

В. Н. ПОПОВ, А. Е. ПОКАТИЛОВ, А. А. МЕРЗЛОВ  
 УО «МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
 ПРОДОВОЛЬСТВИЯ»  
 Могилев, Беларусь

Изучение внешнего трения в биомеханике во многом опирается на теоретические и экспериментальные исследования, проведенные для различных технических конструкций в механике и описанные в литературе. Так кинематическая пара «рука – гриф» при моделировании движения биомеханической системы в спортивной гимнастике имеет аналоги в технике. Для таких моделей можно использовать несколько гипотез о трении в цилиндрическом шарнире в зависимости от принятых допущений, позволяющих схематизировать явления, происходящие во фрикционном контакте, и тем самым выделить основные факторы, влияющие на трение. За аналоги исследуемой нами кинематической пары «рука – гриф» можно принять подшипники скольжения и ременные передачи, изучаемые в деталях машин и в теории механизмов и машин. Исходя из этого, исследуем четыре возможных случая трения во вращательной паре:

- трение в паре, когда давление распределено равномерно (гипотеза Вейсбаха);
- трение в паре, основанное на решении о сжатии цилиндрических поверхностей с близкими радиусами (решение И.Я. Штаермана);
- трение в паре, основанное на формуле Эйлера (близким аналогом является ременная передача);
- трение, подчиняющееся закону Кулона.

В табл. 1 показаны расчетные модели для различных гипотез о трении скольжения.

Табл. 1. Расчетные модели трения скольжения

Наименование	Сила трения	Момент сил трения
Гипотеза Вейсбаха	$F_{mp} = \varphi f N$	$M_{mp} = \varphi f \frac{d}{2} N$
Решение Штаермана	$F_{mp} = m f N$	$M_{mp} = \frac{1}{2} m f N d$
Формула на основе решения Эйлера	$F_{mp} = 2N \left( \frac{e^{2\varphi} - 1}{e^{2\varphi} + 1} \right)$	$M_{mp} = F_{mp} \frac{d}{2}$
Закон Кулона	$F_{mp} = R \sin \alpha$	$M_{mp} = F_{mp} \frac{d}{2}$

При моделировании трения важным фактором является угол обхвата рукой грифа перекладины. Отметим, что в математических моделях по табл. 1 этот параметр присутствует в виде половинного угла обхвата  $\varphi$ . При этом во всех вариантах при расчетах считаем, что половинный угол обхвата грифа рукой спортсмена  $\varphi$  во время движения не превышает  $\pi / 2$ , т.е. изменяется в интервале  $0 < \varphi \leq \pi / 2$  или для всего фрикционного контакта  $0 < 2\varphi \leq \pi$ .

В табл.1 имеем  $N$  – нормальная реакция;  $R$  – полная реакция;  $f$  – коэффициент трения скольжения при движении;  $d$  – диаметр грифа перекладины;  $\alpha$  – угол трения;  $m$  – коэффициент.

На рис. 1 представлен один из возможных вариантов контакта руки с грифом при  $\varphi = \pi / 2$ .

На рис. 2 показаны результаты расчетов по моделям табл. 1 для сил трения при половинном угле обхвата  $\varphi = \pi / 2$ .

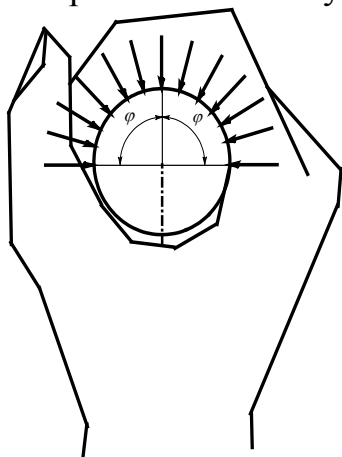


Рис. 1. Контакт руки с грифом

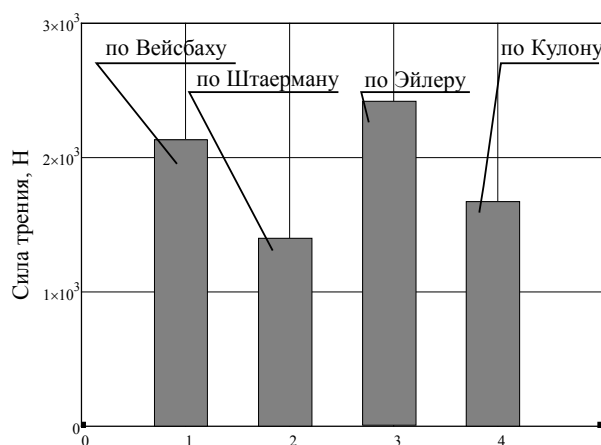


Рис. 2. Силы трения при  $\varphi = \pi / 2$

В табл. 2 приведены сравнительные коэффициенты для различных гипотез о трении скольжения в контакте руки с грифом перекладины.

Табл. 2. Сравнительные коэффициенты моделей трения при  $\varphi = \pi / 2$

Гипотезы трения	Сравнительный коэффициент относительно	
	гипотезы Вейсбаха	формулы Кулона
Гипотеза Вейсбаха	1,5	1,28
Решение Штаермана	1,0	0,84
Формула Эйлера	1,75	1,46
Формула Кулона	1,2	1,0

Здесь за базу сравнения приняты: решение Штаермана, дающее меньшее значение из всех моделей, и решение по формуле Кулона, так как оно является классическим, и с него начинается изучение законов трения скольжения в различных разделах механики.