УДК 531.3;796.01

КИНЕМАТИКА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

А. Е. ПОКАТИЛОВ, М. А. КИРКОР, А. М. ГАЛЬМАК
УО «МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОДОВОЛЬСТВИЯ»
Могилев, Беларусь

На современном этапе исследования пространственного движения в биомеханике спорта появилась возможность использовать достижения в смежных отраслях производства, науки и культуры, напрямую не относящихся к спорту, но изучающих механическое движение и движение человека в частности.

Перспективной технологией, получившей бурное развитие в последние годы, является технология «захвата движения», особенно, построенная на использовании компьютерного зрения. Она применяется в кинематографе, компьютерной анимации, робототехнике и пр. Огромный интерес она представляет и для исследования пространственного движения человека в биомеханике. Сутью компьютерного зрения является использование двух компьютерных программ в сочетании с простейшими и очень дешевыми игровыми видеокамерами. Одна программа осуществляет видеозапись движения с нескольких точек, а вторая – расшифровывает эти записи и выдает пространственные координаты скелета человека, представленного в виде пространственной кинематической цепи, с помощью линейных координат и углов Эйлера.

Еще одним важным моментом является то, что наибольший вычислительный эффект с точки зрения минимизации времени расчета дает использование алгебры кватернионов.

Рассмотрим такую важную характеристику пространственного движения, как линейные ускорения точек биомеханической системы (БМС).

Координаты любой точки отдельного тела запишем как

$$\overline{R} = \overline{R}_O + \sum_{i=1}^{3} \overline{r}_i \times \overline{e}_i \quad , \tag{1}$$

где $\overline{R}_O$ – радиус-вектором полюса тела; $\overline{r}_i$ – радиус-вектор i-ой точки тела; $\overline{e}$ – базис подвижной координатной системы.

Дифференцируя дважды уравнение (1), получим:

$$\frac{d^2\overline{R}}{dt^2} = \frac{d^2\overline{R}_O}{dt^2} + \frac{d^2(\sum_{i=1}^{3}\overline{r}_i \times \overline{e}_i)}{dt^2} \tag{2}$$

или

$$\overline{a} = \overline{a}_O + \frac{d^2(\sum_{i=1}^{3}\overline{r}_i \times \overline{e}_i)}{dt^2}. \qquad (3)$$

На основе выражений (2) и (3) получим уравнения для ускорений всей БМС при пространственном движении. В случае распространения данных зависимостей на всю биомеханическую систему получим систему векторных уравнений для линейных ускорений центров масс звеньев и суставов биосистемы. В общем виде уравнения для абсолютного движения относительно этих точек получаются в виде:

$$\overline{a}_k = \overline{a}_O + \sum_{j=1}^{k}\frac{d^2(\sum_{i=1}^{3}\overline{r}_i \times \overline{e}_i)}{dt^2}. \qquad (4)$$

Такой подход позволяет пространственное движение по формуле (4) для ускорений любой точки тела спортсмена разбить на переносное движение полюса О, и относительное движение в подвижной системе координат:

$$\Delta\overline{a}_k = \sum_{j=1}^{k}\frac{d^2(\sum_{i=1}^{3}\overline{r}_i \times \overline{e}_i)}{dt^2}. \qquad (5)$$

Наиболее простыми оказываются модели для расчета ускорения переносного движения, т. к. это движение всего одной точки. Решение можно получить, используя различные способы задания координат: полярную систему, координатный способ, направляющие косинусы и пр.

Сложнее оказывается работать с моделями относительного движения, т. к. это сумма многих движений, и ее объем определяется выбранной моделью биомеханической системы. В данной работе в качестве способа задания положения подвижного базиса приняты кватернионы. На основании дифференцирования формулы Эйлера, формула распределения ускорений в твердом теле имеет вид:

$$\overline{a}_k = \overline{a}_O + \sum_{j=1}^{k}\overline{\varepsilon}_j \times r_j + \sum_{j=1}^{k}\overline{\omega}_j \times (\overline{\omega}_j \times r_j), \qquad (6)$$

где $\overline{\omega}_j$, $\overline{\varepsilon}_j$ – угловые скорость и ускорение j-го звена при вращении относительно проксимального сустава.

Здесь в зависимости от поставленной задачи, r_j является или длиной j-го звена, или расстоянием от проксимального сустава до центра тяжести j-го звена.

Таким образом, система уравнений (6) для расчета ускорения абсолютного движения любой k-ой точки БМС разбивается на две части, позволяющие разложить общий случай движения на движение полюса и вращательные движения звеньев, и вторую часть исследовать с помощью механики поворотов, используя алгебру кватернионов.