УДК 621.878.6

КИНЕМАТИКА ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ

О. В. БЛАГОДАРНАЯ, О. А. ПОНОМАРЕВА
ГУ ВПО «БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Могилев, Беларусь

Задачей кинематического исследования рычажного механизма является определение параметров движения его звеньев (угловых и линейных координат, скоростей и ускорений точек звеньев) при заданном движении входного звена и известных размерах звеньев механизма. Исследование любого многозвенного механизма 2-го класса может быть сведено к исследованию четырехзвенников или диад.

Для шарнирного четырехзвенника (рис. 1) имеет место система уравнений:

$$\begin{cases} x_A = x_B + l_2 a_{11} \\ y_A = y_B + l_2 a_{21} \\ l_3^2 = x_B^{\ 2} + y_B^{\ 2} \\ 1 = a_{11}^{\ 2} + a_{21}^{\ 2} \end{cases}, \qquad (1)$$

где $a_{11} = \cos\varphi_2$, $a_{21} = \sin\varphi_2$.

Система (1) сводится к квадратному уравнению относительно a_{11}, решением которого является следующая зависимость:

$$a_{11} = (qx_A + \sqrt{(q^2 x_A^{\ 2} - (x_A^{\ 2} + y_A^{\ 2})(q^2 - y_A^{\ 2})} / (x_A^{\ 2} + y_A^{\ 2}),$$

где $q = (x_A^{\ 2} + y_A^{\ 2} + l_2^{\ 2} - l_3^{\ 2}) / 2l_2$.

После дифференцирования системы (1) получим систему линейных уравнений, которую можно представить в матричном виде как $V_x = MV_y$.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & x_B & y_b \\ 0 & 0 & a_{11} & a_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a}_{11} \\ \dot{a}_{21} \\ \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \end{bmatrix} \qquad (2)$$

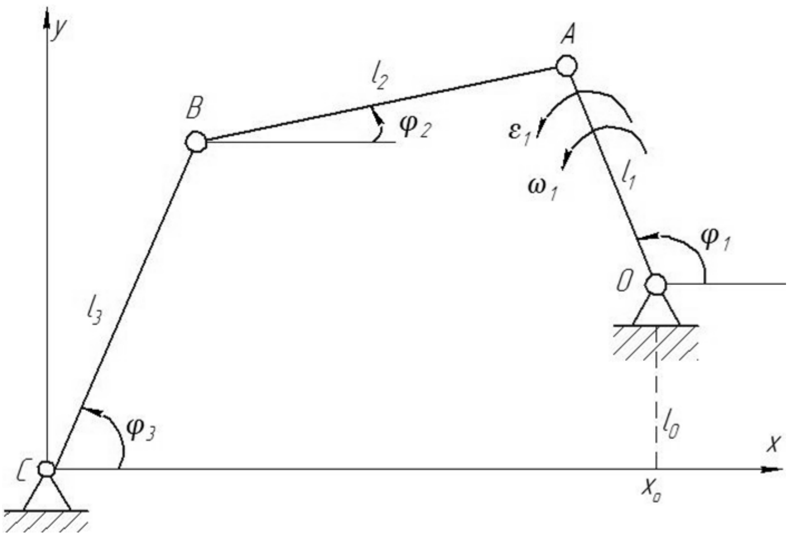

Рис. 1. Шарнирный четырехзвенник

После повторного дифференцирования системы уравнений, соответствующих матричной записи (2) ,снова получим линейную систему, которую представим в матричном виде как $A_x=MA_y$ или:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_A \\ \ddot{y}_A \\ -(x_B{}^2+y_B{}^2) \\ -(a_{11}{}^2+a_{21}{}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & x_B & y_b \\ a_{11} & a_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{a}_{11} \\ \ddot{a}_{21} \\ \ddot{x}_B \\ \ddot{y}_B \end{bmatrix} \tag{3}$$

Решение системы отыскивается в виде $A_y = M^{-1} \cdot A_x$. Заметим, что как исходная, так и обратная матрица в обоих случаях одна и та же.

Угловую скорость шатуна АВ и угловую скорость коромысла ВС находим по формулам:

$$\omega_2 = -\dot{a}_{11} / a_{21},$$
$$\omega_3 = -\dot{x}_b / y_b. \tag{4}$$

Угловое ускорение шатуна и угловое ускорение коромысла находим дифференцированием формул (4):

$$\varepsilon_2 = -\ddot{a}_{11} / a_{21} + \dot{a}_{11}\dot{a}_{21} / a_{21}{}^2,$$
$$\varepsilon_3 = -\ddot{x}_b / y_b + \dot{x}_b\dot{y}_b / y_b{}^2.$$

Во всех тех случаях, когда относительное движение звена осуществляется посредством вращательной кинематической пары, возможно показанное выше упрощение. Таким образом, кинематическое исследование методом преобразования координат сводится к набору конечных формул, выражающих параметры движения звеньев механизма через параметры движения обобщенных координат.