

УДК 624.729.14:620.179.15

ИССЛЕДОВАНИЕ ИТЕРАЦИОННОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ МЕТОДАМИ OS-SART И OS-HBIR С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПОРЯДОЧЕННЫХ ПОДМНОЖЕСТВ ПРОЕКЦИЙ

В. Л. ВЕНГРИНОВИЧ, С. А. ЗОЛОТАРЕВ

ГНУ «Институт прикладной физики НАН Беларуси»

Минск, Беларусь

UDC 624.729.14:620.179.15

RESEARCH OF ITERATIVE RECONSTRUCTION BY OS-SART AND OS-HBIR METHODS USING ORDERED SUBSET PROJECTIONS

V. L. VENGRINOVICH, S. A. ZOLOTAREV

Аннотация

Статистический метод максимального правдоподобия (EM) и алгебраический метод реконструкции с одновременными итерациями (SART) являются двумя методами итерационной томографической реконструкции. Эти алгоритмы часто используются, когда проекционные данные содержат большое количество статистического шума или были получены из ограниченного диапазона углов. Один из популярных подходов, используемых для повышения скорости сходимости этих алгоритмов заключается в том, чтобы выполнять коррекцию текущего приближения реконструируемого объекта на подмножества проекционных данных. Стремление повысить скорость сходимости итерационных методов привело к использованию упорядоченных подмножеств проекций как для метода максимального правдоподобия EM (OS-EM) так и для алгебраического метода реконструкции с одновременными итерациями SART (OS-SART). Эффективность использования упорядоченных подмножеств проекций была установлена сначала для последовательных программ, которые выполняются на центральном процессоре компьютера (CPU). В данной работе оба этих метода были ускорены с помощью использования графической библиотеки OpenGL путем их отражения на архитектуру графического процессора видеокарты.

Ключевые слова:

коническая томография, итерационная реконструкция изображений, OS-SART, OS-HBIR

Abstract

The statistical maximum likelihood (EM) method and the algebraic reconstruction method with simultaneous iterations (SART) are two methods of iterative tomographic reconstruction. These algorithms are often used when the projection data contains a large amount of statistical noise or has been obtained from a limited range of angles. One of the popular approaches used to increase the rate of convergence of these algorithms is to perform a correction of the current approximation of the reconstructed object on subsets of the projection data. The desire to increase the convergence rate of the iterative methods led to the use of ordered subsets of projections for both the maximum likelihood method of EM (OS-EM) and for the algebraic recon-

struction method with simultaneous iterations of SART (OS-SART). The efficiency of using ordered subsets of projections was first established for sequential programs that run on the central processor of the computer (CPU). In this work, both these methods have been accelerated by using the OpenGL graphics library by mirroring them on the graphics processor architecture of the video card.

Key words:

cone beam computed tomography, iterative image reconstruction, OS-SART, OS-HBIR/

Введение

Методы реконструкции компьютерной томографии можно условно разделить на два класса: аналитические и итерационные алгоритмы [1]. Все аналитические алгоритмы используют преобразование Радона и теорему о центральном сечении.

Преобразованием Радона функции $f(x,y)$ называется функция

$$R(s, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s \cos \alpha - z \sin \alpha, s \sin \alpha + z \cos \alpha) dz. \quad (1)$$

Преобразование Радона имеет простой геометрический смысл – это интеграл от функции $f(x,y)$ вдоль прямой, перпендикулярной вектору $\vec{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ и проходящей на расстоянии s (измеренном вдоль вектора \vec{n} , с соответствующим знаком) от начала координат.

Известна формула обратного преобразования Радона

$$f(x,y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \exp(i\omega(x \cos \alpha + y \sin \alpha)) \tilde{R}(\omega, \alpha) \omega d\omega d\alpha, \quad (2)$$

где $\tilde{R}(\omega, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} R(s, \alpha) \exp(-i\omega s) ds$.

Выражение (2), помимо того что является одним из вариантов записи обратного преобразования Радона, также определяет метод реконструкции функции из её проекций $R(s, \alpha_i)$, называемый специалистами методом Фурье-синтеза.

Наиболее популярные методы используют фильтрацию при осуществлении обратного проецирования (ФБР) [2] для двухмерного случая. Метод Фельдкамп (ФДК) для трехмерного случая также предусматривает необходимость фильтрации при осуществлении обратного проецирования [3]. Когда число отсканированных рентгеновских проекций при вращении рентгеновского источника вокруг объекта достаточно велико, выше приведенные методы могут произвести приближенную реконструкцию изображения отсканированного объекта. Простота этих методов гарантирует эффективность вычислительных операций, что например, делает их популярными для многих клинических применений.

Для другой категории алгоритмов, так называемых, итерационных методов реконструкции задача реконструкции изображения сводится к задаче



решения очень большой и одновременно разреженной системы линейных уравнений, к задаче линейной алгебры. При этом, процедура реконструкции сводится к решению системы уравнений. Итерационные методы могут быть дополнительно разделены, например, на методы проецирования на выпуклые множества (*POCS*) алгоритмы, т. к. *SART* [4], *SIRT* [5], и *POCS* [6].

Алгебраический метод реконструкции с одновременными итерациями *SART* (*OS-SART*)

Статистический метод максимального правдоподобия (*EM*) и алгебраический метод реконструкции с одновременными итерациями (*SART*) являются двумя методами итерационной томографической реконструкции.

Один из популярных подходов, используемых для повышения скорости сходимости этих алгоритмов заключается в том, чтобы выполнять коррекцию текущего приближения реконструируемого объекта на подмножествах проекционных данных. Необходимость повышения скорости сходимости итерационного процесса реконструкции привела к созданию метода упорядоченных подмножеств для метода максимального правдоподобия *EM* (*OS-EM*) и для алгебраического метода реконструкции с одновременными итерациями *SART* (*OS-SART*).

Экспериментальные результаты

Были запрограммированы два алгоритма *OS-HBIR* (*HBIR*-Heuristic Bayesian Inference Engine) и *OS-SART*, а также проведена серия реконструкций специального фантома “*Rozi*”, рентгеновская съемка которого была проведена в г. Гейдельберге (Германия) в немецком центре по исследованию рака – *DKFZ*.

Всего было снято 360 рентгеновских проекций через угловой интервал равный 1° . Разделение всех проекций на заданное количество упорядоченных подмножеств осуществлялось с помощью приведенного ниже участка программного кода:

```
for(jj=0;jj<num_os;jj++)
for(ii=0;ii<nprj_os;ii++)
{
  os_prj[jj][ii] =nprj_os*jj+ii;
  os_theta[jj][ii]=theta[nprj_os*jj+ii];
},
```

где идентификатор *num_os* представляет собой количество упорядоченных подмножеств проекций, а идентификатор *nprj_os* указывает количество проекций, которое входит в каждое упорядоченное подмножество проекций, а двумерный массив *os_theta[num_os][nprj_os]* задает угол проецирования \mathcal{G}_n для конкретной проекции, принадлежащей к заданному упорядоченному подмножеству проекций. Для проверки влияния количества упорядоченных подмножеств проекций на скорость сходимости итерационного процесса было рассмотрено 11 произвольно выбранных вариантов раз-

биения 360 проекций на упорядоченные подмножества проекций, представленных в табл. 1.

Табл. 1. Варианты разбиения на упорядоченные подмножества проекций

№ п/п	Число подмножеств	Число проекций в каждом из подмножеств
1)	5	72
2)	6	60
3)	8	45
4)	10	36
5)	12	30
6)	15	24
7)	18	20
8)	20	18
9)	24	15
10)	36	10
11)	72	5

Приведем в табл. 2 среднее значение функционала ошибки для каждой итерации итерационного процесса реконструкции для каждого из 11 вариантов разбиения на упорядоченные подмножества проекций. Всего было сделано по 7 итераций для каждого варианта разбиения на упорядоченные подмножества проекций.

Табл. 2. Среднее значение функционала ошибки для 11 вариантов разбиения на упорядоченные подмножества проекций

Итер.	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11
1	9,791	9,275	8,279	8,164	8,338	8,701	9,104	9,244	9,516	10,072	10,341
2	3,112	2,987	2,804	2,719	2,700	2,756	2,790	2,794	2,811	2,875	2,885
3	2,446	2,375	2,179	2,139	2,106	2,084	2,066	2,067	2,053	2,049	2,026
4	2,237	2,169	2,029	1,998	1,962	1,934	1,910	1,909	1,895	1,886	1,864
5	2,188	2,116	1,976	1,954	1,920	1,899	1,878	1,877	1,861	1,847	1,812
6	2,159	2,084	1,957	1,937	1,904	1,887	1,866	1,864	1,847	1,832	1,788
7	2,160	2,079	1,957	1,935	1,902	1,884	1,863	1,860	1,842	1,827	1,777

Заключение

Рассматривая табл. 2 можно обратить внимание на то, что ошибка реконструкции уменьшается, а значит, увеличивается скорость сходимости итераций с ростом числа подмножеств. Но это является справедливым не для всех итераций. Поэтому, на основе данных численных экспериментов показано, что при применении алгебраического метода реконструкции с одновременными итерациями (*OS-SART*) для достижения оптимальной реконструкции необходимо, чтобы не только число упорядоченных подмножеств было больше девяти, а число итераций было равным максимально возможному для рассмотренной серии реконструкций, но необходимо каждый раз искать компромисс между ускорением сходимости алгоритма



и временем, которое потребуется для достижения требуемой точности реконструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Венгринович, В. Л.** Итерационные методы томографии / В. Л. Венгринович, С. А. Золотарев. – Минск : Белорусская наука, 2009. – 227 с.
2. **Как, А. С.** Principles of computerized tomographic imaging / A. C. Kak, M. Slaney. – Piscataway, NJ : IEEE Press, 1988. – 327 p.
3. **Feldkamp, L. A.** Practical cone beam algorithm / L. A. Feldkamp, L.C. Davis, J.W. Kress // Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science, and Vision. – 1984. – P. 612–619.
4. **Andersen, A.** Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm / A. Andersen, A. Kak // Ultrasonic Imaging. – 1984. – Vol. 6. – P. 81–94.
5. **Gilbert, P.** Iterative methods for the 3D reconstruction of an object from projections / P. Gilbert // Journal of Theoretical Biology. – 1972. – Vol. 76. – P. 105–117.
6. **Yang, L.** Few-view image reconstruction with dual dictionaries / L. Yang, J. Zhao, G. Wang // Phys. Med. Biol. – 2012. – Vol. 57. – P. 173–189.

E-mail: venq@iaph.bas-net.by
zolotarev@iaph.bas-net.by