

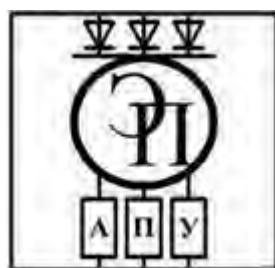
ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и автоматизация
промышленных установок»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

*Методические указания и задания
к курсовому проектированию для студентов специальности
1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы»
заочной (дистанционной) формы обучения*

Часть 1



Могилев 2014

УДК 681.5:62-83
ББК 31.291
Т 33

Рекомендовано к опубликованию
Центром менеджмента качества образовательной деятельности
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»

Одобрено кафедрой «Электропривод и автоматизация промышленных установок» «7» апреля 2014 г., протокол № 11

Составители: ст. преподаватель Т. Б. Давыдова;
канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель О. В. Обидина

Рецензент канд. техн. наук, доц. С. В. Болотов

Методические указания предназначены к курсовому проектированию для студентов специальности 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» заочной (дистанционной) формы обучения.

Учебное издание

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Часть 1

Ответственный за выпуск	Г. С. Ленеvский
Технический редактор	А. Т. Червинская
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение:

Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий

№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет», 2014



1 Объем и содержание курсовой работы

Курсовая работа является одним из важнейших этапов изучения студентами дисциплины «Теория автоматического управления» и имеет цели:

- систематизировать, закрепить, углубить и расширить знания студента в вопросах проектирования систем автоматического управления;
- научить студентов самостоятельно пользоваться технической литературой, справочниками, ГОСТами, нормативными материалами и другими пособиями;
- научить студентов самостоятельно решать задачи, связанные с разработкой и инженерными расчетами систем автоматического управления.

Работа над курсовой является хорошей подготовкой студента к выполнению в будущем дипломного проекта.

Курсовая работа состоит из пояснительной записки и графической части. Пояснительная записка – это документ, содержащий описание модели заданной системы автоматического регулирования (САР), исследование нескорректированной САР, синтез регулятора (обеспечивающий заданные показатели качества регулирования), исследование скорректированной САР. В работе должны быть представлены следующие разделы:

- введение;
- структурная схема, исходные данные и передаточные функции САР;
- исследование нескорректированной САР;
- настройка внешнего контура;
- заключение;
- список литературы;
- необходимый графический материал: схемы, рисунки, графики.

Объем пояснительной записки курсовой работы – 20–40 страниц печатного текста. Объем чертежно-графического материала в курсовой работе составляет, как правило, 1–2 листа формата А1.

2 Задание и исходные данные к курсовой работе

2.1 Структурная схема и исходные данные.

Определить передаточные функции звеньев системы автоматического регулирования (САР) по передаточным функциям, приведенным в таблице 1 исходных данных, путем исключения тех параметров, которые имеют нулевые значения в соответствующем столбце таблицы 2. Номер столбца таблицы 2 выбирается по предпоследней цифре (0–9) номера зачетной книжки. Предварительно принять $W_{рег}(p) = 1$. По последней цифре зачетной книжки выбрать номер структурной схемы системы (рисунки А.1–А.10) и начертить ее с учетом полученных передаточных функций.



Таблица 1 – Передаточные функции звеньев

$W_1(p)$	$W_2(p)$	$W_3(p)$	$W_4(p)$
$k_1 \frac{\tau_1 p + k_{01}}{p(T_1 p + 1)}$	$\frac{k_2}{T_2 p + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 p + 1}$	$k_4 \frac{\tau_4 p + 1}{T_4 p + 1}$

Таблица 2 – Значения параметров передаточных функций

Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k_1	9	8	10	8	8	7	7	9	10	12
τ_1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1
T_1	0,5	1,2	0,8	1,6	0,9	0	1,8	0	1,4	0
k_{01}	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0
k_2	5,0	0,6	9	0,8	0,7	6,0	4,0	5,0	0,5	3,0
T_2	0,1	0	0,2	0,25	0	0,1	0,2	0,3	0	0,5
k_3	5	10	6	8	5	4	3	2	9	7
T_3	0	0,08	0	0	0,2	0,05	0	0	0,1	0,01
k_4	1	2	6	9	3	4	10	1	4	0,5
τ_4	0,07	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0
T_4	0,01	0	0	0,3	0	0	0,2	0,1	1,8	0,1
K_{OC}	0,03	0,01	0,05	0,1	0,04	0,2	0,01	0,1	0,3	0,4

2.2 Передаточные функции САР.

Найти передаточные функции разомкнутой САР $W(p)$, замкнутой САР по задающему воздействию $\Phi(p)$, по возмущающему воздействию $\Phi_f(p)$, по ошибке воспроизведения задания $\Phi_x(p)$, по ошибке от возмущения $\Phi_{xf}(p)$.

2.3 Исследование нескорректированной САР.

2.3.1 Оценить устойчивость системы, пользуясь критерием, указанным в таблице 3.

Таблица 3 – Метод определения устойчивости

Первая буква фамилии студента			
А–Д	Е–Л	М–О	П–Я
Устойчивость по критерию Гурвица	Устойчивость по критерию Михайлова	Устойчивость по критерию Найквиста	Устойчивость по ЛАЧХ



2.3.2 Найти корни характеристического уравнения САР, нанести их на комплексную плоскость, определить степень устойчивости η и показатель колебательности μ САР. Дать приближенные оценки качества процесса регулирования по корням характеристического уравнения САР-перерегулирования $\sigma\%$ и времени регулирования $t_{рег}$.

2.3.3 Построить частотные характеристики разомкнутой системы (логарифмическую амплитудно-частотную (ЛАЧХ); фазовую (ЛФЧХ); амплитудно-фазовую (АФЧХ)).

При этом передаточную функцию разомкнутой системы представить в виде произведения передаточных функций отдельных динамических звеньев, произведя необходимые преобразования, а затем использовать правила построения асимптотических частотных характеристик для последовательного соединения звеньев. Правильность построения асимптотических характеристик подтвердить расчетами на ЭВМ.

2.3.4 По структурной схеме системы или ее передаточным функциям, используя программы MatLAB и Mathcad, рассчитать переходную функцию САР $h(t)$ при воздействии на вход системы единичного ступенчатого сигнала $g(t) = 1(t)$. Построить полученные характеристики в таком диапазоне времени t , когда величина $y(t)$ не будет отличаться от $y_{уст}$ более чем на (2–5) %, где $y_{уст}$ – значение выходного сигнала в установившемся режиме.

2.3.5 По полученному графику переходной функции $h(t)$ определить показатели качества переходного процесса:

- время регулирования $t_{рег}$;
- перерегулирование $\sigma\%$.

2.4 Настройка внешнего контура.

2.4.1 Настройка внешнего контура на технический оптимум:

- определить передаточную функцию регулятора;
- рассчитать переходный процесс $h(t)$ системы, используя программы MatLAB или Mathcad. Определить показатели качества $t_{рег}$ и $\sigma\%$;
- выбрать схему регулятора и определить входящие в него элементы.

2.4.2 Настройка внешнего контура на симметричный оптимум:

- определить передаточную функцию регулятора;
- рассчитать переходный процесс $h(t)$ скорректированной системы, используя программы MatLAB или Mathcad. Определить показатели качества $t_{рег}$ и $\sigma\%$;
- выбрать схему регулятора и определить входящие в него элементы.

2.5 Анализ влияния регулятора на работу системы.



3 Определение передаточных функций

Передаточная функция звена, изображенного на рисунке 1, есть отношение изображения выходной координаты $Y(p)$ к изображению входной $X(p)$:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}.$$

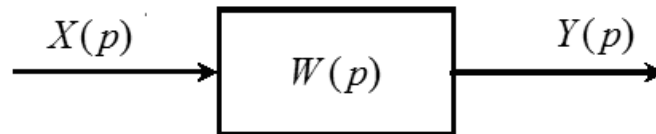


Рисунок 1 – Динамическое звено

В алгоритмических схемах автоматических систем встречаются три типа соединений динамических звеньев:

- 1) последовательное;
- 2) параллельное;
- 3) встречно-параллельное (соединение с обратной связью).

Группу динамических звеньев, составляющих то или иное соединение, можно представить одним эквивалентным динамическим звеном, обладающим такими же статическими и динамическими характеристиками, что и замещаемое им соединение. Это позволяет упрощать алгоритмические схемы и преобразовывать их.

Последовательным называется такое соединение двух или нескольких звеньев, при котором выходная величина предыдущего звена является входной величиной для последующего (рисунок 2).

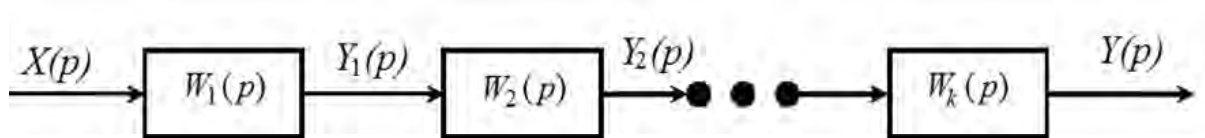


Рисунок 2 – Последовательное соединение звеньев

Эквивалентная передаточная функция определяется как

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_k(p).$$

Таким образом, последовательное соединение звеньев эквивалентно одному звену, передаточная функция которого равна произведению передаточных функций последовательно соединенных звеньев.

Параллельным называется такое соединение двух или нескольких

звеньев, при котором входная величина у всех звеньев одна и та же, а выходные величины складываются (рисунок 3).

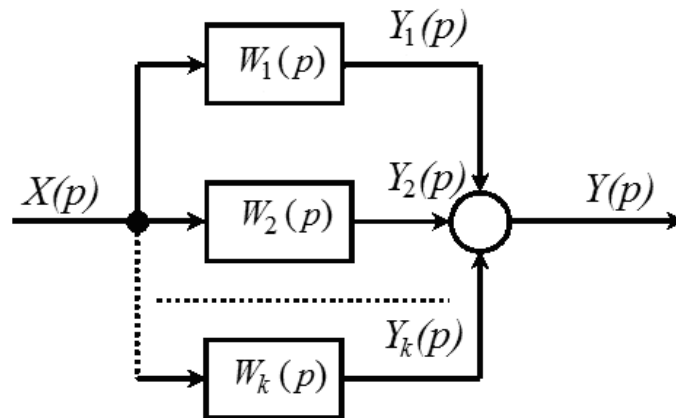


Рисунок 3 – Параллельное соединение звеньев

Учитывая, что при параллельном соединении выходные величины элементов складываются, эквивалентная передаточная функция будет определяться следующим образом:

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_k(p).$$

Таким образом, параллельное соединение звеньев эквивалентно одному звену, передаточная функция которого равна сумме передаточных функций параллельно соединенных звеньев.

Встречно-параллельным называется такое соединение двух звеньев, при котором выходная величина одного звена подается обратно на его вход через другое звено (рисунок 4).

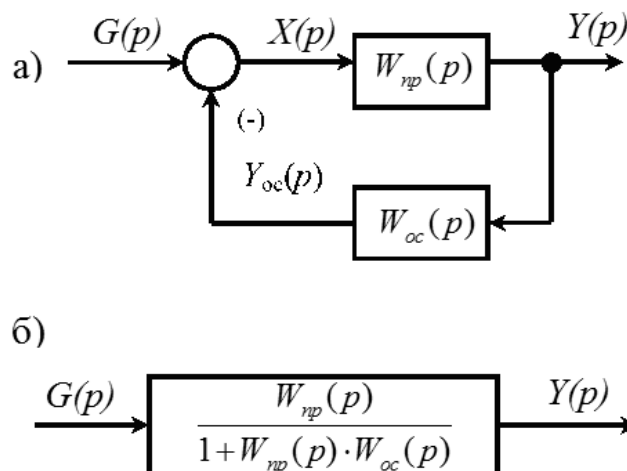


Рисунок 4 – Звено, охваченное обратной связью (а), и его эквивалентная структурная схема (б)

Встречно-параллельное соединение часто называется соединением с обратной связью. При этом звено, стоящее в прямой цепи (звено с передаточной функцией $W_{np}(p)$), является звеном, охватываемым обратной связью, а звено, стоящее в цепи обратной связи (звено с передаточной функцией $W_{oc}(p)$), звеном в цепи обратной связи. Изображение обратной связи $Y_{oc}(p)$ вычитается из изображения входной величины $G(p)$ встречно-параллельного соединения или складывается с ней. В первом случае имеет место отрицательная обратная связь, а во втором – положительная обратная связь.

При отрицательной обратной связи, эквивалентная передаточная функция будет определяться следующим образом:

$$W(p) = \frac{W_{np}(p)}{1 + W_{np}(p) \cdot W_{oc}(p)}$$

Следовательно, звено с передаточной функцией $W_{np}(p)$, охватываемое отрицательной обратной связью через звено с передаточной функцией $W_{oc}(p)$, в смысле прохождения сигнала эквивалентно одному звену, передаточная функция которого равна передаточной функции звена, охватываемого обратной связью, деленной на единицу, плюс произведение передаточных функций звеньев, входящих в соединение.

4 Передаточные функции системы автоматического регулирования

После того как получены передаточные функции входящих в САР звеньев и составлена структурная схема, необходимо определить передаточные функции всей системы. Для этого структурная схема любой САР может быть приведена к виду, показанному на рисунке 5.

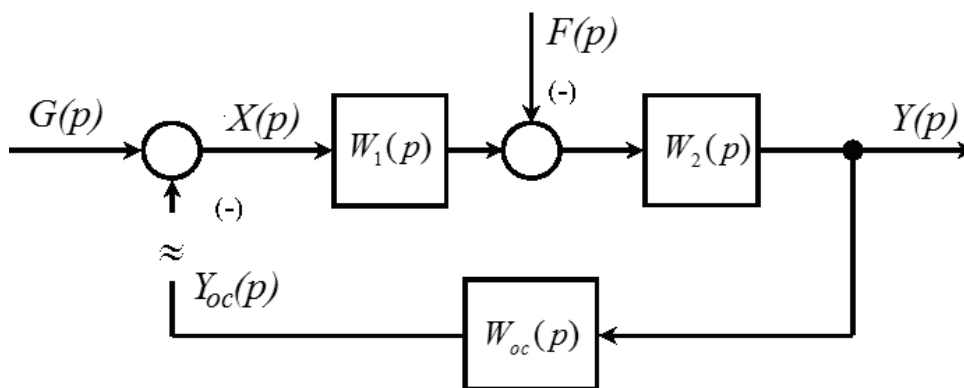


Рисунок 5 – Структурная схема одноконтурной САР

На рисунке 5 для упрощения показано лишь одно возмущающее воздействие $F(p)$, приложенное к объекту регулирования. В общем случае число возмущающих воздействий может быть любым.

Для расчетов обычно необходимы передаточные функции:

- разомкнутой САР $W(p)$;
- замкнутой САР относительно задающего воздействия $\Phi(p)$;
- замкнутой САР относительно возмущения $\Phi_f(p)$;
- замкнутой САР для ошибки воспроизведения задания $\Phi_x(p)$;
- замкнутой САР для ошибки от возмущающего воздействия $\Phi_{xf}(p)$.

Определим, что представляют собой эти передаточные функции, и найдем их значения для одноконтурной САР (см. рисунок 5).

Передаточная функция разомкнутой САР

$$W(p) = \frac{Y_{oc}(p)}{G(p)}$$

есть отношение изображения $Y_{oc}(p)$ сигнала обратной связи к изображению $G(p)$ задающего воздействия (все возмущающие воздействия при этом считаются равными нулю). Контур регулирования считают разомкнутым около элемента сравнения, как показано на рисунке 5 волнистыми линиями.

Передаточная функция замкнутой САР относительно задающего воздействия есть отношение изображения $Y(p)$ регулируемой величины к изображению задающего воздействия $G(p)$ (при этом предполагается, что других внешних воздействий нет):

$$\Phi(p) = \frac{Y(p)}{G(p)}.$$

Для САР со структурной схемой, изображенной на рисунке 5,

$$\Phi(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

Передаточная функция $\Phi(p)$, которую еще называют главным оператором системы, характеризует передачу системой задающего воздействия, его воспроизведение регулируемой величиной. Воспроизведение тем лучше, чем ближе значение $\Phi(p)$ к идеальному:

$$\Phi(p) = \frac{1}{W_{oc}(p)}.$$

Передаточная функция замкнутой САР относительно возмущения

$$\Phi_f(p) = \frac{Y(p)}{F(p)}$$



есть отношение изображения $Y(p)$ регулируемой величины к изображению $F(p)$ возмущения. При этом предполагают, что других внешних воздействий нет.

Для рассматриваемой системы

$$\Phi_f(p) = \frac{-W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

Передаточная функция $\Phi_f(p)$ показывает влияние возмущения $f(t)$ на регулируемую величину $y(t)$. Возмущение стремится отклонить ее от заданного значения и уменьшает точность воспроизведения задающего воздействия. Это вредное влияние возмущения тем меньше, чем ближе значение $\Phi_f(p)$ к идеальному, т. е. к $\Phi_f(p) = 0$.

Передаточная функция замкнутой САР для ошибки воспроизведения задания

$$\Phi_x(p) = \frac{X(p)}{G(p)}$$

есть отношение изображения $X(p)$ рассогласования $X(p) = G(p) - Y(p)$ к изображению задающего воздействия при отсутствии других внешних воздействий.

Для рассматриваемой системы

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

Передаточная функция $\Phi_x(p)$, как и $\Phi(p)$, характеризует воспроизведение регулируемой величиной задающего воздействия (отработку задания). Воспроизведение тем лучше, чем ближе значение $\Phi_x(p)$ к идеальному, т. е. к $\Phi_x(p) = 0$.

Передаточная функция замкнутой САР для ошибки от возмущающего воздействия

$$\Phi_{xf}(p) = \frac{X(p)}{F(p)}$$

есть отношение изображения $X(p)$ ошибки к изображению возмущающего воздействия при отсутствии других внешних воздействий. Для рассматриваемой системы

$$\Phi_{xf}(p) = \frac{W_2(p) \cdot W_{oc}(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

Передаточная функция $\Phi_{xf}(p)$ характеризует влияние возмущения на величину ошибки. Идеальный случай – $\Phi_{xf}(p) = 0$.



5 Частотные характеристики

Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена или системы на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме. Частотные характеристики могут быть получены экспериментальным или аналитическим путем. При аналитическом определении исходным моментом является одна из передаточных функций САУ.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (ее еще называют комплексной передаточной функцией) звена получается из передаточной функции $W(p)$ подстановкой $p = j\omega$:

$$W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega}.$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика представляет собой комплексное число и может быть представлена в виде

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\Psi(\omega)} = Re(\omega) + jIm(\omega),$$

где $A(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика;

$\Psi(\omega)$ – фазочастотная характеристика;

$Re(\omega)$ – вещественная частотная характеристика;

$Im(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

Графически амплитудно-фазовая частотная характеристика изображается на комплексной плоскости (рисунок 6) в координатах $(Re(\omega), Im(\omega))$.

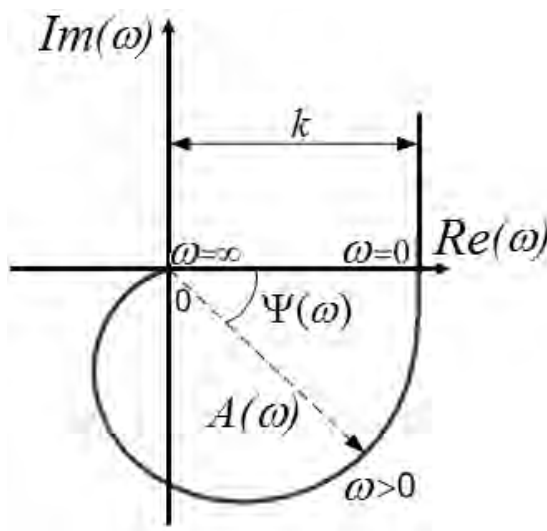


Рисунок 6 – АФЧХ звена

Амплитудно-частотная характеристика определяется следующим образом:

$$A(\omega) = \sqrt{\operatorname{Re}(\omega)^2 + \operatorname{Im}(\omega)^2}.$$

Фазочастотная характеристика определяется по формуле

$$\Psi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(\omega)}{\operatorname{Re}(\omega)}.$$

Чаще всего амплитудную и фазовую частотные характеристики изображают в логарифмическом масштабе частот и строят отдельно логарифмические амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и фазочастотную характеристику (ЛФЧХ). Такие логарифмические частотные характеристики очень удобны для инженерных расчетов. По горизонтальной оси откладывается угловая частота в логарифмическом масштабе, т. е. находят отметки, соответствующие $\lg \omega$. Около отметок наносят действительные значения частот в радианах в секунду. Равномерной единицей на оси абсцисс является декада – любой отрезок, на котором значение частоты увеличивается в 10 раз.

Зависимость логарифма модуля $\ln A(\omega)$ АФЧХ от частоты, отложенной по оси абсцисс в логарифмическом масштабе, называется *логарифмической амплитудной характеристикой (ЛАХ)*. Обычно принято на графике по оси ординат откладывать не $\ln A(\omega)$, а пропорциональную ей величину $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ в децибелах. По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе (рисунок 7). Точка пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс называется частотой среза ω_c . Начало координат обычно помещают в точке $\omega = 1$, т. к. $\lg 1 = 0$. Точка же $\omega = 0$ лежит в $-\infty$. Однако в зависимости от рассматриваемого диапазона частот можно начало координат брать и в другой точке ($\omega = 0,1$; $\omega = 10$ или другой).

При построении логарифмической фазовой частотной характеристики (ЛФЧХ) используется та же ось частот, т. е. по оси абсцисс частота ω откладывается по-прежнему в логарифмическом масштабе, а отсчет углов $\Psi(\omega)$ идет по оси ординат в обычном масштабе в угловых градусах.

Достоинством логарифмических частотных характеристик является то, что частотные характеристики систем могут быть аппроксимированы отрезками прямых линий.



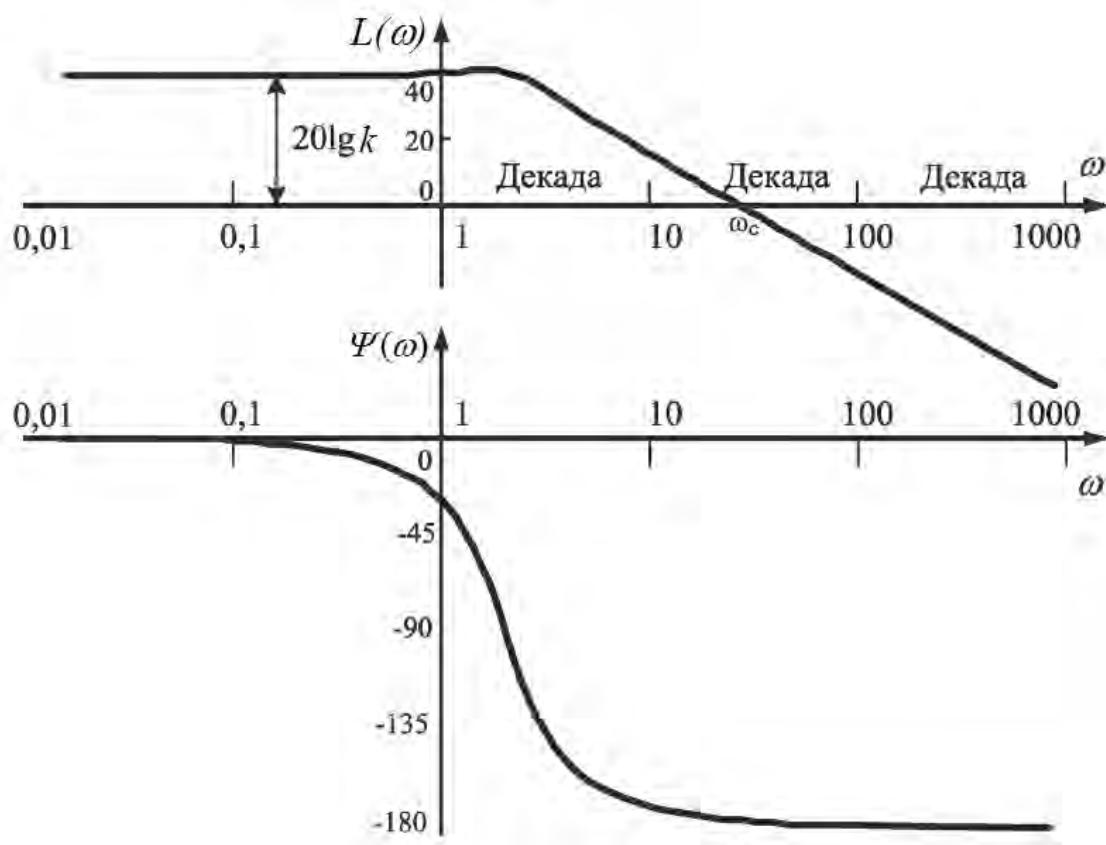


Рисунок 7 – Логарифмические частотные характеристики

6 Устойчивость систем автоматического регулирования

Устойчивость является одним из главных требований, предъявляемых к автоматическим системам.

Система автоматического управления называется устойчивой, если она, будучи выведена из состояния равновесия и в дальнейшем не подвергаясь никаким внешним воздействиям, с течением времени стремится вернуться в прежнее состояние равновесия.

Автоматические системы отличаются тем, что в них осуществляется специально организованное управление объектом. Благодаря ему система с неустойчивым объектом может стать устойчивой, а система с устойчивым объектом (при неправильном управлении) неустойчивой.

Строгая математическая теория устойчивости была создана А. М. Ляпуновым и изложена им в работе «Общая задача об устойчивости движения», опубликованной в 1892 г. В ней было определено понятие устойчивости и разработаны методы устойчивости нелинейных систем.

Теорема А. М. Ляпунова.

1 Для обеспечения устойчивости САУ, описываемой линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, необ-

ходимо и достаточно, чтобы вещественные корни характеристического уравнения, соответствующего исходному дифференциальному уравнению, были отрицательными, а комплексные корни имели отрицательную вещественную часть.

2 Если вещественная часть корней меньше нуля, но среди корней имеются нулевые или чисто мнимые корни, то система стремится к некоторому установившемуся процессу (консервативная система).

3 Если хотя бы один вещественный корень положительный или положительна вещественная часть хотя бы одного комплексного корня, то система неустойчива.

6.1 Критерии оценки устойчивости систем автоматического регулирования

Прямой метод анализа устойчивости систем, основанный на вычислении корней характеристического уравнения, очень сложен, особенно для уравнений высоких степеней. Поэтому в инженерной практике используют методы, которые позволяют определять устойчивость системы без вычисления корней.

Эти методы называются критериями устойчивости. С помощью критериев устойчивости можно не только установить, является ли система устойчивой или нет, но и выяснить, как влияют на устойчивость те или иные параметры и структурные изменения в системе.

Различают две группы критериев устойчивости: алгебраические (Рауса и Гурвица), основанные на анализе коэффициентов характеристического уравнения, и частотные (Михайлова и Найквиста), основанные на анализе частотных характеристик. Частотные критерии позволяют оценивать устойчивость системы, даже если в наличии имеются экспериментальные частотные характеристики, а уравнения динамики неизвестны.

6.1.1 Критерий Гурвица.

Пусть имеем характеристическое уравнение (знаменатель $\Phi(p)$):

$$C_0 \cdot p^n + C_1 \cdot p^{n-1} + \dots + C_{n-1} \cdot p + C_n = 0.$$

Сначала строится главный определитель Гурвица по следующему правилу: по главной диагонали определителя слева направо выписываются все коэффициенты характеристического уравнения от C_1 до C_n в порядке возрастания индекса.

Столбцы вверх от главной диагонали дополняются коэффициентами характеристического уравнения с последовательно возрастающими индексами, а столбцы вниз - с последовательно убывающими индексами.

На место коэффициентов с индексами больше n (где n – порядок характеристического уравнения) и меньше нуля проставляются нули:



$$\Delta_n = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_5 & C_7 & \dots & 0 \\ C_0 & C_2 & C_4 & C_6 & \dots & 0 \\ 0 & C_1 & C_3 & C_5 & \dots & 0 \\ 0 & C_0 & C_2 & C_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & C_n \end{vmatrix}$$

Далее выделяются в главном определителе Гурвица главные диагональные миноры и получаются определители Гурвица низшего порядка. В итоге проверяется n определителей, которые являются главными диагональными минорами матрицы Гурвица.

Для характеристического уравнения, записанного в виде

$$C_0 \cdot p^3 + C_1 \cdot p^2 + C_2 \cdot p + C_3 = 0,$$

определитель Гурвица и диагональные миноры имеют вид:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & 0 \\ C_0 & C_2 & 0 \\ 0 & C_1 & C_3 \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 \\ C_0 & C_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = |C_1|.$$

Определение критерия: чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы определитель Гурвица и его диагональные миноры были положительными, т. е.

$$\Delta_1 > 0; \quad \Delta_2 > 0; \quad \Delta_3 > 0 \text{ и т. д.}$$

6.1.2 Критерий Михайлова.

А. В. Михайлов предложил частотный критерий устойчивости, применение которого во многих случаях оказалось предпочтительнее. Этот критерий основан на расположении годографа (кривой) вектора $M(j \cdot \omega)$, определяемого характеристическим уравнением системы в плоскости комплексного переменного.

Условия устойчивости по Михайлову. САУ будет устойчивой, если годограф функции $M(j \cdot \omega)$ при изменении ω от нуля до бесконечности обходит последовательно в положительном направлении (против часовой стрелки) n квадрантов комплексной плоскости (где n – степень характеристического уравнения данной системы) и уходит в бесконечность.

Вектор $M(j \cdot \omega)$ можно найти, если в характеристическом уравнении заменить оператор Лапласа p на комплексную частоту $j \cdot \omega$.

Пусть система автоматического управления имеет следующее характеристическое уравнение:

$$C_0 \cdot p^n + C_1 \cdot p^{n-1} + \dots + C_{n-1} \cdot p + C_n = 0.$$



Тогда p заменяется на $j \cdot \omega$:

$$M(j \cdot \omega) = C_0 \cdot (j \cdot \omega)^n + C_1 \cdot (j \cdot \omega)^{n-1} + \dots + C_{n-1} \cdot (j \cdot \omega) + C_n = 0.$$

Для каждого значения ω функция $M(j \cdot \omega)$ будет представлять собой вектор в комплексной плоскости. Если величине ω придавать последовательно значения от нуля до бесконечности, то получится семейство векторов. Кривая, являющаяся геометрическим местом точек концов вектора при изменении значений ω от нуля до бесконечности, называется годографом Михайлова (рисунок 8). По расположению годографа на комплексной плоскости можно определить, устойчива система или нет.

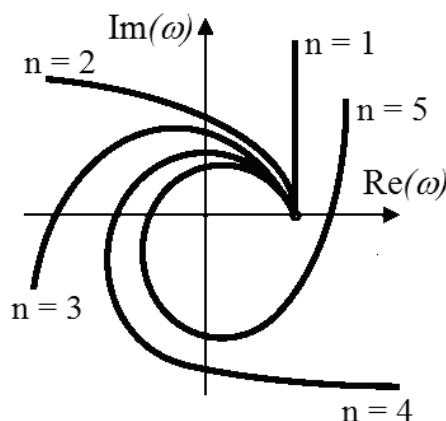


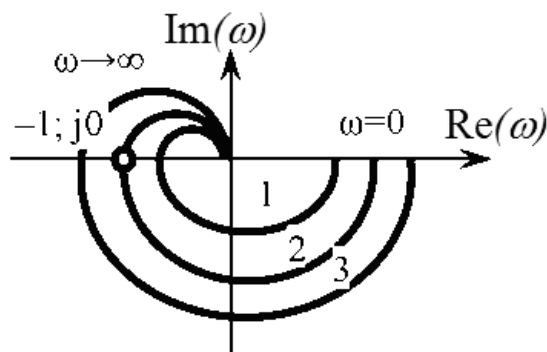
Рисунок 8 – Годографы Михайлова для устойчивых систем

6.1.3 Критерий Найквиста.

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по виду амплитудно-фазовой частотной характеристики системы в разомкнутом состоянии. Различают формулировки критерия для случаев, когда система в разомкнутом состоянии устойчива и неустойчива.

Критерий устойчивости формулируется следующим образом: САР, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива в замкнутом состоянии, если годограф Найквиста разомкнутой системы не охватывает точку на комплексной плоскости с координатами $(-1, j0)$.

На рисунке 9 показаны амплитудно-фазовые частотные характеристики системы. Годограф 1 не охватывает критическую точку, поэтому система, имеющая эту характеристику, устойчива. Амплитудно-фазовая частотная характеристика 3 охватывает точку $(-1, j0)$, поэтому система 3 неустойчива. Амплитудно-фазовая частотная характеристика 2 проходит через критическую точку – соответствующая система находится на границе устойчивости.



1 – годограф для устойчивой САР; 2 – годограф для САР, находящейся на границе устойчивости; 3 – годограф для неустойчивой САР

Рисунок 9 – Годографы Найквиста

6.1.4 Логарифмический частотный критерий устойчивости.

Применительно к ЛЧХ условие устойчивости можно сформулировать следующим образом: система автоматического управления, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива и в замкнутом состоянии, если ордината логарифмической фазочастотной характеристики (аргумент АФЧХ) на частоте среза ω_{cp} системы по абсолютной величине меньше, чем 180° , т. е. если $|\Psi(\omega_{cp})| < 180^\circ$.

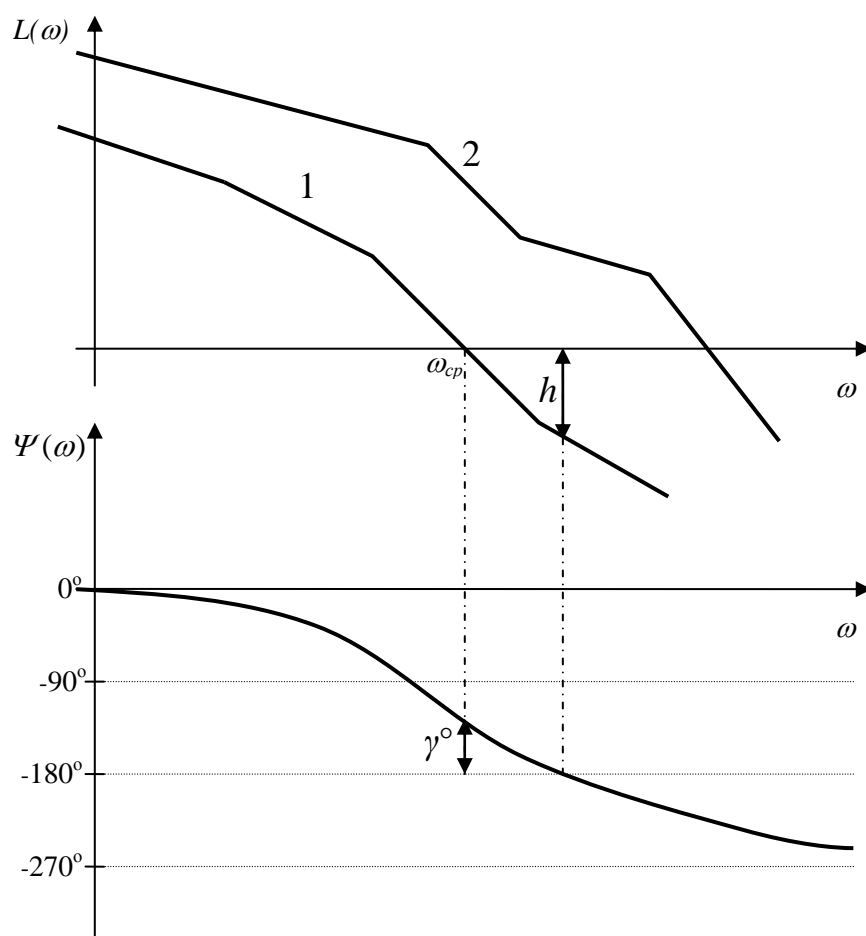
Система, имеющая ЛАХ 1 (рисунок 10), устойчива, поскольку $|\Psi_1(\omega_{cp})| < 180^\circ$, а система с ЛАХ 2 неустойчива, т. к. $|\Psi_2(\omega_{cp})| > 180^\circ$.

Запас устойчивости по амплитуде h определяется как число децибел, на которое нужно увеличить усиление системы, чтобы система достигла границы устойчивости. Запас устойчивости по фазе γ определяется как разность между 180° и абсолютным значением аргумента АФЧХ при частоте среза ω_{cp} , т. е.

$$\gamma^\circ = 180^\circ - |\Psi(\omega_{cp})|.$$

7 Качество регулирования

В общем случае качество переходных процессов в системе обычно оценивают для типового воздействия на входе при нулевых начальных условиях. В качестве типового входного воздействия рассматривается единичный скачок; в этом случае кривая переходного процесса для управляемой величины будет представлять собой переходную характеристику системы $h(t)$. Примерный вид переходной характеристики показан на рисунке 11.



1 – логарифмические характеристики для устойчивых САР; 2 – логарифмические характеристики для неустойчивых САР

Рисунок 10 – Логарифмические характеристики систем

По виду переходной характеристики системы можно оценить такие динамические свойства системы регулирования, как перерегулирование и быстродействие.

Качество регулирования может быть охарактеризовано максимальным значением управляемой величины h_{\max} или так называемым перерегулированием $\sigma\%$:

$$\sigma\% = \frac{h_{\max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%,$$

где $h_{уст}$ – установившееся значение управляемой величины после завершения переходного процесса.

Допустимое значение перерегулирования для той или иной системы может быть установлено на основании опыта эксплуатации подобных систем. В большинстве случаев считается, что качество системы является приемлемым, если величина перерегулирования не превышает 10–30 %.

Однако в некоторых случаях требуется, чтобы переходный процесс протекал вообще без перерегулирования, т. е. был монотонным; в ряде других случаев может допускаться перерегулирование 50–70 %.

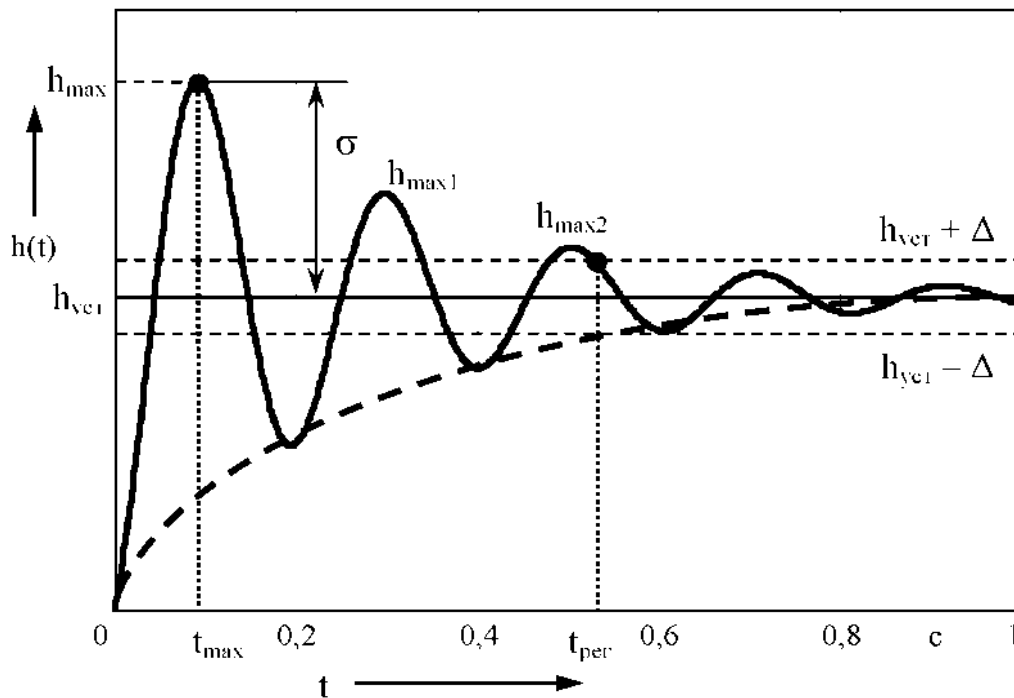


Рисунок 11 – Оценка динамических свойств системы регулирования по переходной характеристике

Быстродействие системы или время регулирования $t_{\text{пер}}$ определяется как время, протекающее от момента приложения на вход единичного скачка до момента, после которого имеет место неравенство

$$h(t) - h_{\text{уст}} \leq \Delta \cdot h_{\text{уст}},$$

где Δ – заданная малая постоянная величина, представляющая собой обычно допустимую ошибку. Под величиной Δ понимают некоторую долю выходного воздействия, составляющую, как правило, 5 % величины сигнала на выходе (так называемая 5-процентная трубка). Величина $h_{\text{уст}}$ в частном случае может равняться нулю.

Допустимое значение времени переходного процесса определяется на основании опыта эксплуатации конкретных систем управления.

Иногда дополнительно к величине перерегулирования $\sigma\%$ (или к величине h_{max}) задается допустимое число колебаний N , которое может наблюдаться в течение времени переходного процесса. Это число составляет обычно 1–2. В некоторых системах колебания могут вообще не допускаться, а иногда может допускаться до 3–4 колебаний.

Кроме времени регулирования, переходные процессы характеризу-

ются еще временем максимума t_{\max} , отсчитываемым от начала движения до момента достижения первого максимума.

Склонность системы к колебаниям оценивается колебательностью переходного процесса $\frac{h_{\max 2}}{h_{\max 1}}$ – отношением соседних максимумов.

Эта величина выражается в процентах. Незатухающие колебания при этом соответствуют колебательности 100 %. Колебательность стремится к нулю при уменьшении до нуля второго максимума переходной характеристики, когда получается неколебательный процесс. Монотонная переходная характеристика, показанная на рисунке 11 пунктирной линией, имеет колебательность, равную нулю.

При исследованиях качества процесса регулирования часто используются косвенные методы, в частности метод распределения корней, в котором для приближенной оценки времени регулирования и перерегулирования используются значения корней характеристического уравнения замкнутой системы $D(p)$. Метод основывается на отыскании наименьшего по абсолютному значению вещественного корня или пары комплексно сопряженных корней с наименьшей вещественной частью. Указанные корни могут быть представлены геометрически на комплексной плоскости соответствующими точками.

На рисунке 12 показаны для примера корни системы шестого порядка – два отрицательных вещественных p_1 и p_2 и две пары комплексно сопряженных корней с отрицательными вещественными частями $p_{3-4} = -\alpha \pm j \cdot \beta$ и $p_{5-6} = -\xi \pm j \cdot \lambda$.

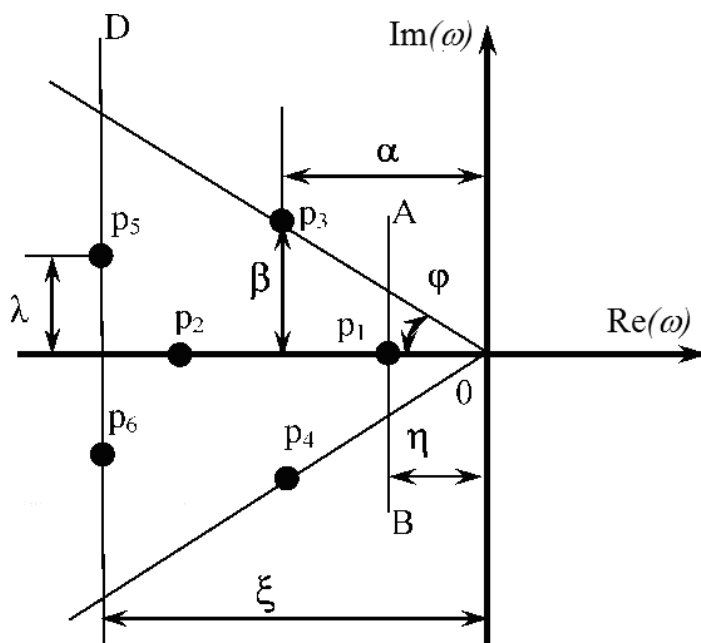


Рисунок 12 – Возможное расположение корней на комплексной плоскости

Для оценки качества регулирования обычно используются понятия:

- степень устойчивости η ;
- колебательность $\mu = \operatorname{tg}\varphi$;
- абсолютное значение ξ удаленного от мнимой оси корня (см. рисунок 12).

Три указанные характеристики распределения корней образуют трапецию $ABCD$, внутри которой и на ее сторонах располагаются корни характеристического уравнения.

Степенью устойчивости η называется абсолютная величина вещественной части корня, расположенного ближе всех остальных к мнимой оси (доминирующего корня или доминирующей пары корней). В данном случае доминирующим является вещественный корень p_1 как наиболее близко расположенный к мнимой оси, следовательно, $\eta = |p_1|$.

Понятие степени устойчивости в качественном отношении связано с понятием быстродействия или длительности переходного процесса. Оценивая приближенно длительность переходного процесса только по затуханию составляющей, определяемой ближайшим к мнимой оси корнем, получим выражение для времени регулирования:

$$t_{\text{рег}} = \frac{3}{\eta}.$$

Колебательностью $\mu = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)_{\max}$ называется отношение мнимой части β к действительной α в той паре комплексных сопряженных корней $p_{3-4} = -\alpha \pm j \cdot \beta$, которые дают наибольший угол 2φ (см. рисунок 12).

В случае, когда эта пара комплексных корней будет доминирующей (то есть расположенной ближе всех к мнимой оси), максимальная величина перерегулирования в переходном процессе может быть оценена приближенным равенством

$$\sigma\%_{\max} \approx e^{-\frac{\pi}{\mu}} \cdot 100 \ %.$$

В случае, показанном на рисунке 12, колебательность $\mu = 0$, т. к. корень p_1 не имеет мнимой части. Следовательно, перерегулирование $\sigma\%_{\max} \approx 0$.



8 Настройка на «модульный» оптимум

Под оптимизацией контура понимают выбор типа регулятора и настройку параметров последнего таким образом, чтобы удовлетворить технические требования.

Существуют некоторые апробированные, удобные настройки контуров, которые наиболее часто используются в практике электроприводов постоянного и переменного тока. Одна из настроек называется «модульным» (техническим) оптимумом.

Передачная функция разомкнутого контура регулирования, настроенного на «модульный» оптимум, имеет вид:

$$W(p)_{M0} = \frac{1}{2T_{\mu} \cdot p(T_{\mu} \cdot p + 1)},$$

а передаточная функция замкнутого контура –

$$\Phi(p)_{M0} = \frac{\frac{1}{2T_{\mu} \cdot p(T_{\mu} \cdot p + 1)}}{1 + \frac{1}{2T_{\mu} \cdot p(T_{\mu} \cdot p + 1)}} = \frac{1}{2T_{\mu}^2 \cdot p^2 + 2T_{\mu} \cdot p + 1} = \frac{1}{T^2 \cdot p^2 + 2\varepsilon \cdot T \cdot p + 1}.$$

Передачная функция замкнутого контура соответствует устойчивому колебательному звену, т. е.

$$\Phi(p) = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2\varepsilon \cdot T \cdot p + 1}$$

с коэффициентом передачи $k = 1$, постоянной времени $T = T_{\mu} \sqrt{2}$ и коэффициентом затухания $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

При настройке по «модульному» оптимуму САР эквивалентна системе, показанной на рисунке 13, состоящей из инерционного звена первого порядка с передаточным коэффициентом $k = 1$ и постоянной времени T_{μ} , интегрирующего звена с постоянной интегрирования $2T_{\mu}$ и единичной обратной связью.

Оптимизация системы по «модульному» оптимуму требует, чтобы постоянная времени разомкнутого контура регулирования T_{μ} была в 2 раза больше постоянной интегрирования.

На рисунке 14 показана логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) соответствующего разомкнутого контура, а на рисунке 15 – переходная характеристика замкнутого контура.



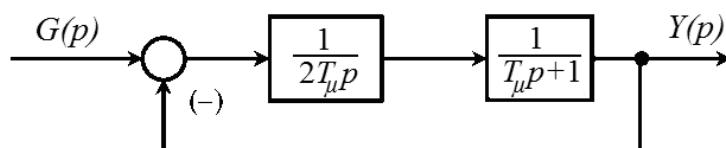


Рисунок 13 – Эквивалентная структурная схема САР, настроенной по «модульному» оптимуму

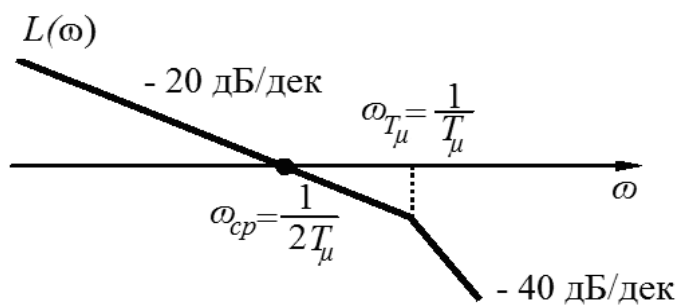


Рисунок 14 – Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутого контура, оптимизированного по модульному оптимуму

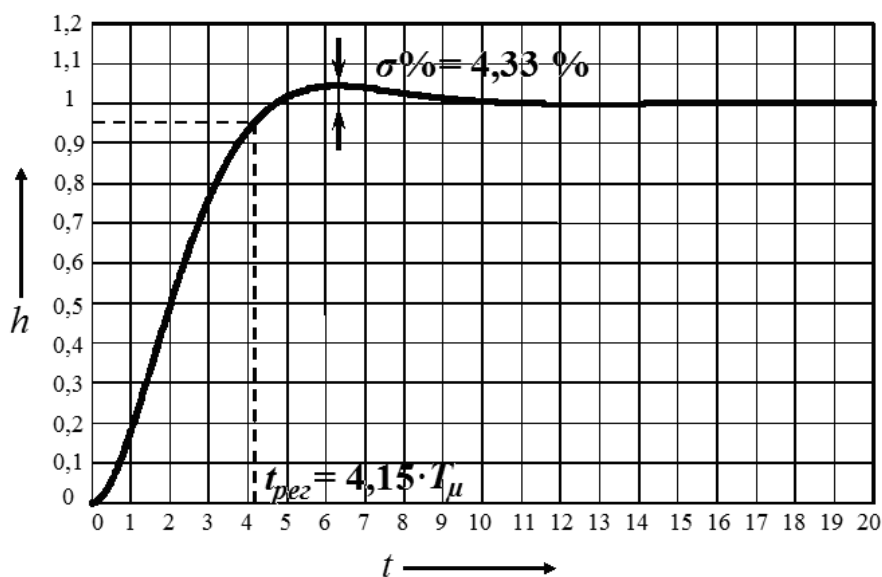


Рисунок 15 – Переходная характеристика контура, оптимизированного по «модульному» оптимуму

Асимптотическая ЛАЧХ разомкнутой системы имеет вид 1–2. При этом частота среза ω_{cp} находится на участке с наклоном -20 дБ/дек и определяется как

$$\omega_{cp} = \frac{1}{2T_{\mu}},$$

а наклон в -20 дБ/дек сохраняется после этого еще на интервале в 1 октаву.

Из теории автоматического регулирования известно, что динамические свойства подобных систем для многих практических случаев благоприятны.

Если начальные условия нулевые, а задающее воздействие изменяется скачком, то в результате решения дифференциального уравнения, соответствующего передаточной функции замкнутого контура, получается следующее выражение для переходной функции:

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} \left(\cos \frac{t}{2T_{\mu}} + \sin \frac{t}{2T_{\mu}} \right).$$

Здесь время нарастания регулируемой величины до установившегося значения составляет $t_n = 4,71T_{\mu}$, перерегулирование $\sigma\% = 4,33\%$, время первого согласования $t = 4,7T_{\mu}$, время регулирования (т. е. вхождения регулируемой величины в область значений, отличающихся от установившегося не более чем на $\pm 5\%$) $t_{pez} = 4,15T_{\mu}$.

Во временной области при подобной настройке поведение замкнутого оптимизированного контура относительно задающего воздействия определяется лишь малой постоянной времени T_{μ} . Важная особенность настройки на «модульный» оптимум – контур всегда оказывается устойчивым.

Рассмотренный критерий оптимизации получил широкое распространение благодаря простоте расчета и реализации при хорошем качестве регулирования.

Настройка по «модульному» оптимуму не является оптимальной ни по быстродействию, которое можно увеличить, повышая перерегулирование, ни по перерегулированию, которое можно уменьшить, снижая быстродействие. Настройка по «модульному» оптимуму является компромиссом между быстродействием и перерегулированием. Отход от настройки на «модульный» оптимум приводит или к проигрышу в быстродействии, или к увеличению перерегулирования.

Оптимизация по «модульному» оптимуму используется обычно для внутренних контуров регулирования токов и потокосцеплений. Она обеспечивает приемлемое качество воспроизведения заданных воздействий.



9 Настройка на «симметричный» оптимум

Оптимизированные по «модульному» оптимуму системы обладают астатизмом первого порядка, что не всегда достаточно, в частности, это не исключает ошибки при обработке линейно изменяющихся во времени управляющих воздействий; если же в составе объекта имеется интегрирующее звено, будет иметь место и статическая ошибка.

С целью повышения порядка астатизма контура до второго применяется (обычно в контуре регулирования скорости) другая типовая настройка – так называемый «симметричный» оптимум.

Передаточная функция разомкнутого контура в этом случае

$$W(p)_{CO} = \frac{4T_{\mu} \cdot p + 1}{8T_{\mu}^2 \cdot p^2 (T_{\mu} \cdot p + 1)}$$

и, соответственно, передаточная функция замкнутого контура

$$\begin{aligned} \Phi(p)_{CO} &= \frac{\frac{4T_{\mu} \cdot p + 1}{8T_{\mu}^2 \cdot p^2 (T_{\mu} \cdot p + 1)}}{1 + \frac{4T_{\mu} \cdot p + 1}{8T_{\mu}^2 \cdot p^2 (T_{\mu} \cdot p + 1)}} = \frac{4T_{\mu} \cdot p + 1}{8T_{\mu}^2 \cdot p^2 (T_{\mu} \cdot p + 1) + 4T_{\mu} \cdot p + 1} = \\ &= \frac{4T_{\mu} \cdot p + 1}{8T_{\mu}^3 \cdot p^3 + 8T_{\mu}^2 \cdot p^2 + 4T_{\mu} \cdot p + 1}. \end{aligned}$$

Настройке по «симметричному» оптимуму соответствует ЛАЧХ разомкнутой системы типа 2–1–2, в которой сопрягающие частоты

$$\omega_{C1} = \frac{1}{4T_{\mu}} \quad \text{и} \quad \omega_{C2} = \frac{1}{T_{\mu}}$$

расположены симметрично от частоты среза $\omega_{CP} = \frac{1}{2T_{\mu}}$. Этим обусловли-

вается наименование данного способа настройки.

Запас по фазе настроенного по «симметричному» оптимуму контура

$$\psi(\omega) = \arctg \frac{4T_{\mu}}{2T_{\mu}} - \arctg \frac{T_{\mu}}{2T_{\mu}} = 37^{\circ}.$$

На рисунке 16 показаны ЛАЧХ $L(\omega)$ и ФЧХ $\Psi(\omega)$ разомкнутого контура, настроенного по «симметричному» оптимуму.

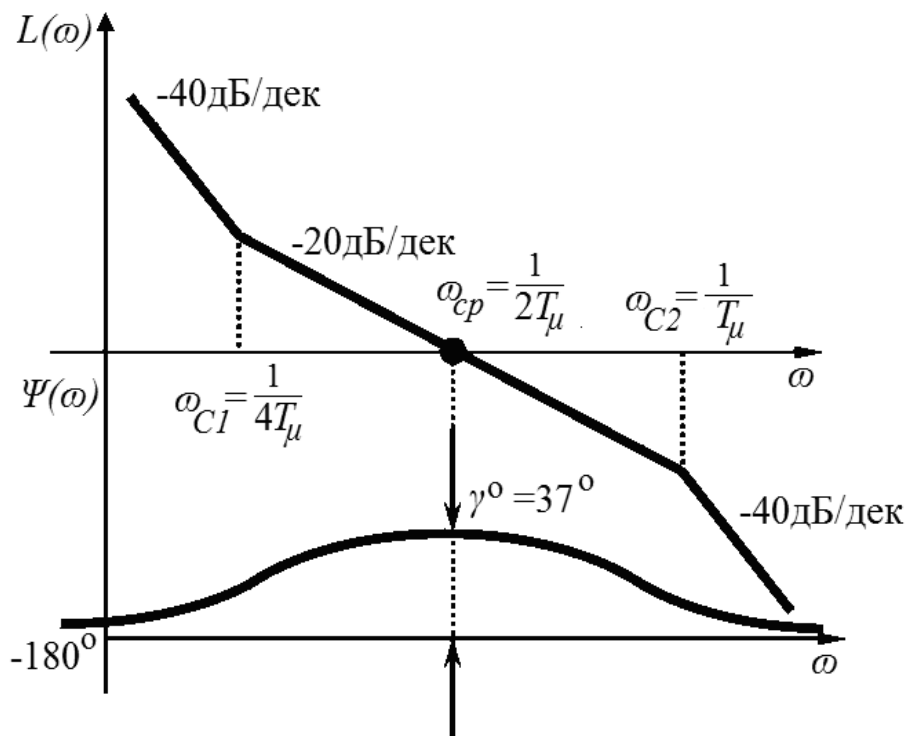


Рисунок 16 – Логарифмические амплитудно-частотная $L(\omega)$ и фазочастотная $\Psi(\omega)$ характеристики разомкнутого контура, оптимизированного по «симметричному» оптимуму

Запас устойчивости по фазе γ настроенного по «симметричному» оптимуму контура составляет

$$\gamma = \arctg \frac{4T_{\mu}}{2T_{\mu}} - \arctg \frac{T_{\mu}}{2T_{\mu}} = 36,9^{\circ}.$$

Если решить дифференциальное уравнение, соответствующее выражению $\Phi(p)_{co} = \frac{4T_{\mu} \cdot p + 1}{8T_{\mu}^3 \cdot p^3 + 8T_{\mu}^2 \cdot p^2 + 4T_{\mu} \cdot p + 1}$, то выражение для переходной функции будет иметь вид:

$$h(t) = 1 + e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} - 2e^{-\frac{t}{4T_{\mu}}} \cos\left(\frac{t\sqrt{3}}{4T_{\mu}}\right).$$

График переходной функции, представленный в относительном времени $\frac{t}{T_{\mu}}$, приведен на рисунке 17.

Свойства контура, настроенного по «симметричному» оптимуму, также зависят лишь от суммы малых постоянных времени T_{μ} . Переходная

функция такого контура (см. рисунок 17) характеризуется временем нарастания $t_n = 3,1T_\mu$, перерегулированием $\sigma\% = 43,4\%$ и временем регулирования $t_{pez} = 14,7T_\mu$. Рассматривая функцию, следует отметить, что время первого достижения заданного значения t_n составляет $t_n = 3,1T_\mu$, т. е. меньше, чем при настройке из условия технического оптимума, но зато амплитуда первого перерегулирования составляет $\sigma\% = 43,4\%$ при времени $t_{max} = 5,8T_\mu$, т. е. значительно больше, чем при техническом оптимуме. Время окончательного вхождения в полосу допуска $\pm 5\%$

$$t_{pez} = 14,7T_\mu.$$

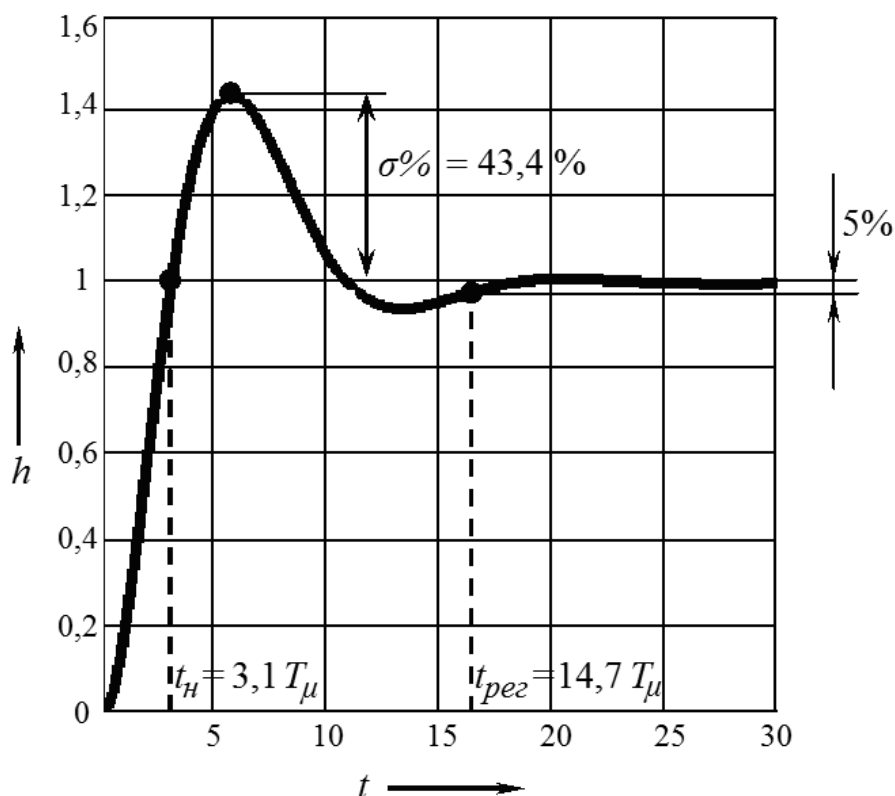


Рисунок 17 – Переходная функция контура, оптимизированного по «симметричному» оптимуму

Оптимизированный по «симметричному» оптимуму контур характеризуется отсутствием скоростной установившейся ошибки, т. е. при линейно нарастающем управляющем воздействии установившаяся ошибка контура равна нулю. Также «симметричный» оптимум обеспечивает высокое качество отработки возмущений (например, при ударном приложении нагрузки к валу двигателя).

Следует отметить, что настройка по «симметричному» оптимуму при скачкообразных изменениях задания не является оптимальной ни по

перерегулированию, ни по быстродействию. Большая величина перерегулирования $\sigma\% = 43,4\%$ при ступенчатом изменении задания в случае настройки по «симметричному» оптимуму иногда нежелательна, а во многих случаях и вовсе недопустима.

Оптимизированный по «симметричному» оптимуму контур обладает значительным перерегулированием. Указанный недостаток можно устранить, включив на входе контура фильтр с передаточной функцией

$$W_{\phi}(p) = \frac{1}{4T_{\mu} \cdot p + 1},$$

как показано на рисунке 18.

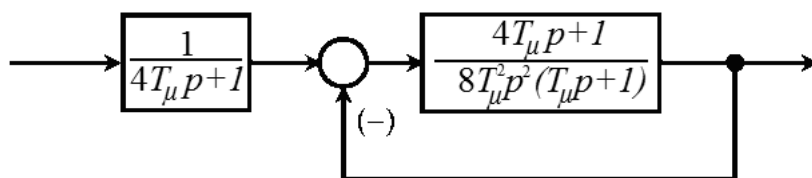


Рисунок 18 – Оптимизированный по «симметричному» оптимуму контур с фильтром на входе

При наличии фильтра передаточная функция замкнутого контура имеет вид:

$$\Phi(p) = \frac{1}{8T_{\mu}^3 \cdot p^3 + 8T_{\mu}^2 \cdot p^2 + 4T_{\mu} \cdot p + 1},$$

что полностью совпадает с выражением для системы, настроенной на «модульный» оптимум.

Из этого следует, что и переходный процесс при ступенчатом задании будет протекать в соответствии с уравнением для переходной функции «модульного» оптимума.

Уравнение переходной характеристики при наличии фильтра будет

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2T_{\mu}}} - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{t}{4T_{\mu}}} \sin\left(\frac{t\sqrt{3}}{4T_{\mu}}\right). \text{ Перерегулирование при этом } \sigma\% = 8,1\%,$$

время нарастания $t_{\underline{u}} = 7,6T_{\mu}$, время переходного процесса $t_{pez} = 13,3T_{\mu}$.

Благодаря фильтру резкое изменение сигнала на входе при ступенчатом задании сглаживается, а величина перерегулирования уменьшается до $\sigma\% = 8,1\%$ вместо $\sigma\% = 43,4\%$. Однако это достигается ценой столь же существенного увеличения времени регулирования до $t_{pez} = 13,3T_{\mu}$.

При оптимизации последующего контура системы регулирования передаточная функция $\Phi(p)$, по возможности, упрощается до инерционно-

го звена первого порядка:

$$\Phi(p) = \frac{1}{8T_{\mu}^3 \cdot p^3 + 8T_{\mu}^2 \cdot p^2 + 4T_{\mu} \cdot p + 1} \approx \frac{1}{4T_{\mu} \cdot p + 1}.$$

При выборе того или иного вида оптимизации необходимо учитывать все достоинства и недостатки.

Система, оптимизированная по «модульному» оптимуму, имеет следующие достоинства:

- обеспечивает наилучшим образом обработку задающего воздействия (минимальное время переходного процесса при малом перерегулировании);
- имеет малую чувствительность к изменению параметров регулятора и объекта, т. е. не требует высокой точности определения параметров объекта и настройки регулятора;
- имеет более простой по сравнению с «симметричным» оптимумом регулятор.

Недостатки системы:

- при наличии в объекте интегрирующего звена или апериодического звена с очень большой постоянной времени требуется применение пропорционального регулятора, что приводит в отдельных случаях к значительным статическим ошибкам;
- имеет большую по сравнению с системой, оптимизированной по «симметричному» оптимуму, ошибку при обработке возмущающего воздействия.

Достоинства системы, оптимизированной по «симметричному» оптимуму:

- при отсутствии входного фильтра обладает быстродействием, превышающим быстродействие системы, оптимизированной по «модульному» оптимуму;
- не имеет статической ошибки при любых объектах управления, в том числе если объект содержит интегрирующее звено или апериодическое звено с очень большой постоянной;
- обеспечивает меньшую по сравнению с «модульным» оптимумом ошибку при обработке возмущающих воздействий.

Недостатки системы:

- при отсутствии входного фильтра имеет большое перерегулирование;
- при наличии входного фильтра обладает меньшим быстродействием, чем система, оптимизированная по «модульному» оптимуму;
- имеет более сложный по сравнению с «модульным» оптимумом регулятор;
- имеет более высокую по сравнению с системами, оптимизирован-



ными по «модульному» оптимуму, чувствительность к изменению параметров регулятора и объекта, т. е. требует более тщательного определения параметров объекта и более точной настройки регулятора.

10 Выбор схемы корректирующих звеньев и определение значений входящих в нее элементов

Рассмотрим пример. Для корректирующего звена с передаточной функцией

$$W_{KЗ}(p) = \frac{(0,1p + 1)}{(0,033p + 1)}.$$

Звено интегрирующе-дифференцирующее, постоянная времени числителя больше постоянной времени знаменателя. Выбираем схему электрическую принципиальную корректирующего звена (КЗ), описываемую такой передаточной функцией [9]. Схема КЗ приведена на рисунке 19.

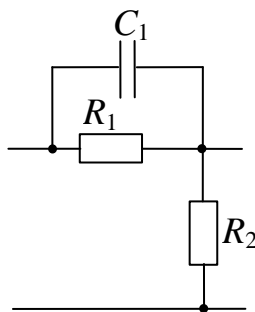


Рисунок 19 – Схема электрическая принципиальная корректирующего звена

В курсовой работе необходимо вывести передаточную функцию этого звена. В результате получаем

$$W_{KЗ}(p) = \frac{(T_1 \cdot p + 1)}{(T_2 \cdot p + 1)}.$$

Элементы схемы и параметры передаточной функции звена определяются следующими соотношениями:

$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad T_1 = R_1 \cdot C_1; \quad T_2 = \frac{R_2 \cdot R_1 \cdot C_1}{R_1 + R_2}.$$

Числовые значения коэффициента передачи и постоянных времени

звена должны быть $k = 1$, $T_1 = 0,1$ с, $T_2 = 0,033$ с.

Задаемся значением входного сопротивления цепочки $R_1 = 10$ кОм, которое выбирается в диапазоне 5–10 кОм, что соответствует входным и выходным сопротивлениям нагрузки, применяемым в электроприводах усилителей и преобразователей.

Числовое значение емкости конденсатора C_1 , мкФ, рассчитываем как

$$C_1 = \frac{T_1}{R_1} = \frac{0,1}{10000} = 10 \cdot 10^{-6}.$$

Определяем значение сопротивления R_2 .

$$T_2 = \frac{R_2 \cdot R_1 \cdot C_1}{R_1 + R_2}.$$

Откуда

$$R_2 = \frac{T_2 \cdot R_1}{T_1 - T_2} = \frac{0,033 \cdot 10 \cdot 10^3}{0,01 - 0,033} = 4,92 \cdot 10^3 \text{ Ом} \approx 5 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

В результате расчетов значения элементов корректирующей цепочки будут следующими: $R_1 = 10$ кОм, $R_2 = 5$ кОм, $C_1 = 10$ мкФ.

Полученные значения подпадают под номинальные значения ряда сопротивлений и конденсаторов, установленных ГОСТ 23456-72. В случае, если полученные значения сопротивлений и конденсаторов не соответствуют установленным ГОСТом значениям, то берется ближайшее значение и определяются фактические значения постоянных времени звена. Приводится относительное процентное отклонение постоянных времени и коэффициента передачи от расчетных.

Определяем коэффициент передачи корректирующего звена:

$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3} = 0,33.$$

Так как фактический коэффициент передачи полученного звена $k_\Phi = 0,33$ не совпадает с требуемым значением $k_p = 1$, то коэффициент передачи прямого тракта контура умножается на соответствующее значение k_d , определяемое из условия

$$k_p = k_\Phi \cdot k_d.$$

Откуда

$$k_d = \frac{k_p}{k_\Phi} = \frac{1}{0,33} = 3,3.$$

Для компенсации ослабления сигнала, вносимого пассивным корректирующим звеном, вводится дополнительный усилитель или поднимается на соответствующую величину коэффициент передачи одного из звеньев прямого тракта.

11 Расчет и построение переходных и частотных характеристик с помощью пакета Mathcad

Пакет программ Mathcad фирмы MathSoft относится к программным системам компьютерной математики. Он имеет простой и удобный интерфейс, сочетающийся с мощными средствами для выполнения сложных математических расчетов.

Для получения частотных характеристик следует задать ранжированную переменную, определяющую расчетный диапазон частот в формате:

<имя переменной частоты>:=<первое значение>,<второе> .. <последнее>.

Здесь диапазон «..» вводится при нажатии клавиши «;».

Далее определяется комплексная переменная $p(\omega) := i \cdot \omega$. Здесь i – мнимая единица, считается известной в Mathcad (можно задать ее значение $i := \sqrt{-1}$). Квадратный корень задается в шаблоне, который вызывается символом «\». Затем вводится выражение передаточной функции как переменной, зависящей от p .

Пример задания частоты от 0,025 до 100 с шагом 0,025 с^{-1} приведен на рисунке 20.

Диапазон изменения частоты	$\omega := 0.025, 0.05 .. 100$
Мнимая единица	$i := \sqrt{-1}$
Замена оператора Лапласа	$p(\omega) := i \cdot \omega$

Рисунок 20 – Пример задания частоты в пакете Mathcad

Далее в виде функции с помощью оператора присваивания задаётся расчетное выражение передаточной функции с использованием определенной переменной p . В левой части оператора в скобках после имени функции указывается имя ранжированной переменной-аргумента (рисунок 21).

Затем определяются выражения различных частотных характеристик. При этом используются следующие встроенные функции Mathcad:

$Re(<\text{выражение}>)$ – выделение действительной части выражения;

$Im(<\text{выражение}>)$ – выражение мнимой части выражения;



$|\langle \text{выражение} \rangle|$ – взятие модуля выражения;
 $\text{arg}(\langle \text{выражение} \rangle)$ – взятие аргумента выражения в радианах.

$$W(p) := \frac{a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0}{b_4 \cdot p^4 + b_3 \cdot p^3 + b_2 \cdot p^2 + b_1 \cdot p + b_0}$$

Рисунок 21 – Пример задания передаточной функции в пакете Mathcad

Пример определения выражений частотных характеристик в Mathcad приведен на рисунке 22.

Выражения вещественной и мнимой характеристик системы
 $r(p) := \text{Re}(W(p))$ $i(p) := \text{Im}(W(p))$
 Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики системы
 $A(p) := |W(p)|$ $\phi(p) := \text{arg}(W(p)) \cdot \frac{180}{\pi}$
 Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
 $L(p) := 20 \cdot \log(|W(p)|)$

Рисунок 22 – Пример определения частотных характеристик в пакете Mathcad

Двухмерные графики в декартовой системе координат строятся в Mathcad с помощью шаблона, вызываемого символом @ (рисунок 23).

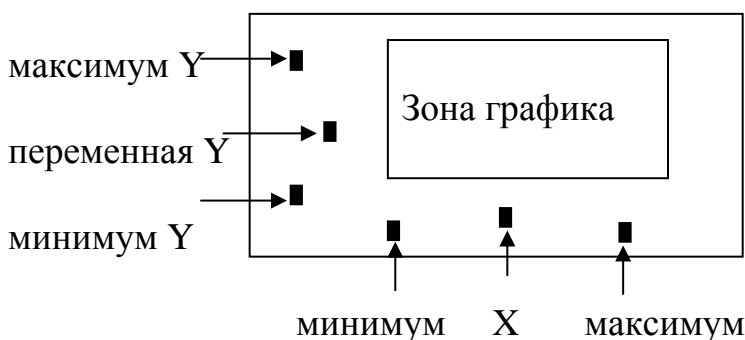


Рисунок 23 – Шаблон двухмерного графика XY Plot в пакете Mathcad

При заполнении шаблона сначала указываются переменные (или расчетные выражения), значения которых отображаются в осях X и Y. При этом следует указывать в скобках полную структуру ранжированной переменной. Можно не указывать диапазон изменения переменных (макси-

мальные и минимальные значения), при этом будут автоматически отображаться на графике все значения.

Если выполнить двойной клик левой кнопки мыши по графику, то раскроется диалоговое окно настроек графика. Страница «XY Axes» содержит настройки отображения осей графика с помощью трех групп маркеров: осей абсцисс (*X-Axis*) и ординат (*Y-Axis*), а также вида осей графика (*Axes Style*). Для настройки отображения данных по осям используются позиции маркеров:

Log Scale – установка логарифмической шкалы;

Grid Lines – отображение сетки шкалы;

Numbered – показ числовых значений линий сетки на шкале;

Autoscale – автоматическое масштабирование графика;

Show Markers – отображение маркеров графика;

Auto Grid – автоматическое определение числа линий сетки, если оно выключено, то в поле *Number of Grid* следует указать число линий сетки на оси.

Общий вид графика настраивается с помощью следующих переключателей:

Boxed – на графике не выделяются координатные оси;

Crossed – на графике строятся координатные оси;

None – на графике не показываются координатная сетка и оси.

Если установить маркер в позицию *Equal Scales*, то масштаб отображения по осям *X* и *Y* выбирается одинаковым. Пример построения графиков приведен на рисунке 24.

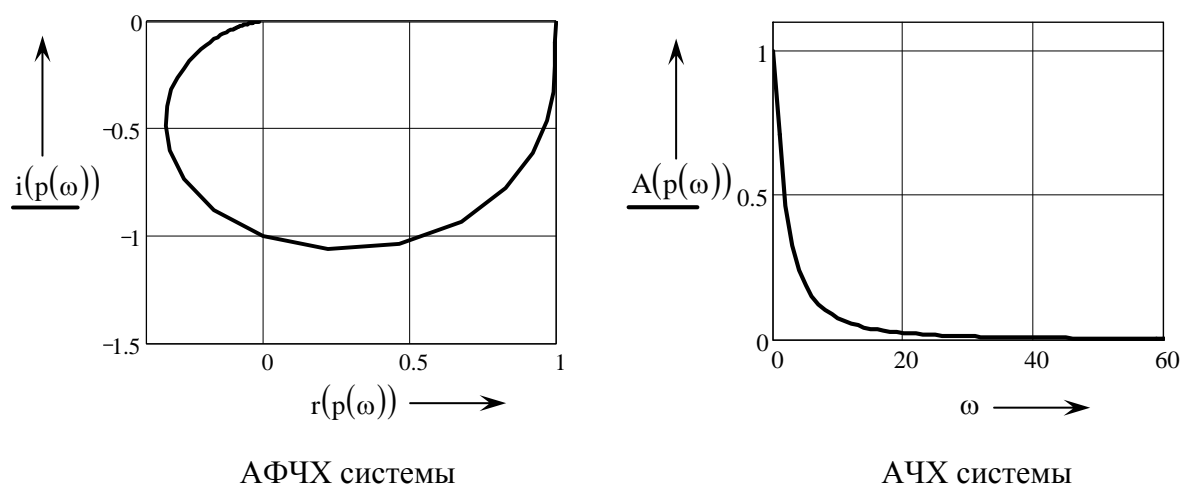


Рисунок 24 – Частотные характеристики системы, построенные в Mathcad

При построении логарифмических характеристик следует в окне настроек графика для оси абсцисс установить маркеры в позициях *Log Scale* и *Grid Lines*. Чтобы построить в одних координатных осях шаблона не-

сколько графиков, следует в позиции задания имени функции оси Y указать сначала первую функцию графика (ЛАЧХ), а далее через запятую записать имя второй функции (ФЧХ) (рисунок 25).

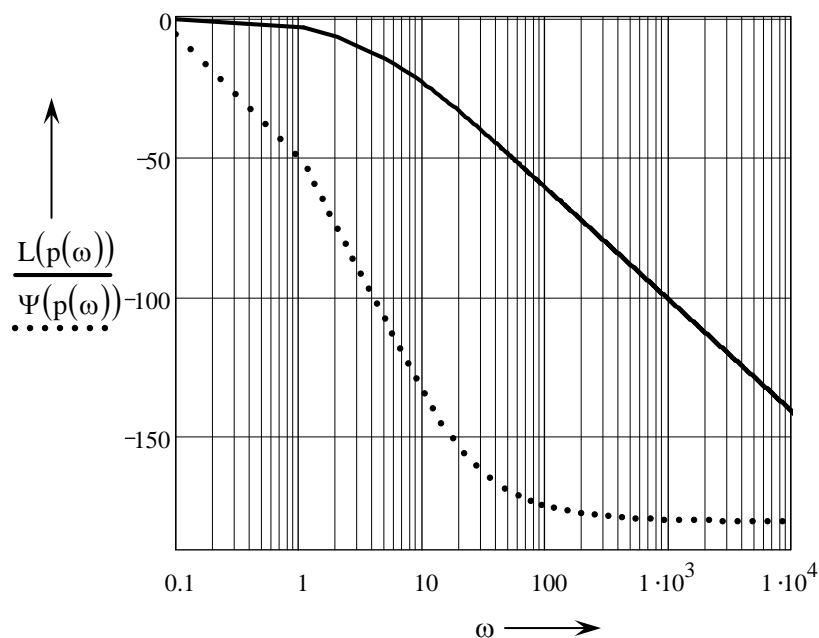


Рисунок 25 – ЛАЧХ и ЛФЧХ системы, построенные в Mathcad

При этом под именем будет выведен пример линии, которой нарисован график соответствующей функции. При построении графика ФЧХ следует учитывать, что расчетное значение ФЧХ будет лежать в диапазоне от минус 180 до плюс 180°.

Расчет переходных характеристик системы в Mathcad можно выполнить символьными обратными преобразованиями Лапласа. При этом используется раздел меню **Symbolics** Главного меню Mathcad, в котором для записанного выражения передаточной функции (для обозначения оператора Лапласа следует использовать символ s вместо p) используется символьная функция обратного преобразования Лапласа **invlaplace** из подраздела **Transform**.

Пример получения выражения переходной характеристики изображен на рисунке 26.

$$h(t) := \frac{1}{s} \cdot \frac{0.2}{2 \cdot s^2 + 0.1 \cdot s + 1} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } s \\ \text{float, } 2 \end{array} \right. \rightarrow .20 - .20 \cdot e^{(-.25e-1) \cdot t} \cdot \cos(.71 \cdot t) - .71e-2 \cdot e^{(-.25e-1) \cdot t} \cdot \sin(.71 \cdot t)$$

Рисунок 26 – Пример получения переходной характеристики в пакете Mathcad

График строится с помощью шаблона XY Plot (рисунок 27).

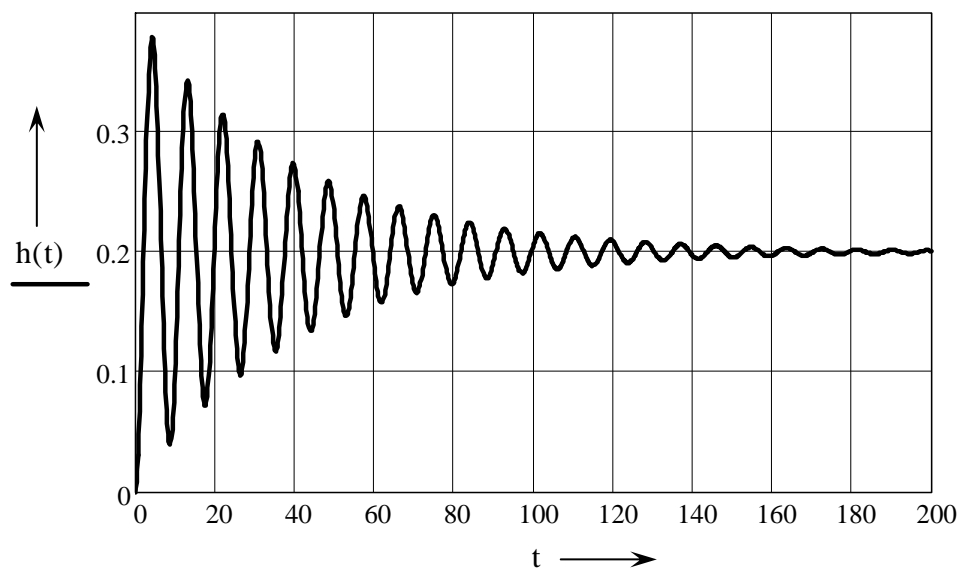



Рисунок 27 – Построение переходной характеристики в Mathcad

12 Получение переходных и частотных характеристик с помощью программы Simulink

Программа Simulink является расширением программного пакета MATLAB. При моделировании с помощью Simulink реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым пользователь на экране из библиотеки стандартных блоков создает модель устройства и осуществляет расчеты.

Для запуска программы необходимо предварительно запустить пакет MATLAB, после чего запускается программа Simulink путем нажатия кнопки  на панели командного окна MATLAB.

При запуске Simulink открываются два окна:

- пустое окно *untitled* (заготовка для создания новой модели);
- окно *Simulink Library Browser*, содержащее перечень основных разделов библиотеки Simulink.

Библиотека блоков Simulink представляет собой набор визуальных объектов, используя которые можно собирать, как из кубиков, произвольную конструкцию. Для любого блока можно получать требуемое число копий и использовать каждую из них абсолютно автономно. Более того, почти для всех блоков существует возможность индивидуальной настройки: пользователь может изменить как внутренние параметры блоков (количество входов и т. д.), так и внешнее оформление (имя, размер, цвет и т. д.).

Для моделирования работы динамических звеньев и получения их частотных и переходных характеристик используются следующие разделы:

- *Sources* (источники);
- *Sinks* (приемники);
- *Continuous* (линейные элементы).

На рисунке 28 приведен пример модели, собранной в Simulink.

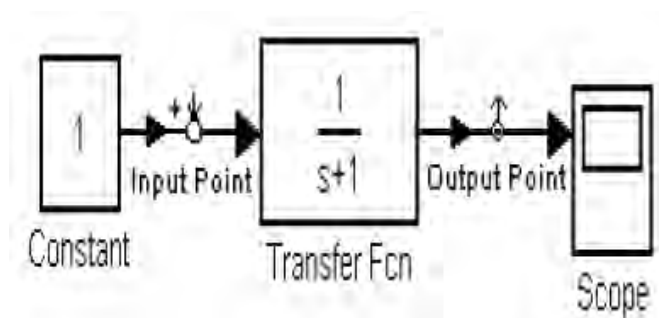




Рисунок 28 – Схема модели

На данном рисунке представлены:

- *Constant* – источник сигналов, который формирует постоянную величину (скаляр, вектор или матрицу);
- *Transfer Fcn* – звено, имеющее передаточную функцию, которая может задаваться пользователем;
- *Scope* – осциллограф, позволяющий наблюдать изменения характеристик системы. В данной лабораторной работе на экране осциллографа будем наблюдать переходной процесс при подаче на вход единичного сигнала, т. е. переходную функцию. Открыть окно осциллографа можно, дважды щелкнув на его изображении. По оси ординат шкалы измерений откладываются значения наблюдаемой величины, по оси абсцисс – значения модельного времени.

Далее, если это требуется, нужно изменить параметры блока, установленные программой «по умолчанию». Для этого необходимо дважды щелкнуть левой клавишей «мыши», указав курсором на изображение блока. Откроется окно редактирования параметров данного блока. При задании численных параметров следует иметь в виду, что в качестве десятичного разделителя должна использоваться точка, а не запятая. После внесения изменений нужно закрыть окно кнопкой **ОК**. На рисунке 29 в качестве примера показаны блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров данного блока.

Запуск расчета выполняется с помощью выбора пункта меню **Simulation/Start** или инструмента  на панели инструментов. Процесс расчета можно завершить досрочно, выбрав пункт меню **Simulation/Stop** или инструмент . Расчет также можно остановить (**Simulation/Pause**) и затем продолжить (**Simulation/Continue**).

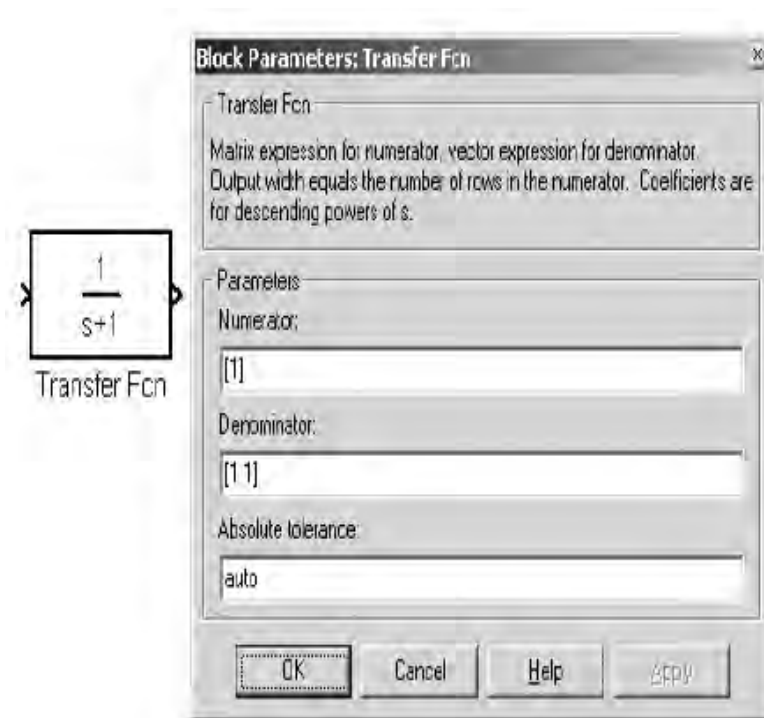


Рисунок 29 – Блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров блока

Для получения частотных характеристик исследуемых систем используют инструмент Simulink LTI-Viewer, который входит в состав пакета прикладных программ Control System Toolbox.

Краткий алгоритм работы с Simulink LTI-Viewer:

– выполнить команду **Tools\Linear Analysis...** окна **Simulink** модели.

В результате выполнения команды откроется окно **Model Inputs and Outputs**, как это показано на рисунке 30, а также пустое окно **Simulink LTI-Viewer**;

– установить блок **Input Point** на входе и блок **Output Point** на выходе исследуемой системы, как это показано на рисунке 28;

– в окне LTI Viewer выполнить команду Simulink\Get Linearized Model. Данная команда выполняет линеаризацию модели и строит реакцию системы на единичное ступенчатое воздействие;

– для получения остальных характеристик системы необходимо выполнить команду **Edit\Plot Configuration...** в окне **LTI Viewer**. В результате выполнения этой команды откроется окно **Plot Configuration**.

В открывшемся окне (рисунок 30) можно выбрать число отображаемых графиков (панель **Select a response plot configuration**) и вид отображаемых графиков (панель **Response type**). В данной лабораторной работе используются следующие графики (диаграммы):

– **step** – реакция на единичное ступенчатое воздействие;

- **bode** – логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики;
- **nyquist** – диаграмма Найквиста (амплитудно-фазовая частотная характеристика).

С помощью команды **Edit\Viewer Preferences...** выполняются установка единиц измерения (вкладка **Units**).

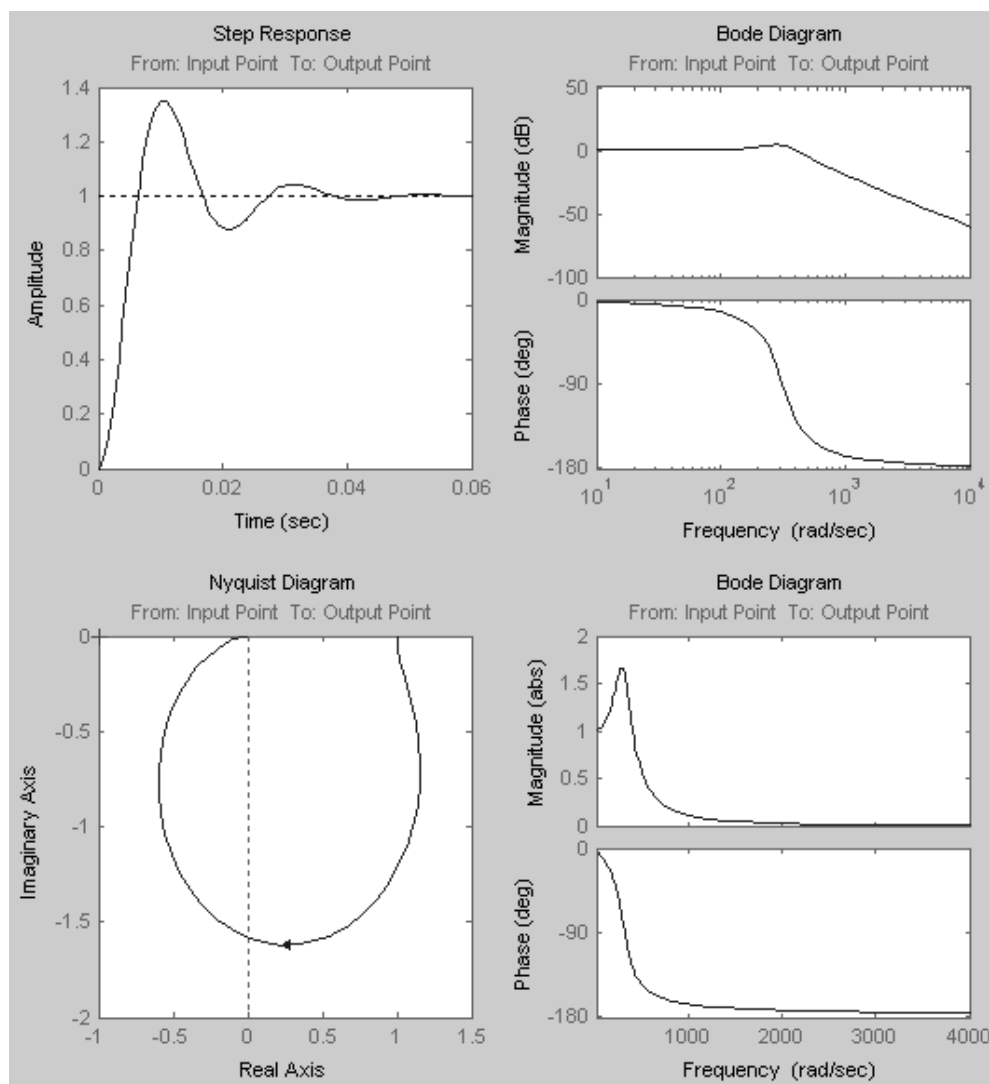


Рисунок 30 – Окно **Simulink LTI-Viewer** с графиками переходной функции и частотных характеристик

Вкладка **Units** окна позволяет задать единицы измерения частоты (радианы в секунду или герцы), уровня (**dB** или абсолютные единицы), фазы (градусы или радианы), а также установить вид шкалы частоты (логарифмический или линейный).

Список литературы

- 1 **Бесекерский, В. А.** Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Профессия, 2003. – 752 с.
- 2 **Никулин, Е. А.** Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем : учеб. пособие для вузов / Е. А. Никулин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 640 с.
- 3 **Андрющенко, В. А.** Теория систем автоматического управления : учеб. пособие / В. А. Андрющенко. – Л. : Ленингр. ун-т, 1990. – 256 с.
- 4 **Анхимюк, В. Л.** Теория автоматического управления / В. Л. Анхимюк. – Минск : Выш. шк., 2002. – 352 с. : ил.
- 5 **Ротач, В. Я.** Теория автоматического управления: учебник для вузов / В. Я. Ротач. – 4-е изд., стереот. – М. : МЭИ, 2007. – 400 с. : ил.
- 6 **Макаров, И. М.** Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал) / И. М. Макаров, Б. М. Менский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1982. – 504 с.
- 7 Теория автоматического управления: нелинейные системы управления при случайных воздействиях : учебник для вузов / А. В. Нетушил [и др.] ; под ред. А. В. Нетушила. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Выш. шк., 1983. – 432 с. : ил.
- 8 Теория автоматического регулирования / Под ред. В. В. Солодовникова. – М. : Машиностроение, 1967. – Кн. 1–3.
- 9 Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления / Под ред. Е. А. Санковского. – Минск : Выш. шк., 1973. – 584 с.



Приложение А (рекомендуемое)

Структурные схемы

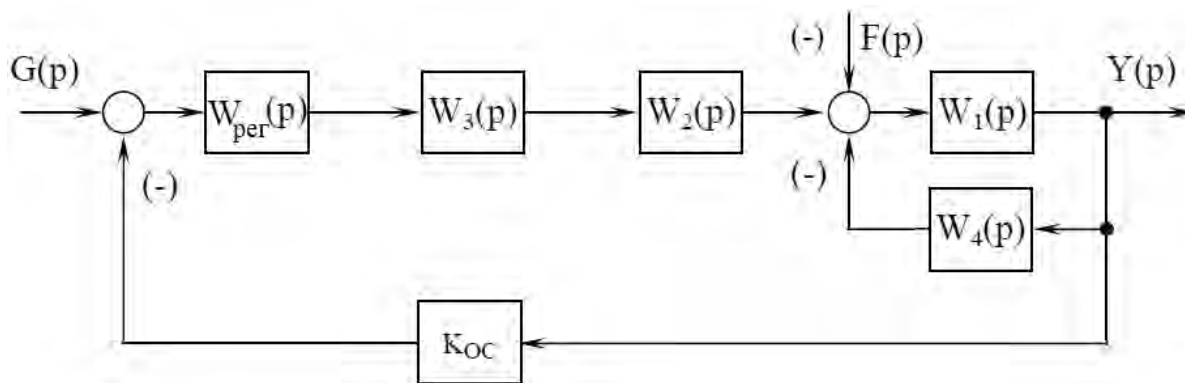


Рисунок А.1

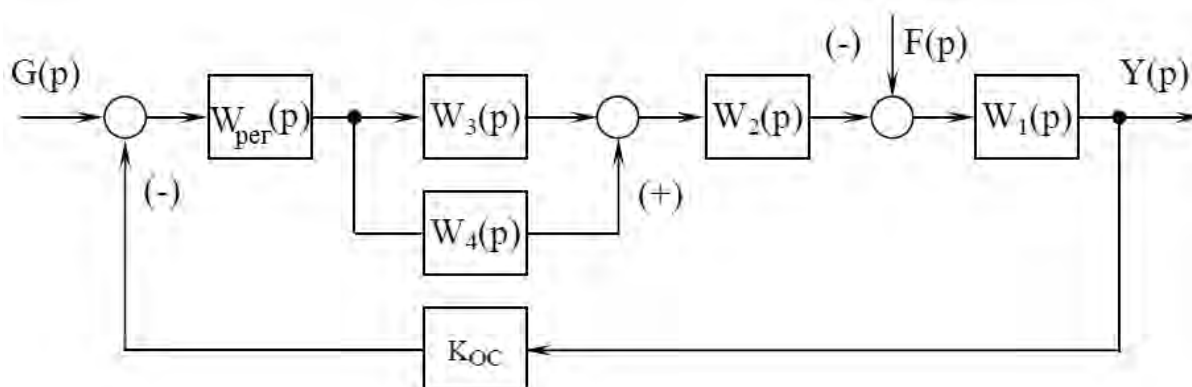


Рисунок А.2

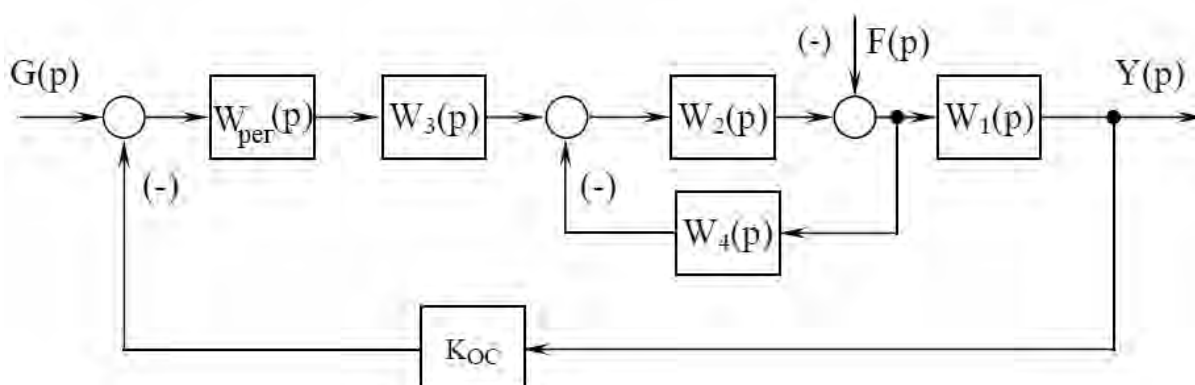


Рисунок А.3

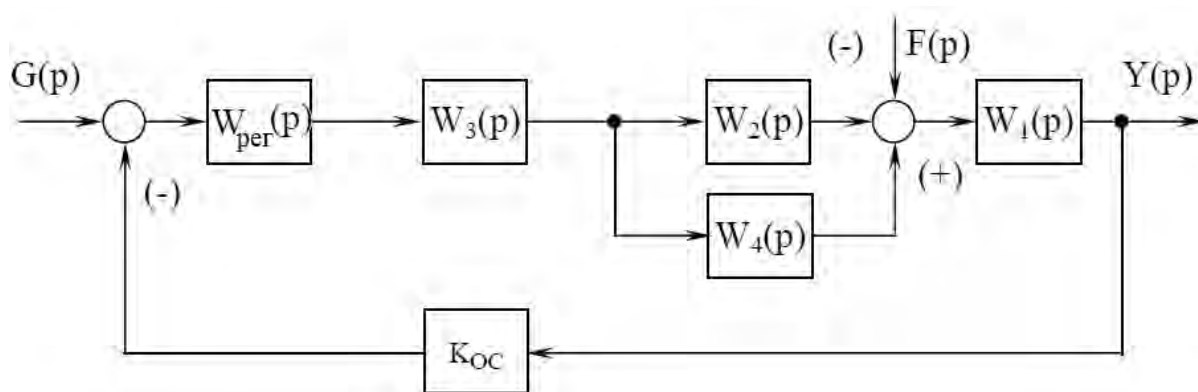


Рисунок А.4

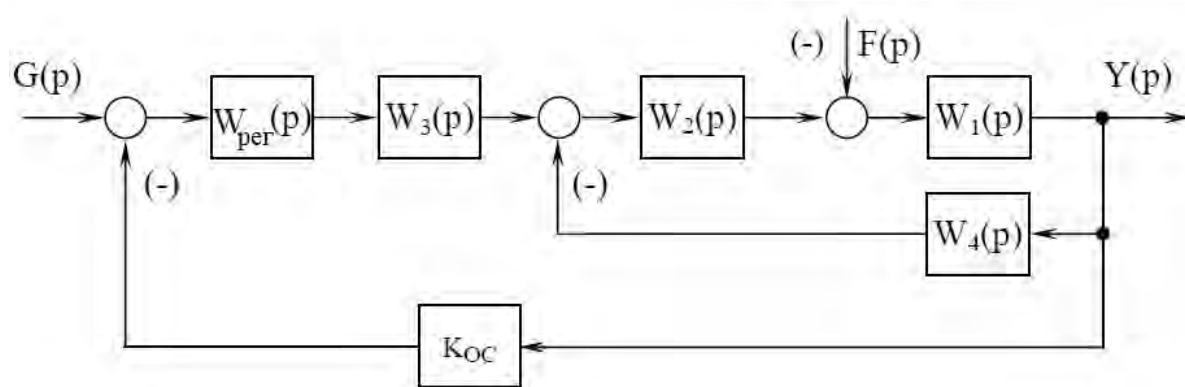


Рисунок А.5

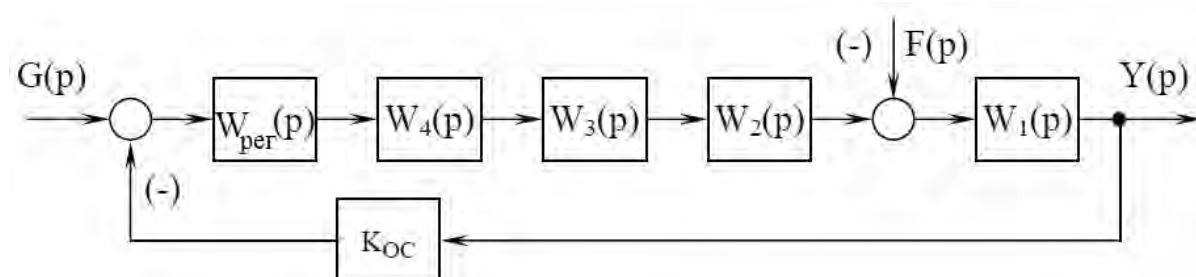


Рисунок А.6

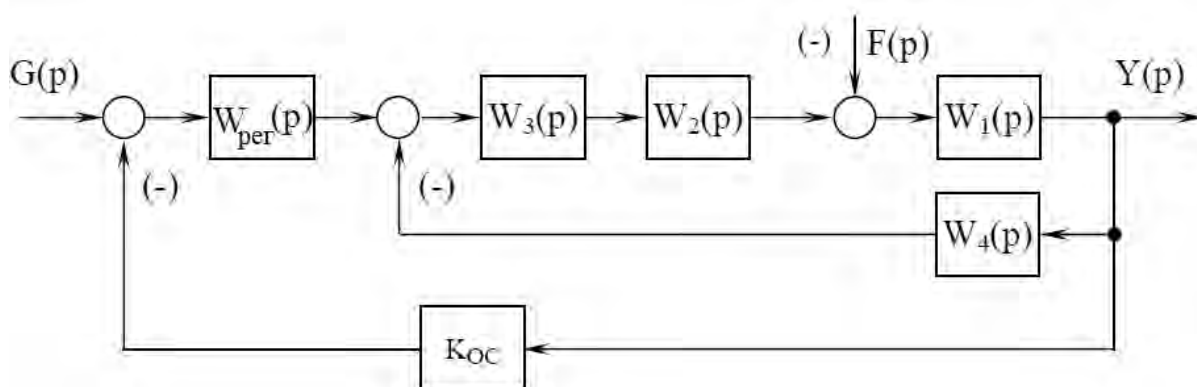


Рисунок А.7

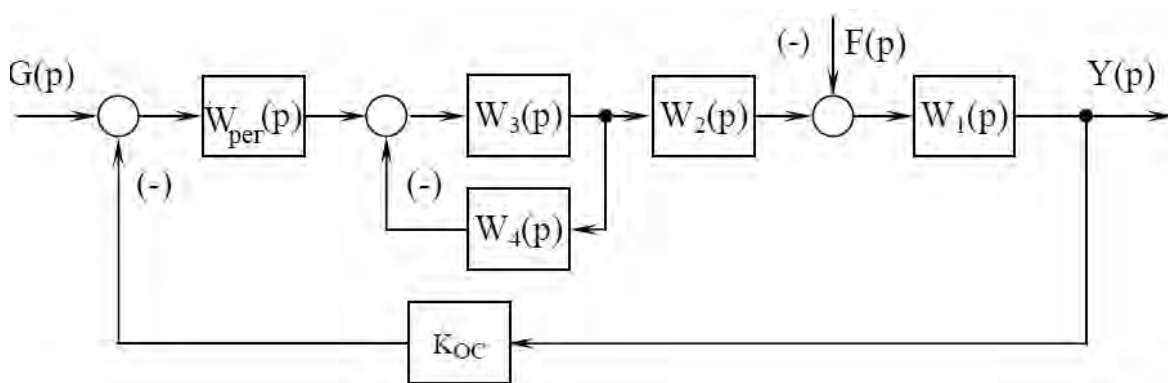


Рисунок А.8

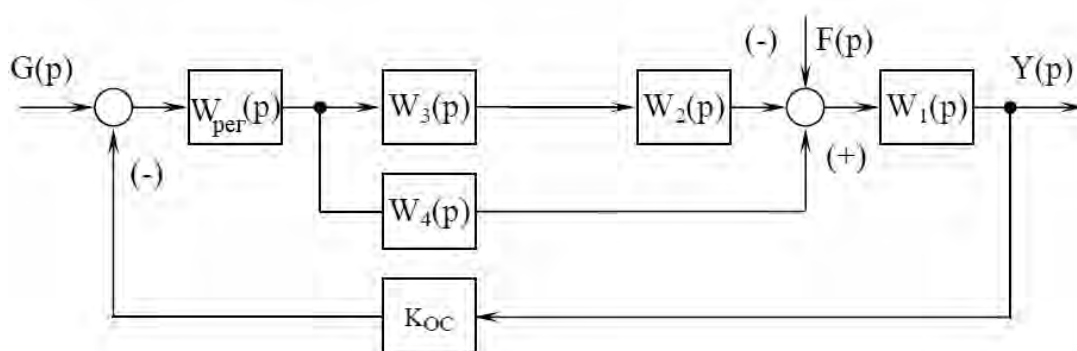


Рисунок А.9

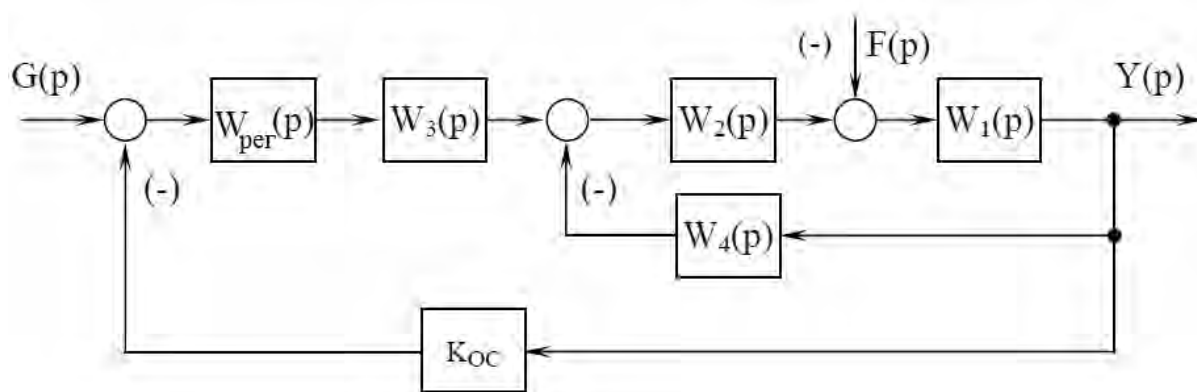


Рисунок А.10