

УДК 621.83.06

М. Е. Лустенков, И. И. Маковецкий, Е. С. Лустенкова, Ю. В. Машин, В. Л. Комар

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ЦЕНТРОВЫХ КРИВЫХ КУЛАЧКОВЫХ ПРОФИЛЕЙ СФЕРИЧЕСКИХ РОЛИКОВЫХ ПЕРЕДАЧ

UDC 621.83.06

M. E. Lustenkov, I. I. Makovetsky, E. S. Lustenkova, Y. V. Mashin, V. L. Komar

COMPARATIVE ANALYSIS OF VARIOUS TYPES OF CENTER CURVES OF CAM PROFILES IN SPHERICAL ROLLER TRANSMISSIONS

Аннотация

Рассмотрены вопросы проектирования механических передач с промежуточными телами качения (роликами). Траектории центров масс роликов располагаются на сферических поверхностях. Получены уравнения координат точек центровых кривых кулачковых профилей для изготовления сферических кулачков, образующих многопериодную беговую дорожку. Разработаны компьютерные модели передач с разными типами центровых кривых. Приведены результаты сравнительного анализа кинематических характеристик редукторных механизмов по критерию минимальной кинематической погрешности.

Ключевые слова:

сферический механизм, механическая передача, редуктор, ролик, кулачок.

Abstract

The paper deals with the design of mechanical transmissions with intermediate rolling elements (rollers). The trajectories of centers of mass of the rollers are arranged on a spherical surface. The equations for the coordinates of points of center curves of cam profiles were obtained to manufacture spherical cams, forming a multi-period racetrack. Computer models of transmissions with different types of center curves were developed. The results of a comparative analysis of kinematic characteristics of reducing mechanisms according to the minimum kinematic error criterion are given.

Key words:

spherical mechanism, mechanical transmission, speed reducer, roller, cam.

Введение и постановка задачи

Разработка малогабаритных и энергоэффективных редукторных узлов позволяет снизить материалоемкость привода, его размеры и энергопотребление. В качестве соосных встраиваемых редукторных модулей в приводах технологического оборудования и робототехнических комплексов широко используют планетарные зубчатые передачи, сконструированные по схеме 2К-Н с тремя или четырьмя сателлитами [1]. В Белорусско-Российском университете разрабатываются сферические ролико-

вые передачи (СРП) как разновидность механизмов из класса передач с промежуточными телами качения (ППТК) [2]. В СРП центры масс тел качения (роликов) в процессе работы передачи перемещаются по траекториям, расположенным на сферических поверхностях. Передача мощности по множеству параллельных потоков и замена скольжения качением позволяют рассматривать СРП как потенциально перспективные элементы механических приводов. Для внедрения в промышленность необходимо разработать теоретические основы расчета и проектирования данных передач.



В СРП ролики, установленные в одном из звеньев передачи – генераторе, своими концами сферической формы взаимодействуют с пространственной замкнутой периодической беговой дорожкой. Беговая дорожка образуется рабочими поверхностями двух сферических торцовых кулачков, закрепленных в корпусе редуктора. Кулачковый профиль изготавливается на станках с ЧПУ сферической фрезой, центр которой перемещается по кривой, называемой центральной кривой кулачковых профилей. Определение параметров центральных кривых для СРП является важной задачей в теории ППТК.

Модель передачи и вывод уравнений центральных кривых

Рассмотрим модель сферической передачи, приведенную на рис. 1. Ее

прототипом является синусошариковая передача [3], в которой траектории центров масс шариков расположены на цилиндрических поверхностях. Тела качения при этом не закреплены на общем основании. Предположим существование трех сферических поверхностей с одинаковым радиусом R , одна из которых связана с ведущим валом передачи и содержит кривую 1, вторая связана с ведомым валом и содержит кривые 2, а третья связана с корпусом и содержит кривую 3. Точки пересечения кривых 1 и 3 первой группы [3] обозначены P_i .

На рис. 1 параметр A' – это проекция амплитуды центральных кривых на плоскость, касательную к сферической поверхности и параллельную оси Oz . Сама амплитуда определяется как $A = R \cdot \Theta$.

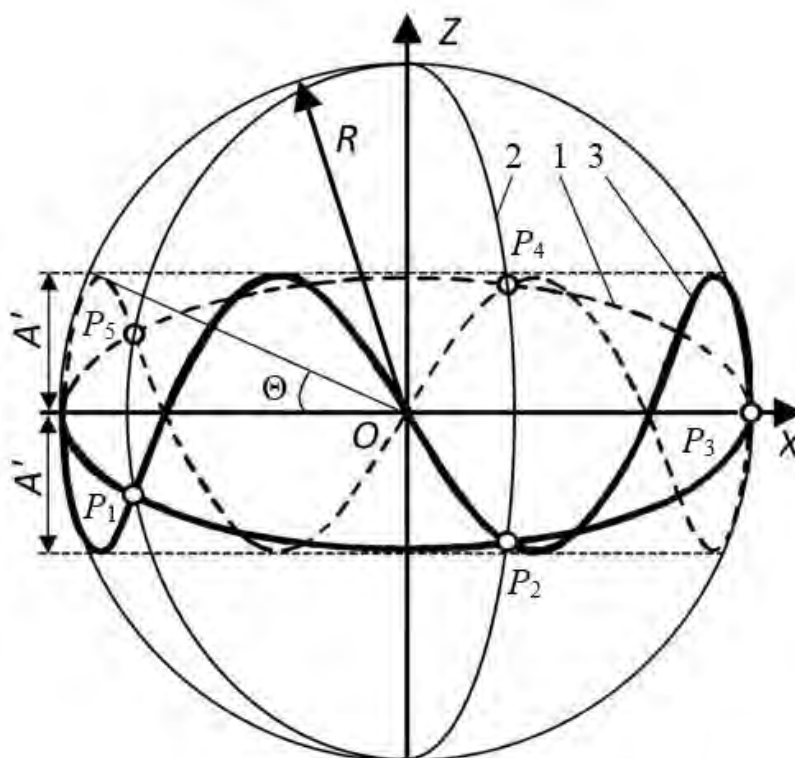


Рис. 1. Модель сферической ППТК: 1 – однопериодная центровая кривая; 2 – траектории центров масс тел качения относительно сепаратора; 3 – многопериодная центровая кривая

Ранее были получены параметрические уравнения семейства центро-

вых кривых [4]

$$x_j(\varphi) = \frac{R \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}; \quad (1)$$

$$y_j(\varphi) = \frac{R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}; \quad (2)$$

$$z_j(\varphi) = \frac{R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(Z_j \cdot \varphi)}{\sqrt{\cos^2(\Theta) \cdot \cos^2(Z_j \cdot \varphi) + \sin^2(Z_j \cdot \varphi)}}. \quad (3)$$

где j – индекс принадлежности параметра беговой дорожке, образованной внутренними (1) или наружными (3) кулачками; φ – центральный угол, отсчитываемый в экваториальной плоскости (xOy) основной сферической поверхности, $\varphi = 0 \dots 2 \cdot \pi$; Z_j – числа периодов центральной кривой; Θ – постоянный коэффициент, $\Theta = A/R$.

При данном виде центровых кривых ведущее звено передачи имеет беговую дорожку в форме кольцевой канавки, а центровая кривая кулачковых профилей – окружность.

Беговые дорожки, изготовленные по центровым кривым, описываемым уравнениями (1)–(3), не обеспечивают постоянства мгновенного передаточного отношения сферических ППТК. Возникает погрешность, которая компенсируется увеличенными зазорами в зацеплении. Эта погрешность растет с увеличением параметра Θ [5]. В связи с этим была предпринята попытка получить уравнения центральной кривой, взаимодействующей с центральной кривой в виде окружности, т. н. «механическим» методом. Метод предполагает вращение с заданным шагом однопериодной кривой (окружности), наклоненной к

оси Oz , вокруг этой оси. Одновременно производится наблюдение за траекторией движения одной из точек, принадлежащей этой окружности. При этом на параметры движения исследуемой точки налагаются геометрические и кинематические зависимости, связанные с вращением ведомого звена механизма. Схожий метод без математического обоснования описан в [6].

Координаты окружности 1, лежащей в плоскости xOy , с центром в точке O описываются параметрическими уравнениями, которые представлены в виде матрицы

$$C(\varphi) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \sin(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

При этом центральный угол изменяется в диапазоне $\varphi = 0 \dots 2 \cdot \pi$. Однопериодная центровая кривая, рассматриваемая в начальный момент времени, представляет собой окружность, лежащую в плоскости, образующую с осью Oy угол Θ . Оператор поворота окружности на данный угол описывается матрицей

$$M(x, y, z, \Theta) = \begin{pmatrix} \cos(\Theta) + (1 - \cos(\Theta)) \cdot x^2 & (1 - \cos(\Theta)) \cdot x \cdot y - \sin(\Theta) \cdot z & (1 - \cos(\Theta)) \cdot x \cdot z + \sin(\Theta) \cdot y \\ (1 - \cos(\Theta)) \cdot y \cdot x + \sin(\Theta) \cdot z & \cos(\Theta) + (1 - \cos(\Theta)) \cdot y^2 & (1 - \cos(\Theta)) \cdot y \cdot z - \sin(\Theta) \cdot x \\ (1 - \cos(\Theta)) \cdot z \cdot x - \sin(\Theta) \cdot y & (1 - \cos(\Theta)) \cdot z \cdot y + \sin(\Theta) \cdot x & \cos(\Theta) + (1 - \cos(\Theta)) \cdot z^2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$



Ось поворота задается ее ортом (вектором единичной длины), направленным вдоль оси, относительно которой осуществляется поворот против хода часовой стрелки. Чтобы получить

уравнения окружности, повернутой относительно оси Ox на угол Θ , воздействуем оператором M на матрицу C . Получим

$$C_1(\varphi, \Theta) = M(1, 0, 0, \Theta) \cdot C(\varphi) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\varphi) \\ R \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \\ R \cdot \sin(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Рассмотрим некоторую точку на наклоненной окружности (например, P_3) на рис. 1. При повороте сферической поверхности, связанной с ведущим валом передачи, с расположенной на ней окружностью на некоторый угол φ_1 относительно оси Oz рассматриваемая точка P_3 (назовем ее задающей точкой) переместится таким образом, что проекция отрезка, соединяющая ее с началом координат в плоскости, перпендикулярной оси Oz , также будет составлять с осью Ox угол φ_1 . Искомая точка, принадлежащая сферической поверхности, связанной с ведомым валом, в

плоскости xOy должна переместиться на угол $\varphi_2 = \varphi_1 / i_{12}^{(3)}$, т. е. отстать от задающей ее точки на угол $(1 - 1/i_{12}^{(3)}) \cdot \varphi_1$, но при этом остаться на окружности (однопериодной кривой).

Чтобы найти уравнения многопериодной беговой дорожки, связанной с неподвижной сферической поверхностью, необходимо рассмотреть точку, имеющую угловую координату $(1 - 1/i_{12}^{(3)}) \cdot \varphi_1$, и затем переместить ее относительно оси Oz с помощью оператора поворота M на угол φ , т. е.

$$C_2(\varphi, i_{12}^{(3)}, \Theta) = M(1, 0, 0, \Theta) \cdot C_1\left(-\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi, \Theta\right). \quad (7)$$

В результате вычислений по формуле (7) получаем матрицу C_2 с координатами траектории центра тела качения при многопериодной кривой, взаимодействующей с кривой в виде окружно-

сти, обеспечивающей постоянство мгновенного передаточного отношения. Эти координаты определяются по следующим формулам:

$$x(\varphi) = R \cdot \left[\cos\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi\right) \cdot \cos(\varphi) + \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi\right) \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\varphi) \right]; \quad (8)$$

$$y(\varphi) = R \cdot \left[\cos\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi\right) \cdot \sin(\varphi) - \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi\right) \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\varphi) \right]; \quad (9)$$

$$z(\varphi) = -R \cdot \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \varphi\right) \cdot \sin(\Theta). \quad (10)$$



При изменении угла φ от 0 до $2\cdot\pi$ однопериодная кривая совершит полный оборот вокруг оси Oz . При этом положение центра масс тела качения P_3 на многопериодной кривой будет определяться центральным углом, равным $2\cdot\pi/i_{12}^{(3)}$. Для получения параметрических уравнений многопериодной кри-

вой, а точнее – семейства кривых, необходимо в формулы (8)–(10) вместо φ подставить $i_{12}^{(3)}\cdot\varphi$. В результате с учетом зависимости для первой кинематической схемы передачи $i_{12}^{(3)} = 1 + Z_3$ [4] получим

$$x(\varphi) = R \cdot (\cos(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \cos((Z_3 + 1) \cdot \varphi) + \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin((Z_3 + 1) \cdot \varphi) \cdot \cos(\Theta)); \quad (11)$$

$$y(\varphi) = R \cdot (\cos(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin((Z_3 + 1) \cdot \varphi) - \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \cos((Z_3 + 1) \cdot \varphi) \cdot \cos(\Theta)); \quad (12)$$

$$z(\varphi) = R \cdot \sin(Z_3 \cdot \varphi) \cdot \sin(\Theta). \quad (13)$$

На рис. 2 показаны сферические центровые кривые со следующими параметрами: $R = 40$ мм, $A = 12$ мм, $Z_1 = 1$, $Z_3 = 5$. Установлено, что для четных зна-

чений передаточных отношений и чисел тел качения соответственно полученные траектории обладают центральной симметрией (относительно точки O).

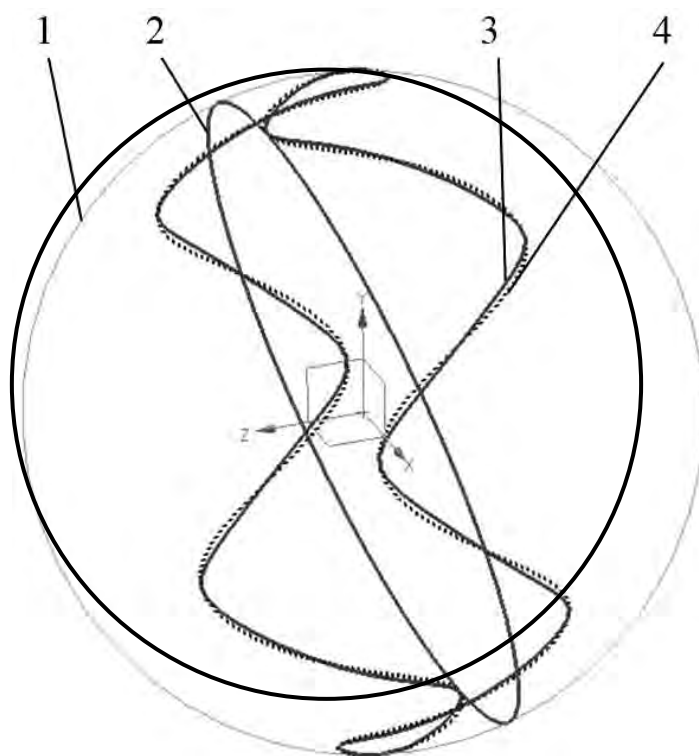


Рис. 2. Сферические центровые кривые: 1 – основная сфера; 2 – однопериодная центровая кривая (окружность); 3 – центровая кривая, построенная по уравнениям (11)–(13); 4 – центровая кривая, построенная по уравнениям (1)–(3)

Сравнительный анализ двух типов центральных кривых

Исследуем, как изменяется расстояние между центрами масс роликов двух типов сферических кривых с указанными выше параметрами. Для этого у обоих типов кривых рассматривались точки пересечения с индексами $m = 0$ и $m = 1$. Параметр φ заменялся на параметр $\varphi - 2 \cdot \pi \cdot m/n$, где m – номер тела качения (0 и 1), n – число тел качения в передаче, равное передаточному отно-

шению. При перемещении двух точек по многопериодной кривой (изменении угла φ от 0 до $2 \cdot \pi$) центральный угол между ними в плоскости xOy оставался постоянным и равным $2 \cdot \pi/n$. Таким образом, в модели изначально обеспечивалось постоянство мгновенного передаточного отношения. При этом использовались уравнения (11)–(13) для одной кривой с указанными выше параметрами и уравнения (1)–(3). Вычислялось расстояние d между соседними точками пересечения кривых по формуле

$$d_k(\varphi) = \sqrt{(x_{k0} - x_{k1})^2 + (y_{k0} - y_{k1})^2 + (z_{k0} - z_{k1})^2}, \quad (14)$$

где k – вид кривой: 1 – кривые по уравнениям (1)–(3); 2 – кривые по уравнениям (11)–(13).

Результаты расчетов показаны на рис. 3.

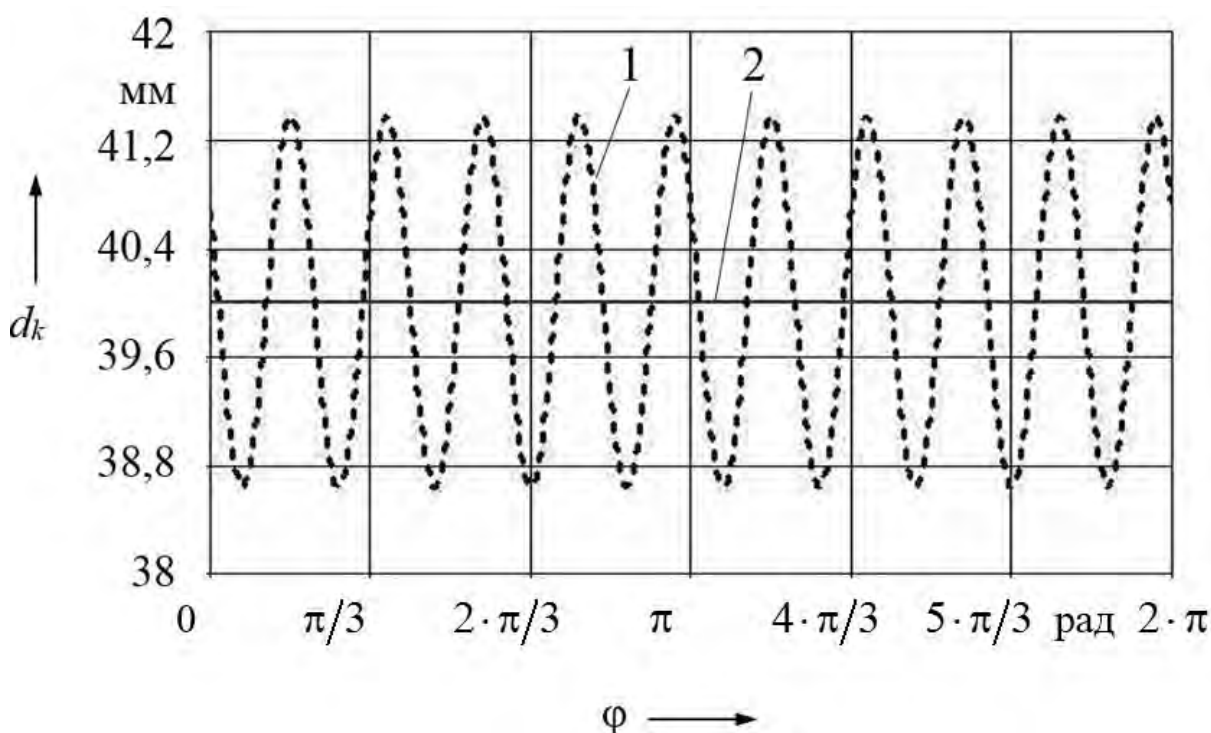


Рис. 3. Расстояние между центрами масс соседних тел качения: 1 – d_1 ; 2 – d_2

Установлено, что расстояние между двумя точками пересечения центральных кривых (окружности и кривой, построенной по уравнениям (11)–(13))

остается постоянным при любом числе тел качения (четном и нечетном).

Компьютерное моделирование передач проводилось в системе NX [7].

Сравниваемые модели передач (рис. 4) имели одинаковые параметры: $R = 40$ мм, $A = 5$ мм, $Z_1 = 1$, $Z_3 = 5$, $i_{12}^{(3)} = 6$, $r_s = 2,99$ мм (радиус профиля беговой дорожки). Беговые дорожки формировались в системе NX в блоке Modelling инструментом Tube с наружным радиусом $r_p = 3$ мм. Зазор $\Delta r_s = 0,01$ мм на радиус тела качения (0,02 мм на диаметр) был смоделирован для

устранения интерференции контактирующих тел в основном для компенсации неточностей положения роликов при установке их в сборку из-за округления значений координат. Наружный диаметр внутреннего кулачка $D_{12} = 78$ мм, внутренний диаметр наружного кулачка $D_{31} = 82$ мм (стенка сепаратора имела толщину 2 мм).

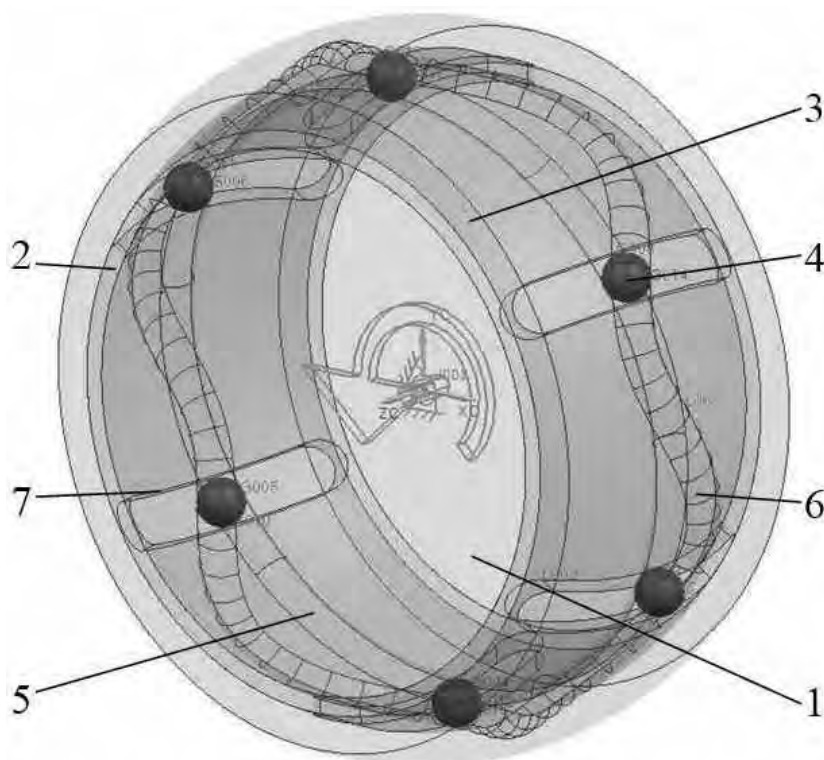


Рис. 4. Общий вид параметрической модели сферической трехзвенной передачи: 1 – внутренний кулачок (сделан прозрачным); 2 – сепаратор; 3 – наружный кулачок; 4 – тела качения (шарики); 5 – однопериодная беговая дорожка; 6 – многопериодная беговая дорожка; 7 – меридиональные пазы сепаратора

В модуле системы NX Motion simulation ведущему элементу с однопериодной беговой дорожкой сообщалось вращение с постоянной частотой вращения $\omega_1 = 6$ с⁻¹. Контакт тел качения и поверхностей основных элементов передачи моделировался с помощью инструмента 3D-Contact с одинаковыми параметрами для обеих передач для всех деталей: коэффициент жесткости $c = 100\,000$ Н/мм, экспоненциальный показатель жесткости $n_e = 2$, коэффици-

ент демпфирования материала $\mu = 10$ Н·с/мм. Кулоновское трение в контактах не учитывалось.

Обе модели механизмов имели 37 степеней подвижности с учетом дублирующих связей (Gruebler count = 37). Для расчета использовался решатель RecurDyn, время расчета – 1 с, число шагов – 1200. Наблюдаемым параметром являлась мгновенная угловая скорость (частота вращения) ведомого вала (сепаратора) ω_2 . Результаты для двух

передач в виде графиков в сопоставимом масштабе показаны на рис. 5. Колебания мгновенных значений угловых скоростей ω_2 обусловлены наличием зазоров, устанавливаемых в модели, мо-

делированием физических свойств материалов тел (упругость, жесткость), алгоритмом вычислений, предполагающих многочисленные итерации на каждом из шагов вычислений.

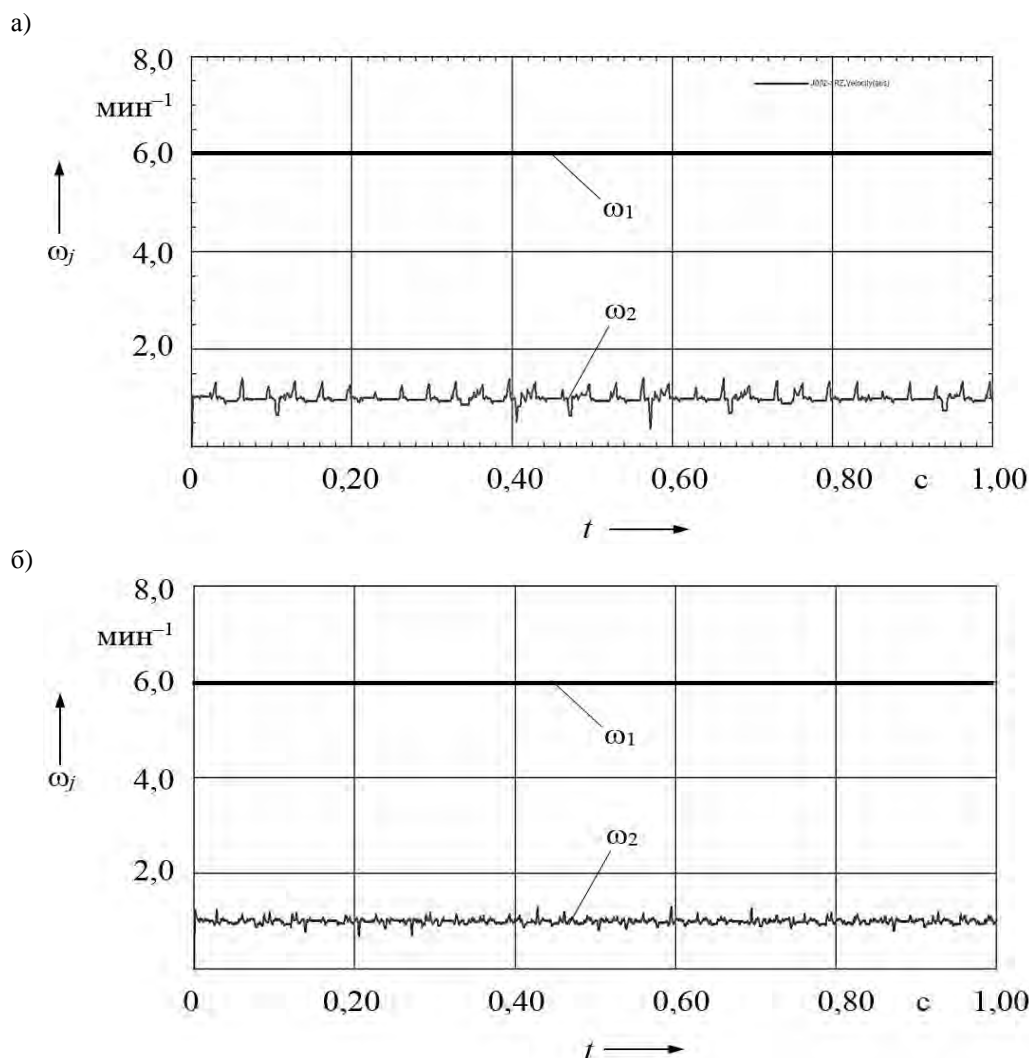


Рис. 5. Изменение угловой скорости ведомого вала ω_2 для моделей СРП: а – с центровыми кривыми, описываемыми уравнениями (1)–(3); б – с центровыми кривыми, описываемыми уравнениями (11)–(13)

Выводы

Получены параметрические уравнения кривых, обеспечивающих постоянство мгновенного передаточного отношения и расстояний между центрами масс тел качения при работе передачи. Это означает, что от трехзвенной конструкции, включающей сепаратор, можно перейти к двухзвенной конструкции СРП, обладающей боль-

шей жесткостью и надежностью. При этом центры масс тел качения будут располагаться с равным шагом на окружности, наклоненной к оси Oz под углом Θ , а сами тела качения (ролики) будут закреплены на одном из элементов СРП – генераторе. По структуре СРП приближаются к планетарным прецессионным передачам, обеспечивающим, однако, геометрическое замы-



кание высших кинематических пар и повышенную нагрузочную способность.

Результаты компьютерного моделирования показали более высокую стабильность мгновенного передаточного

отношения, чем в передаче с беговыми дорожками с центровыми кривыми по уравнениям, полученным ранее [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Планетарные передачи : справочник / Под ред. В. Н. Кудрявцева, Ю. Н. Кирдяшева. – Ленинград : Машиностроение, 1977. – 536 с.
2. **Становской, В. В.** Передачи со свободными телами качения, обзор патентной литературы / В. В. Становской, Т. А. Ремнева, С. М. Казакиявичус // Прогрессивные зубчатые передачи : сб. науч. тр. / Новоурал. гос. технол. ин-т ; редкол.: А. Е. Беляев [и др.]. – Новоуральск, 2003. – С. 61–94.
3. **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые редукторы : монография / Р. М. Игнатищев. – Минск : Вышэйшая школа, 1983. – 107 с.
4. **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизации потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.
5. **Фитцова, Е. С.** Оценка уравновешенности сферических передач с промежуточными телами качения / Е. С. Фитцова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности : материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, Могилев, 30–31 окт. 2013 г. / Белорус.-Рос. ун-т ; редкол. : И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев, 2013. – С. 49.
6. Сфероидный зубчато-винтовой механизм : пат. 109419 СССР : МПК 47h,6, 47h,7 / Д. С. Рабинович. – Опубл. 24.04.1951.
7. NX для проектирования [Электронный ресурс]: официальный сайт компании Siemens PLM Software. – Режим доступа: http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/nx/for-design/index.shtml. – Дата доступа: 01.02.2017.

Статья сдана в редакцию 19 июня 2017 года

Михаил Евгеньевич Лустенков, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. E-mail: lustenkov@yandex.ru.

Илья Иванович Маковецкий, канд. физ.-мат. наук, доц., Белорусско-Российский университет. E-mail: i_makz@mail.ru.

Екатерина Сергеевна Лустенкова, маркетолог, Белорусско-Российский университет. E-mail: fittsova@gmail.com

Юрий Викторович Машин, канд. техн. наук, Белорусско-Российский университет. E-mail: xneon@mail.ru.

Виктор Леонидович Комар, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.

Mikhail Evgenyevich Lustenkov, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: lustenkov@yandex.ru

Ilya Ivanovich Makovetsky, PhD (Physics & Mathematics), Associate Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: i_makz@mail.ru.

Ekaterina Sergeyevna Lustenkova, marketeer, Belarusian-Russian University. E-mail: fittsova@gmail.com.

Yury Victorovich Mashin, PhD, Belarusian-Russian University. E-mail: xneon@mail.ru.

Victor Vladimirovich Komar, PhD, Associate Prof., Belarusian-Russian University.