 18-36, СЧ 21-40	СЧ 24-44, СЧ 28-48		
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,98	0,97	0,95	0,999	0,99
20	0,97	0,96	0,95	0,91	0,87	0,998	0,97
30	0,95	0,93	0,92	0,8	0,75	0,835	0,93
40	0,92	0,90	0,89	0,69	0,60	0,700	0,87
50	0,89	0,85	0,84	0,57	0,43	0,568	0,80
60	0,86	0,80	0,78	0,44	0,32	0,455	0,71
70	0,81	0,74	0,71	0,34	0,23	0,353	0,61
80	0,75	0,67	0,63	0,26	0,18	0,269	0,49
90	0,69	0,59	0,54	0,20	0,14	0,212	0,38
100	0,60	0,50	0,46	0,16	0,12	0,172	0,31
110	0,52	0,43	0,39	–	–	0,142	0,25
120	0,45	0,37	0,33	–	–	0,119	0,22
130	0,40	0,32	0,29	–	–	0,101	0,18
140	0,36	0,28	0,25	–	–	0,087	0,16
150	0,32	0,25	0,23	–	–	0,076	0,14
160	0,29	0,23	0,21	–	–	–	0,12
170	0,26	0,21	0,19	–	–	–	0,11
180	0,23	0,19	0,17	–	–	–	0,10
190	0,21	0,17	0,15	–	–	–	0,09
200	0,19	0,15	0,13	–	–	–	0,08
210	0,17	0,14	0,12	–	–	–	–
220	0,16	0,13	0,11	–	–	–	–

Приложение В
(справочное)

Таблица В.1 – Значения a, b, c, λ_o, $\lambda_{пред}$

Материал	a, МПа	b, МПа	c, МПа	λ_o	$\lambda_{пред}$
Ст2	264	0,7	0	62	105
Ст3	310	1,14	0	40...60	100
Ст4, сталь 20	328	1,11	0	60	96
Ст5, сталь 25	350	1,15	0	57	92
Сталь 45	449	1,67	0	52	85
Сталь 14Г2	469	2,62	0	52	85
Сталь 30ХМА	1000	5,40	0	50	83
Дюралюминий Д16Т	406	2,83	0	30	53
Чугун	761	11,77	0,052	–	80
Дерево	29	0,19	0	–	70

Примечание – a, b, c – параметры формулы Ясинского; λ – гибкость, при которой потеря устойчивости равноопасна потере прочности; $\lambda_{пред}$ – предельная гибкость