

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ОБРАБОТКИ БИОМЕДИЦИНСКИХ ДАННЫХ

*Методические рекомендации к лабораторным работам для студентов
направления подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»
дневной формы обучения*



Могилев 2017

УДК 004.41/12:61
ББК 32.973-018:5
П 78

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «18» мая 2017 г.,
протокол № 8

Составитель канд. техн. наук, доц. А. В. Кушнер

Рецензент канд. техн. наук, доц. Б. Б. Скарыно

В методических рекомендациях кратко изложены теоретические сведения, необходимые для выполнения лабораторных работ. Рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Программные средства для обработки биомедицинских данных» для направления подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии».

Учебно-методическое издание

ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ОБРАБОТКИ БИОМЕДИЦИНСКИХ ДАННЫХ

Ответственный за выпуск

С. С. Сергеев

Технический редактор

С. Н. Красовская

Компьютерная верстка

Е. С. Лустенкова

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:

Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2017



Содержание

| | |
|--|----|
| 1 Построение модели системы спектрального анализа биомедицинских сигналов..... | 4 |
| 2 Исследование свойств спектральной плотности мощности с использованием выборки модельных сигналов и реальных записей электрокардосигнала..... | 9 |
| 3 Построение модели системы корреляционного анализа биомедицинских сигналов..... | 11 |
| 4 Исследование свойств функции автокорреляции на примере выборки модельных сигналов и реальных записей электрокардосигнала... | 13 |
| 5 Исследование методов сплайн-интерполяции на примере воспроизведения кривых по экспериментальным данным..... | 15 |
| Список литературы..... | 17 |

1 Построение модели системы спектрального анализа биомедицинских сигналов

Цель работы

Изучить дискретное и быстрое преобразование Фурье (БПФ), написать программу для спектрального анализа.

Провести спектральный анализ заданных биомедицинских сигналов.

1.1 Основные теоретические положения

Преобразование Фурье – операция, сопоставляющая одной функции вещественной переменной другую функцию вещественной переменной. Эта новая функция описывает коэффициенты («амплитуды») при разложении исходной функции на элементарные составляющие – гармонические колебания с разными частотами.

Существуют два способа представления сигнала – один из них основан на математическом представлении сигнала как функции времени $x = f(t)$, где независимая переменная t – время, и второй в виде $X = F(\omega)$, где независимая переменная ω – частота. При **преобразовании Фурье** происходит преобразование из одной формы представления сигнала в другую. Если сигнал имеет аналоговый вид – представляет собой непрерывную функцию, определенную на бесконечном промежутке времени, то преобразование Фурье производится по известным формулам. (Первая формула для прямого преобразования Фурье, вторая – для обратного):

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} dt; \quad (1.1)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega. \quad (1.2)$$

Для дискретного сигнала, представляющего собой решетчатую функцию и, как правило, определенного на конечном промежутке времени (времени измерения), преобразование Фурье принимает вид так называемого дискретного преобразования Фурье (ДПФ):

$$X(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) \cdot e^{-i2\pi nk/N} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) \cdot W^{nk}; \quad (1.3)$$

$$x(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{i2\pi nk/N} = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot W^{nk}, \quad (1.4)$$

где T – период дискретизации;

n – номер отсчета дискретизированного сигнала, $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$;

k – номер гармоники сигнала, $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$, частота гармоник равна $k/T_{\text{изм}}$, где $T_{\text{изм}}$ – период измерения;

W – вспомогательная функция.

Недостатком данного алгоритма является большой объем повторяющихся вычислений вспомогательных функций W^{mk} при различных комбинациях n и k . Устранение этих избыточных операций приводит к так называемому алгоритму быстрого преобразования Фурье, который обычно и используется.

Быстрым преобразованием Фурье (БПФ) называют набор алгоритмов, реализация которых приводит к существенному уменьшению вычислительной сложности ДПФ. Основная идея БПФ состоит в том, чтобы разбить исходный N -отсчетный сигнал $x(n)$ на два более коротких сигнала, ДПФ которых могут быть скомбинированы таким образом, чтобы получить ДПФ исходного N -отсчетного сигнала.

Так, если исходный N -отсчетный сигнал разбить на два $N/2$ -отсчетных сигнала, то для вычисления ДПФ каждого из них потребуется около $(N/2)^2$ комплексных умножений. Тогда для вычисления искомого N -отсчетного ДПФ потребуется порядка $2(N/2)^2 = N^2/2$ комплексных умножений, т. е. вдвое меньше по сравнению с прямым вычислением. Операцию разбиения можно повторить, вычисляя вместо $N/2$ -отсчетного ДПФ два $N/4$ -отсчетных ДПФ и сокращая тем самым объем вычислений еще в два раза. Выигрыш в два раза является приблизительным, поскольку не учитывается, каким образом из ДПФ меньшего размера образуется искомое N -отсчетное ДПФ.

Существует большое количество алгоритмов БПФ. Однако все они являются частными случаями единого алгоритма, базирующегося на задаче разбиения одного массива чисел на два. Тот факт, что это можно сделать более чем одним способом, определяет многообразие алгоритмов БПФ.

Рассмотрим алгоритм БПФ с прореживанием по времени.

Пусть задан N -отсчетный дискретный сигнал $x(n)$. Примем, что N равно степени двойки. Если это не так, то всегда можно легко дополнить заданный сигнал нулевыми отсчетами до количества отсчетов, равного ближайшей степени двойки.

Разобьем исходный сигнал $x(n)$ на два $N/2$ -отсчетных сигнала $x_1(n)$ и $x_2(n)$, составленных соответственно из четных и нечетных отсчетов исходного сигнала $x(n)$:

$$x_1(n) = x(2n);$$

$$x_2(n) = x(2n + 1), \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (1.5)$$

N -точечное ДПФ сигнала $x(n)$ можно записать как

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n) \cdot W_N^{nk} + \sum_{n=0}^{N-1} x_2(n) \cdot W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) \cdot W_N^{nk} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) \cdot W_N^{(2n+1)k}. \quad (1.6)$$

С учетом того, что

$$W_N^2 = \left[e^{-i(2n/N)} \right]^2 = e^{-i(2\pi/N/2)} = W_{N/2}, \quad (1.7)$$

можно записать

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) W_{N/2}^{nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) W_{N/2}^{nk} \quad (1.8)$$

или

$$X(k) = X_1(k) + W_N^k X_2(k), \quad (1.9)$$

где $X_1(k)$ и $X_2(k)$ – $N/2$ -отсчетные ДПФ сигналов $x_1(n)$ и $x_2(n)$ соответственно.

Таким образом N -точечное ДПФ $X(k)$ может быть разложено на два $N/2$ -точечных ДПФ, результаты которых объединяются согласно (1.9).

Если бы $N/2$ -точечные ДПФ вычислялись прямым способом, то для вычисления N -точечного ДПФ потребовалось бы $(N^2/2+N)$ комплексных умножений. При больших N (когда $N^2/2 \gg N$) это позволяет сократить время вычислений на 50 %.

Поскольку $X(k)$ определено при $0 \leq k \leq N-1$, а $X_1(k)$ и $X_2(k)$ определены при $0 \leq k \leq N/2-1$, необходимо доопределить формулу (1.9) для $k \geq N/2$. Учитывая, что $X_1(k)$ и $X_2(k)$ – периодические функции с периодом $N/2$, можно записать

$$\begin{aligned} X\left(k + \frac{N}{2}\right) &= X_1\left(k + \frac{N}{2}\right) + W_N^{(k+N/2)} X_2\left(k + \frac{N}{2}\right) = \\ &= X_1(k) - W_N^k X_2(k), \end{aligned} \quad (1.10)$$

поскольку $W_{N/2} = e^{-i \frac{2\pi N}{N^2}} = -1$.

Поэтому окончательно для N -точечного ДПФ можно записать



$$X(k) = \begin{cases} X_1(k) + W_N^k X_2(k), & 0 \leq k \leq N/2 - 1; \\ X_1(k - N/2) + W_N^k X_2(k - N/2), & N/2 \leq k \leq N - 1. \end{cases} \quad (1.11)$$

На рисунке 1.1 представлена последовательность операций при выполнении восьмиточечного ДПФ с использованием двух четырехточечных ДПФ.

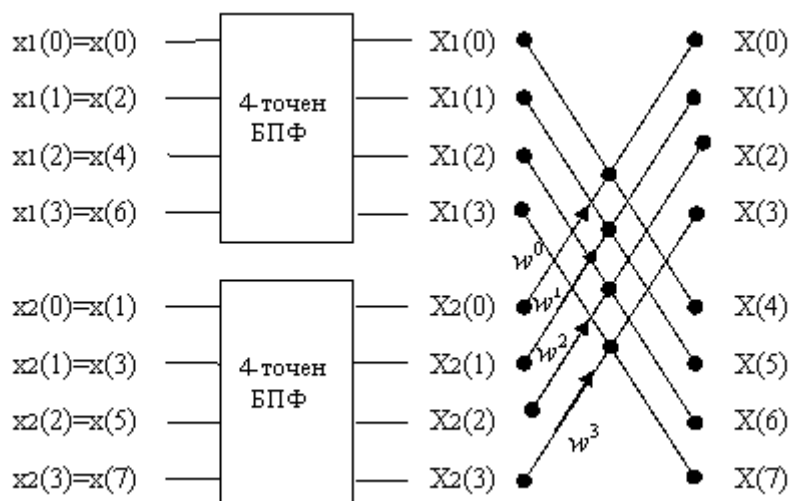


Рисунок 1.1 – Последовательность операций при выполнении восьмиточечного ДПФ с использованием двух четырехточечных ДПФ

Сначала входной сигнал $x(n)$ разбивается на два сигнала $x_1(n)$ и $x_2(n)$, составленных соответственно из четных и нечетных отсчетов $x(n)$. После этого рассчитывается ДПФ $X_1(k)$ и $X_2(k)$. Затем в соответствии с (1.11) получается $X(k)$.

Рассмотренная схема вычислений может быть использована и для расчета $N/2$ -точечных ДПФ. В соответствии с этим каждый из сигналов $x_1(n)$ и $x_2(n)$ разбиваются на последовательности, состоящие из четных и нечетных отсчетов родительских сигналов. Аналогично $N/2$ -точечные ДПФ могут быть записаны как комбинации двух $N/4$ -точечных ДПФ:

$$X_1(k) = \begin{cases} X_3(k) + W_{N/2}^k X_4(k), & 0 \leq k \leq N/4 - 1; \\ X_3(k - N/4) + W_{N/2}^k X_4(k - N/4), & N/4 \leq k \leq N/2 - 1. \end{cases} \quad (1.12)$$

С учетом того, что $W_{N/2}^k = W_N^{2k}$ можно записать

$$X_1(k) = \begin{cases} X_3(k) + W_N^{2k} X_4(k), & 0 \leq k \leq N/4 - 1; \\ X_3(k - N/4) + W_N^{2k} X_4(k - N/4), & N/4 \leq k \leq N/2 - 1. \end{cases} \quad (1.13)$$

На рисунке 1.2 представлена последовательность операций при выполнении восьмиточечного ДПФ с использованием двух четырехточечных ДПФ и четырех двухточечных ДПФ.

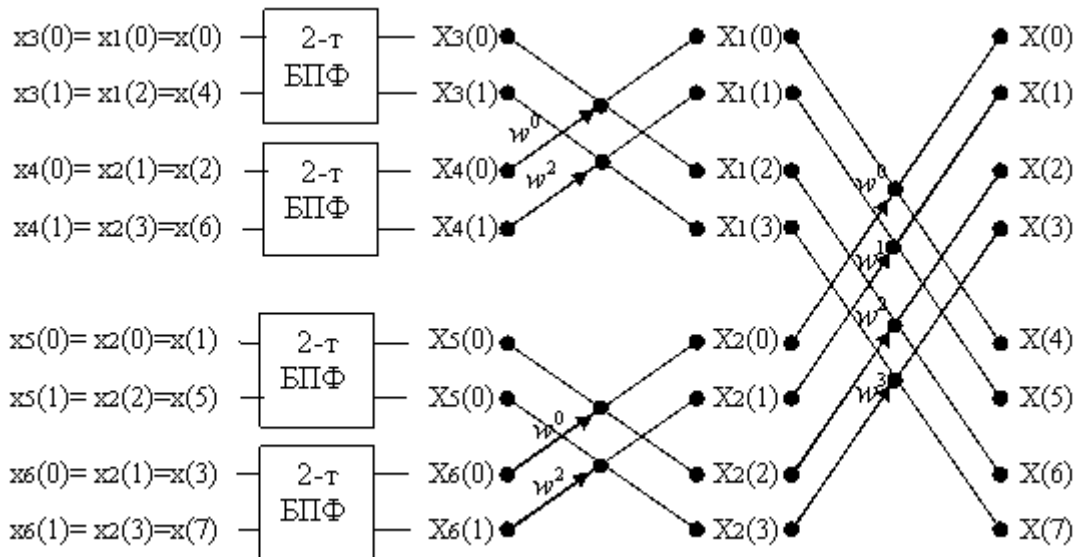


Рисунок 1.2 – Последовательность операций при выполнении восьмиточечного ДПФ с использованием двух четырехточечных ДПФ и четырех двухточечных ДПФ

Таким образом, процесс уменьшения размера ДПФ может быть продолжен, пока не останутся только двухточечные ДПФ, которые могут быть рассчитаны без операции умножения.

Спектральный анализ позволяет производить оценку изменения амплитудно-частотных характеристик определенного участка кардиосигнала. В совокупности с другими диагностическими признаками спектральный анализ позволяет достичь высокой чувствительности в выявлении ишемической болезни сердца. У больных отмечается смещение пиков зубца Р в высокочастотный диапазон с одновременным увеличением их числа. В карте комплекса QRS у больных увеличивается число пиков в среднечастотном и особенно в высокочастотном диапазонах.

1.2 Порядок выполнения работы

1 Изучить информацию о дискретном и быстром преобразовании Фурье и применении спектрального анализа для оценки биомедицинской информации.

2 Написать программу для пакета прикладных программ MATLAB, которая будет реализовывать быстрое преобразование Фурье.

3 Провести спектральный анализ биомедицинских данных по заданию преподавателя, сделать выводы.

1.3 Содержание отчета

- 1 Цель работы.
- 2 Задание на разработку программы для быстрого преобразования Фурье.
- 3 Программа быстрого преобразования Фурье для пакета прикладных программ MATLAB.
- 4 Результат анализа Фурье для данных, заданных преподавателем.
- 5 Выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое дискретное преобразование Фурье?
- 2 Что такое быстрое преобразование Фурье?
- 3 Для каких целей можно использовать в медицине преобразование Фурье?

2 Исследование свойств спектральной плотности мощности с использованием выборки модельных сигналов и реальных записей электрокардосигнала

Цель работы

Изучить возможность использования спектральной характеристики ЭКГ сигналограммы для оценки свойств.

2.1 Основные теоретические положения

Спектральный анализ хорошо приложим к ритмограмме, которую можно рассматривать как периодическую кривую, образованную наложением друг на друга как относительно высокочастотных, так и низкочастотных колебаний.

Спектральный анализ основан на положениях теории колебаний, согласно которым любая периодически повторяющаяся кривая сложного вида может быть представлена как ряд простейших синусоидальных колебаний, т. е. так называемым «рядом Фурье». Эти простейшие колебания имеют разную частоту (число колебаний в какую-либо единицу времени; одно колебание в секунду – это 1 герц) или период (длительность одного колебания в секундах, минутах, часах и т. д.). Как известно, соотношения между частотой и периодом обратные: частота колебания = $1 / \text{период колебания}$ или период колебания = $1 / \text{частота колебания}$.

Важнейшей характеристикой простейшего колебания является его амплитуда, или мощность. Чем она выше, тем больше его вклад в основную кривую. Поэтому при Фурье-анализе принято прежде всего выделять простейшие колебания, имеющие наибольшие амплитуды (мощности), и их отношения. Возможно также изучение величин амплитуд (мощностей нескольких простейших колебаний) в определенных заранее диапазонах частот.

На спектрограммах – графиках, отражающих зависимости амплитуды колебаний (в условных единицах) от периода колебаний (в секундах), выделяют три типа волн: дыхательные, медленные волны первого и второго порядков. К дыхательным волнам относят волны, имеющие периоды колебаний от 1 до 10 с, к медленным волнам первого порядка – с периодами от 10 до 30 с, второго порядка – с периодами более 30 с. На графиках спектра вертикальными линиями выделены зоны, относящиеся к этим волнам: правая для волн 1–10 с; средняя – 10–30 с; левая – более 30 с.

Считается, что волны с колебаниями от 1 до 10 с отражают активность парасимпатического отдела вегетативной нервной системы, а волны с периодами более 10 с – симпатического и различных подкорковых образований. При этом чем длиннее период колебания основной волны ритмограммы, тем более сильными являются симпатические регулирующие влияния на синусовый узел. В связи с этим фактические данные можно интерпретировать таким образом. У здоровых людей наблюдается преобладание дыхательных волн (мощность их составила 56 %), что свидетельствует в пользу выраженной парасимпатической активности.

Симпатические же влияния у них менее выражены (мощность медленных волн первого порядка – 27 %, второго – 17 %). В отличие от этого у больных ИБС дыхательные волны практически отсутствуют: их мощность составляет 3 %. Это может означать, что парасимпатическая активность у больного минимальна. В то же время выраженность мощностей волн первого (6 %) и особенно второго порядка (91 %) может говорить о существенном превалировании симпатической активности.

Таким образом, изучение данных спектрального анализа помогает количественно оценивать уровень пара- и симпатических влияний у обследуемого человека. Особенно важно это для наблюдений в динамике.

Следует, однако, указать и на определенные ограничения спектрального анализа. Они связаны с необходимостью использования ритмограмм у пациентов, находящихся только в стационарных состояниях, а не при переходных процессах. Кроме того, точность анализа повышается при использовании значительных выборок RR-интервалов (от 100 до 500 и более).

2.2 Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретические возможности использования спектрального анализа для изучения записи электрокардиосигнала.

2 Проанализировать заданные кардиограммы и определить заболевания.

3 Использовать программу для спектрального анализа (MATLAB), написанную в предыдущей лабораторной работе, для изучения ритмограммы по заданию преподавателя, сравнить частотные характеристики для здорового сердца и для больного.

4 На основании полученных данных внести изменения в программу, чтобы она могла автоматически определить данное заболевание. Сделать выводы.

2.3 Содержание отчета

- 1 Цель работы.
- 2 Задание к проведению анализа кардиограмм (набор различных кардиограмм).
- 3 Анализ заданных кардиограмм.
- 4 Фурье-анализ кардиограмм больного и здорового сердца.
- 5 Программа Фурье-анализа с внесенными изменениями для распознавания заболевания.
- 6 Выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое спектральный анализ?
- 2 Как спектральный анализ используется для оценки ЭКГ?
- 3 Какие есть особенности использования спектрального анализа для оценки ритмограмм?
- 4 Как по спектрограмме кардиограммы обнаружить болезни?

3 Построение модели системы корреляционного анализа биомедицинских сигналов

Цель работы

Изучить методы корреляционного анализа биомедицинских данных.
Проанализировать заданные медицинские данные.

3.1 Основные теоретические положения

При изучении общественного здоровья и здравоохранения в научных и практических целях исследователю часто приходится проводить статистический анализ связей между факторными и результативными признаками статистической совокупности (причинно-следственная связь) или определение зависимости параллельных изменений нескольких признаков этой совокупности от какой-либо третьей величины (от общей их причины). Необходимо уметь изучать особенности этой связи, определять ее размеры и направление, а также оценивать ее достоверность. Для этого используются методы корреляции.

Различают два вида количественных связей между признаками:

- 1) функциональная связь;
- 2) корреляционная связь.

Функциональная связь – такой вид соотношения между двумя признаками, когда каждому значению одного из них соответствует строго определенное значение другого (площадь круга зависит от радиуса круга и т. д.). Функциональная связь характерна для физико-математических процессов.

Корреляционная связь – такая связь, при которой каждому определенному

значению одного признака соответствует несколько значений другого взаимосвязанного с ним признака (связь между ростом и массой тела человека; связь между температурой тела и частотой пульса и др.). Корреляционная связь характерна для медико-биологических процессов.

Практическое значение в медицине имеет выявление причинно-следственной связи между факторными и результативными признаками (при оценке физического развития, для определения связи между условиями труда, быта и состоянием здоровья, при определении зависимости частоты случаев болезни от возраста, стажа, наличия производственных вредностей и др.), определение зависимости параллельных изменений нескольких признаков от какой-то третьей величины. Например, под воздействием высокой температуры в цехе происходят изменения кровяного давления, вязкости крови, частоты пульса и др.

Величиной, характеризующей направление и силу связи между признаками, является коэффициент корреляции. Он может изменяться от нуля до ± 1 . Сила связи бывает сильная (от $\pm 0,7$ до ± 1), средняя (от $\pm 0,3$ до $\pm 0,699$) и слабая (от 0 до $\pm 0,299$). Корреляционную связь можно представить в виде диаграммы рассеяния.

Для определения коэффициента корреляции достаточно часто используются метод квадратов (метод Пирсона) и ранговый метод (метод Спирмена). При этом оцениваемые совокупности должны удовлетворять следующим требованиям:

- число наблюдений более 30;
- для вычисления коэффициентов корреляции используются не сгруппированные вариационные ряды (метод квадратов);
- совокупности должны обладать достаточной однородностью.

Коэффициент корреляции Пирсона определяется по формуле

$$R_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x) \cdot (y_i - M_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2 \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - M_y)^2}}, \quad (3.1)$$

где M_x и M_y – математическое ожидание.

$$M_x = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}. \quad (3.2)$$

Например, при помощи критерия корреляции Пирсона можно ответить на вопрос о наличии связи между температурой тела и содержанием лейкоцитов в крови при острых респираторных инфекциях, между ростом и весом пациента, между содержанием в питьевой воде фтора и заболеваемостью населения кариесом.

Коэффициент корреляции Спирмена определяется по формуле:



$$\rho = 1 - \frac{6}{n \cdot (n-1) \cdot (n+1)} \cdot \sum_{i=1}^N (R_i - S_i)^2, \quad (3.3)$$

где R_i – ранг наблюдения x_i в ряду x ;
 S_i – ранг наблюдения y_i в ряду y .

3.2 Порядок выполнения работы

1 Изучить используемые в медицине статистические методы исследования взаимосвязи между явлениями.

2 Написать программу на MATLAB для определения корреляционной связи между заданными выборками (метод определения коэффициента корреляции по заданию преподавателя).

3 Проанализировать выданные преподавателем медицинские данные, сделать выводы.

3.3 Содержание отчета

1 Цель работы.

2 Задание к проведению корреляционного анализа биомедицинских данных.

3 Программа для корреляционного анализа биомедицинских данных на MATLAB.

4 Результат корреляционного анализа.

5 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Что такое корреляционный анализ?

2 Какие методы применяются для корреляционного анализа?

3 Для чего применяется корреляционный анализ в медицине? Привести примеры.

4 Исследование свойств функции автокорреляции на примере выборки модельных сигналов и реальных записей электрокардосигнала

Цель работы

Изучить использование автокорреляционной функции для анализа записей ЭКГ.

4.1 Основные теоретические положения

Автокорреляционная функция – это характеристика сигнала, которая помогает находить повторяющиеся участки сигнала или определять несущую

частоту сигнала, скрытую из-за наложений шума и колебаний на других частотах. Автокорреляционная функция часто используется в обработке сигналов и анализе временных рядов.

В статистике автокорреляция случайного процесса описывает корреляцию между значениями процесса в различные моменты времени. Пусть X_t – значение случайного процесса в момент времени t (t может быть вещественным, если процесс непрерывный, или целым, если процесс дискретный). Если X_t имеет среднее значение μ_t и дисперсию σ_t^2 , то автокорреляция X_t определяется следующим образом:

$$R(t, s) = \frac{E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)]}{\sigma_t \sigma_s},$$

где E – это математическое ожидание. Заметим, что это определение не всегда корректно, так как знаменатель дроби может обращаться в нуль (для процессов-констант) или в бесконечность. Если же это выражение корректно, то его значение лежит в интервале $[-1, 1]$, причем 1 оно принимает в случае полного совпадения, а 0 – в случае, если корреляции не наблюдается.

Для дискретного процесса длиной n с известными математическим ожиданием и дисперсией автокорреляцию можно рассчитывать по следующей формуле:

$$R(k) = \frac{1}{(n-k) \cdot \sigma^2} \sum_{t=1}^{n-k} [X_t - \mu][X_{t+k} - \mu]$$

для любых положительных целых k и n .

График автокорреляций выборки в зависимости от сдвига называется коррелограммой.

4.2 Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретические сведения об автокорреляционной функции и ее использовании в медицине.

2 Написать программу на MATLAB для анализа ритмограмм с использованием автокорреляционной функции.

3 Провести анализ ЭКГ данных по заданию преподавателя. Сделать выводы.

4.3 Содержание отчета

1 Цель работы.

2 Задание на проведение автокорреляционного анализа биомедицинских данных.

3 Программа для автокорреляционного анализа биомедицинских данных на MATLAB.



4 Результат автокорреляционного анализа.

5 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Что такое автокорреляционная функция?

2 Для чего используется автокорреляционная функция при анализе ритмограмм?

5 Исследование методов сплайн-интерполяции на примере воспроизведения кривых по экспериментальным данным

Цель работы

Изучить использование сплайн-интерполяции для анализа биомедицинских данных

5.1 Общие сведения

Пусть у Вас имеются значения функции, измеренные в нескольких точках, возникает задача, как найти значения функции в промежуточных точках.

Такая задача называется задачей *интерполяции* и часто возникает на практике.

Например, в ходе медицинских исследований исследователь замеряет концентрацию вещества в крови исследуемого через определенные промежутки времени и ему известно, что концентрация находится в некоторой зависимости от времени.

Исследователя интересует вопрос, какова была концентрация заданного вещества в любой из моментов в промежутках между взятием анализов. Для того чтобы ответить на этот вопрос, строится интерполяционная кривая, которая помогает «восстановить» информацию о концентрации вещества на всем временном промежутке от первого до последнего анализа.

Перед нами стоит задача наиболее точно определить вид этой функции по заданным значениям. Один из возможных подходов – прибегнуть к интерполяции сплайнами.

Сплайн – функция, которая вместе с несколькими производными непрерывна на всем заданном отрезке $[a, b]$, а на каждом частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ в отдельности является некоторым алгебраическим многочленом.

Степенью сплайна называется максимальная по всем частичным отрезкам степень многочленов, а дефектом сплайна – разность между степенью сплайна и порядком наивысшей непрерывной на $[a, b]$ производной. Например, непрерывная ломаная является сплайном степени 1 с дефектом 1 (т. к. сама функция – непрерывна, а первая производная уже разрывна).

На практике наиболее часто используются *кубические* сплайны $S_3(x)$ –

сплайны третьей степени с непрерывной, по крайней мере, первой производной. При этом величина $m_i = S'_3(x_i)$, называется наклоном сплайна в точке (узле) x_i .

Разобьём отрезок $[a, b]$ на N равных отрезков $[x_i, x_{i+1}]$, где $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \dots, N-1$, $x_N = b$, $h = (b-a)/N$.

Если в узлах x_i, x_{i+1} заданы значения f_i, f_{i+1} , которые принимает кубический сплайн, то на частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ он принимает вид:

$$S_3(x) = \frac{(x_{i+1} - x)^2 (2 \cdot (x - x_i) + h)}{h^3} f_i + \frac{(x - x_i)^2 (2 \cdot (x_{i+1} - x) + h)}{h^3} f_{i+1} + \frac{(x_{i+1} - x)^2 (x - x_i)}{h^2} m_i + \frac{(x - x_i)^2 (x - x_{i+1})}{h^2} m_{i+1} \quad (5.1)$$

Это легко проверить, рассчитав $S_3(x)$ и $S'_3(x)$ в точках x_i, x_{i+1} .

Можно доказать, что если многочлен третьей степени принимает в точках x_i, x_{i+1} значения f_i, f_{i+1} и имеет в этих точках производные, соответственно, m_i, m_{i+1} , то он совпадает с многочленом (5.1).

Таким образом, для того, чтобы задать кубический сплайн на отрезке, необходимо задать значения f_i, m_i $i = 0, 1, \dots, N$ в $N+1$ в узле x_i .

Кубический сплайн, принимающий в узлах те же значения f_i , что и некоторая функция, называется *интерполяционным* и служит для аппроксимации функции f на отрезке $[a, b]$ вместе с несколькими производными.

5.2 Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретические сведения о сплайн-интерполяции.

2 Написать программу для сплайн-интерполяции.

3 Получить промежуточные данные для медицинских данных, выданных преподавателем. Сделать выводы.

5.3 Содержание отчета

1 Цель работы.

2 Задание на интерполяцию заданных преподавателем биомедицинских данных.

3 Программа для интерполяции биомедицинских данных на MATLAB.

4 Результат интерполяции.

5 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Что такое сплайн-интерполяция?

2 Для чего используется сплайн-интерполяция при анализе биомедицинских данных?

Список литературы

1 **Сато, Ю.** Обработка сигналов. Первое знакомство / Ю. Сато; под ред. Ё. Амэмия. – Москва: Додэка-XXI, 2010. – 173 с.

2 Сато, Ю. Без паники! Цифровая обработка сигналов: пер. с яп. / Ю. Сато. – Москва: Додэка-XXI, 2010. – 176 с.

3 Лекция № 12. Быстрое преобразование Фурье [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ets.ifmo.ru/denisov/dsp/lec12.htm>. – Дата доступа: 12.09.2017.

4 **Зудбинов, Ю. И.** Азбука ЭКГ / Ю. И. Зудбинов. –3-е изд. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. – 160 с.

5 Критерий корреляции Пирсона [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://medstatistic.ru/theory/pirson.html>. – Дата доступа: 12.09.2017.