УДК 536.2:519.63:004.94

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Х. СОЛТАНОВ
Национальный институт образования Туркменистана
Ашхабад, Туркменистан

Численное моделирование температурных полей применяется при проектировании теплообменных аппаратов, электронных устройств, элементов энергетического оборудования и конструкций из материалов с различными теплофизическими свойствами. Метод конечных разностей (МКР) позволяет заменить дифференциальную задачу системой алгебраических соотношений и реализовать вычислительный эксперимент в MATLAB. Двумерные задачи теплопроводности остаются актуальным объектом развития разностных методов, включая высокоточные и нелинейные постановки [1, 2].

Рассмотрим нестационарное распределение температуры $T(x,y,t)$ в однородной прямоугольной пластине без внутренних источников тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right), \tag{1}$$

где a – коэффициент температуропроводности, $a = \lambda/\rho c$.

Для равномерной сетки $\Delta x = \Delta y = h$ явная схема FTCS имеет вид

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^{n} + r\left(T_{i+1,j}^{n} + T_{i-1,j}^{n} + T_{i,j+1}^{n} + T_{i,j-1}^{n} - 4T_{i,j}^{n}\right), \tag{2}$$

где $r = a\Delta t/h^2$.

Для двумерной явной схемы при одинаковом шаге по координатам условие устойчивости имеет вид $r \le 1/4$. Оно непосредственно связывает пространственное и временное разрешение модели.

Вычислительный эксперимент выполнен для квадратной пластины $0{,}10 \times 0{,}10$ м при $a = 1{,}0\cdot 10^{-4}$ м^2/с, $h = 0{,}01$ м и $\Delta t = 0{,}20$ с. В этом случае $r = 0{,}20$, что удовлетворяет условию устойчивости. Начальная температура внутренних узлов принята равной 20 °C; на границах заданы постоянные температуры: слева – 100 °C, справа – 40 °C, сверху – 60 °C, снизу – 20 °C. Расчёт реализуется последовательным обновлением матрицы температуры в MATLAB; аналогичные 2D FTCS-модели используются для визуализации теплопроводности.

Численный расчёт показывает постепенное распространение тепла от наиболее нагретой левой границы к внутренней области. Температура центрального узла составляет 21,9 °C при $t = 2$ с, 47,4 °C при $t = 10$ с, 54,9 °C при $t = 30$ с. Поле на рис. 1 имеет выраженный двумерный характер: на значение T одновременно влияют условия по координатам x и y. Полученные числа являются результатом указанного модельного эксперимента, а не натурных измерений.

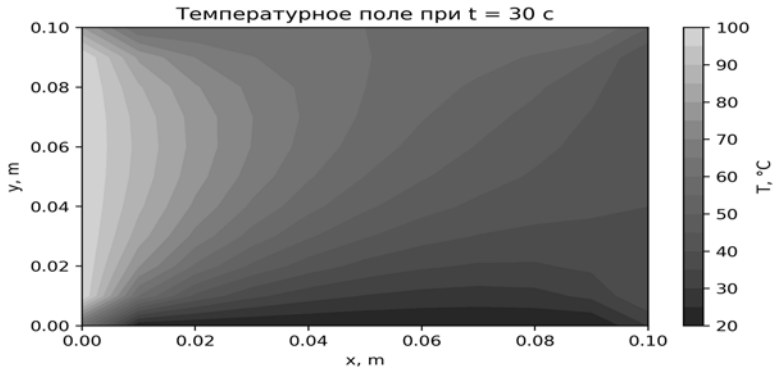


Рис. 1. Температурное поле пластины при $t = 30$ с

Преимущество МКР состоит в прозрачной связи между физической постановкой, сеткой и алгоритмом. Изменяя *a*, граничные температуры, h и Δt, можно исследовать скорость выравнивания температуры и чувствительность результата к параметрам. При уменьшении h явная схема требует соответствующего уменьшения Δt, что увеличивает вычислительные затраты. Для более крупных временных шагов целесообразно переходить к неявным схемам или схеме Кранка – Николсона; современные исследования 2D теплопроводности развивают компактные схемы повышенного порядка и эффективные алгоритмы решения [1].

Развитие модели связано с учётом внутренних источников $Q(x,y,t)$, температурной зависимости $\lambda(T)$, неоднородности материала и конвективного теплообмена на границах. Для нелинейной двумерной теплопроводности с температурно-зависимой теплопроводностью применяются комбинированные численные методы, ориентированные на повышение точности и устойчивости длительного моделирования [2].

Таким образом, метод конечных разностей позволяет построить наглядную цифровую модель двумерного температурного поля и исследовать влияние теплофизических и сеточных параметров. MATLAB обеспечивает удобное матричное представление $T(x,y,t)$, автоматизацию временного цикла и визуализацию результатов. Предложенная модель может служить базой для анализа тепловых режимов инженерных объектов и дальнейшего перехода к неоднородным и нелинейным задачам.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fourth-Order Compact Finite-Difference Scheme with Discrete Sine Transform for Solving 2D Heat Conduction Equation with DBCs // Mathematics. – 2026. – Vol. 14, № 6. – Art. 949.

2. **Sun, W.** A hybrid numerical method for non-linear transient heat conduction problems with temperature-dependent thermal conductivity / W. Sun, H. Ma, W. Qu // Applied Mathematics Letters. – 2024. – Vol. 148. – Art. 108868.