

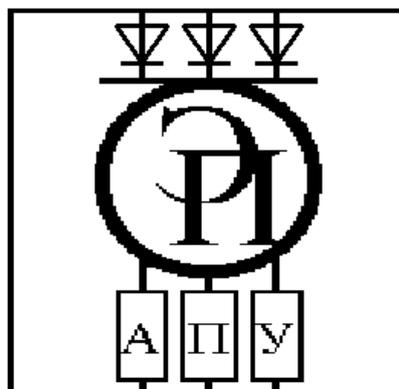
ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и АПУ»

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов специальности
1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы»*

Часть 1



Могилев 2015



УДК 62-83
ББК 31.291
Т 33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Электропривод и АПУ» «01» апреля 2015 г.,
протокол № 12

Составитель канд. техн. наук, доц. Б. Б. Скарыно

Рецензент канд. техн. наук, доц. С. В. Болотов

Предназначены к практическим занятиям для студентов специальности 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» по дисциплине «Теория электропривода». Приведены основные теоретические положения и формулы, необходимые для расчёта механической части электропривода. Содержат рекомендации по составлению эквивалентных расчётных схем механической части электропривода, получению дифференциальных уравнений движения связанных масс электропривода, расчёту и построению нагрузочных диаграмм для различных производственных механизмов.

Учебно-методическое издание

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Часть 1

Ответственный за выпуск

Г. С. Ленеvский

Технический редактор

А. А. Подошеvко

Компьютерная верстка

Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 115 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:

Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2015



Содержание

Введение	4
1 Кинематические схемы приводов. Движущиеся массы, моменты инерции, жёсткости кинематических связей	5
2 Приведение движущихся масс, моментов инерции и жёсткостей связей к расчётной скорости. Формулы приведения	7
3 Приведение нагрузок механической части к расчётной скорости. Учёт потерь энергии в передачах	9
4 Формулы расчёта статической мощности и момента для часто встречаемых механизмов	12
5 Расчётные схемы механической части электропривода	19
6 Уравнения движения механической части электропривода	20
7 Нелинейные механические передачи	23
8 Оптимальное передаточное отношение	24
9 Структурные схемы механической части электропривода	25
10 Построение тахограмм и нагрузочных диаграмм	27
11 Типовые задачи по механике электропривода и их решение	28
Список литературы	40
Приложение А. Индивидуальное задание по механике электропривода	41



Введение

Закрепить полученные теоретические знания по дисциплине «Теория электропривода», а также приобрести практический опыт по расчёту автоматизированного электропривода и его элементов можно на практических занятиях, которые в соответствии с учебной программой дисциплины охватывают все основные разделы курса.

В данных методических рекомендациях приведены основные теоретические положения и формулы, необходимые для расчёта механической части электропривода. Материал излагается последовательно в соответствии с темами лекций по разделу «Механика электропривода».

Кроме теоретического материала, в методических рекомендациях приводятся типовые задачи по расчёту механической части электропривода с подробным их решением и обоснованием этого решения.

Для закрепления изученного материала в конце методических рекомендаций приведено индивидуальное задание (приложение А), составленное в ста вариантах, выполняя которое студент самостоятельно пройдёт основные этапы расчёта по механике электропривода.

Последующие разделы дисциплины «Теория электропривода» и решение практических задач по ним будут рассмотрены в дальнейших частях.



1 Кинематические схемы приводов. Движущиеся массы, моменты инерции, жёсткости кинематических связей

Передача механической энергии от вала двигателя к рабочему органу, как правило, осуществляется посредством механических передач (соединительные муфты, редукторы, ременные передачи и т. п.). С их помощью происходит перераспределение скоростей и нагрузок. Непосредственное представление о передаче механической энергии от вала двигателя к рабочему органу, о движущихся массах установки и механических связях между ними дает кинематическая схема установки. Кинематические схемы различных установок весьма многообразны (рисунок 1), однако они обладают и общими особенностями. В кинематической цепи часть элементов совершают вращательные движения, а часть – поступательные.

Элементы, движущиеся вращательно, имеют момент инерции J , кг·м², и связаны между собой связями, обладающими жесткостью кручения C_K , Н·м/рад. Элементы, движущиеся поступательно, характеризуются массой m , кг, и связаны между собой связями, обладающими жесткостью деформации (растяжения–сжатия) C_D , Н/м.

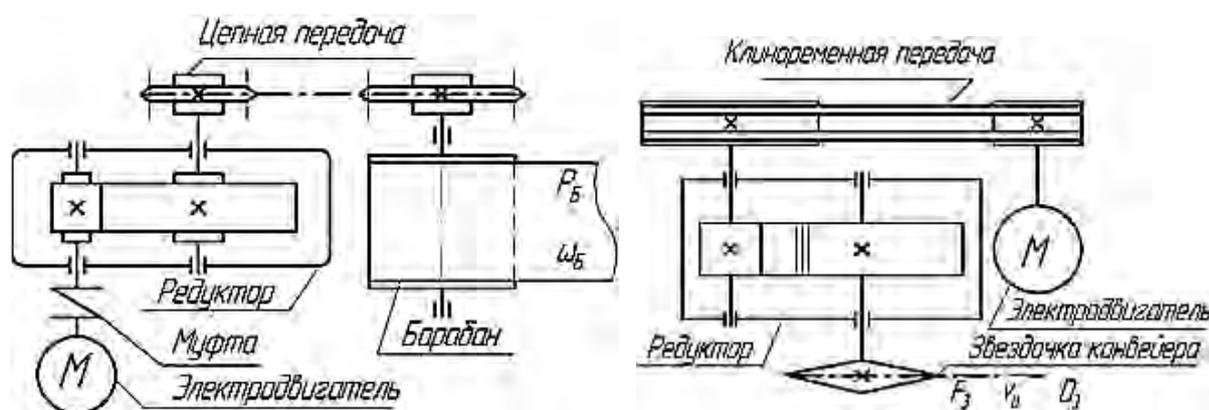


Рисунок 1 – Примеры кинематических схем механизмов

Моменты инерции и массы движущихся элементов, а также жёсткости связей либо задаются механиками, либо их можно определить по геометрическим параметрам этих элементов.

Что касается поступательно движущихся элементов, то определить их массу не вызывает особых затруднений, например взвешиванием.

Большинство тел вращения могут быть представлены в виде сплошного или полого цилиндра.

Момент инерции J , кг·м², для цилиндрического тела диаметром D , м, полого цилиндрического тела с внутренним диаметром d , м, и внешним D , м (при длине L , м) можно определить по формулам:

$$J = \frac{m \cdot D^2}{8} = \frac{\pi \cdot \rho \cdot L \cdot D^4}{32}; \quad (1)$$

$$J = m \cdot \frac{D^2 - d^2}{8} = \frac{\pi \cdot \rho \cdot L}{32} \cdot (D^4 - d^4), \quad (2)$$

где ρ – плотность материала (для стали $\rho = 7,66 \text{ кг/м}^3$).

Жёсткость при кручении C_K , Н·м/рад, для цилиндрического тела диаметром D , м, полого цилиндрического тела с внутренним диаметром d , м, и внешним D , м (при длине L , м) можно найти по формулам:

$$C_K = G \cdot \frac{\pi \cdot D^4}{32 \cdot L}; \quad (3)$$

$$C_K = G \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{32 \cdot L} \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right], \quad (4)$$

где G – модуль упругости (для стали $G = 8,1 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$).

Для тела, состоящего из разных участков (по форме и размерам), J и C_K определяют для отдельных участков постоянного диаметра и формы с последующим вычислением их эквивалентных значений.

Жёсткость деформации (растяжения–сжатия) C_D , Н/м, стержня длиной L , м, поперечным сечением S , м^2 , можно определить по формуле

$$C_D = E \cdot \frac{S}{L}, \quad (5)$$

где E – модуль упругости (для стали $E = (2 \dots 2,1) \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$).

Для троса модуль упругости меньше, чем для стержня сплошного сечения:

$$E_{\text{ТР}} = E \cdot k, \quad (6)$$

где k – коэффициент пропорциональности ($k = 0,35 \dots 0,65$ – для тросов двойной завивки; $k = 0,65 \dots 0,85$ – для тросов одинарной завивки).

Для некоторых элементов может быть задан не момент инерции, а маховый момент GD^2 , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ (или $\text{Н} \cdot \text{м}^2$). Формулы перевода махового момента в момент инерции имеют вид:

– если единица измерения махового момента GD^2 , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$, то $J = \frac{GD^2}{4}$;

– если единица измерения махового момента GD^2 , $\text{Н} \cdot \text{м}^2$, то $J = \frac{GD^2}{4 \cdot g}$.



2 Приведение движущихся масс, моментов инерции и жёсткостей связей к расчётной скорости. Формулы приведения

Благодаря наличию механических передач элементы кинематической цепи движутся с различными скоростями и, следовательно, запасают разное количество энергии. Поэтому сопоставлять параметры элементов (моменты инерции, массы, жесткости связей) не представляется возможным. Чтобы оценить влияние параметров элементов на характер движения электропривода, осуществляют приведение этих параметров к одной расчетной скорости.

В качестве расчетной скорости в большинстве случаев целесообразно принимать скорость двигателя, который является первым элементом кинематической цепи. Учитывая тот факт, что большинство электрических двигателей вращательного типа, будем рассматривать в расчётных схемах вращательное движение.

Параметры вращательно движущихся элементов приводятся к расчетной скорости с помощью передаточного отношения i , а параметры поступательно движущихся элементов – радиуса приведения ρ . Передаточное отношение – это безразмерная величина; радиус приведения измеряется в метрах.

Передаточное отношение i_{1-j} между j -м элементом кинематической цепи и первым (двигателем) определяется как отношение угловых скоростей первого элемента и j -го:

$$i_{1-j} = \frac{\omega_1}{\omega_j}. \quad (7)$$

Радиус приведения ρ_{1-j} между j -м элементом кинематической цепи и первым определяется как отношение линейной скорости j -го элемента к угловой скорости первого элемента:

$$\rho_{1-j} = \frac{V_j}{\omega_1}. \quad (8)$$

Передаточные отношения для механических передач либо заданы, либо их можно легко рассчитать. Для зубчатых передач передаточное отношение может быть найдено как отношение числа зубьев зубчатого колеса и зубчатой шестерни или как отношение диаметров делительных окружностей колеса и шестерни.

$$i_{зп} = \frac{Z_{зк}}{Z_{зш}} = \frac{D_{зк}}{D_{зш}}. \quad (9)$$

Диаметр делительной окружности можно определить как произведение модуля на число зубьев:

$$D = m \cdot Z, \quad (10)$$

где m – модуль, мм;
 Z – число зубьев.

Для цепных передач передаточное отношение также определяется отношением числа зубьев зубчатого колеса и шестерни.

Для ременных передач передаточное отношение можно найти как отношение диаметров ведомого и ведущего шкивов:

$$i_{\text{PII}} = \frac{D_{\text{BIII}}}{d_{\text{BIII}}}. \quad (11)$$

Общее передаточное отношение определяется произведением передаточных отношений всех механических передач:

$$i = \prod_{j=1}^n i_j. \quad (12)$$

Радиус приведения для передач барабан–канат равен геометрическому радиусу барабана или половине его диаметра. Для передач шестерня–зубчатая рейка радиус приведения равен половине диаметра делительной окружности шестерни. Для передачи винт–гайка

$$\rho_{\text{В-Г}} = \frac{V_{\text{Г}}}{\omega_{\text{В}}} = \frac{t_{\text{Ш}}}{2 \cdot \pi}, \quad (13)$$

где $t_{\text{Ш}}$ – шаг резьбы винта, м.

Если между двигателем и передачей шестерня–зубчатая рейка (барабан–канат) имеются зубчатые или иные передачи с передаточным отношением i_p , то радиус приведения к скорости двигателя можно определить по следующей формуле:

$$\rho = \frac{D_{\text{Ш(Б)}}}{2 \cdot i_p}. \quad (14)$$

В таблице 1 даны формулы приведения перемещений, скоростей, ускорений, движущихся масс и жесткостей связей к скорости двигателя для вращательно и поступательно движущихся элементов.



Таблица 1 – Формулы приведения к скорости двигателя

Формула приведения	Вращательно движущийся элемент	Поступательно движущийся элемент
Перемещений	$\varphi_{1-j} = \varphi_j \cdot i_{1-j}$	$\varphi_{1-j} = \frac{S_j}{\rho_{1-j}}$
Скоростей	$\omega_{1-j} = \omega_j \cdot i_{1-j}$	$\omega_{1-j} = \frac{V_j}{\rho_{1-j}}$
Ускорений	$\varepsilon_{1-j} = \varepsilon_j \cdot i_{1-j}$	$\varepsilon_{1-j} = \frac{a_j}{\rho_{1-j}}$
Моментов инерции	$J_{1-j} = \frac{J_j}{(i_{1-j})^2}$	$J_{1-j} = m_j \cdot (\rho_{1-j})^2$
Жесткостей связей	$C_{1-j} = \frac{C_j}{(i_{1-j})^2}$	$C_{1-j} = C_j \cdot (\rho_{1-j})^2$

3 Приведение нагрузок механической части к расчётной скорости. Учёт потерь энергии в передачах

Рабочий орган производственной машины реализует полезную работу. У металлорежущих станков рабочим органом являются: шпиндель токарного станка, патрон со сверлом сверлильного станка, фреза фрезерного станка, подвижной стол строгального станка, ходовой винт механизма подачи и т. д. Для механизмов подъёма кранов рабочий орган – грузозахватное устройство; для прокатных и раскатных станов – валки; для лифта – кабина. К рабочему органу прикладывается нагрузка, преодолевая которую, он совершает полезную работу. Для оценки влияния этой нагрузки ее также необходимо привести к расчетной скорости (скорости двигателя). Если рабочий орган совершает вращательное движение, то к нему прикладывается момент, если возвратно-поступательное – сила (усилие). Моменты и силы, приложенные к рабочему органу, приводятся к скорости двигателя также с помощью радиуса приведения и передаточного отношения:

$$M = \frac{M_j}{i_{1-j}} ; \quad M = F_j \cdot \rho_{1-j}.$$

По характеру действия моменты и силы подразделяются на активные и реактивные. Активные моменты и силы создаются внешними источниками энергии по отношению к приводу, а реактивные возникают как реакция на активное движение привода.

Рабочий орган может быть потребителем механической энергии или её источником. Чаще всего рабочий орган является потребителем энергии.

Данная функция рабочего органа характерна для механизмов, осуществляющих обработку материалов, подъем или перемещение грузов по горизонтали и т. п. При этом поток механической мощности направлен от двигателя к рабочему органу. Реже рабочий орган может быть источником механической энергии. В этом случае он отдает механическую энергию, запасенную механизмом, например, при опускании груза, или поступившую в механизм извне, например, при ветровой нагрузке и т. п. Поток механической мощности при этом направлен от рабочего органа к двигателю.

Передача механической энергии от вала двигателя к рабочему органу или обратно связана с потерями в механических передачах. Причина потерь – трение в подшипниках, направляющих, зацеплениях и т. п. Таким образом, для совершения полезной работы двигатель должен развивать момент на валу, идущий на преодоление момента полезной нагрузки, приложенной к рабочему органу механизма, и на преодоление дополнительной нагрузки, возникающей в результате трения в механических передачах от вала двигателя к рабочему органу. Другими словами, суммарный момент статической нагрузки, приведенный к валу двигателя, состоит из момента полезной нагрузки и момента трения в механических передачах:

$$M_C = M_{\text{пол}} \pm M_{\text{тр}}. \quad (15)$$

Здесь момент полезный и момент трения – моменты, приведенные к скорости двигателя. По характеру действия момент, обусловленный трением в механических передачах, – реактивный.

В таблице 2 даны формулы приведения статических нагрузок (сил и моментов) к расчетной скорости (скорости двигателя) с учетом направления потока механической мощности.

Таблица 2 – Формулы приведения статических нагрузок

Направление потока механической мощности	Статическая нагрузка	
	при вращательном движении рабочего органа	при поступательном движении рабочего органа
От двигателя к рабочему органу	$M_C = \frac{M_j}{\eta \cdot i_{1-j}}$	$M_C = \frac{F_j}{\eta} \cdot \rho_{1-j}$
От рабочего органа к двигателю	$M_C = \frac{M_j}{i_{1-j}} \cdot \eta$	$M_C = F_j \cdot \eta \cdot \rho_{1-j}$

Зависимость статического момента, приведенного к скорости двигателя, от скорости двигателя ($M_C = f(\omega)$) носит название механической характеристики механизма и показывает, как изменяется момент нагрузки при изменении угловой скорости.

Активные нагрузки не зависят ни от величины, ни от направления скорости вращения двигателя. Реактивные нагрузки зависят от направле-



ния вращения двигателя и, в ряде случаев, от величины этой скорости.

Различают следующие типовые реактивные нагрузки (рисунок 2):

- типа «сухого» трения (характеристика 1);
- типа «вязкого» трения тип 1 (характеристика 2);
- «вентиляторного» типа (характеристика 3);
- типа «вязкого» трения тип 2 (характеристика 4).

Количественно потери энергии в механических передачах оцениваются коэффициентом полезного действия этих передач. Не следует забывать, что КПД механических передач в большинстве случаев зависят от их загрузки, т. е. от передаваемого момента (усилия) (рисунок 3), а для червячных самотормозящих редукторов – от скорости вращения червяка (рисунок 4).

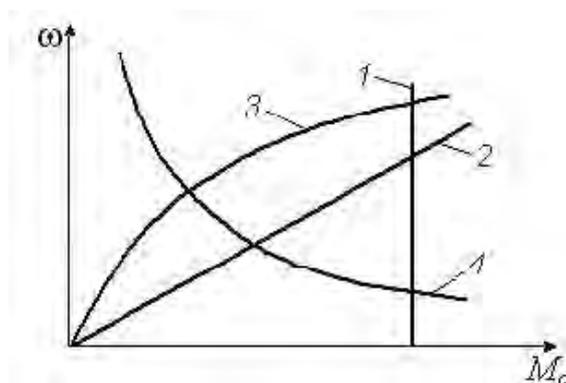


Рисунок 2 – Типовые реактивные нагрузки механической части электропривода

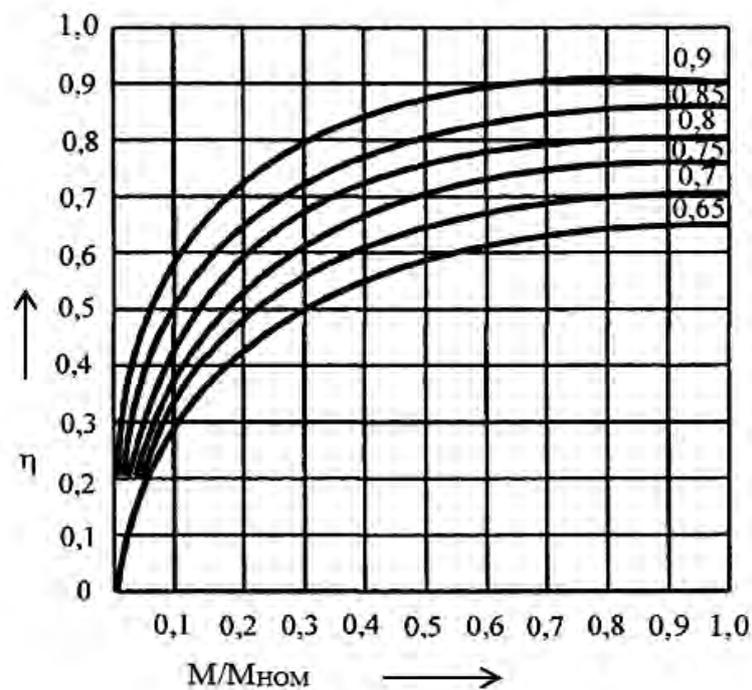


Рисунок 3 – Зависимость КПД передач от загрузки

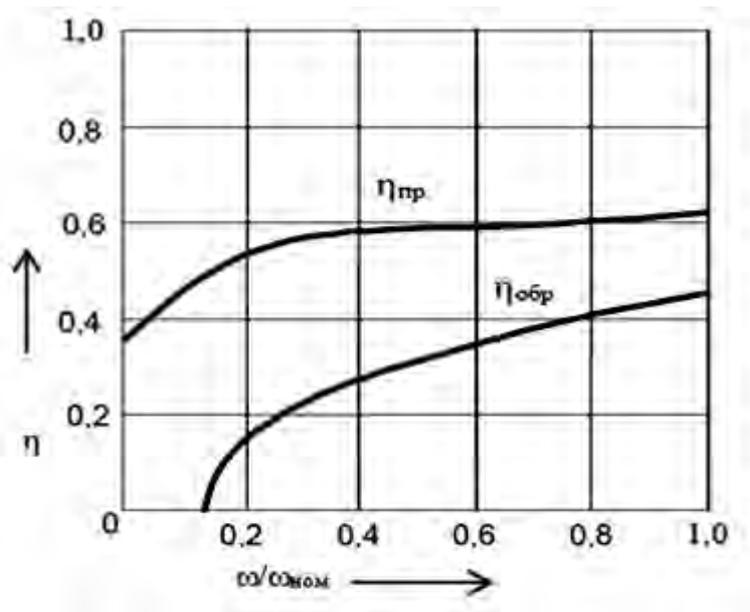


Рисунок 4 – Зависимость КПД червячных передач от скорости вращения червяка

4 Формулы расчёта статической мощности и момента для часто встречаемых механизмов

Рассмотрим формулы расчёта нагрузок (статической мощности и статического момента нагрузки), приведенных к скорости двигателя для наиболее часто встречаемых механизмов (рабочих органов).

Для механизма подъёма кранов (одноконцевые лебёдки):

– при подъёме груза

$$P_C = \frac{(G + G_0) \cdot V}{\eta};$$

$$M_C = \frac{(G + G_0) \cdot D_B}{2 \cdot i \cdot \eta} = \frac{(G + G_0) \cdot \rho}{\eta};$$

– при опускании груза

$$P_C = (G + G_0) \cdot V \cdot \left(2 - \frac{1}{\eta}\right);$$

$$M_C = \frac{(G + G_0) \cdot D_B}{2 \cdot i} \cdot \left(2 - \frac{1}{\eta}\right) = (G + G_0) \cdot \rho \cdot \left(2 - \frac{1}{\eta}\right).$$

Для шахтного подъёмника (двухконцевые лебёдки):

– с двумя сосудами

$$P_C = \frac{[K_{III} \cdot G + (q_T - q_Y) \cdot (H - 2 \cdot X)] \cdot V}{\eta};$$

$$M_C = \frac{P_C \cdot D_B}{2 \cdot i \cdot V} = \frac{[K_{III} \cdot G + (q_T - q_Y) \cdot (H - 2 \cdot X)] \cdot \rho}{\eta};$$

– с одним сосудом и противовесом

$$P_C = \frac{[K_{III} \cdot G + G_0 - G_{II} + (q_T - q_Y) \cdot (H - 2 \cdot X)] \cdot V}{\eta};$$

$$M_C = \frac{P_C \cdot D_B}{2 \cdot i \cdot V} = \frac{[K_{III} \cdot G + G_0 - G_{II} + (q_T - q_Y) \cdot (H - 2 \cdot X)] \cdot \rho}{\eta},$$

где K_{III} – коэффициент, учитывающий сопротивление в шахте подъёмника ($K_{III} = 1,2$ – для клетей, $K_{III} = 1,15$ – для скипов, $K_{III} = 1,1$ – для многоканатных установок);

q_T, q_Y – соответственно вес 1 м тягового и уравновешивающего канатов, Н/м;

H – глубина шахты, м;

X – текущее расстояние подъёмного сосуда от начальной точки движения, м;

i – передаточное отношение.

Для механизма подъёма лифта

$$P_C = \frac{(G + G_0 - G_{II}) \cdot V}{\eta};$$

$$M_C = \frac{(G + G_0 - G_{II}) \cdot D_B}{2 \cdot i \cdot \eta} = \frac{(G + G_0 - G_{II}) \cdot \rho}{\eta},$$

где G, G_0, G_{II} – соответственно вес полезного груза, подъёмного устройства (грузозахватывающего устройства, кабины лифта, скипа, клетки), противовеса, Н;

V – скорость подъёма (опускания), м/с;

D_B – диаметр барабана, м;

η – коэффициент полезного действия (КПД) механических передач (при опускании груза для одноконцевой лебёдки при $\eta < 0,5$ – силовой, при $\eta > 0,5$ – тормозной спуск груза);

ρ – радиус приведения, м.

Для механизмов передвижения мостов кранов (слитковоза)



$$P_C = \frac{2 \cdot K_P \cdot (G + G_0) \cdot V \cdot (\mu \cdot r + f)}{\eta \cdot D_K};$$

$$M_C = \frac{2 \cdot K_P \cdot (G + G_0) \cdot (\mu \cdot r + f)}{\eta \cdot D_K} \cdot \rho,$$

где K_P – коэффициент, учитывающий трение реборд катков о рельсы ($K_P = 1,2 \dots 1,3$ – для колёс с наружными ребордами; $K_P = 1,4 \dots 1,5$ – для колёс с внутренними ребордами);

μ – радиус шейки колеса (цапфы), м;

f – коэффициент трения качения.

Для механизма передвижения тележек кранов, напольных тележек

$$P_C = \frac{K_T \cdot (G + G_0) \cdot V \cdot 7,5}{\eta};$$

$$M_C = \frac{K_T \cdot (G + G_0) \cdot 7,5}{\eta} \cdot \rho,$$

где K_T – эмпирический коэффициент ($K_T = 4 \dots 6$ – для подшипников качения, $K_T = 6 \dots 8$ – для подшипников скольжения).

Для механизма передвижения мостов кранов:

– на подшипниках качения

$$P_C = \frac{K_M \cdot (G + G_0) \cdot V \cdot 7,5}{\eta};$$

$$M_C = \frac{K_M \cdot (G + G_0) \cdot 7,5}{\eta} \cdot \rho;$$

– на подшипниках скольжения

$$P_C = \frac{4 \cdot (G + G_0) \cdot V \cdot 0,07 \cdot r}{\eta \cdot D_K};$$

$$M_C = \frac{4 \cdot (G + G_0) \cdot 0,07 \cdot r}{\eta \cdot D_K} \cdot \rho,$$

где K_M – эмпирический коэффициент, $K_M = 3$;

G, G_0 – вес полезного груза и вес механизма соответственно, Н;

D_K – диаметр ходового колеса, м;

V – скорость перемещения груза, м/с;

ρ – радиус приведения, м.

Для наклонного ленточного конвейера (транспортёра)

$$P_C = \frac{(A \cdot L \cdot V + B \cdot L \cdot Q \pm Q \cdot H + C) \cdot K_1 \cdot K_2}{\eta};$$

$$M_C = \frac{P_C}{V} \cdot \rho = \frac{(A \cdot L \cdot V + B \cdot L \cdot Q \pm Q \cdot H + C) \cdot K_1 \cdot K_2}{\eta \cdot V} \cdot \rho,$$

где L – рабочая длина транспортёра (конвейера), м;

Q – производительность конвейера (транспортёра), Н/с;

H – разности уровней конечных точек транспортёра (со знаком «+» – при подъёме, со знаком «-» – при опускании), м;

A, B, C – коэффициенты, учитывающие соответственно холостой ход ленты, груза, мощность на сбрасыватель;

K_1 – коэффициент, учитывающий добавочные потери в зависимости от длины транспортёра ($K_1 = 1,2 \dots 1,0$ при $L = 8 \dots 60$ м);

K_2 – коэффициент, учитывающий увеличение трения покоя по сравнению с трением движения (обычно $K_2 = 1,25 \dots 1,50$);

V – скорость перемещения, м/с;

η – КПД механических передач и механизма;

μ – коэффициент трения между лентой (цепью) и направляющими опорными роликами.

В таблице 3 приведены значения коэффициентов A, B, C в зависимости от ширины ленты транспортёра (конвейера).

Таблица 3 – Значения коэффициентов A, B, C

Коэффициент	Ширина ленты, м					
	0,4	0,6	0,7	0,9	1,2	1,5
A	0,012	0,020	0,025	0,030	0,040	0,050
B	0,126	0,114	0,105	0,098	0,037	0,080
C	0,740	1,300	1,850	2,250	3,750	5,200

Для горизонтального транспортёра (конвейера)

$$P_C = \frac{Q \cdot f \cdot L}{\eta}$$

или

$$P_C = \frac{F \cdot V}{\eta} = \frac{(G + G_0) \cdot \mu \cdot V}{\eta};$$

$$M_C = \frac{(G + G_0) \cdot \mu}{\eta} \cdot \rho,$$

где F – тяговое усилие, Н;



f – коэффициент трения ($f = 0,08 \dots 0,15$ – для подшипников скольжения, $f = 0,01 \dots 0,05$ – для подшипников качения).

Для намоточного устройства (моталки)

$$P_C = \frac{V_{\max}}{\eta} \cdot \left[T_3 + \frac{\sigma_s \cdot b \cdot h^2}{2 \cdot D_{\text{CP}}} \right];$$

$$M_C = \frac{P_C}{V_{\max}} \cdot \rho = \frac{\rho}{\eta} \cdot \left[T_3 + \frac{\sigma_s \cdot b \cdot h^2}{2 \cdot D_{\text{CP}}} \right],$$

где T_3 – заданное натяжение полосы, Н;
 σ_s – предел текучести стали, Н/м²;
 V_{\max} – максимальная скорость намотки полосы, м/с;
 b – максимальная ширина полосы, м;
 h – толщина полосы, м;
 η – КПД механических передач;
 ρ – радиус приведения, м;
 D_{CP} – средний диаметр рулона,

$$D_{\text{CP}} = \frac{D_{\min} + D_{\max}}{2}.$$

Для механизмов металлорежущих станков:

– главного движения станков токарной группы (фрезерных, расточных, сверлильных, шлифовальных)

$$P_C = \frac{F_Z}{\eta} \cdot \pi \cdot d \cdot n_{\text{ш}};$$

$$M_C = \frac{F_Z}{\eta} \cdot \frac{d}{2i};$$

– для станков с горизонтально расположенными вращающимися планшайбами или движущимися столами (карусельные, продольно-строгальные, продольно-фрезерные станки)

$$P_C = \frac{F_Z + F_{\text{ТР}}}{\eta} \cdot V,$$

где d – диаметр обрабатываемого изделия или инструмента, м;

$n_{\text{ш}}$ – частота вращения шпинделя, об/мин.

При вращательном движении исполнительного органа

$$M_C = \frac{F_Z + F_{\text{ТР}}}{\eta} \cdot \frac{d}{2i}.$$



При поступательном движении исполнительного органа

$$M_C = \frac{F_Z + F_{TP}}{\eta} \cdot \rho.$$

$$F_{TP} = F_N \cdot f = [g \cdot (m_{CT} + m_{ДЕТ}) + F_Y] \cdot f,$$

где F_N – сумма сил, действующих нормально к направляющим стола, Н;

F_{TP} – сила трения, Н;

F_Z, F_Y – составляющие усилия резания, соответственно тангенциальная и радиальная силы, определяемые по эмпирическим формулам, Н;

где F_Z, F_Y – составляющие усилия резания, соответственно, тангенциальная и радиальная силы, определяемые по эмпирическим формулам, Н;

g – ускорение свободного падения, m/c^2 ;

f – коэффициент трения о направляющие (для направляющих скольжения со смазкой $f = 0,05 \dots 0,15$, для направляющих качения с танкетками $f = 0,005 \dots 0,01$);

$m_{CT}, m_{ДЕТ}$ – масса стола (планшайбы) и детали, кг;

η – КПД механических передач;

ρ – радиус приведения, м.

Для механизмов подачи металлорежущих станков

$$P_C = \frac{F_{II} \cdot V_{II}}{\eta},$$

где F_{II} – суммарное усилие подачи, Н;

V_{II} – линейная скорость подачи стола или суппорта, м/с.

Суммарное усилие подачи

$$F_{II} = k \cdot F_X + [F_Z + F_Y + (m_{CT} + m_{ДЕТ})] \cdot f,$$

где k – коэффициент запаса, учитывающий перекосы, $k = 1,1 \dots 1,3$;

f – коэффициент трения при движении, $f = 0,05 \dots 0,15$;

F_X, F_Y, F_Z – составляющие усилия резания, соответственно тангенциальная, радиальная и сила подачи, Н.

При трогании стола или суппорта с места

$$F_{TP} = g \cdot (m_{CT} + m_{ДЕТ}) \cdot f_0 + \alpha_{ПР} \cdot S_{ПР},$$

где f_0 – коэффициент трения в направляющих при трогании с места, $f_0 = 0,2 \dots 0,3$;

$\alpha_{ПР}$ – удельное усилие прилипания, $\alpha_{ПР} = 5 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$;

$S_{ПР}$ – площадь прилипания направляющих, m^2 .

Тогда момент статический, приведенный к скорости двигателя, при



движении механизма подачи в процессе резания

$$M_C = \frac{F_P \cdot \rho}{\eta},$$

а при трогании с места

$$M_C = \frac{F_{TP} \cdot \rho}{\eta}.$$

Для механизмов центробежного типа:

– для вентилятора

$$P_C = \frac{Q \cdot H}{\eta \cdot \eta_{МП}};$$

– для насоса

$$P_C = \frac{Q \cdot H \cdot \gamma}{\eta \cdot \eta_{МП}};$$

– для компрессора

$$P_C = \frac{Q}{\eta \cdot \eta_{МП}} \cdot \frac{A_{И} + A_{А}}{2},$$

где Q – производительность, $\text{м}^3/\text{с}$;

H – высота напора (для насоса), равная сумме всасывания и нагнетания, м; давление (для компрессора), Па; давление или разрежение воздуха (для вентилятора), Па;

γ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$ (для насоса – удельный вес жидкости, $\text{Н}/\text{м}^3$);

$\eta_{МП}$ – КПД механических передач;

η – КПД центробежного механизма (для центробежного насоса низкого давления $\eta = 0,5 \dots 0,8$; для вентилятора $\eta = 0,4 \dots 0,9$; для компрессора $\eta = 0,5 \dots 0,7$);

$A_{И}$ – удельная работа изотермического сжатия, $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{м}^3$;

$A_{А}$ – удельная работа адиабатического сжатия, $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{м}^3$.

В таблице 4 приведены средние значения удельной работы в зависимости от давления.

Таблица 4 – Зависимость удельной работы от давления

Давление H , $9,81 \cdot 10^4 \cdot \text{Па}$	2	4	6	8	9	10
Удельная работа $\frac{A_{И} + A_{А}}{2}$, $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{м}^3$	7300	15500	20700	24700	26350	27850



5 Расчётные схемы механической части электропривода

После приведения параметров элементов кинематической схемы к расчётной скорости представляется возможным их сопоставить и выбрать главные массы и главные упругие связи и на этой основе составить приближённую расчётную схему механической части электропривода.

На характер движения электропривода существенное влияние оказывают наиболее податливые элементы (элементы, обладающие наименьшей приведенной жесткостью) кинематической цепи и элементы, обладающие наибольшим приведенным моментом инерции (наибольшей массой). Податливость – это величина, обратная жесткости.

Для наглядности можно графически построить исходную расчётную схему, представив в ней массы в виде прямоугольников, площадь которых пропорциональна приведенным моментам инерции, а жесткости связей между ними в виде соединений (линей), длина которых обратно пропорциональна приведенной жесткости. Затем приступают к упрощению исходной расчётной схемы. Для этого малые массы добавляют к близлежащим большим, а затем определяют эквивалентные жесткости между полученными массами.

При последовательном соединении элементов кинематической цепи с приведенной жесткостью C_j эквивалентную жесткость определяют по формуле

$$C_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j}}; \quad (16)$$

при параллельном – по формуле

$$C_{\text{ЭКВ}} = \sum_{j=1}^n C_j. \quad (17)$$

В результате упрощения (выделения главных масс и определения эквивалентных жесткостей связей) расчётные схемы приводят к одной из следующих расчётных схем: двухмассовая консервативная расчётная схема (рисунок 5); двухмассовая диссипативная расчётная схема (рисунок 6).

Если приведенные жесткости связей большие, то можно считать их абсолютно жесткими. Тогда суммарный приведенный момент инерции определяется как сумма момента инерции двигателя, приведенных моментов инерции вращательно движущихся элементов и приведенных моментов инерции поступательно движущихся элементов кинематической цепи:

$$J_{\Sigma} = J_d + \sum_j \frac{J_j}{i_{1-j}^2} + \sum_j m \cdot \rho_{1-j}^2. \quad (18)$$



При этом получают одномассовую расчётную схему механической части электропривода, которую иногда называют эквивалентным жёстким приведенным звеном (рисунок 7).

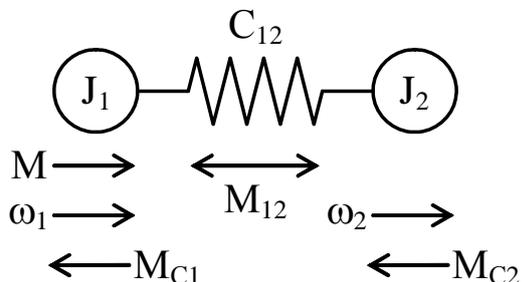


Рисунок 5 – Двухмассовая консервативная расчётная схема механической части электропривода

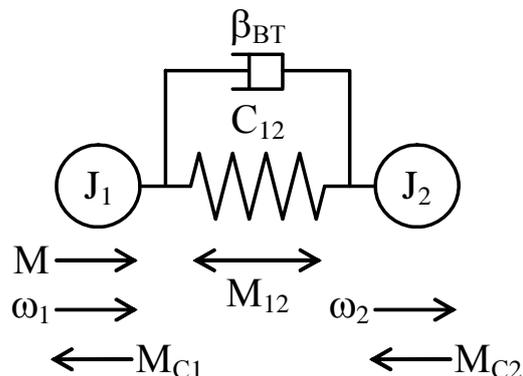


Рисунок 6 – Двухмассовая диссипативная расчётная схема механической части электропривода

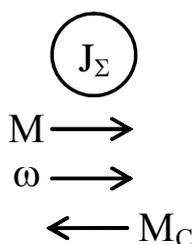


Рисунок 7 – Одномассовая расчётная схема механической части электропривода (эквивалентное жёсткое приведенное звено)

6 Уравнения движения механической части электропривода

Движение электропривода определяется действием двух моментов: момента, развиваемого двигателем, и момента сопротивления, приведенного к скорости двигателя, а для двухмассовой расчётной схемы ещё и моментом упругого взаимодействия, который возникает из-за наличия податливых связей в кинематической цепи. При этом суммарный момент равен векторной сумме момента двигателя и момента сопротивления. В отдельных случаях момент двигателя, равно как и момент сопротивления, может быть направлен как в сторону движения ротора (якоря), так и против этого движения. Уравнение, связывающее эти моменты, носит название уравнения движения электропривода.

Положительное направление момента сопротивления принимают противоположным положительному направлению момента двигателя.

Уравнения движения двухмассовой консервативной и двухмассовой диссипативной расчётных схем имеют вид:

$$\begin{cases} M - M_{12} - M_{C1} = J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{C2} = J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}. \end{cases} \quad (19)$$

Отличие консервативной расчётной схемы от диссипативной состоит в определении момента упругого взаимодействия M_{12} .

Для двухмассовой консервативной расчётной схемы

$$M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (20)$$

Для двухмассовой диссипативной расчётной схемы

$$M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) - \beta_{BT} \cdot (\omega_1 - \omega_2), \quad (21)$$

где C_{12} – приведенная эквивалентная жёсткость связи между первой и второй массами, $C_{12} = C_{ЭКВ}$;

β_{BT} – коэффициент внутреннего вязкого трения, который можно оценить следующим выражением:

$$\beta_{BT} \approx \frac{0,1...0,3}{\pi} \cdot \sqrt{C_{12} \cdot \frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2}}. \quad (22)$$

Следует помнить различия между консервативными и диссипативными силами и моментами. Консервативными называются силы и моменты, при воздействии которых на систему не происходит процесс поглощения колебаний, диссипативными – силы и моменты, при воздействии которых на систему происходит процесс поглощения колебаний. Следовательно, наличие внутренней диссипации приводит к затуханию механических колебаний в механической части электропривода, в то время как их отсутствие, наоборот, к возникновению незатухающих механических колебаний.

Упругими свойствами кинематических звеньев можно пренебречь в тех случаях, когда соблюдаются следующие условия:

– если $\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1} \rightarrow 1$, т. е. $J_2 \ll J_1$;

– если $C_{12} \rightarrow \infty$;

– если $J_1 \cong J_2$, т. е. J_1 и J_2 соизмеримы, но C_{12} велика и отсутствует условие возникновения резонанса (т. е. отсутствуют возмущения на механическую часть с частотой, близкой к собственной частоте Ω_{12});

– если в регулируемом электроприводе используются только обратные связи по координатам электродвигателя, в том числе по ω_1 (но отсут-

ствуют обратные связи по координатам рабочего органа), и

$$t_{\text{РЕГ.ЖЕЛ.}} \geq 40 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2}{C_{12} \cdot (J_1 + J_2)}} \quad (23)$$

или

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{C_{12} \cdot (J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}} \geq 10 \cdot \Omega_{\text{С.ЖЕЛ.}}, \quad (24)$$

где $t_{\text{РЕГ.ЖЕЛ.}}$ – желаемое время регулирования, с;

$\Omega_{\text{С.ЖЕЛ.}}$ – желаемая частота среза регулируемого ЭП, с^{-1} ;

Ω_{12} – резонансная частота двухмассовой расчётной схемы, с^{-1} .

Уравнение движения электропривода для двигательного режима работы для одномассовой расчётной схемы механической части электропривода (эквивалентного жесткого приведенного звена) имеет вид:

$$M - M_{\text{С}} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt}, \quad (25)$$

где M – момент, развиваемый двигателем, Н·м;

J_{Σ} – суммарный приведенный момент инерции, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$;

ω – угловая скорость ротора (якоря) двигателя, рад/с;

$M_{\text{С}}$ – момент сопротивления, приведенный к скорости двигателя, Н·м.

В уравнении (24) моменты являются алгебраическими, а не векторными величинами, т. к. оба момента M и $M_{\text{С}}$ действуют относительно одной и той же оси вращения.

Правую часть уравнения (24) называют динамическим (или избыточным) моментом:

$$M_{\text{ДИН}} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt}. \quad (26)$$

Направление динамического момента всегда совпадает с направлением ускорения электропривода. В зависимости от знака динамического момента различают следующие режимы работы электропривода:

- 1) $M_{\text{ДИН}} > 0$ ($d\omega/dt = \varepsilon > 0$) – разгон при $\omega > 0$, торможение при $\omega < 0$;
- 2) $M_{\text{ДИН}} < 0$ ($d\omega/dt = \varepsilon < 0$) – торможение при $\omega > 0$, разгон при $\omega < 0$;
- 3) $M_{\text{ДИН}} = 0$ ($d\omega/dt = \varepsilon = 0$) – установившийся режим $\omega = \text{const}$.

Другими словами, для разгона привода двигатель должен развивать момент, преодолевающий момент сопротивления, приведенный к валу двигателя (момент полезной нагрузки с учетом потерь в механических передачах), и момент динамический, обусловленный разгоном массы, обладающей приведенным моментом инерции, с требуемым ускорением. Для торможения привода момент, развиваемый двигателем, должен быть

меньше приведенного момента сопротивления на величину динамического момента, определяемого приведенным моментом инерции и требуемой интенсивностью торможения.

7 Нелинейные механические передачи

Ряд механических передач производственных механизмов содержат нелинейные кинематические связи, такие как кривошипно-шатунный или кулисный механизмы. Для таких передач радиус приведения (передаточное отношение) не остаётся постоянной величиной, а является, как правило, функцией угла поворота кривошипа или кулисы. Для кривошипно-шатунной передачи радиус приведения можно определить по формуле

$$\rho(\varphi) = R_K \cdot \sin \varphi, \quad (27)$$

где R_K – радиус кривошипа, м;

φ – угол поворота кривошипа, м.

Уравнение движения в этом случае имеет вид:

$$M - M_C(\varphi) = J_\Sigma(\varphi) \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ_\Sigma(\varphi)}{d\varphi}. \quad (28)$$

Таким образом, при наличии нелинейных механических связей уравнение движения жёсткого приведенного звена существенно усложняется, так как становится нелинейным, содержит переменные, зависящие от угла поворота ротора двигателя, – статический момент нагрузки и суммарный приведенный момент инерции.

Для некоторых производственных механизмов момент инерции изменяется с течением времени. Например, для механизма намотки по мере намотки радиус приведения изменяется от минимального до максимального значения соответственно при порожнем и намотанном барабане (рулоне). Следовательно, и статический момент и момент инерции, приведенные к скорости двигателя, будут являться функцией времени.

Уравнение движения для жёсткого приведенного звена в этом случае будет иметь вид:

$$M - M_C(t) = J_\Sigma(t) \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2} \cdot \frac{dJ_\Sigma(t)}{dt}. \quad (29)$$

Кроме нелинейных кинематических связей, в механических передачах ряда производственных механизмов присутствуют зазоры (люфты). С учётом кинематических зазоров расчётная двухмассовая консервативная схема механической части (рисунок 8) может быть описана следующими уравнениями движения:



$$\left\{ \begin{array}{l} M - M_{12} - M_{C1} = J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{C2} = J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}; \\ M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{при} \quad |\varphi_1 - \varphi_2| > \Delta\varphi_3/2; \\ M_{12} = 0 \quad \text{при} \quad |\varphi_1 - \varphi_2| \leq \Delta\varphi_3/2. \end{array} \right. \quad (30)$$

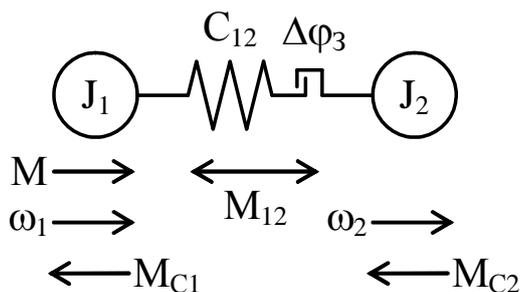


Рисунок 8 – Двухмассовая консервативная расчётная схема механической части электропривода с зазором

8 Оптимальное передаточное отношение

Если по каким-либо причинам передаточное отношение между рабочим органом и двигателем не задано, то оно может быть выбрано оптимальным по какому-либо критерию (по условию максимального быстродействия или по условию минимума потерь энергии в электродвигателе).

В этом случае требуемую мощность приводного двигателя определяют по статической мощности P_C :

$$P_C = \frac{P_{\text{МЭХ}}}{\eta_{\text{МП}}} = \frac{M_{\text{МЭХ}} \cdot \omega_{\text{МЭХ}}}{\eta_{\text{МП}}} = \frac{F_{\text{МЭХ}} \cdot V_{\text{МЭХ}}}{\eta_{\text{МП}}}. \quad (31)$$

Затем выбирают ряд двигателей на различные номинальные угловые скорости (или частоты вращения), чтобы его номинальная мощность была больше или равна расчётной (статической). Для выбранных таким образом двигателей выписывают паспортные данные.

Тот двигатель, который будет иметь наименьшее значение произведения момента инерции на квадрат номинальной угловой скорости, и обеспечит минимум потерь энергии в переходных режимах работы:

$$(J_{\text{ДВ}} \cdot \omega_{\text{НОМ}}^2) \rightarrow \min. \quad (32)$$

Тот двигатель, который будет иметь наибольшее значение отношения

момента номинального к квадратному корню из момента инерции, и обеспечить максимальное быстродействие, т. е. нужно определить следующее:

$$\left(\frac{M_{\text{НОМ}}}{\sqrt{J_{\text{ДВ}}}} \right) = \left(\frac{P_{2\text{НОМ}}/\omega_{\text{НОМ}}}{\sqrt{J_{\text{ДВ}}}} \right) \rightarrow \max. \quad (33)$$

Для выбранного двигателя (а именно по его номинальной угловой скорости) определяют оптимальное по тому или иному критерию передаточное отношение:

$$i_{\text{ОПТ}} = \frac{\omega_{\text{НОМ}}}{\omega_{\text{МЕХ}}}. \quad (34)$$

Следует отметить, что рассчитанное таким образом оптимальное передаточное отношение является приближённым. Окончательно передаточное отношение выбирают из стандартного ряда. В дальнейшем стандартное передаточное отношение применяется для расчёта моментов инерции и статических нагрузок, приведенных к скорости двигателя.

9 Структурные схемы механической части электропривода

Структурные схемы механической части электропривода могут быть составлены на основании уравнений движения, полученных ранее при переходе из временной области, при нулевых начальных условиях, в область изображений. Уравнения движения механической части электропривода, записанные в операторной форме, будут иметь вид:

– для двухмассовой консервативной расчётной схемы

$$\begin{cases} M(P) - M_{12}(P) - M_{C1}(P) = J_1 \cdot P \cdot \omega_1(P); \\ M_{12}(P) - M_{C2}(P) = J_2 \cdot P \cdot \omega_2(P); \\ M_{12}(P) = \frac{C_{12}}{P} \cdot [\omega_1(P) - \omega_2(P)]; \end{cases} \quad (35)$$

– для двухмассовой консервативной расчётной схемы с зазором

$$\begin{cases} M(P) - M_{12}(P) - M_{C1}(P) = J_1 \cdot P \cdot \omega_1(P); \\ M_{12}(P) - M_{C2}(P) = J_2 \cdot P \cdot \omega_2(P); \\ M_{12}(P) = \frac{C_{12}}{P} \cdot [\omega_1(P) - \omega_2(P)] & \text{при } |\varphi_1 - \varphi_2| > \Delta\varphi_3/2; \\ M_{12}(P) = 0 & \text{при } |\varphi_1 - \varphi_2| \leq \Delta\varphi_3/2; \end{cases} \quad (36)$$



– для двухмассовой диссипативной расчётной схемы

$$\begin{cases} M(P) - M_{12}(P) - M_{C1}(P) = J_1 \cdot P \cdot \omega_1(P); \\ M_{12}(P) - M_{C2}(P) = J_2 \cdot P \cdot \omega_2(P); \\ M_{12}(P) = \left[\frac{C_{12}}{P} + \beta_{BT} \right] \cdot [\omega_1(P) - \omega_2(P)]; \end{cases} \quad (37)$$

– для эквивалентного жёсткого приведенного звена

$$M(P) - M_{C1}(P) = J_{\Sigma} \cdot P \cdot \omega(P). \quad (38)$$

На основании уравнений (35)...(38) можно составить структурные схемы механической части электропривода. Структурные схемы двухмассовой консервативной, двухмассовой консервативной с зазором, двухмассовой диссипативной расчётных схем и эквивалентного жёсткого приведенного звена представлены соответственно на рисунках 9...12.

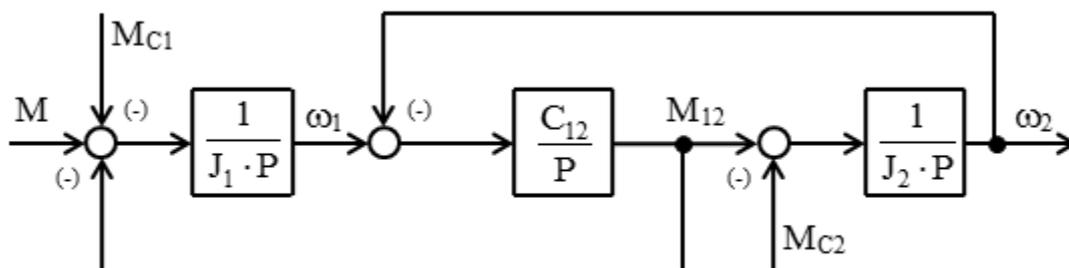


Рисунок 9 – Структурная схема двухмассовой консервативной расчётной схемы механической части электропривода

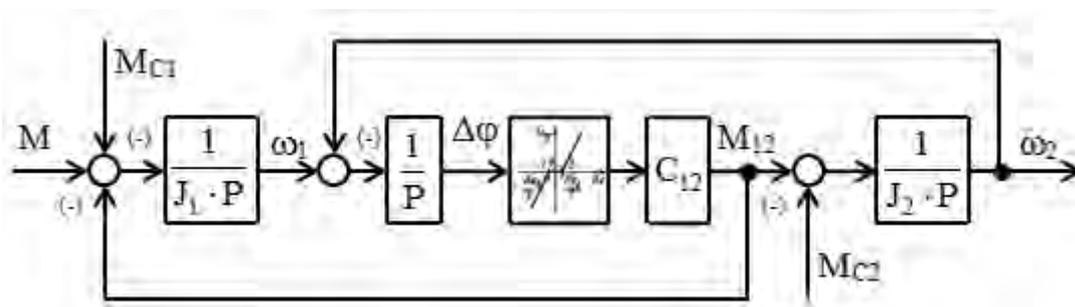


Рисунок 10 – Структурная схема двухмассовой консервативной расчётной схемы механической части электропривода с зазором

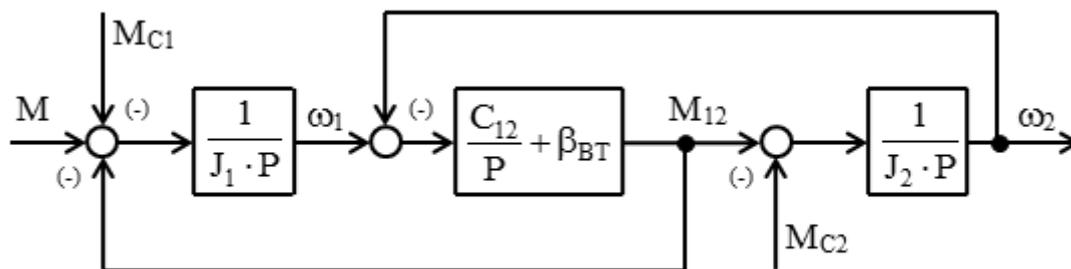


Рисунок 11 – Структурная схема двухмассовой диссипативной расчётной схемы механической части электропривода

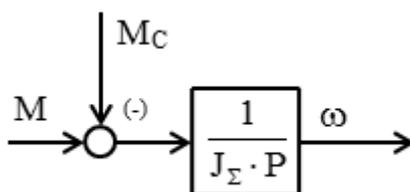


Рисунок 12 – Структурная схема одномассовой расчётной схемы механической части электропривода (эквивалентного жёсткого приведенного звена)

10 Построение тахограмм и нагрузочных диаграмм

Тахограмма движения электропривода $\omega = f(t)$ представляет собой зависимость угловой скорости ротора (якоря) двигателя от времени за цикл работы. Для её построения необходимо рассчитать скорости, ускорения и интервалы времени, соответствующие установившимся и переходным режимам работы (разгон, торможение). Требуемые угловые скорости и ускорения двигателя легко определить по формулам приведения при известных скоростях и требуемых ускорениях рабочего органа. Интервалы времени, соответствующие разгону и торможению при постоянном ускорении (равноускоренное движение) и движению привода с постоянной скоростью (равномерное движение), определяются по простым формулам, которые приведены в таблице 5.

Под нагрузочной диаграммой механизма $M_c = f(t)$ подразумевается зависимость приведенного статического момента от времени за цикл работы производственного механизма. Если предварительно рассчитана тахограмма, а также приведенные моменты сопротивления, то построение нагрузочной диаграммы не вызывает затруднений. Нагрузочная диаграмма определяет изменение статической нагрузки на валу двигателя в течение времени работы электропривода (цикла работы). Более точно проанализировать режимы работы электропривода можно по уточненной нагрузочной диаграмме $(M_c \pm M_{дин}) = f(t)$. Для её построения необходимо определить

дополнительно к статическим еще и динамические нагрузки с учетом их знака.

Таблица 5 – Формулы для определения интервалов времени и пути

Рассчитываемый параметр	Вид движения	
	поступательное	вращательное
Время разгона (торможения) при постоянном допустимом ускорении	$t_{P(T)} = \frac{V_{\text{КОН}} - V_{\text{НАЧ}}}{a_{\text{ДОП}}}$	$t_{P(T)} = \frac{\omega_{\text{КОН}} - \omega_{\text{НАЧ}}}{\varepsilon_{\text{ДОП}}}$
Путь, проходимый рабочим органом за время разгона (торможения)	$S_{P(T)} = \frac{a_{\text{ДОП}} \cdot t_{P(T)}^2}{2}$	$\varphi_{P(T)} = \frac{\varepsilon_{\text{ДОП}} \cdot t_{P(T)}^2}{2}$
Путь, проходимый рабочим органом при движении с постоянной скоростью	$S_y = S_{\Sigma} - S_p - S_T$ S_{Σ} – весь путь	$\varphi_y = \varphi_{\Sigma} - \varphi_p - \varphi_T$ φ_{Σ} – весь путь
Время движения рабочего органа с постоянной скоростью V (ω)	$t_y = \frac{S_y}{V}$	$t_y = \frac{\varphi_y}{\omega}$

11 Типовые задачи по механике электропривода и их решение

Задача 1. Задан механизм подъёмного устройства, кинематическая схема которого приведена на рисунке 13.

Двигатель через соединительную муфту $см_1$, двухступенчатый цилиндрический редуктор, соединительную муфту $см_2$ и передачу барабан–канат Б-к поднимает и опускает груз $гр$ массой m .

Передаточное отношение первой и второй ступеней цилиндрического редуктора соответственно $i_1 = 5$ и $i_2 = 4$; диаметр барабана $D_B = 0,6$ м; номинальная частота вращения двигателя 1000 об/мин.

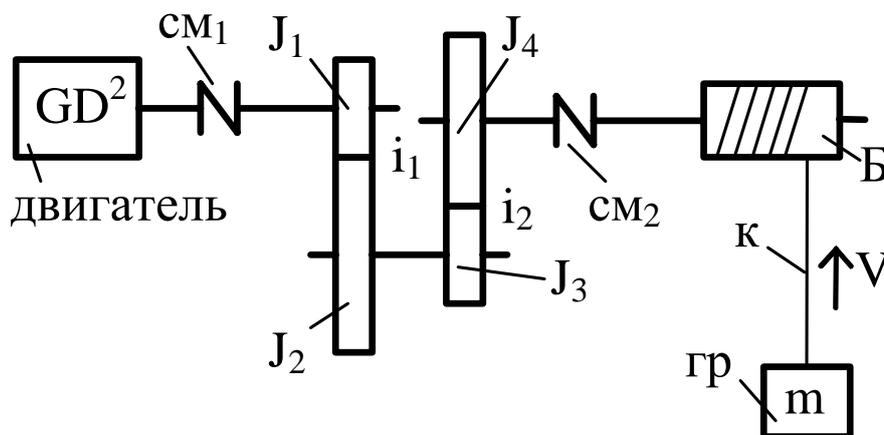


Рисунок 13 – Кинематическая схема механизма



Требуется определить линейную скорость подъема груза при номинальной скорости вращения двигателя.

Решение

Линейная скорость груза связана с угловой скоростью вала двигателя соотношением

$$V_{\text{ГР}} = \omega_{\text{ДВ}} \cdot \rho,$$

где ρ – радиус приведения, м.

$$\rho = \frac{D_{\text{Б}}}{2 \cdot i_{\text{Р}}},$$

где $i_{\text{Р}}$ – передаточное отношение редуктора,

$$i_{\text{Р}} = i_1 \cdot i_2 = 5 \cdot 4 = 20.$$

Тогда

$$\rho = \frac{0,6}{2 \cdot 20} = 0,015 \text{ м.}$$

Угловая скорость двигателя связана с его частотой вращения следующим соотношением:

$$\omega_{\text{ДВ}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{ДВ}}}{30},$$

где $n_{\text{ДВ}}$ – частота вращения вала двигателя, об/мин.

Тогда

$$\omega_{\text{ДВ}} = \frac{3,14 \cdot 1000}{30} = 104,7 \text{ рад/с.}$$

Определяем теперь линейную скорость подъема груза:

$$V_{\text{ГР}} = 104,7 \cdot 0,015 = 1,57 \text{ м/с.}$$

Ответ: Линейная скорость груза равна 1,57 м/с.

Задача 2. Для механизма подъемного устройства, кинематическая схема которого приведена на рисунке 13, определить момент статический, приведенный к валу двигателя при подъеме и при опускании груза, если коэффициент полезного действия каждой пары зубчатой передачи с учетом подшипников равен 0,9; коэффициент полезного действия передачи барабан–канат равен 0,8, масса груза $m = 1,5$ т.

Остальные данные см. в задаче 1.



Решение

Момент статический, приведенный к валу двигателя, при подъёме груза определяется по формуле

$$M_C^\uparrow = \frac{G \cdot D_B}{2 \cdot i_p \cdot \eta} = \frac{G \cdot \rho}{\eta},$$

где G – вес поднимаемого груза, Н;
 η – общий КПД механических передач.

$$G = m \cdot g = 1500 \cdot 9,81 = 14715 \text{ Н};$$

$$\eta = \eta_{\text{шп}}^2 \cdot \eta_{\text{Б-к}} = 0,9^2 \cdot 0,7 = 0,648.$$

Тогда момент статический, приведенный к валу двигателя, при подъёме груза будет равен:

$$M_C^\uparrow = \frac{14715 \cdot 0,015}{0,648} = 340,6 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Момент статический, приведенный к валу двигателя, при опускании груза определяется по формуле

$$M_C^\downarrow = G \cdot \rho \cdot \left(2 - \frac{1}{\eta}\right) = 14715 \cdot 0,015 \cdot \left(2 - \frac{1}{0,648}\right) = 100,8 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Ответ: Момент статический, приведенный к валу двигателя, при подъёме груза равен 340,6 Н·м, при опускании – 100,8 Н·м.

Задача 3. Для приведенной кинематической схемы механизма подъёма (см. рисунок 13) составить расчётную схему механической части электропривода, если маховый момент инерции двигателя $GD^2 = 30 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$; моменты инерции зубчатых шестерен и колес редуктора $J_1 = 0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_2 = 1,4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_3 = 0,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_4 = 2,4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; моменты инерции соединительных муфт $J_{\text{СМ1}} = 0,12 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ и $J_{\text{СМ2}} = 0,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; момент инерции барабана ($J_B = 8,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; жесткость 1 м каната $C_{1\text{м}} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}$; высота подъёма и опускания груза $H = 10 \text{ м}$; жёсткость муфт $C_{\text{СМ1}} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н}\cdot\text{м/рад}$ и $C_{\text{СМ2}} = 4 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}$.

Все остальные связи между элементами считать абсолютно жесткими. Недостающие данные см. в задачах 1 и 2.



Решение

Момент инерции двигателя определим по формуле

$$J_{\text{дв}} = \frac{GD^2}{4 \cdot g} = \frac{30}{4 \cdot 9,81} = 0,76 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Так как кинематическая схема механизма содержит значительное число элементов, пронумеруем эти элементы в направлении от двигателя к рабочему органу (рисунок 14).

Так как элементов значительное количество, то для составления расчётной схемы механической части электропривода все расчёты целесообразно вести в таблице 6.

Таблица 6 – Расчёт приведенных моментов инерции и жёсткостей связей

Параметры	Значение параметра										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Номер элемента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
J , кг·м ²	0,76	0,06	0,06	0,1	1,4	0,2	2,4	0,1	0,1	8,5	–
m , кг	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1500
C , Н·м/рад	–	∞	$2 \cdot 10^8$	∞	∞	∞	∞	∞	$4 \cdot 10^9$	∞	–
C , Н/м	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	$2 \cdot 10^{10}$
i , о. е.	–	1	1	1	5	5	20	20	20	20	–
ρ , м	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,015
$J_{\text{пр}}$, кг·м ²	0,76	0,06	0,06	0,1	0,056	0,008	0,006	0,0003	0,0003	0,021	0,337
$C_{\text{пр}}$, Н·м/рад	–	∞	$2 \cdot 10^8$	∞	∞	∞	∞	∞	$1 \cdot 10^7$	∞	$4,5 \cdot 10^6$

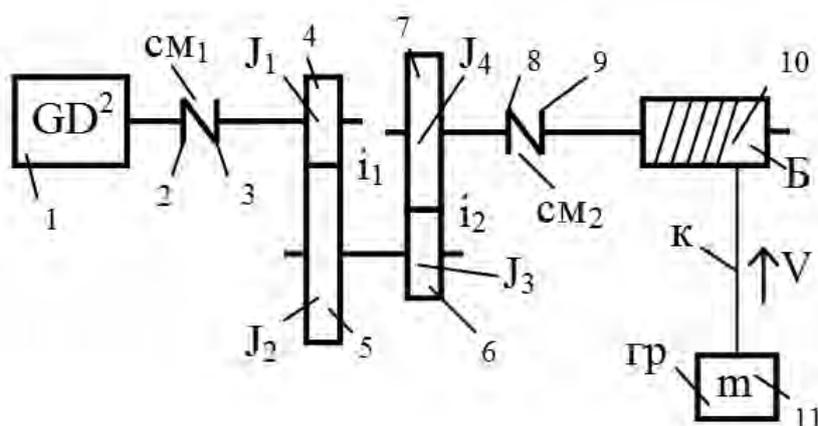


Рисунок 14 – Кинематическая схема с пронумерованными элементами

Принцип заполнения таблицы следующий:

– в первой строке помещают порядковые номера элементов кинематической цепи, последовательно начиная от двигателя, оканчивая рабочим

органом;

– во второй строке – моменты инерции вращательно движущихся элементов кинематической цепи;

– в третьей строке – массы поступательно движущихся элементов кинематической цепи;

– в четвёртой и пятой строках – жёсткости связей, которыми связаны элементы кинематической цепи друг с другом. Для вращательно движущихся элементов – это жёсткости кручения (жёсткость соединительных муфт), для поступательно движущихся – жёсткость деформации (жёсткость растяжения каната);

– в шестой строке – передаточное отношение (между валом двигателя и валом, на котором расположен элемент) для вращательно движущихся элементов кинематической цепи;

– в седьмой строке – радиус приведения для поступательно движущихся элементов;

– в восьмой строке – приведенные моменты инерции элементов:

а) для вращательно движущихся элементов расчёт ведут по формуле

$$J_{\text{ПР}} = \frac{J_j}{(i_{1-j})^2};$$

б) для поступательно движущихся – по формуле

$$J_{\text{ПР}} = m_j \cdot (\rho_{1-j})^2;$$

– в девятой строке – приведенные жёсткости связей элементов:

а) для вращательно движущихся элементов расчёт ведут по формуле

$$C_{\text{ПР}} = \frac{C_j}{(i_{1-j})^2};$$

б) для поступательно движущихся – по формуле

$$C_{\text{ПР}} = C_j \cdot (\rho_{1-j})^2.$$

Так как по условию заданы жёсткость 1 м каната и высота подъёма, а расчётную схему механической части электропривода обычно составляют для нижнего уровня положения груза, то определим жёсткость всего каната заданной длины:

$$C_K = \frac{C_{1\text{м}}}{H} = \frac{2 \cdot 10^{11}}{10} = 2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м.}$$

Так как в кинематической цепи содержится три податливых элемен-



та, то предварительно получим четырёхмассовую расчётную схему механической части электропривода (рисунок 15). Из рисунка видно, что приведенные моменты инерции элементов, имеющих абсолютно жёсткие связи, просто суммируются.

Самым податливым элементом кинематической цепи является канат, т. к. он имеет наименьшую приведенную жёсткость, поэтому перейдём к двухмассовой консервативной (коэффициент внутреннего вязкого трения не задан) расчётной схеме механической части ЭП (рисунок 16).

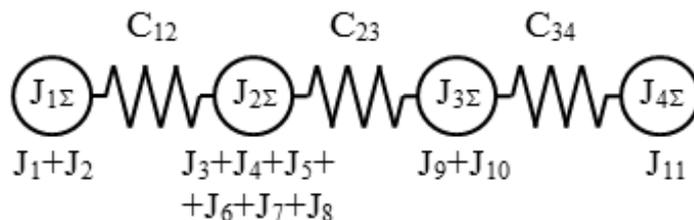


Рисунок 15 – Предварительная расчётная схема механической части ЭП

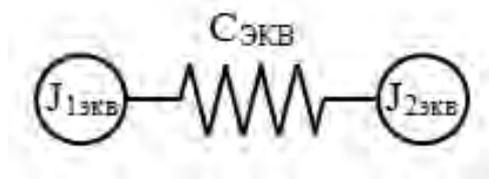


Рисунок 16 – Двухмассовая консервативная расчётная схема механической части ЭП

Определим эквивалентную жёсткость, беря во внимание последовательное соединение податливых элементов (см. рисунок 13):

$$C_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j}} = \frac{1}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_{34}}} = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot 10^8} + \frac{1}{10^7} + \frac{1}{4,5 \cdot 10^6}} = 3,056 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м/рад.}$$

Приведенные моменты инерции первой и второй масс

$$J_1 = J_{1\text{ЭКВ}} = \sum_{j=1}^{10} J_{j\text{ПП}} = 0,76 + 0,06 + 0,06 + 0,1 + 0,056 + 0,008 + 0,006 + 0,0003 + 0,0003 + 0,021 = 1,0716 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_2 = J_{2\text{ЭКВ}} = J_{11\text{ПП}} = 0,337 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Ответ: Для заданной кинематической схемы механизма подъёма и параметров элементов кинематической цепи расчётная схема механической части электропривода двухмассовая консервативная (рисунок 17).

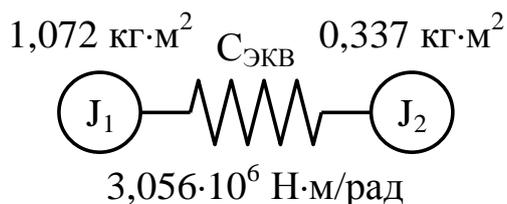


Рисунок 17 – Двухмассовая консервативная расчётная схема механической части ЭП

Задача 4. По данным задачи 3 составить и записать дифференциальные уравнения движения механической части электропривода механизма подъёма.

Решение

Уравнения движения двухмассовой консервативной расчётной схемы механической части электропривода имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} M - M_{12} - M_{C1} = J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{C2} = J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}; \\ M_{12} = C_{\text{ЭКВ}} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \end{array} \right.$$

Приведенные моменты инерции первой и второй масс, а также эквивалентная приведенная жёсткость определены в задаче 3. Найдём составляющие статической нагрузки, приведенной к скорости двигателя.

Так как в первую массу входят все элементы кинематической цепи, за исключением груза, то статический момент, приложенный к первой массе, будет определяться потерями энергии в передачах, которые можно учесть через коэффициент полезного действия всех механических передач, а ко второй массе приложен статический момент, обусловленный полезной нагрузкой, приведенной к скорости двигателя. На основании вышесказанного рассчитаем составляющие статической нагрузки, приложенные к первой и второй массам:

$$M_{C1} = \frac{G \cdot \rho}{\eta} - G \cdot \rho = G \cdot \rho \cdot \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) = 14715 \cdot 0,015 \cdot \left(\frac{1}{0,648} - 1 \right) = 119,9 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{C1} = G \cdot \rho = 14715 \cdot 0,015 = 220,7 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

С учётом приведенных вычислений составляющих статической нагрузки, а также расчёта моментов инерции и эквивалентной жёсткости,

приведенных к скорости двигателя (см. задачу 3), можно уравнения движения электропривода переписать с численными значениями соответствующих параметров.

Ответ: Дифференциальные уравнения движения механической части электропривода (двухмассовая консервативная расчётная схема) механизма подъёма имеют вид:

$$\begin{cases} M - M_{12} - 119,9 = 1,072 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - 220,7 = 0,337 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}; \\ M_{12} = 3,056 \cdot 10^6 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \end{cases}$$

Задача 5. По данным задач 3 и 4 проверить возможность перехода от двухмассовой консервативной расчётной схемы механической части к одномассовой (эквивалентному жёсткому приведенному звену). Если переход возможен, то составить расчётную схему эквивалентного жёсткого приведенного звена и определить его параметры.

Решение

Проверим условия, при которых можно пренебречь упругими свойствами кинематических звеньев.

Определим соотношение масс двухмассовой расчётной схемы:

$$\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1} = \frac{1,072 + 0,337}{1,072} = 1,314.$$

Как видно, моменты инерции первой и второй масс примерно соизмеримы, поэтому параметр γ не стремится к единице.

Определим собственную частоту колебаний:

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{C_{12} \cdot (J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}} = \sqrt{\frac{3,056 \cdot 10^6 \cdot (1,072 + 0,337)}{1,072 \cdot 0,337}} = 3,5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Так как приведенная жёсткость велика, то и собственная частота колебаний двухмассовой расчётной схемы значительна.

Считаем, что к механической части не прикладываются возмущающие воздействия с частотой, близкой к собственной частоте колебаний, поэтому отсутствует условие возникновения резонанса.

Учитывая вышесказанное, можно пренебречь упругими свойствами кинематических звеньев и перейти от двухмассовой расчётной схемы к эквивалентному жёсткому приведенному звену.

Тогда суммарный (эквивалентный) момент инерции, приведенный к



скорости двигателя (считая приведенную жёсткость каната равной бесконечности), определим как

$$J_{\Sigma} = J_1 + J_2 = 1,072 + 0,337 = 1,409 \text{ кг}\cdot\text{м}^2,$$

суммарный момент нагрузки, приведенный к скорости двигателя,

$$M_C = M_{C1} + M_{C2} = 119,9 + 220,7 = 340,6 \text{ Н}\cdot\text{м},$$

а расчётная схема механической части будет представлена эквивалентным жёстким приведенным звеном (рисунок 18).

Ответ: На основании приведенных расчётов возможен переход к одномассовой расчётной схеме (рисунок 19).

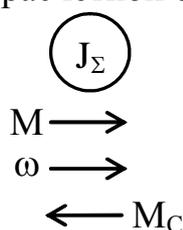


Рисунок 18 – Расчётная схема механической части электропривода

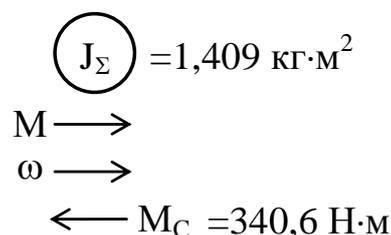


Рисунок 19 – Расчётная схема эквивалентного жёсткого приведенного звена

Задача 6. Полагая все кинематические связи механической части электропривода механизма подъёма (см. рисунок 13) абсолютно жёсткими, определить момент двигателя, обеспечивающий подъём груза с ускорением $a = 1,5 \text{ м/с}^2$.

Решение

Так как все кинематические связи считаем абсолютно жёсткими, то расчётной схемой механической части электропривода будет эквивалентное жёсткое приведенное звено (см. решение задачи 5).

Для эквивалентного жёсткого приведенного звена дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$M - M_C = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{дин}}.$$

Чтобы обеспечить подъём груза с заданным ускорением, двигатель должен развивать момент, равный сумме статического момента, приведенного к валу двигателя, и динамического момента, обусловленного заданным ускорением, т. е.

$$M = M_C + M_{\text{дин}} = M_C + J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt},$$

где $d\omega/dt$ – заданное угловое ускорение ($d\omega/dt = \varepsilon$), рад/с².

Заданное угловое ускорение вала двигателя ε определим, зная линейное ускорение груза, по формуле приведения ускорений:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{a}{\rho} = \frac{1,5}{0,015} = 100 \text{ рад/с}^2.$$

Тогда необходимый момент двигателя будет равен:

$$M = 340,6 + 1,409 \cdot 100 = 481,5 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Ответ: Момент двигателя, обеспечивающий подъём груза с заданным ускорением, равен 481,5 Н·м.

Задача 7. Построить тахограмму движения (зависимость линейной скорости груза от времени) для подъёма груза на расстояние 10 м, при этом ускорение при разгоне и торможении принять равным 1,5 м/с².

Решение

Так как груз при подъёме совершает поступательное движение, то для построения тахограммы воспользуемся формулами для определения интервалов времени и пути для поступательного движения рабочего органа (см. таблицу 5).

Полагая разгон груза равноускоренным, определим время разгона груза от состояния покоя до скорости, равной скорости подъёма:

$$t_p = \frac{V_{\text{КОН}} - V_{\text{НАЧ}}}{a_{\text{ДОП}}} = \frac{1,57 - 0}{1,5} = 1,05 \text{ с.}$$

Время торможения до полного останова определим, аналогично полагая торможение равнозамедленным:

$$t_T = \frac{V_{\text{КОН}} - V_{\text{НАЧ}}}{-a_{\text{ДОП}}} = \frac{0 - 1,57}{-1,5} = 1,05 \text{ с.}$$

Определим теперь путь, проходимый грузом за время разгона и время торможения:

$$S_p = \frac{a_{\text{ДОП}} \cdot t_p^2}{2} = \frac{1,5 \cdot 1,05^2}{2} = 0,83 \text{ м;}$$

$$S_T = \frac{a_{\text{ДОП}} \cdot t_T^2}{2} = \frac{1,5 \cdot 1,05^2}{2} = 0,83 \text{ м.}$$

Так как часть пути груз проходит за время разгона и время торможения, то оставшийся путь груз пройдет, двигаясь равномерно с установив-



шейся скоростью:

$$S_y = H - S_p - S_T = 10 - 0,83 - 0,83 = 8,34 \text{ м.}$$

Время установившегося движения при равномерном движении груза определим как

$$t_y = \frac{S_y}{V_{\text{кон}}} = \frac{S_y}{V_{\text{под}}} = \frac{8,34}{1,57} = 5,31 \text{ с.}$$

По рассчитанным данным изобразим тахограмму движения груза при его подъёме на высоту 10 м.

Ответ: Тахограмма движения (зависимость линейной скорости груза от времени) для подъёма груза на расстояние 10 м имеет вид, представленный на рисунке 20.

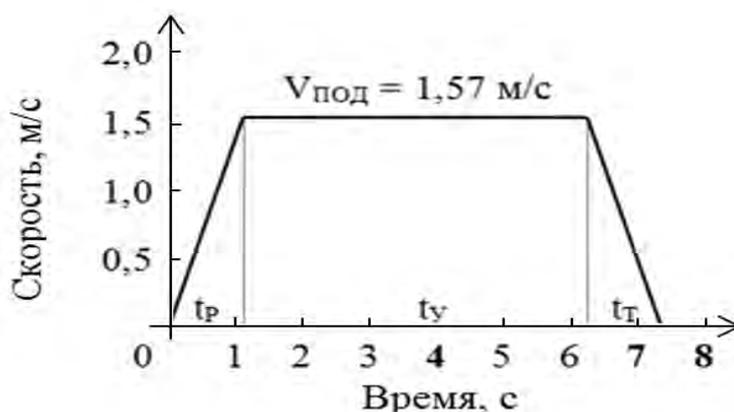


Рисунок 20 – Тахограмма движения для режима подъёма груза

Задача 8. Построить нагрузочную диаграмму механизма (зависимость статического момента, приведенного к валу двигателя, от времени) и уточнённую нагрузочную диаграмму с учетом динамических нагрузок за время подъёма груза на расстояние 10 м.

Решение

Момент статический, приведенный к скорости двигателя, при подъёме груза определён ранее (см. задачу 1):

$$M_C^{\uparrow} = 340,6 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Время разгона, время движения с установившейся скоростью и время торможения определены в задаче 7. Время подъёма груза на высоту 10 м можно найти, суммируя время разгона, время движения с установившейся скоростью и время торможения.

$$t_{\text{ПОД}} = t_p + t_y + t_T = 1,05 + 5,31 + 1,05 = 7,41 \text{ с.}$$

Тогда нагрузочная диаграмма механизма для режима подъёма груза будет иметь вид, представленный на рисунке 21.

При разгоне момент двигателя будет равен сумме статического момента, приведенного к скорости двигателя, и динамического, обусловленного заданным ускорением рабочего органа (груза).

$$M^P = M_C + M_{\text{дин}} = 340,6 + 140,9 = 481,5 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

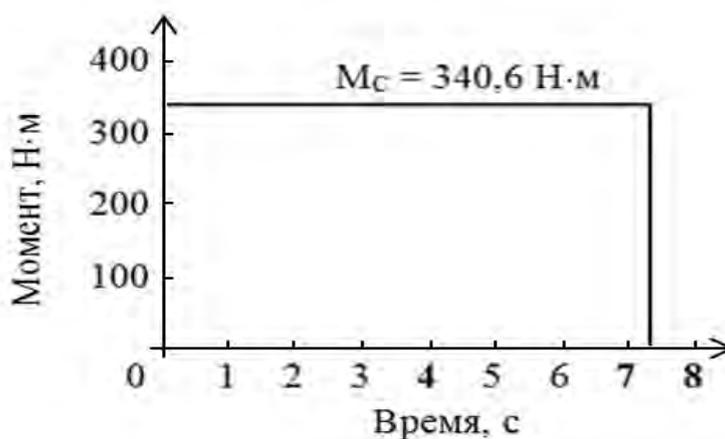


Рисунок 21 – Нагрузочная диаграмма механизма для режима подъёма груза

При торможении момент двигателя будет равен разности статического момента и динамического:

$$M^T = M_C - M_{\text{дин}} = 340,6 - 140,9 = 199,7 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Тогда уточнённая нагрузочная диаграмма (с учётом динамических нагрузок) будет иметь вид, представленный на рисунке 22.

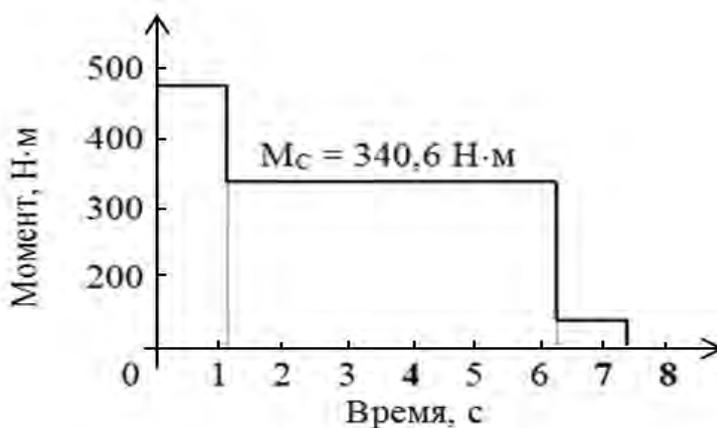


Рисунок 22 – Уточнённая нагрузочная диаграмма электропривода

Ответ: Нагрузочная диаграмма механизма и уточнённая нагрузочная диаграмма для режима подъёма груза приведены соответственно на рисунках 21 и 22.

Список литературы

- 1 **Фираго, Б. И.** Теория электропривода : учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – 2-е изд. – Минск : Техноперспектива, 2007. – 585 с.
- 2 **Ключев, В. И.** Теория электропривода : учебник для вузов / В. И. Ключев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 2001. – 704 с. : ил.
- 3 **Ильинский, Н. Ф.** Общий курс электропривода / Н. Ф. Ильинский, В. Ф. Козаченко. – М. : Энергоатомиздат, 1992. – 543 с.
- 4 **Москаленко, В. В.** Электрический привод : учебник / В. В. Москаленко. – М. : Высш. шк., 1991. – 430 с.
- 5 **Москаленко, В. В.** Электрический привод : учеб. пособие / В. В. Москаленко. – М. : Мастерство ; Высш. шк., 2000. – 368 с.



Приложение А (обязательное)

Индивидуальное задание по механике электропривода

Заданы механизм подъёмного устройства, кинематическая схема которого приведена на рисунке А.1, и исходные данные в соответствии с вариантом задания (таблицы А.1 и А.2).

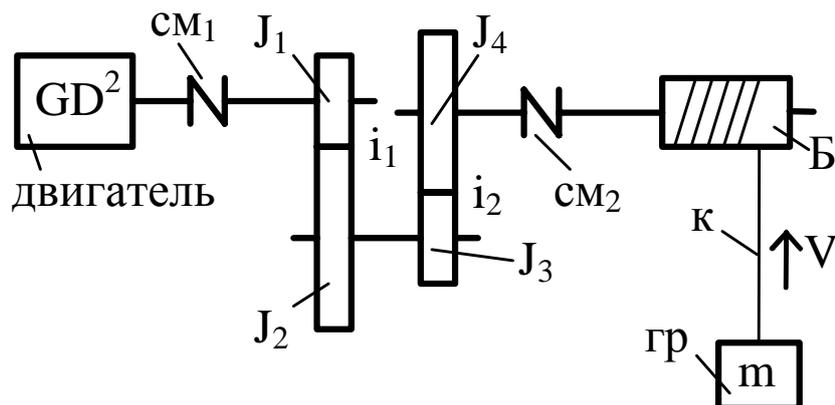


Рисунок А.1 – Кинематическая схема механизма

Двигатель через соединительную муфту $сМ_1$, двухступенчатый цилиндрический редуктор, соединительную муфту $сМ_2$ и передачу барабан-канат Б-к поднимает и опускает груз гр массой m . Заданы: маховый момент инерции двигателя GD^2 ; передаточное отношение первой и второй ступеней цилиндрического редуктора соответственно i_1 и i_2 ; моменты инерции зубчатых шестерен и колес редуктора J_1, J_2, J_3, J_4 ; моменты инерции соединительных муфт $J_{сМ_1}$ и $J_{сМ_2}$; момент инерции барабана J_B ; диаметр барабана D_B ; номинальная частота вращения двигателя 1000 об/мин; коэффициент полезного действия каждой пары зубчатой передачи с учетом подшипников равен 0,9; коэффициент полезного действия передачи барабан – канат равен 0,8. Жесткость 1 м каната $C_{(1м)} = 2 \cdot 10^8$ Н·м. Высота подъема и опускания груза равна H . Все остальные связи между элементами считать абсолютно жесткими.

Требуется:

- 1) определить линейную скорость подъема груза при номинальной скорости вращения двигателя;
- 2) определить момент статический, приведенный к валу двигателя, при подъеме и опускании груза;
- 3) составить расчётную схему механической части ЭП;
- 4) записать уравнения движения;

5) определить суммарный (эквивалентный) момент инерции, приведенный к валу двигателя (считая приведенную жёсткость каната равной бесконечности);

6) определить момент двигателя, обеспечивающий подъём груза с ускорением, равным $1,5 \text{ м/с}^2$;

7) начертить тахограмму движения (зависимость линейной скорости груза от времени) для подъёма груза на расстояние H , м, при этом ускорение при разгоне и торможении принять равным $1,5 \text{ м/с}^2$;

8) построить нагрузочную диаграмму (зависимость момента на валу двигателя от времени) с учетом динамических нагрузок за время подъёма груза на заданное расстояние.

Таблица А.1 – Исходные данные для индивидуального задания

Параметры	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m , т	1,0	0,9	1,5	2,3	0,1	2,5	0,75	1,1	0,5	1,2
H , м	20	15	7	10	15	5	10	12	15	8
D_B , см	24	18	32	14	22	22	16	24	30	12
i_1	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	4,7	5,8	4,8	6,1	2,5
i_2	5,5	4,0	4,5	6,1	7,0	2,8	5,8	5,0	4,0	4,2
J_B , кг·м ²	4,9	3,2	5,8	9,4	6,6	4,2	6,8	5,3	7,5	6,7

Таблица А.2 – Исходные данные для индивидуального задания

Параметры	Предпоследняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J_1 , кг·м ²	0,11	0,19	0,25	0,35	0,97	1,11	1,25	0,85	0,35	0,47
J_2 , кг·м ²	2,4	2,1	1,8	2,0	2,4	2,3	1,9	2,1	1,4	3,9
J_3 , кг·м ²	1,1	0,9	0,8	1,7	1,6	2,1	1,4	1,3	0,9	1,1
J_4 , кг·м ²	2,1	2,4	1,8	2,8	4,1	3,8	6,2	5,4	3,8	4,2
J_{CM1} , кг·м ²	0,10	0,12	0,18	0,12	0,21	0,27	0,13	0,11	0,19	0,19
J_{CM2} , кг·м ²	0,40	0,22	0,31	0,18	0,14	0,31	0,26	0,21	0,20	0,35
GD^2 , Н·м ²	15	22	20	25	18	25	23	17	12	15