

УДК 621.83.06

И. С. Сазонов, Е. С. Лустенкова, Ю. В. Машин

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СФЕРИЧЕСКИХ РОЛИКОВЫХ ПЕРЕДАЧ

UDC 621.83.06

I. S. Sazonov, E. S. Lustenkova, Y. V. Mashin

KINEMATICAL ANALYSIS OF SPHERICAL ROLLER TRANSMISSIONS

Аннотация

Приведен кинематический анализ сферических роликовых передач, обладающих низкой материалоемкостью и высокой нагрузочной способностью. Кратко рассмотрены структура и принцип работы передачи, у которой оси роликов зафиксированы на генераторе, совершающем сферическое движение. Определены скорости и ускорения основных элементов передачи. Выведены зависимости для расчета скоростей и ускорений центров масс тел качения. Полученные результаты позволяют проводить динамический анализ сферических роликовых передач.

Ключевые слова:

сферический механизм, механическая передача, редуктор, ролик, генератор, скорость, ускорение.

Abstract

The paper presents the kinematic analysis of spherical roller transmissions characterized by low material consumption and high load-carrying capacity. This paper briefly describes the structure and principle of operation of the transmission, in which axes of rollers are fixed on the oscillator that performs spherical movement. Velocities and accelerations of the basic elements of the transmission were obtained. The dependencies for determining velocities and accelerations of centers of mass of rolling elements are given. The obtained results make it possible to carry out dynamic analysis of spherical roller transmissions.

Key words:

spherical mechanism, mechanical transmission, speed reducer, roller, oscillator, velocity, acceleration.

Введение и постановка задачи

Сферические механизмы применяются главным образом для передачи движения между валами с пересекающимися осями. Известные шарниры равных угловых скоростей (ШРУС) [1] можно отнести к двухзвенным механизмам: основными звеньями являются две обоймы (внутренняя и наружная), взаимодействие между которыми осуществляется посредством шариков. Сепаратор при этом не передает нагрузку. Принцип работы передачи с промежуточными телами качения (ППТК) базируется на взаимодействии шариков (роликов) с периодическими беговыми дорожками двух обойм и пазами сепара-

тора, который, являясь ведомым звеном механизма, передает нагрузку [2]. Наиболее известны ППТК плоского и цилиндрического типов, где траектории центров масс тел качения располагаются на плоскости и цилиндре соответственно. Сферические передачи с промежуточными телами качения (СППТК) [3] также позволяют снижать скорость вращения и увеличивать передаваемый вращающий момент с постоянным передаточным отношением. На базе трехзвенной СППТК [4] возможно создание редукторных механизмов с небольшим значением передаточных отношений – до 12 в одной ступени. Разделение СППТК на двух- и трехзвенные производится по коли-



честву элементов передачи, контактирующих с телами качения. Была разработана двухзвенная передача [5], применение различных схем которой для создания редукторов позволяет существенно увеличить диапазон передаточных отношений. При этом малые радиальные и осевые габариты дают возможность проектировать редукторные механизмы с низкой материалоемкостью. Разрабатываемые передачи соосны, пересечение осей ведущего и ведомого валов не предусмотрено. Однако сферическое движение одного из звеньев, наряду с получением значительной редукции, позволяет обеспечить уравновешенность механизма в отличие от эксцентриковых передач, нуждающихся в балансировке. На предыдущих этапах разработки был выполнен структурный анализ и выведены зависимости для определения основных геометрических параметров передачи.

Задачей проводимого исследования являлось получение зависимостей кинематических параметров звеньев СППТК для дальнейших расчетов их

нагруженности и кинематической погрешности.

Конструкция механизма редуцирования, векторы скорости основных элементов передачи и их составляющие

Конструкция узла с зацепляющимися элементами двухзвенной СППТК показана на рис. 1. На ведущем валу 1 установлен генератор 2 с помощью втулки и двух подшипников. Втулка имеет отверстие, ось которого пересекает ось ведущего вала, что обеспечивает наклон генератора при сборке и осевые колебания в процессе работы. Подшипники дают возможность осуществления независимого вращения генератора относительно втулки и, соответственно, ведущего вала. На наружной поверхности генератора с постоянным шагом установлены ролики 5 с выступающими консольными участками сферической формы. Две косые шайбы 6 и гайка 7 ограничивают осевые перемещения генератора.

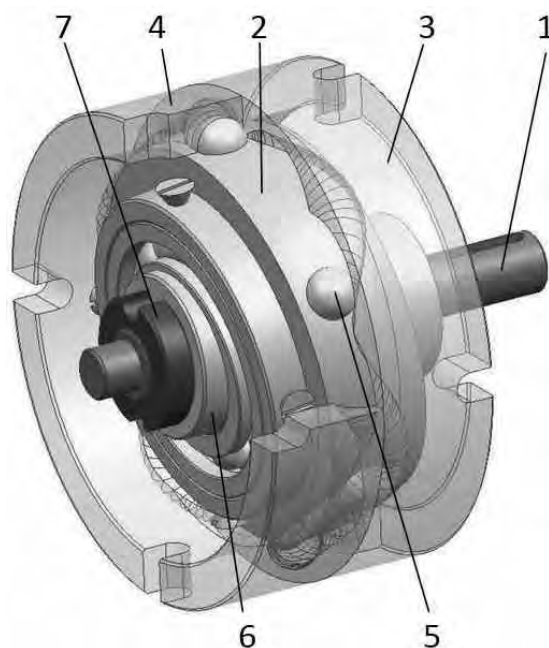


Рис. 1. Конструктивная схема роликового зацепления: 1 – ведущий вал; 2 – генератор; 3 – левый наружный кулачок; 4 – правый наружный кулачок; 5 – ролик; 6 – косая шайба; 7 – гайка



При вращении ведущего вала ролики перемещаются по периодической замкнутой беговой дорожке, образованной двумя сферическими кулачками 3 и 4, установленными в корпусе редуктора. Параметрические уравнения центровых кривых кулачковых профилей приведены в [6]. На рис. 1 не показан механизм передачи вращения генератора относительно неподвижной системы отсчета на ведомый вал: это может быть сдвоенный карданный шарнир, сфери-

ческая муфта [7] и др.

Рассмотрим кинематическую схему сборочной единицы, включающей ведущий вал с наклонным участком и генератор (рис. 2). В представленной модели основными геометрическими параметрами являются: R – радиус сферической поверхности, где расположены центры сферических участков роликов; A – амплитуда центровых кривых кулачковых профилей; Θ – угол наклона генератора ($\Theta = A/R$).

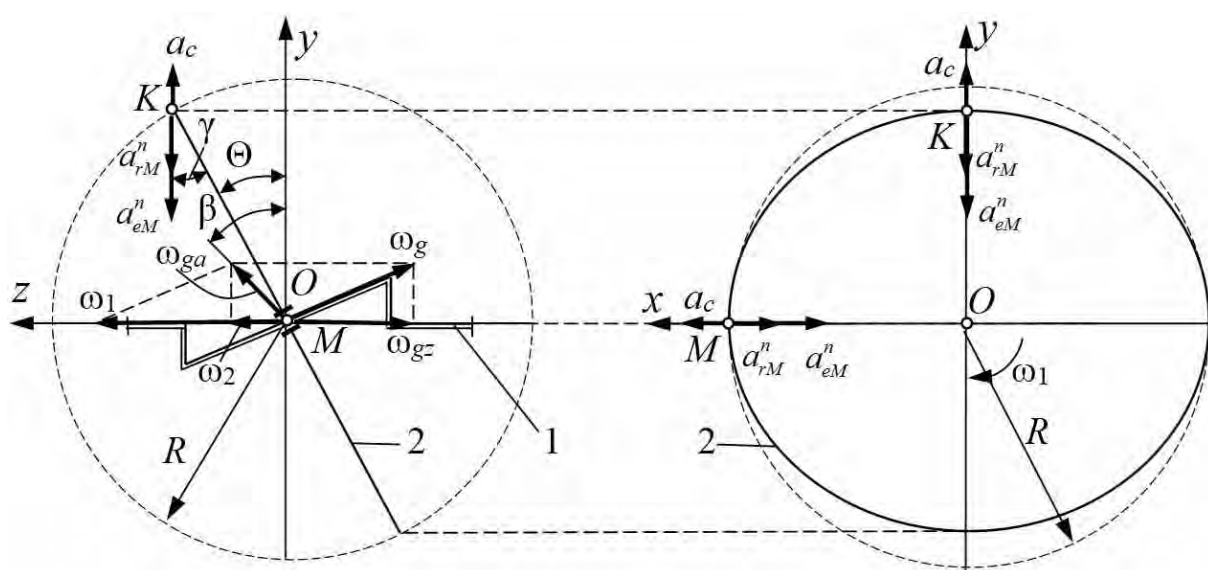


Рис. 2. К кинематическому анализу СРП: 1 – ведущий вал; 2 – генератор

Ведущий вал вращается с постоянной скоростью вращения ω_1 . Тогда скорость ведомого вала будет также постоянна и равна ω_2 . При постоянном режиме работы угол поворота ведущего вала будет изменяться по известной зависимости $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$, где t – время. Векторы указанных скоростей направлены вдоль оси Oz в одну сторону. Передаточное отношение $i_{12}^{(3)}$ является постоянным.

Вектор относительной угловой скорости генератора ω_g направлен вдоль оси наклоненного участка кривошипа ведущего вала в обратную сторону. Модуль проекции этого вектора на ось Oz

$$\omega_{gz} = \omega_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}} \right). \quad (1)$$

Соответственно, модуль вектора относительной угловой скорости генератора

$$\omega_g = \frac{\omega_{gz}}{\cos(\Theta)}. \quad (2)$$

В правильности вышеприведенных зависимостей можно убедиться, выполнив проверку по формуле $\omega'_2 = \omega_1 - \omega_g \cdot \cos(\Theta)$. Результат должен



быть равен угловой скорости ведомого вала ω_2 .

Генератор совершает сложное движение, которое складывается из переносного вращения вместе с ведущим валом и относительного вращения вокруг оси наклоненного участка кривошипа ведущего вала. Данное сложное вращение можно рассматривать как мгновенное вращение относительно некоторой оси в пространстве. Вдоль этой оси будет направлен вектор значения абсолютной угловой скорости мгновенного вращения генератора ω_{ga} . Его модуль можно определить из геометрических построений (см. рис. 2).

$$\omega_{ga} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_g^2 - 2\omega_1 \cdot \omega_g \cdot \cos(\Theta)}. \quad (3)$$

Угол наклона вектора абсолютной скорости генератора к оси Oz , рад,

$$\beta = \arctg\left(\left(i_{12}^{(3)} - 1\right) \cdot \operatorname{tg}(\Theta)\right). \quad (4)$$

В качестве проверки правильности вычислений (при необходимости) можно уточнить соблюдение тождества $\omega_{ga} \cdot \cos(\beta) = \omega_2$.

Вектор абсолютной угловой скорости генератора в проекциях на оси абсолютной системы координат (связанной с корпусом редуктора)

$$\omega_a(t) = \begin{pmatrix} \omega_{gax} \\ \omega_{gay} \\ \omega_{gaz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{ga} \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(-\omega_1 \cdot t) \\ \omega_{ga} \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \\ \omega_{ga} \cdot \cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Знак «минус» аргумента косинуса первой составляющей угловой скорости позволяет привести выражения (5) в начальный момент времени ($t = 0$) в соответствие со схемой на рис. 2.

Скорости и ускорения центров тел качения

Найдем скорости и ускорения точек генератора, которые совпадают с центрами сферических выступов тел качения. Задача определения кинематических параметров центров масс тел качения особенно актуальна для трехзвенных СППТК, т. к. ролики не связаны жестко с деталями и совершают относительные перемещения. Однако и для двухзвенных передач этот вопрос очень важен, потому что позволяет рассчитать потери мощности на трение в зацеплении. На рис. 2 рассмотрены две точки: K и M , лежащие на сферической поверхности радиусом R . Вектор координат точки M в абсолютном движении определяется согласно ранее полученным уравнениям [6] с учетом элементарных преобразований как

$$R_M(t) = \begin{pmatrix} r_{xM} \\ r_{yM} \\ r_{zM} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cdot \left(\cos\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\Theta) \right) \\ R \cdot \left(\cos\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) - \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\Theta) \right) \\ -R \cdot \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}\right) \cdot \omega_1 \cdot t\right) \cdot \sin(\Theta) \end{pmatrix}. \quad (6)$$



Вектор линейной скорости точки M

$$\vec{v}_M = \vec{\omega}_{ga} \times \vec{R}_M. \quad (7)$$

Результаты векторного произведения можно представить в виде следующих уравнений для составляющих скорости точки M относительно декартовых осей координат:

$$v_{xM}(t) = \omega_{gay}(t) \cdot r_{zM}(t) - r_{yM}(t) \cdot \omega_{gaz}(t); \quad (8)$$

$$v_{yM}(t) = -(\omega_{gax}(t) \cdot r_{zM}(t) - r_{xM}(t) \cdot \omega_{gaz}(t)); \quad (9)$$

$$v_{zM}(t) = \omega_{gax}(t) \cdot r_{yM}(t) - r_{xM}(t) \cdot \omega_{gay}(t). \quad (10)$$

Результаты вычислений составляющих скоростей для передачи с параметрами $A = 5$ мм, $R = 40$ мм, $i_{12}^{(3)} = 6$ приведены на рис. 3. Частота вращения ведущего вала принималась $n_1 = 100$ мин⁻¹. Время одного оборота ведущего вала $t_0 = 60/n_1 = 0,06$ с, ведомый вал совершит оборот за время $t_0 \cdot i_{12}^{(3)}$, т. е. за 0,036 с.

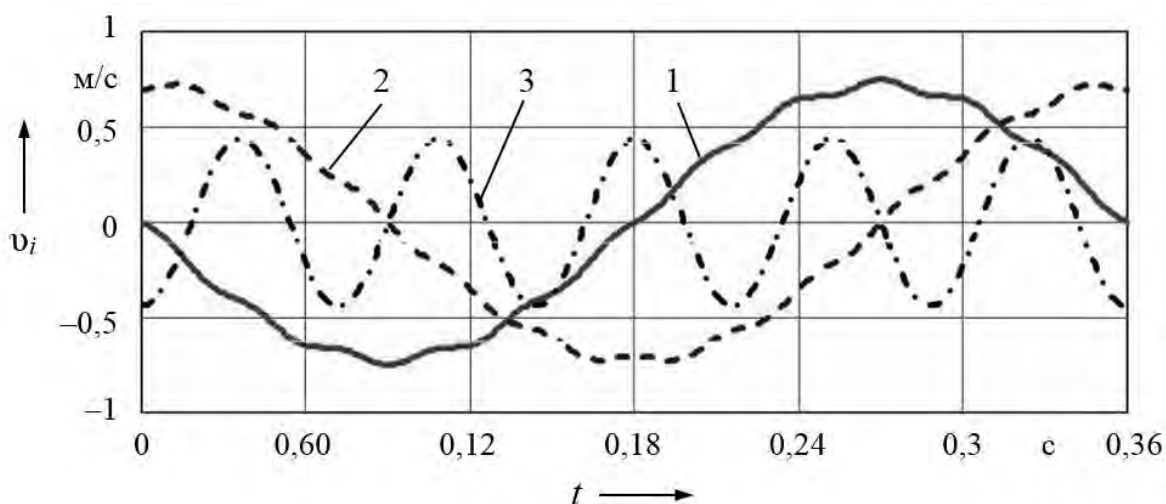


Рис. 3. Зависимость составляющих скорости точки M от времени работы передачи за один оборот ведомого вала: 1 - v_{xM} ; 2 - v_{yM} ; 3 - v_{zM}

Наблюдается изменение осевой составляющей скорости v_{zM} по гармоническому закону. Полученные результаты позволяют оценить кинематическую энергию передачи для последующего составления уравнения Лагранжа второго рода и исследования динамических процессов.

Определим ускорение точки M и его составляющие. Вследствие равномерного вращения, угловые ускорения звеньев (ведущего вала и генератора) равны нулю. Также будут равны нулю и

тангенциальные составляющие ускорений точек, зависящие от угловых ускорений.

Абсолютное значение расстояния от центра O до точки M

$$O_M(t) = \sqrt{(r_{xM}(t))^2 + (r_{yM}(t))^2 + (r_{zM}(t))^2}. \quad (11)$$

Угол γ между векторами ускорений, лежащих в плоскости, проходящей через оси роликов, установленных в генераторе, и плоскостью xOy



$$\gamma(t) = \arccos \left(\frac{\sqrt{(r_{xM}(t))^2 + (r_{yM}(t))^2}}{\sqrt{(r_{xM}(t))^2 + (r_{yM}(t))^2 + (r_{zM}(t))^2}} \right). \quad (12)$$

Переносное ускорение (нормальное)

$$a_{eM}^n(t) = O_M(t) \cdot \omega_1^2. \quad (13)$$

Относительное ускорение (нормальное)

$$a_{rM}^n(t) = R \cdot \omega_g^2. \quad (14)$$

Ускорение Кориолиса

$$a_c(t) = 2\omega_1 \cdot \omega_g \cdot R \cdot \sin(\gamma(t)). \quad (15)$$

Составляющие ускорения рассматриваемой точки M по координатным осям и модуль абсолютного значения ускорения как функции времени (при установившемся режиме работы передачи)

$$a_{xM}(t) = \left(-a_{eM}^n(t) - a_{rM}^n(t) \cdot \cos(\gamma(t)) + a_c(t) \right) \cdot \cos \left(\frac{\omega_1}{i_{12}^{(3)}} \cdot t \right); \quad (16)$$

$$a_{yM}(t) = \left(-a_{eM}^n(t) - a_{rM}^n(t) \cdot \cos(\gamma(t)) + a_c(t) \right) \cdot \sin \left(\frac{\omega_1}{i_{12}^{(3)}} \cdot t \right); \quad (17)$$

$$a_{zM}(t) = -a_{rM}^n(t) \cdot \sin(\gamma(t)); \quad (18)$$

$$a_M(t) = \sqrt{(a_{xM}(t))^2 + (a_{yM}(t))^2 + (a_{zM}(t))^2}. \quad (19)$$

Результаты расчетов составляющих ускорений и модуля полного значения отображены на рис. 4.

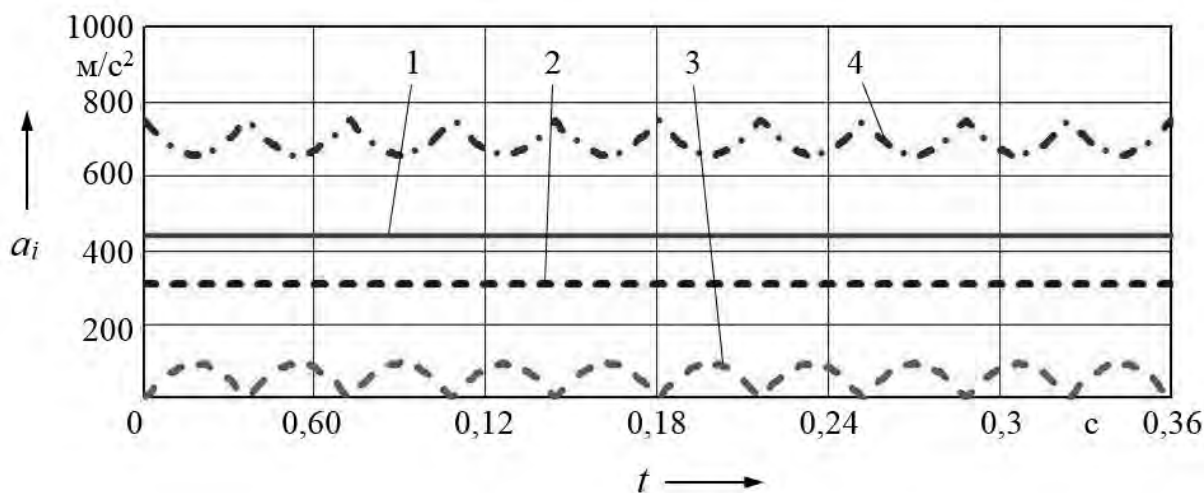


Рис. 4. Зависимость составляющих ускорений точки M и модуля полного значения от времени работы передачи: 1 — a_{xM} ; 2 — a_{yM} ; 3 — a_{zM} ; 4 — a_M

Как следует из графика на рис. 4, только составляющая ускорения вдоль оси Oz изменяется в процессе работ передачи в установившемся режиме. Ролики размещаются в отверстиях в генераторе по переходной посадке и имеют возможность поворачиваться относительно собственной оси. Таким образом, трение скольжения в контакте роликов и беговой дорожки частично заменяется сопротивлением качению. Теоретически и экспериментально подтверждено общее снижение потерь мощности в передаче [8].

Выводы

Выведены зависимости для определения кинематических параметров основных элементов двухзвенных СППТК. Полученные выражения дают возможность проводить последующий динамический анализ передачи и оценивать нагруженность элементов СППТК. Скорости центров сферических

выступов роликов и геометрия беговых дорожек обуславливают направление сил трения, возникающих в зацеплении, а ускорения этих центров позволяют определять силы инерции, действующие на ролики. Перспективными являются конструкции передач в двухступенчатом исполнении, где вращение генератора передается не с помощью муфты, а дополнительной редуцирующей ступени [9]. Радиус R' сферической поверхности, на которой располагается центровая кривая кулачкового профиля второй ступени редуктора, может отличаться от радиуса сферической поверхности первой ступени R . В этом случае дальнейший кинематический анализ будет производиться по описанной методике, начиная с формулы (6) с подстановкой значений R' вместо R .

Теоретически полученные зависимости кинематических параметров подтверждены результатами компьютерного моделирования в системе NX [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кравченко, В. И.** Карданные передачи: конструкции, материалы, применение / В. И. Кравченко, Г. А. Костюкович, В. А. Струк ; под общ. ред. В. А. Струка. – Минск : Тэхналогія, 2006. – 409 с. : ил.
2. **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые редукторы: монография / Р. М. Игнатищев. – Минск: Вышэйшая школа, 1983. – 107 с.: ил.
3. **Лустенков, М. Е.** Проектирование планетарных шариковых передач с различными профилями беговых дорожек / М. Е. Лустенков // Вестн. Брянского гос. техн. ун-та. – 2009. – № 2. – С. 70–77.
4. **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизации потерь мощности : [монография] / М. Е. Лустенков. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.
5. **Лустенков, М. Е.** Теоретические и экспериментальные исследования сферических роликовых передач / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова // Вестн. Ижевского гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 20. – № 1. – С. 23–27.
6. Сравнительный анализ различных типов центровых кривых кулачковых профилей сферических роликовых передач / М. Е. Лустенков, И. И. Маковецкий, Е. С. Лустенкова, Ю. В. Машин, В. Л. Комар // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2017. – № 3 (56). – С. 74–82.
7. **Лустенков, М. Е.** Математическое и компьютерное моделирование угловой муфты сферической роликовой передачи / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова, И. И. Маковецкий // Вестн. Иркутского гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 21. – № 3 (122). – С. 31–38.
8. **Лустенков, М. Е.** Определение КПД передач с составными промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Изв. вузов. Машиностроение. – 2014. – № 6. – С. 13–19.
9. **Игнатищев, Р. М.** Эстафета молодым – sin+шарики редуктор / Р. М. Игнатищев. – Могилев : МОУТ им. С. Соболя, 2011. – 28 с. : ил.
10. **Лустенков, М. Е.** Расчет и проектирование сферических роликовых передач : [монография] / М. Е. Лустенков, Е. С. Лустенкова. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2017. – 177 с. : ил.



Статья сдана в редакцию 27 сентября 2017 года

Игорь Сергеевич Сазонов, д-р техн. наук, проф., ректор, Белорусско-Российский университет.
E-mail: rector@bru.by.

Екатерина Сергеевна Лустенкова, ассистент-стажер, Белорусско-Российский университет.
E-mail: fittsova@gmail.com.

Юрий Викторович Машин, канд. техн. наук, Белорусско-Российский университет.

Igor Sergeyevich Sazonov, DSc (Engineering), Prof., rector, Belarusian-Russian University.
E-mail: rector@bru.by.

Ekaterina Sergeyevna Lustenkova, marketolog, assistant-trainee, Belarusian-Russian University.
E-mail: fittsova@gmail.com.

Yury Viktorovich Mashin, PhD (Engineering), Belarusian-Russian University.

