

УДК 006

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ВЫБОРА ДОПУСТИМОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИЁМОЧНОГО КОНТРОЛЯ

З. Ю. ТРЕТЬЯК

УО «Белорусский государственный университет транспорта»,
Гомель, Беларусь

UDC 006

APPLICATION OF A COMPUTATIONAL EXPERIMENT TO SELECT PERMISSIBLE ERROR OF MEASURING ACCEPTANCE INSPECTION **Z. Y. TRETYAK**

Аннотация

Рассматриваются цели и порядок проведения вычислительного эксперимента по выбору допустимой погрешности измерительного приёмочного контроля. Получены значения рисков для различных комбинаций распределений контролируемого параметра и неопределённости измерений.

Ключевые слова:

допустимая погрешность измерений, измерительный приёмочный контроль, риск изготовителя, риск потребителя.

Abstract

The purposes and the procedure of the computational experiment on the selecting of the permissible error of the measuring acceptance inspection are considered. Risk values for various combinations of distributions of the controlled parameter and measurement uncertainty are obtained.

Key words:

permissible measurement error, acceptance inspection, producer's risk, consumer's risk.

Одним из сложнейших и недостаточно исследованных вопросов метрологии, на сегодняшний день, является выбор допустимых погрешностей измерений при решении измерительных задач. Допустимое значение погрешности измерений фактически представляет собой критерий пренебрежимой малости погрешности измерений: если реализуемая при измерениях погрешность не превышает этого значения, результат измерений признают действительным значением измеряемой физической величины. Получение действительного значения физической величины есть главная цель любого измерения, поскольку в противном случае все ресурсы следует считать потраченными напрасно.

В метрологической литературе достаточно часто встречаются рекомендации по выбору допустимых погрешностей измерений при решении

задач измерений физических величин с установленной исходной неопределённостью [1–3]. К таким задачам можно отнести измерения при приёмочном контроле параметра с двухпредельным ограничением (параметр с допуском, погрешность поверяемого средства измерений и др.). Для их решения в метрологии широко используют соотношение:

$$[\Delta] = (1/5 \dots 1/3)A, \quad (1)$$

где A – допустимая неопределённость измеряемого параметра (допуск контролируемого параметра, погрешность измерения в ходе приемочного контроля, основная погрешность поверяемого СИ, минимальная степень изменения номинального значения параметра) [3]. Такое соотношение предложено в ГОСТ 8.051 «Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм».

Из (1) можно получить критерий пренебрежимой малости погрешности измерений

$$[\Delta] \leq A/3, \quad (2)$$

который можно использовать для решения подобных задач измерений физических величин. Предложенное соотношение, традиционно применяемое для измерительного приемочного контроля параметра с назначенным допуском T ,

$$([\Delta] \leq T/3), \quad (3)$$

и, как показал многолетний опыт его применения, является вполне удовлетворительным при следующих условиях:

- распределение контролируемых параметров объекта серийного производства (параметры партии объектов) имеют случайный характер;
- в результатах измерений доминирует случайная составляющая погрешности.

На соотношениях (1, 2 и 3) построены нормативные документы, включая ГОСТ 8.051 и стандарты на поверку средств измерений. Однако подробное рассмотрение ситуации при несоответствии реальных условий измерений желаемым в метрологической литературе отсутствует. В ГОСТ 8.051 в качестве «страховки» оговаривается, что случайная погрешность измерений, границы которой принимают равными 2σ , не должна превышать 0,6 допустимой погрешности измерений. Тут в неявном виде заложено допущение о нормальном распределении случайной погрешности измерений, доверительные границы которой устанавливаются с вероятностью $P = 0,95$.

Из проведенного анализа следует, что необходимо провести исследование влияния на результаты контроля постоянных и переменных систематических составляющих как контролируемых величин, так и результатов измерений. Дополнительно при контроле объектов в ходе серийного или массового производства (измерения множества номинально одинаковых физических величин) необходимо учитывать влияние на погрешности измерений и ошибки измерительного контроля (разбраковки объектов) постоянных и переменных систематических составляющих, характеризую-

щих технологический процесс получения измеряемых физических величин. На рис. 1 представлена схема способа определения вероятности неправильного принятия бракованного объекта. Чтобы принять в качестве годного бракованный объект, необходимо, чтобы в тот момент, когда контролируется объект с отклонениями, выходящими за границу поля допуска на значение x , погрешность измерения проявилась с обратным знаком и имела значение, большее чем это отклонение.

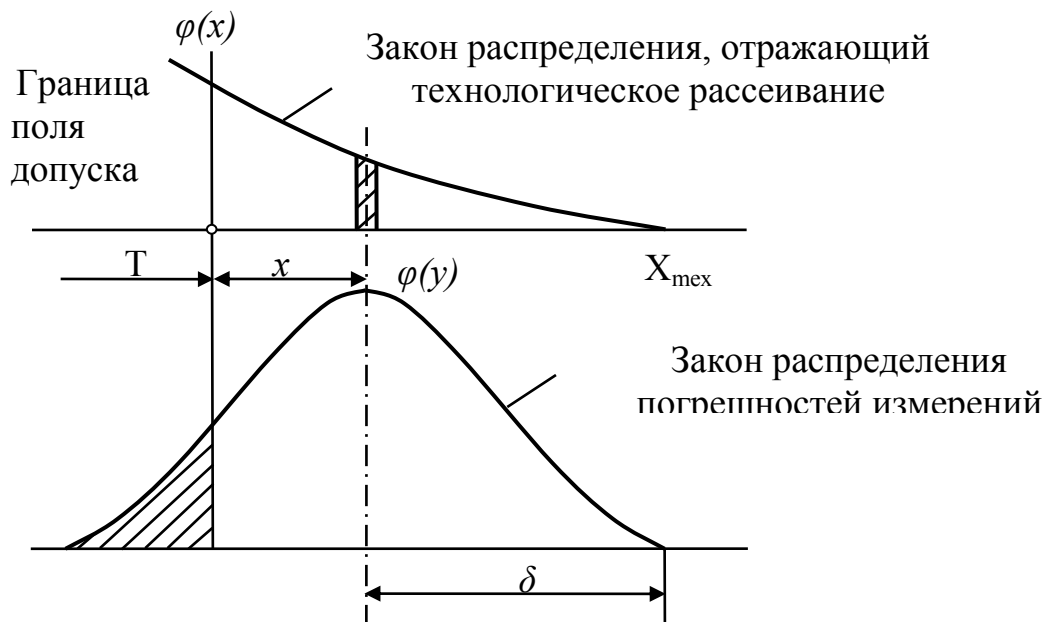


Рис. 1. Определение вероятности неправильного принятия объекта по контролируемому параметру из-за погрешности измерений

Необходимо также учитывать, что случайное распределение измеряемых параметров, а также распределение случайных погрешностей измерений этих параметров не всегда подчиняются закону нормального распределения случайных величин. Вид функции распределения контролируемого параметра, а также значений её оценок – математического ожидания и дисперсии обуславливаются характером производства контролируемых изделий, точностью и стабильностью технологических операций и т.п. Поскольку нас интересуют разнообразные комбинации наложений случайных распределений величин, характеризующих технологический процесс и процесс измерений на систематические изменения (различия) параметров технологических процессов и процессов измерений, становится очевидным огромный объём намечаемых исследований и необходимых для него технических и временных ресурсов. Аналогичные рассуждения можно привести и в отношении исследований влияния на погрешности измерений постоянных и переменных систематических составляющих, присущих методике выполнения измерений, применяемой для приёмочного измерительного контроля. Адекватной заменой описанных экспериментальных исследований может быть вычислительный эксперимент.

Для оптимизации выбора допустимой погрешности измерений при измерительном контроле в ходе серийного производства были проведены

специальные экспериментальные исследования. Исследования включали ряд специально подготовленных вычислительных экспериментов и были направлены на изучение зависимости показателей достоверности измерительного контроля от комбинации законов распределения технологического рассеяния контролируемого параметра и неопределенности измерений, влияния на результаты разбраковки постоянных и переменных систематических составляющих, характеризующих технологический процесс получения измеряемых физических величин.

Для проведения вычислительных экспериментов в обозначенной области был специально разработан ряд программных продуктов, включая генераторы случайных чисел, распределенных по определенному закону в заданном диапазоне, программы расчета рисков потребителя и изготовителя, расчета поля рассеяния контролируемого параметра при заданной доверительной вероятности и др.

Целью первой группы проведенных вычислительных экспериментов было исследование влияния вида функции распределения неопределенности измерений и её параметров на вероятности ошибок измерительного контроля (риски изготовителя и потребителя), при контроле объектов в ходе серийного или массового производства, т. е. измерения множества номинально одинаковых физических величин.

Исследования проводились по следующей схеме.

1. Выбор вида функции распределения технологического рассеяния контролируемого параметра.

2. Назначение уровня доверительной вероятности P .

3. Определение ширины поля практического рассеяния контролируемого параметра с назначенным уровнем доверительной вероятности ω_p .

4. Выбор значения неопределенности измерений. Рассмотрены значения неопределенности измерений, пропорциональные определённой части допуска T . Вычислительный эксперимент проводился для значений $\Delta_1 = T/3$, $\Delta_2 = T/5$.

5. Выбор вида функции распределения неопределенности измерений.

6. Определение рисков изготовителя и потребителя для различных комбинаций законов распределения технологического рассеяния контролируемого параметра и неопределенности измерений.

7. Анализ полученных величин вероятностей ошибок измерительного контроля.

8. Выбор значений неопределенности измерений, удовлетворяющих требуемому уровню точности.

Для математического описания модели были выбраны средства вероятностного анализа измерительного контроля. Затем были получены количественные выражения для рисков изготовителя и потребителя через точностные характеристики методик выполнения измерений (МВИ), используемых для измерительного контроля, а также с учетом возможных распределений рассеяния параметров изделий, поступающих на контроль и выбранного алгоритма контроля (правила принятия решения о годности или негодности контролируемого изделия).



Формулы для расчета средних рисков изготовителя и потребителя предложены Рубичевым и Фрумкиным [4]:

$$R_{\text{потр}} = 1 - \frac{\int_{-\infty}^{USL} \int_{LSL}^{USL} k(z)q(y-z)dydz}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{LSL}^{USL} k(z)q(y-z)dydz}, \quad R_{\text{изг}} = 1 - \frac{\int_{LSL}^{USL} \int_{LSL}^{USL} k(z)q(y-z)dydz}{\int_{LSL}^{USL} k(z)dz} \quad (4)$$

где USL – наибольшее предельное значение контролируемого параметра; LSL – наименьшее предельное значение контролируемого параметра; k – плотность вероятности контролируемого параметра; z – значение контролируемого параметра; q – плотность вероятности неопределенности измерения; y – конкретное значение результата измерения для данного экземпляра изделия, для которого рассчитывается индивидуальный риск.

Вычислительный эксперимент производился для нормального, равновероятного, треугольного и трапециевидного распределений технологического рассеяния контролируемого параметра. При выборе для аппроксимаций трапециевидных распределений в расчётах параметров неопределенности измерений использовались распределения с отношением оснований (верхнего к нижнему) $\beta = 1/2; 1/3; 2/3$.

В качестве распределений неопределенности измерений выбраны: нормальное (Гаусса), равновероятное (прямоугольное), треугольное (Симпсона), трапециевидное и U-образное (арксинуса).

Поле практического рассеяния контролируемого параметра принималось равным полю допуска $\omega_p = T$. Ширина поля практического рассеяния контролируемого параметра, при заданной доверительной вероятности, рассчитана для различных видов распределения контролируемого параметра.

Полученные значения представлены в табл. 1.

Табл. 1. Полученные значения полуширины поля рассеяния контролируемого параметра

| Уровень доверительной вероятности | Полуширина поля рассеяния контролируемого параметра | | | | | |
|-----------------------------------|---|------------|-------------|---------------------------------------|---------------|---------------|
| | равновероятное | нормальное | треугольное | трапециевидное с отношением оснований | | |
| | | | | $\beta = 2/3$ | $\beta = 1/2$ | $\beta = 1/3$ |
| $P \approx 1$ | 1,732 | 3,000 | 2,449 | 2,037 | 2,191 | 2,324 |
| $P \approx 0,99$ | 1,713 | 2,580 | 2,210 | 1,890 | 2,010 | 2,110 |
| $P \approx 0,95$ | 1,647 | 1,970 | 1,905 | 1,700 | 1,767 | 1,835 |
| $P \approx 0,90$ | 1,557 | 1,650 | 1,676 | 1,558 | 1,593 | 1,634 |

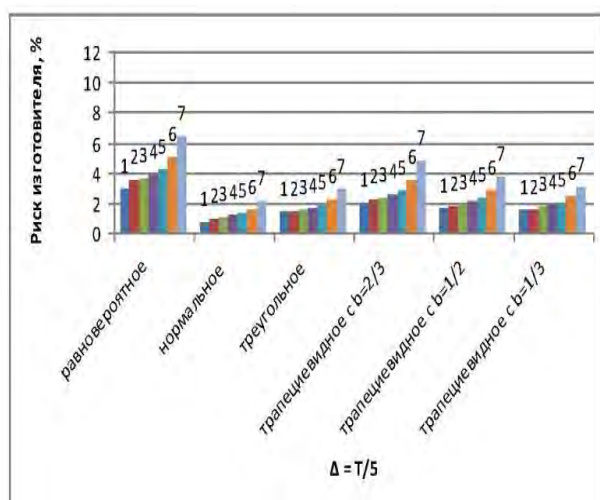
В качестве примера приведены результаты вычислительного эксперимента для среднего риска изготовителя при $\Delta_1 = T/3$ (табл. 2).

Табл. 2. Результаты расчёта среднего риска изготовителя для различных распределений контролируемого параметра при $\Delta_1 = T/3$

| Распределение неопределённости | Риск изготовителя $R_{изг}$, % при распределении контролируемого параметра | | | | | |
|---|---|------------|-------------|---------------------------------------|---------------|---------------|
| | равновероятное | нормальное | треугольное | трапециевидное с отношением оснований | | |
| | | | | $\beta = 2/3$ | $\beta = 1/2$ | $\beta = 1/3$ |
| $P = 0,90$ | | | | | | |
| Нормальное | 4,43 | 1,83 | 2,57 | 4,06 | 3,31 | 2,92 |
| Треугольное | 5,56 | 2,60 | 3,15 | 4,92 | 3,99 | 3,47 |
| Трапециевидное $\beta = 1/3$ | 6,02 | 2,84 | 3,42 | 5,01 | 4,34 | 3,77 |
| Трапециевидное $\beta = 1/2$ | 6,48 | 3,08 | 3,57 | 5,39 | 4,53 | 3,93 |
| Трапециевидное $\beta = 2/3$ | 7,04 | 3,40 | 4,07 | 5,80 | 5,18 | 4,50 |
| Равновероятное | 8,33 | 4,19 | 4,96 | 7,65 | 6,34 | 5,49 |
| U-образное (арксинуса) | 10,61 | 5,60 | 6,54 | 10,03 | 8,32 | 7,25 |
| $P = 0,95$ | | | | | | |
| Нормальное | 4,43 | 1,40 | 2,16 | 3,21 | 2,77 | 2,41 |
| Треугольное | 5,56 | 1,83 | 2,61 | 4,10 | 3,28 | 2,87 |
| Трапециевидное $\beta = 1/3$ | 6,02 | 2,00 | 2,84 | 4,47 | 3,58 | 3,13 |
| Трапециевидное $\beta = 1/2$ | 6,48 | 2,18 | 3,09 | 4,88 | 3,90 | 3,41 |
| Трапециевидное $\beta = 2/3$ | 7,04 | 2,42 | 3,41 | 5,39 | 4,30 | 3,76 |
| Равновероятное | 8,33 | 3,05 | 4,21 | 6,65 | 5,34 | 4,65 |
| U-образное (арксинуса) | 10,61 | 4,16 | 5,63 | 8,87 | 7,18 | 6,22 |
| $P = 0,99$ | | | | | | |
| Нормальное | 4,43 | 0,55 | 1,45 | 2,26 | 1,81 | 1,62 |
| Треугольное | 5,56 | 0,75 | 1,75 | 2,80 | 2,18 | 1,92 |
| Трапециевидное $\beta = 1/3$ | 6,02 | 0,83 | 1,92 | 3,07 | 2,39 | 2,11 |
| Трапециевидное $\beta = 1/2$ | 6,48 | 0,91 | 2,01 | 3,39 | 2,63 | 2,31 |
| Трапециевидное $\beta = 2/3$ | 7,04 | 1,03 | 2,95 | 3,43 | 2,95 | 2,59 |
| Равновероятное | 8,33 | 1,36 | 3,01 | 4,91 | 3,80 | 3,32 |
| U-образное (арксинуса) | 10,61 | 1,97 | 4,17 | 6,89 | 5,31 | 4,61 |
| $P = 1$ (для нормального распределения $P = 0,9973$) | | | | | | |
| Нормальное | 4,43 | 0,24 | 0,87 | 1,35 | 1,06 | 0,94 |
| Треугольное | 5,56 | 0,35 | 0,93 | 1,67 | 1,23 | 1,04 |
| Трапециевидное $\beta = 1/3$ | 6,02 | 0,38 | 1,03 | 1,85 | 1,37 | 1,16 |
| Трапециевидное $\beta = 1/2$ | 6,48 | 0,43 | 1,16 | 2,08 | 1,54 | 1,30 |
| Трапециевидное $\beta = 2/3$ | 7,04 | 0,49 | 1,34 | 2,41 | 1,78 | 1,51 |
| Равновероятное | 8,33 | 0,68 | 1,85 | 3,33 | 2,47 | 2,08 |
| U-образное (арксинуса) | 10,61 | 1,03 | 2,77 | 5,01 | 3,70 | 3,12 |

Гистограммы рисков изготовителя при $P = 0,95$ для заданных комбинаций распределений контролируемого параметра и неопределённости измерений представлены на рис. 2.

а)



б)

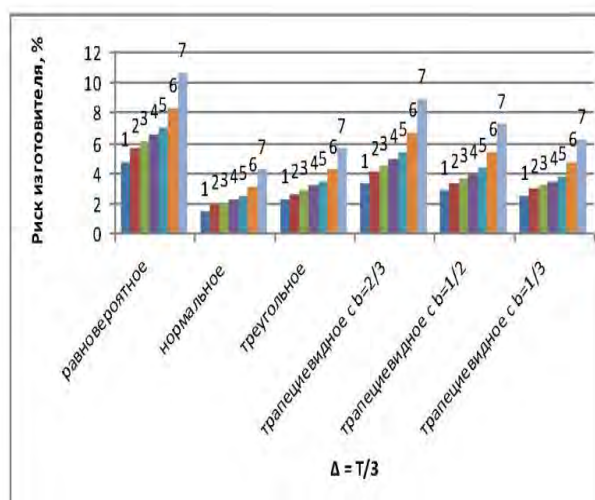


Рис. 2. Гистограммы рисков изготовителя для заданных распределений контролируемого параметра при различных распределениях неопределённости измерений для $P = 0,95$: а – $\Delta_2 = T/5$; б – $\Delta_1 = T/3$; 1 – нормальное; 2 – треугольное; 3 – трапециевидное с $b = 1/3$; 4 – трапециевидное с $b = 1/2$; 5 – трапециевидное с $b = 2/3$; 6 – равновероятное; 7 – U-образное (арксинуса)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Марков, Н. Н.** Метрологическое обеспечение в машиностроении: учеб. для высш. учебных заведений / Н. Н. Марков. – М. : Изд-во «Станкин», 1995. – 468 с.
2. Установление показателей качества продукции и технологических параметров и норм точности их измерения / Под общ. ред. проф. А. А. Бегунова. – СПб. : ГОУВПО СПбГТУРП, 2008. – 85 с.
3. **Цитович, Б. В.** Выбор методик выполнения измерений для исследования точности технологических процессов / Б. В. Цитович // Наука и технологии на рубеже XXI века : материалы междунар. науч.-техн. конф. – Минск : Технопринт. – 2000. – С. 499–504.
4. **Рубичев, Н. А.** Достоверность допускового контроля качества / Н. А. Рубичев, В. Д. Фрумкин. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 172 с.

E-mail: tretzarina@ya.ru