

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

УДК 534.86

В. И. Борисов, С. С. Сергеев, В. А. Новиков, Е. Н. Прокопенко

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ АКТИВНЫХ КОНЦЕНТРАТОРОВ НА ОСНОВЕ ПЬЕЗОПЛАСТИН В ВИДЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

UDC 534.86

V. I. Borisov, S. S. Sergeev, V. A. Novikov, E. N. Prokopenko

ACOUSTIC FIELD OF RADIATION OF ACTIVE CONCENTRATORS BASED ON PIEZOELECTRIC PLATES IN THE FORM OF SURFACES OF SECOND ORDER

Аннотация

Методом численного анализа рассчитано акустическое поле излучения фокусирующих акустических преобразователей на основе круглых пьезопластин в виде сегментов поверхностей сферы, параболоида, гиперboloида и эллипсоида вращения. Показано, что наиболее эффективным концентратором акустической энергии в фокусе является пьезопластина в виде параболоида вращения. Акустические поля пьезопреобразователей на основе параболоидных и сферических пьезопластин имеют схожие закономерности, заметно отличающиеся от закономерностей акустических полей, формируемых пьезопластинами в виде эллипсоида и гиперboloида вращений, которые излучают почти идентичные акустические поля.

Ключевые слова:

акустическое поле, активный концентратор, пьезопластина, сфера, акустическая ось, параболоид вращения, гиперboloид вращения, эллипсоид вращения, ближняя зона, дальняя зона, акустическая волна, акустическое давление, фокальная плоскость, фокус.

Abstract

Numerical analysis was used to calculate the acoustic field of radiation of focusing acoustic transducers based on circular piezoelectric plates in the form of segments of surfaces of a sphere, a paraboloid, a hyperboloid and an ellipsoid of revolution. It is shown that the piezoceramic plate in the form of a paraboloid of revolution is the most efficient concentrator of acoustic energy in the focus. The acoustic field of transducers based on paraboloid and spherical piezoceramic plates have similar structures, which differ markedly from the acoustic fields formed by piezoceramic plates in the form of an ellipsoid and a hyperboloid of rotation, which emit virtually identical acoustic fields.

Key words:

acoustic field, active concentrator, piezoelectric plate, sphere, acoustic axis, paraboloid of revolution, hyperboloid of rotation, ellipsoid of rotation, near zone, far zone, acoustic wave, acoustic pressure focal plane, focus.

Фокусирующие пьезопреобразователи (ПЭП) применяются для повышения чувствительности и разрешающей способности неразрушающего акустического контроля. Так как акустическое поле ПЭП формируется в результате

интерференции когерентных акустических волн, то, кроме основных максимумов, оно содержит ряд дополнительных, которые могут влиять на эффективность работы ПЭП.

Аналитическое решение при рас-



чете акустического поля фокусирующих ПЭП удастся получить лишь для точек, расположенных на акустической оси пьезопластины в виде участка сферической поверхности (активного концентратора) [1, 2]. В [3, 4] численным методом проведен анализ особенностей акустического поля излучения прямоугольных и круглых плоских пьезопластин.

В предлагаемой работе приведены результаты анализа акустического поля излучения активных концентраторов на основе пьезопластин в виде сферы, параболоида, гиперболоида и эллипсоида вращения для непрерывного режима возбуждения акустических волн. Расчет акустического поля проводился способом, изложенным в [3].

Расчетная схема ПЭП в виде вогнутой пьезопластины круглой формы площадью S приведена на рис. 1.

Результирующая величина давления в точке A с координатами X, Y, z будет пропорциональна следующему интегралу:

$$P(X, Y, z) = \int_s \frac{P_0}{R} \cos \varphi (\cos(\omega t - kR)) dS = \int_s \frac{P_0}{R} \cos \varphi \left(\cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} R \right) \right) dS, \quad (1)$$

где R – расстояние от точечного излучателя площадью dS , расположенного в точке с координатами x, y, z_0 , до точки A ; k – модуль волнового вектора (волновое число), $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ – длина волны в материале среды, где распространяется акустическая волна.

В выражении (1) считаем, что от элементарного излучателя площадью dS излучается сферическая акустическая волна, что соответствует физической действительности, если размер площадки значительно меньше расстояния от площадки до рассматриваемой точки. Для более реального представления вклада волны, излучаемой элементар-

ным излучателем в рассматриваемой точке пространства A , вводится коэффициент $\cos \varphi$, который учитывает наклон элементарной площадки к направлению на рассматриваемую точку [2]. Этот коэффициент можно рассчитать по формуле для косинуса угла между двумя векторами \vec{R}_1 и \vec{R} [5].

Каноническое уравнение окружности радиусом R_0 , образующей рассматриваемую сферическую поверхность путем ее вращения вокруг оси z , в приведенной на рис. 1 системе координат имеет вид:

$$(z - R_0)^2 + x^2 = R_0^2. \quad (2)$$

Считаем, что параболоид, определяющий форму параболоидного пьезопреобразователя, образован вращением параболы вокруг оси z , уравнение которой можно записать в виде

$$2pz = x^2, \quad (3)$$

где p – параметр параболы, определяющий ее кривизну.

Пьезопластина в виде участка гиперболоида вращения образуется вращением вокруг оси z гиперболы, каноническое уравнение которой в приведенной на рис. 1 системе координат имеет вид:

$$\frac{(z + a)^2}{a^2} = \frac{x^2}{b^2} + 1, \quad (4)$$

где a, b – параметры гиперболы, определяющие его кривизну.

Пьезопластина в виде участка эллипсоида вращения образуется вращением эллипса вокруг оси z , каноническое уравнение которого в приведенной на рис. 1 системе координат записывается как

$$\frac{(z - a)^2}{a^2} = -\frac{x^2}{b^2} + 1, \quad (5)$$

где a, b – параметры эллипса, опреде-

ляющие ее кривизну.

Схема расчета акустического поля

излучения для всех видов рассматриваемых пьезопластин одинакова.

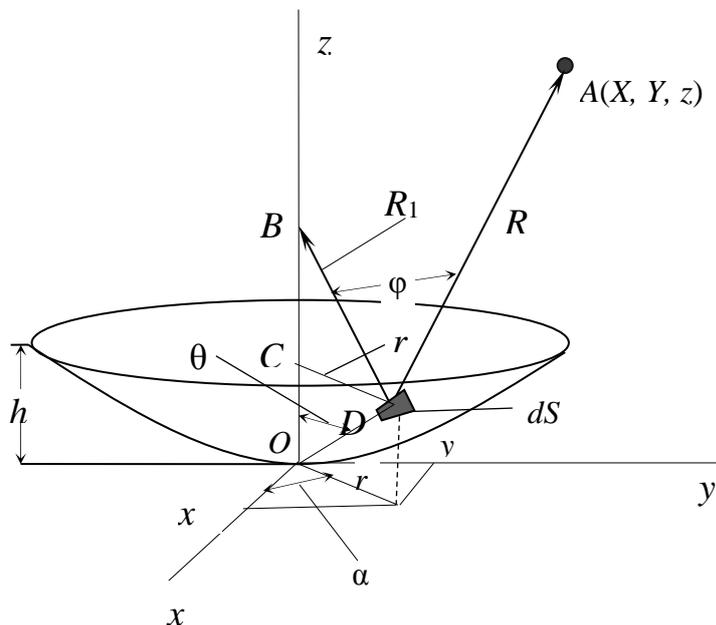


Рис. 1. Схема для расчета акустического поля активного концентратора

В соответствии с рис. 1 для пьезопластин рассматриваемых форм векторы, которые описывают параметры рас-

четной схемы акустического поля в декартовой системе координат, выражаются следующим образом:

$$\vec{R}_1 = -x\vec{i} - y\vec{j} + (OB - CO)\vec{k}; \quad (6)$$

$$\vec{R} = (X - x)\vec{i} + (Y - y)\vec{j} + (z - CO)\vec{k}. \quad (7)$$

Тогда

$$\cos \varphi = \frac{-(X - x)x - (Y - y)y + (OB - CO)(z - CO)}{R_1 \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (z - CO)^2}}. \quad (8)$$

Расчет интеграла (1) осуществим путем численного интегрирования, про-

водя замену интеграла суммой.

$$\begin{aligned} P(X, Y, z) &= \int_s \frac{P_0}{R} \cos \varphi \left(\cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} R \right) \right) dS = \\ &= \sum_s \frac{P_0}{R} \cos \varphi \left(\cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} R \right) \right) \Delta S. \end{aligned} \quad (9)$$



Для вычисления этой суммы удобно применять сферическую систему координат, в которой площадь элементарной площадки на поверхности излучателя равна $\Delta S = OD^2 \sin \theta d\theta d\alpha$, где θ – полярный угол, отсчитываемый от оси Oz до направления на рассматриваемую точку, α – азимутальный угол, отсчитываемый от оси Ox до проекции отрезка CD на плоскость xoy . Вычисление этой суммы проводится следующим образом. Вся поверхность пьезопластины разбивается на N элементарных пло-

щадок площадью $\Delta S = OD^2 \sin \theta \Delta \theta \Delta \alpha$. Число элементарных площадок выбирается таким образом, чтобы расстояние от соседних площадок до рассматриваемой точки A было значительно меньше длины акустической волны в материале среды, в которой она распространяется.

После разделения временных и пространственных координат в соответствии с [3] для искомой суммы получим выражение

$$P(X, Y, z) = P_0 \Delta \theta \Delta \alpha \sqrt{\left(\sum_0^N \frac{OD^2 \sin \theta}{R} \cos \varphi \cos \frac{2\pi}{\lambda} R \right)^2 + \left(\sum_0^N \frac{OD^2 \sin \theta}{R} \cos \varphi \sin \frac{2\pi}{\lambda} R \right)^2}, \quad (10)$$

которое пропорционально величине акустического давления в точке A .

$$\sin \theta = \frac{CD}{OD}. \quad (11)$$

Выражение (10) позволяет определить амплитуду давления P (в относительных единицах) акустической волны, генерируемой пьезопластиной в виде поверхности вращения второго порядка в любой точке полупространства, если для каждой формы пьезопластины на основании канонических уравнений (2)–(5) записать выражения для отрезков R_1 , CO , OD , CD , OB .

Например, на рис. 2 приведено распределение давления P на разном расстоянии z на оси круглых пьезопластин диаметром 10 мм в виде участка сферы радиусом кривизны 20 мм, участка параболоида вращения с $p = 12,5$ мм, участка гиперболоида вращения с параметрами $a = 32,5$ мм и $b = 20$ мм, эллипсоида вращения с полуосями $a = 31,5$ мм и $b = 20$ мм. Все пьезопластины имеют стрелку прогиба $h = 1$ мм. Расчеты проведены для непрерывного режима работы пьезопластин на резонансной частоте 5 МГц. Длина акустической волны считалась равной 0,3 мм, что соответствует нагружению

пьезопластин на воду.

Из приведенного (см. рис. 2) видно, что для всех типов пьезопластин наблюдается характерное деление акустического поля излучения на ближнюю зону, где наблюдается немонотонный характер давления акустических волн вдоль оси пьезопластины, и дальнюю зону с монотонным уменьшением давления при удалении от пьезопластины. Фокусное расстояние для пьезопластины в виде параболоида составляет 12,9 мм, в виде сферы – 18,6 мм; для гиперболоидной и эллипсоидной пластин фокусные расстояния почти одинаковы и примерно равны 47,6 мм. Видно, что наиболее резкая фокусировка наблюдается для пьезопластин в виде параболоида вращения и сферы. Так как в расчетах все пьезопластины разбиваются на одинаковое число элементарных площадок, то интенсивность акустической волны в фокальной точке для параболоидной пьезопластины больше по сравнению со сферической (см. рис. 2). Анализ распределения акустического давления в фокальных плоскостях для рассмотренных пьезопластин показал, что диаметр акустического пучка по уровню половинной амплитуды акустического давления в фокусе параболоидной пластины равен 0,5 мм, сфериче-



ской – 0,7 мм, гиперboloидной и эллипсоидной – 2 мм.

На рис. 3, где приведено распределение давления P на разном расстоянии z на оси круглых пьезопластин диамет-

ром 20 мм с вышеописанными параметрами, прослеживается характер изменения акустического поля излучения при изменении диаметра пьезопластины.

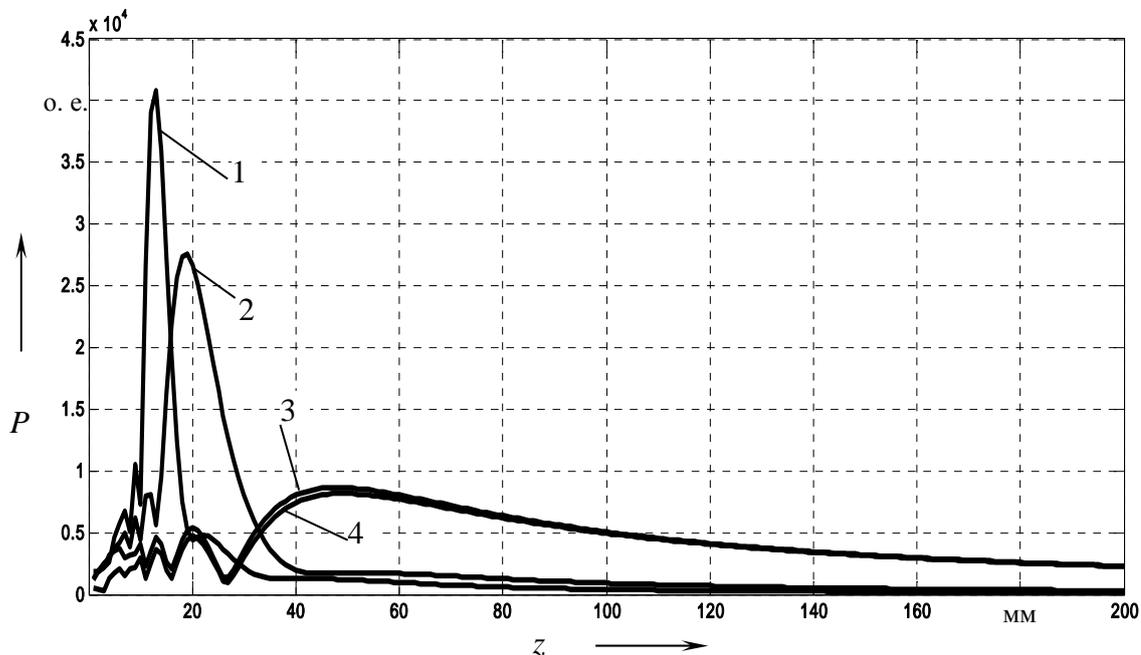


Рис. 2. Зависимость акустического давления вдоль оси круглых активных концентраторов с пьезопластинами диаметром 10 мм: 1 – пьезопластина в виде параболоида вращения; 2 – сферическая пьезопластина; 3 – пьезопластина в виде гиперboloида вращения; 4 – пластина в виде эллипсоида вращения

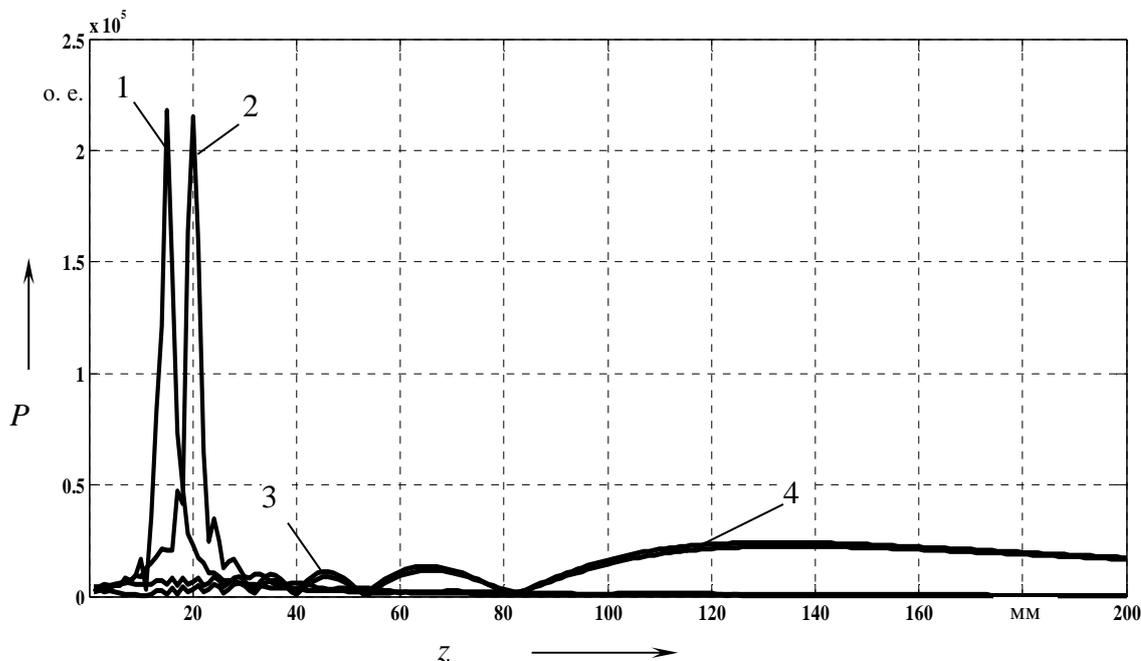


Рис. 3. Зависимость акустического давления вдоль оси круглых активных концентраторов с пьезопластинами диаметром 20 мм: 1 – пьезопластина в виде параболоида вращения; 2 – сферическая пьезопластина; 3 – пьезопластина в виде гиперboloида вращения; 4 – пластина в виде эллипсоида вращения



На рис. 3 видно изменение фокусного расстояния для разных пьезопластин. При этом для параболической и сферической пьезопластин оно увеличилось незначительно, а для гиперболической и эллипсоидной значительно. Так, для пьезопластины в виде параболического параболоида оно составляет 15 мм, в виде сферы – 20 мм; для гиперболической и эллипсоидной пластин фокусные расстояния почти одинаковы и примерно равны 130 мм. Увеличение диаметра пьезопластин приводит к изменению диаметра акустического пучка в фокальных плоскостях пьезопластин. Так, по уровню половинной амплитуды акустического давления в фокусе параболической пластины диаметр акустического пучка равен 0,26 мм, сферической – 0,37 мм,

гиперболической и эллипсоидной – 2,6 мм, т. е. для параболической и сферической пьезопластин фокусировка увеличилась, а для гиперболической и эллипсоидной – уменьшилась. Это связано с тем, что при увеличении диаметра пьезопластин до 20 мм стрелки прогиба для каждой пьезопластины уже имеют разное значение.

Характер изменения акустического поля излучения вдоль диаметра кругового сечения акустических пучков в плоскостях, перпендикулярных оси пьезопластин прослеживается на рис. 4 и 5. Нулевое значение горизонтальной координаты r (расстояние от оси пьезопластины) на этих рисунках соответствует центру акустического пучка, располагаемому на оси пьезопластины.

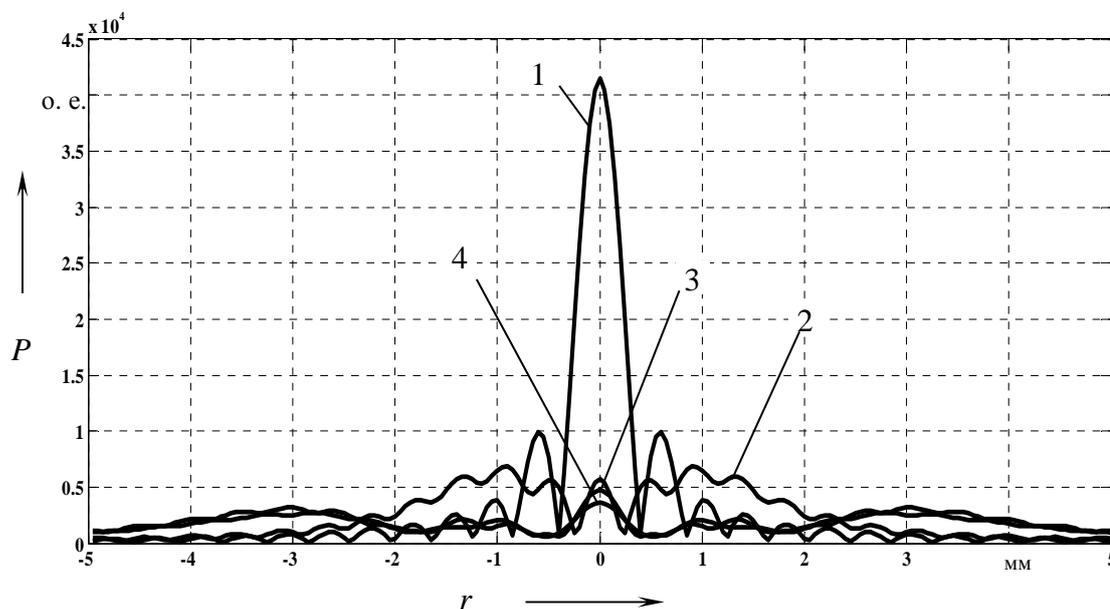


Рис. 4. Распределение акустического давления в поперечном сечении акустических пучков для круглых пьезопластин диаметром 10 мм в фокальной плоскости параболической пьезопластины: 1 – пьезопластина в виде параболического параболоида вращения; 2 – сферическая пьезопластина; 3 – пьезопластина в виде гиперболического параболоида вращения; 4 – пластина в виде эллипсоида вращения



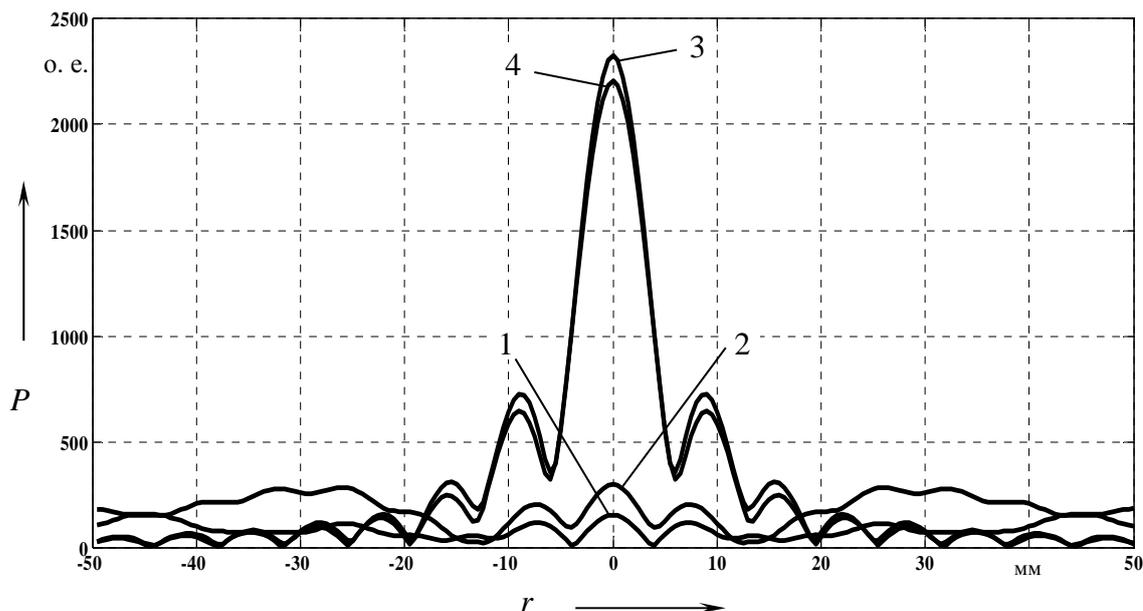


Рис. 5. Распределение акустического давления в поперечном сечении акустических пучков для круглых пьезопластин диаметром 10 мм в дальней зоне на расстоянии 200 мм от пьезопластин: 1 – пьезопластина в виде параболоида вращения; 2 – сферическая пьезопластина; 3 – пьезопластина в виде гиперboloида вращения; 4 – пластина в виде эллипсоида вращения

На рис. 4 приведено диаметральное распределение акустического давления круглых пьезопластин диаметром 10 мм в фокальной плоскости параболоидной пьезопластины. Как видно из рис. 4, акустическое поле для всех пьезопластин носит неоднородный осциллирующий характер в виде колец. При этом для параболоидной пьезопластины максимальное значение акустического давления реализуется на оси пьезопластины, для сферической – на расстоянии 0,9 мм от оси пьезопластины, для гиперboloидной и эллипсоидной – на расстоянии 3 мм от оси пьезопластины.

Проведенный анализ показал, что аналогичный характер носит акустическое поле излучения в фокальной плоскости других пьезопластин.

Характер акустического поля излучения фокусирующих пьезопреобразователей в дальней зоне можно оценить, рассмотрев рис. 5, на котором приведено диаметральное распределение акустического давления круглых пьезопластин диаметром 10 мм в плоскости, перпендикулярной оси пьезо-

пластин, на расстоянии $z = 200$ мм от пьезопластин.

Из рис. 5 видно, что в дальней зоне энергия акустической волны рассеивается по широкой области вокруг оси пьезопластин в виде неоднородного акустического пучка с примерно равными максимумами. Для гиперboloидной и эллипсоидной пьезопластин на оси наблюдаются максимумы, величина которых превышает максимальные значения для параболоидной и сферической пластин, что обусловлено для этих пьезопластин близким расположением фокальных плоскостей.

Таким образом, проведенные исследования активных концентраторов в виде участков сферы, параболоида, гиперboloида и эллипсоида вращения показали, что наиболее эффективным концентратором акустической энергии в фокусе является пьезопластина в виде параболоида вращения. Проведенный сравнительный анализ позволил установить, что акустические поля излучения фокусирующих пьезопреобразователей на основе параболоидных и сфериче-



ских пьезопластин имеют схожие структуры, заметно отличающиеся от структур акустических полей, формируемых пьезопластинами в виде эллип-

соида и гиперболоида вращений, которые излучают почти идентичные акустические поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ермолов, И. Н.** Неразрушающий контроль : в 5 кн. Кн. 2. Акустические методы контроля : практическое пособие / И. Н. Ермолов, Н. П. Алешин, А. И. Потапов ; под ред. В. В. Сухорукова. – Москва : Высшая школа, 1991. – 283 с.
2. Ультразвуковые пьезопреобразователи для неразрушающего контроля / Под ред. И. Н. Ермолова. – Москва : Машиностроение, 1986. – 280 с.
3. **Борисов, В. И.** Тонкая структура акустического поля излучения прямоугольных пьезопластин / В. И. Борисов, С. С. Сергеев, А. С. Никитин // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2014. – № 2. – С. 105–113.
4. **Борисов, В. И.** Тонкая структура акустического поля излучения пьезопреобразователей на основе круглых пьезопластин / В. И. Борисов, С. С. Сергеев, А. С. Никитин // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2015. – № 4. – С. 102–108.
5. **Воднев, В. Т.** Основные математические формулы : справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Минск : Вышэйшая школа, 1988. – 69 с.

Статья сдана в редакцию 3 января 2018 года

Василий Иванович Борисов, д-р физ.-мат. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-299-73-56-21.

Сергей Сергеевич Сергеев, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-22-52-12.

Владислав Анатольевич Новиков, студент, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-52-12

Елена Николаевна Прокопенко, ст. преподаватель, Белорусско-Российский университет.

Vasily Ivanovich Borisov, DSc (Physics and Mathematics), Prof., Belarusian-Russian University. Phone: +375-222-52-12.

Sergey Sergeevich Sergeev, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University. Phone: +375-222-22-52-12.

Vladislav Anatolyevich Novikov, student, Belarusian-Russian University. Phone: +375-222-52-12.

Elena Nikolayevna Prokopenko, senior lecturer, Belarusian-Russian University. Phone: +375-222-52-12.