

УДК 378

## КОМАНДНЫЕ ОЛИМПИАДЫ В ЮЖНО-УРАЛЬСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

А. Ю. ЭВНИН

ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  
(Национальный исследовательский университет)»  
Челябинск, Россия

Большой интерес у студентов вызывают командные олимпиады, в которых заметную роль играет умение участников команд работать в коллективе.

В Южно-Уральском государственном университете в 2012–2017 гг. проводилась командная олимпиада (организуемая Институтом естественных и точных наук на базе кафедры прикладной математики и программирования)

Основной контингент участников олимпиады составляют студенты первых и вторых курсов. Наряду с ними состязаются старшекурсники и даже аспиранты. Вне конкурса выступают школьники лучших лицеев и гимназий Челябинска. При таком широком спектре участников нужна гибкая схема проведения олимпиады.

Олимпиада состоит из пяти туров (раундов). В каждом туре участникам предлагается решить две или три задачи. Этим достигаются сразу две цели:

- оказывается возможным предлагать задачи более широкой тематики, оставляя шанс показать хороший результат более молодым участникам (в каждом блоке должна быть задача, доступная школьникам и студентам первого курса). Впрочем, были случаи, когда продвинутые школьники решали задачи, связанные с матрицами и интегралами;

- усиливается командный характер олимпиады. Если на заданный промежуток времени предлагается для решения всего одна задача, то один сильный «игрок» может решить судьбу всей игры. В случае же нескольких задач, которые нужно решить за тот же промежуток времени, усилий только одного участника команды, скорее всего, окажется недостаточным для победы (если в соревнованиях участвуют достаточно подготовленные и относительно равные по силам команды).

Задачи проверяются сразу после окончания раунда. Текущие результаты команд выводятся на экран в каждой из трёх аудиторий, где проходит олимпиада. Баллы за каждую задачу вычисляются по формуле  $\frac{960}{n+1}$ , где  $n$

– число команд, решивших эту задачу. Например, если задачу решили 23 команды, они получают за неё по 40 баллов. А если всего две, то стоимость



вырастает до 320 баллов. Так что даже последний раунд может кардинально изменить положение участников.

Всем командам предлагается один и тот же набор задач, но результаты подводятся по разным номинациям: школьники, первый курс, второй курс, третий-четвертый курс, магистранты и аспиранты.

В 2012 г. в олимпиаде приняли участие 18 команд, в 2013 и 2014 гг. – по 41 команде, в 2015 г. 52 команды, в 2016 и 2017 гг. – по 50 команд. Помимо студентов ЮУрГУ в олимпиадах принимали участие представители других вузов и лицеев.

В 2015 г. у олимпиады появился спонсор – компания Orange Apps. За счёт спонсоров приобретаются кубки и медали для награждения победителей и призёров.

Приведём задачи олимпиады, состоявшейся 28 октября 2017 г.

*1-й раунд. 2 задачи на 20 минут*

1. В олимпиаде участвовало 100 студентов. Они решали 4 задачи. Никто не решил все четыре задачи. Первую задачу решили 90 участников олимпиады, вторую – 80, третью – 70, четвертую – 60. Сколько человек одновременно решили первую и вторую задачу?

2. Пусть  $\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \dots, \overrightarrow{A_{12}A_1}$  – правильный 12-угольник. Можно ли из 12 векторов  $\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \dots, \overrightarrow{A_{12}A_1}$  выбрать 7 векторов с нулевой суммой?

*2-й раунд. 3 задачи на 30 минут*

3. Вычислите двойной интеграл  $\iint_D \max(\sin x, \sin y) dx dy$ , где  $D$  задаётся неравенствами  $0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi$ .

4. Найдите 4-ю с конца цифру в десятичной записи числа  $\frac{2017}{2^{2017}}$ .

5. Сверните сумму

$$\operatorname{tg} 1 \cdot \operatorname{tg} 2 + \operatorname{tg} 2 \cdot \operatorname{tg} 3 + \operatorname{tg} 3 \cdot \operatorname{tg} 4 + \dots + \operatorname{tg}(n-1) \cdot \operatorname{tg} n.$$

*3-й раунд. 3 задачи на 30 минут*

6. Имеется длинный забор. Том Сойер хочет покрасить его, соблюдая такое условие: любые две доски, между которыми ровно две, ровно три или ровно пять досок, должны быть окрашены в разные цвета. Какое наименьшее количество красок понадобится Тому для выполнения этой работы?

7. Вычислите 
$$\frac{1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} - \frac{1}{9^2} + \dots}{1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{8^2} + \frac{1}{9^2} - \dots}.$$

8. Пусть  $a, b, c, d$  – натуральные числа. Найдите наименьшее возможное значение их суммы, если  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{7}{10}$ .



*4-й раунд. 2 задачи на 30 минут*

9. В треугольнике  $ABC$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены соответственно точки  $K$  и  $M$  так, что  $\frac{AK}{KB} = \frac{BM}{MC} = 2$ . Отрезки  $AM$  и  $CK$  пересекаются в точке  $T$ . Прямая  $BT$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ . Найдите площадь треугольника  $ANT$ , если площадь треугольника  $AKT$  равна 20 кв. см.

10. Найдите наименьшее значение  $x^2 + y^2 + z^2$ , если  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1$ .

*5-й раунд. 3 задачи на 30 минут*

11. Дан равносторонний треугольник периметра  $3n$ . Каждая сторона разбита на  $n$  равных частей. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. Сколько получилось треугольников со стороной 2?

12. Через середину диагонали единичного куба провели плоскость, перпендикулярную этой диагонали. Вычислите площадь полученного сечения куба.

13. Пусть  $g(x, y)$  – числовая функция от двух аргументов. Известно, что

1)  $\forall x, y \quad (x + y)g(x, y) = g(x^2, y^2);$

2)  $\forall x, y, z \quad g(x, y) = g(x + z, y + z);$

3)  $g(1, 0) = 0.$

Найдите все функции  $g$  с такими свойствами.

В [1] приводятся сведения о командных олимпиадах, проводящихся в рамках суперфиналов международной Интернет-олимпиады по математике в Израиле. Именно они послужили отправной точкой для командных олимпиад в Южно-Уральском государственном университете. Дополнительные сведения о математических олимпиадах ЮУрГУ можно найти в [2–6].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Эвнин, А. Ю.** Олимпиада в форме командной игры / А. Ю. Эвнин // Математика в высшем образовании. – 2015. – № 13. – С. 81–94.
2. **Эвнин, А. Ю.** Математический конкурс в ЮУрГУ / А. Ю. Эвнин. – Челябинск : Изд. центр ЮУрГУ, 2012. – 86 с. : ил.
3. **Эвнин, А. Ю.** Задачи математического конкурса в ЮУрГУ / А. Ю. Эвнин // Математическое образование. – 2015. – № 4 (76). – С. 26–52.
4. **Эвнин, А. Ю.** Математический конкурс в ЮУрГУ 2012–2016 гг. / А. Ю. Эвнин. – Челябинск : Изд. центр ЮУрГУ, 2017. – 176 с. : ил.
5. **Эвнин, А. Ю.** Математические олимпиады в ЮУрГУ 2010–2015 гг. / А. Ю. Эвнин. – Челябинск : Изд. центр ЮУрГУ, 2016. – 63 с. : ил.
6. **Эвнин, А. Ю.** Командные математические олимпиады в ЮУрГУ / А. Ю. Эвнин // Математическое образование. – 2017. – №2 (82). – С. 7–26.

