

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов направления подготовки 23.03.02
«Наземные транспортно-технологические комплексы»
дневной формы обучения*

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
<http://e.biblio.bru.by/>



Могилев 2018

УДК 621.317.7: 621.328.049.77
ББК 32.85
Э 45

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «02» марта 2018 г.,
протокол № 8

Составители: канд. техн. наук, доц. А. Г. Старовойтов;
ст. преподаватель И. В. Курлович

Рецензент канд. техн. наук, доц. Б. Б. Скарыно

В методических рекомендациях изложена методика расчета линейных
электрических цепей различными методами.

Учебно-методическое издание

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Ответственный за выпуск С. С. Сергеев

Технический редактор С. Н. Красовская

Компьютерная верстка М. М. Дударева

Подписано в печать . Формат 60х84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 16 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий.
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2018



Содержание

1 Практическое занятие № 1. Анализ электрического состояния неразветвленной и разветвленной электрической цепи постоянного тока с одним источником питания.....	4
2 Практическое занятие № 2. Анализ электрического состояния неразветвленной и разветвленной электрической цепи постоянного тока с несколькими источниками питания.....	9
3 Практическое занятие № 3. Анализ электрического состояния неразветвленных и разветвленных электрических цепей переменного тока с одним источником питания с применением комплексных чисел....	18
4 Практическое занятие № 4. Анализ электрического состояния сложных электрических цепей переменного тока с несколькими источниками питания с применением комплексных чисел.....	25
5 Практическое занятие № 5. Анализ простейших трехфазных цепей с помощью комплексных чисел и векторных диаграмм.....	30
6 Практическое занятие № 6. Полупроводниковые диоды и расчет электронных устройств на их основе.....	35
7 Практическое занятие № 7. Расчет электронных устройств на основе операционных усилителей.....	39
8 Практическое занятие № 8. Реализация устройств на основе логических элементов.....	43
Список литературы.....	46
Приложение А.....	47
Приложение Б. Числовой ряд сопротивлений резисторов и конденсаторов	48



1 Практическое занятие № 1. Анализ электрического состояния неразветвленной и разветвленной электрической цепи постоянного тока с одним источником питания

Основные теоретические положения

Закон Ома для пассивного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Закон Ома для активного участка цепи

$$I = \frac{\pm \sum E \pm \sum U}{\sum R}.$$

Знак «плюс» пишется, если направления ЭДС и напряжения совпадают с направлением тока.

Первый закон Кирхгофа для электрического узла

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

где I_k – ток k -й ветви, присоединенной к данному узлу, причем втекающие токи в узел берутся со знаком «плюс», вытекающие – со знаком «минус», либо наоборот.

Второй закон Кирхгофа для замкнутого контура

$$\sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k = \sum_{i=1}^m I_i R_i,$$

где $\mathcal{E}_k$ – ЭДС k -го источника контура;

I_i – ток, протекающий через R_i резистор.

I_i и $\mathcal{E}_k$ берутся со знаком «плюс», если их направления совпадают с направлением обхода контура.

Мощность, потребляемая активным сопротивлением,

$$P = I^2 \cdot R.$$

Баланс мощности для электрической цепи постоянного тока

$$\sum_{i=1}^n E_i \cdot I_i = \sum_{i=1}^n I_i^2 \cdot R_i,$$

где $(E_i \cdot I_i)$ берется со знаком «плюс», если направления ЭДС и тока совпадают, и со знаком «минус», если их направления не совпадают.

Эквивалентное преобразование электрических цепей постоянного тока.

Расчет сложных электрических цепей во многих случаях можно упростить и сделать более наглядным путем эквивалентного преобразования схемы одного вида в схему другого вида. При этом токи и напряжения в частях цепи, не затронутых преобразованием, должны остаться такими же, как и в исходной схеме. Целесообразное преобразование схемы приводит к уменьшению числа ее ветвей или узлов, а значит и числа уравнений, необходимых для расчета.

Примеры преобразования схем:

– замена нескольких последовательно или параллельно соединенных резисторов одним (рисунок 1).

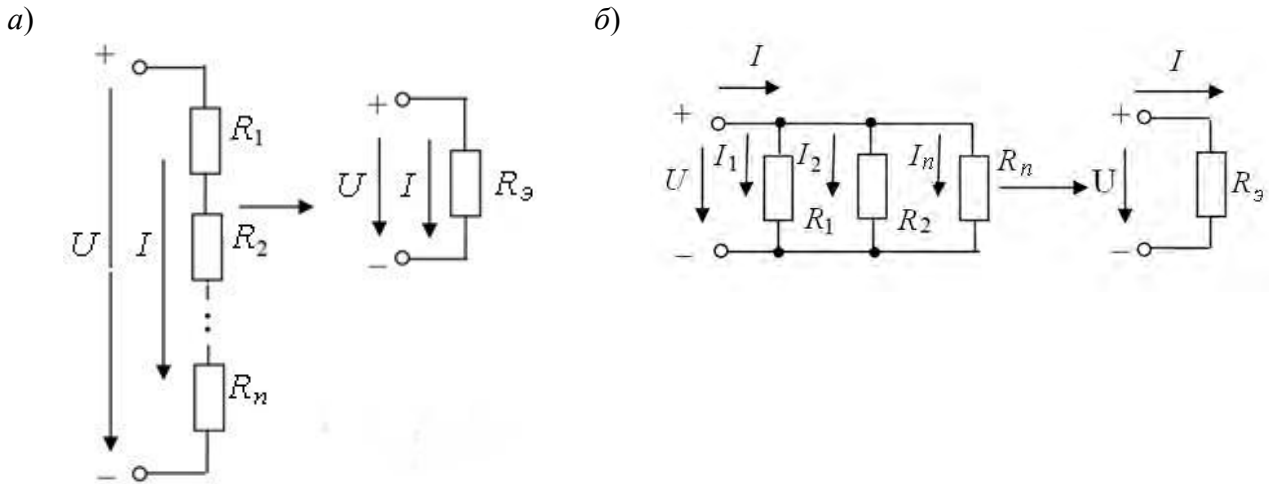


Рисунок 1 – Последовательное и параллельное соединение резисторов

Расчет эквивалентного сопротивления при последовательном соединении:

$$R_9 = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Расчет эквивалентного сопротивления при параллельном соединении:

$$R_9 = 1/G_9; \quad G_9 = \sum_{i=1}^n G_i; \quad G_i = 1/R_i -$$

преобразование треугольника резисторов в эквивалентную звезду и наоборот (рисунок 2).

Формулы для расчета R_A, R_B, R_C (преобразование треугольника в звезду):

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}};$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}};$$

$$R_C = \frac{R_{CA} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}.$$

Формулы для расчета R_{AB}, R_{BC}, R_{CA} (преобразование звезды в треугольник):

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C};$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A};$$

$$R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C \cdot R_A}{R_B}.$$

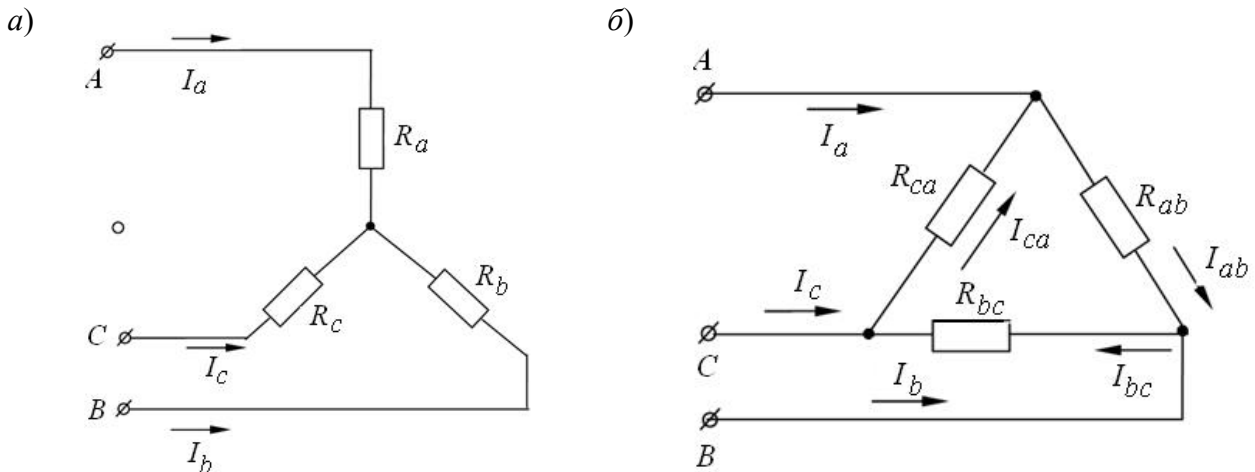


Рисунок 2 – Соединение резисторов треугольником (б) и звездой (а)

Пример решения задач

Задача. Определить токи и напряжения на отдельных участках схемы (рисунок 3), если напряжение на входе $U = 240$ В, а сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = 0,5$ Ом, $R_3 = R_5 = 10$ Ом, $R_4 = R_6 = R_7 = 5$ Ом. Определить мощность P , потребляемую электрической цепью.



Решение

Определим эквивалентное сопротивление схемы:

$$R_{bc} = \frac{(R_6 + R_7) \cdot R_5}{R_5 + R_6 + R_7} = \frac{(5 + 5) \cdot 10}{5 + 5 + 10} = 5 \text{ Ом},$$

т. к. резисторы R_6 и R_7 соединены последовательно друг с другом и параллельно с резистором R_5 .

$$R_{ab} = \frac{(R_{bc} + R_4) \cdot R_3}{R_{bc} + R_4 + R_3} = \frac{(5 + 5) \cdot 10}{5 + 5 + 10} = 5 \text{ Ом},$$

т. к. резисторы R_{bc} и R_4 соединены последовательно друг с другом и параллельно с резистором R_3 .

$$R_{\Sigma} = R_{ab} + R_1 + R_2 = 5 + 0,5 + 0,5 = 6 \text{ Ом}.$$

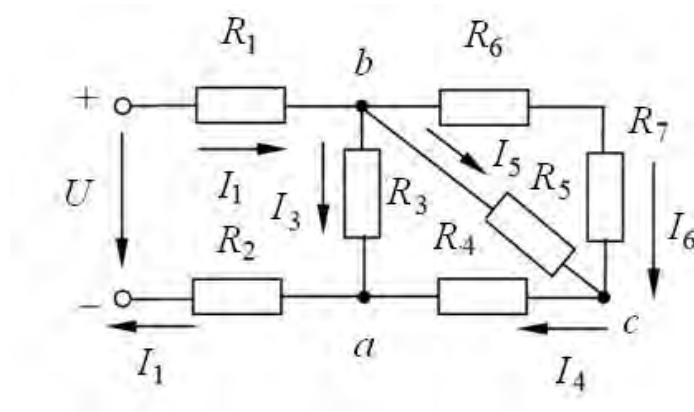


Рисунок 3 – Электрическая цепь постоянного тока

Ток I_1 определяем по закону Ома:

$$I_1 = U / R_{\Sigma} = 240 / 6 = 40 \text{ А}.$$

Напряжение между точками a и b определяем по закону Ома:

$$U_{ab} = R_{ab} \cdot I_1 = 40 \cdot 5 = 200 \text{ В},$$

или по второму закону Кирхгофа $U_{ab} = U - (R_1 + R_2) \cdot I_1 = 200 \text{ В}.$

Токи:

$$I_3 = U_{ab} / R_3 = 200 / 10 = 20 \text{ А};$$

$$I_4 = I_1 - I_3 = 40 - 20 = 20 \text{ A};$$

$$I_6 = I_5 = I_4 / 2 = 20 / 2 = 10 \text{ A, т. к. } R_6 + R_7 = R_5.$$

Напряжения:

$$U_{bc} = R_5 \cdot I_5 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ В};$$

$$U_{ca} = R_4 \cdot I_4 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ В}.$$

Мощность, потребляемая электрической цепью,

$$P = U \cdot I_1 = 240 \cdot 40 = 9600 \text{ Вт}.$$

Проверим правильность решения задачи, осуществив моделирование работы схемы в среде Multisim.

После запуска программы на экране появляется рабочее поле, предназначенное для виртуального построения принципиальной схемы электрической цепи с подключением к ней необходимых источников воздействий и измерительно-регистрирующих приборов.

Вызов необходимых компонентов осуществляется или нажатием левой кнопки мышки на соответствующем меню панели компонентов, расположенном горизонтально над экраном, или нажатием правой кнопки мышки на пустом месте наборного поля с последующим вызовом меню компонентов через *Place Component*. Показания измерительных приборов соответствуют расчётным значениям (рисунок 4).

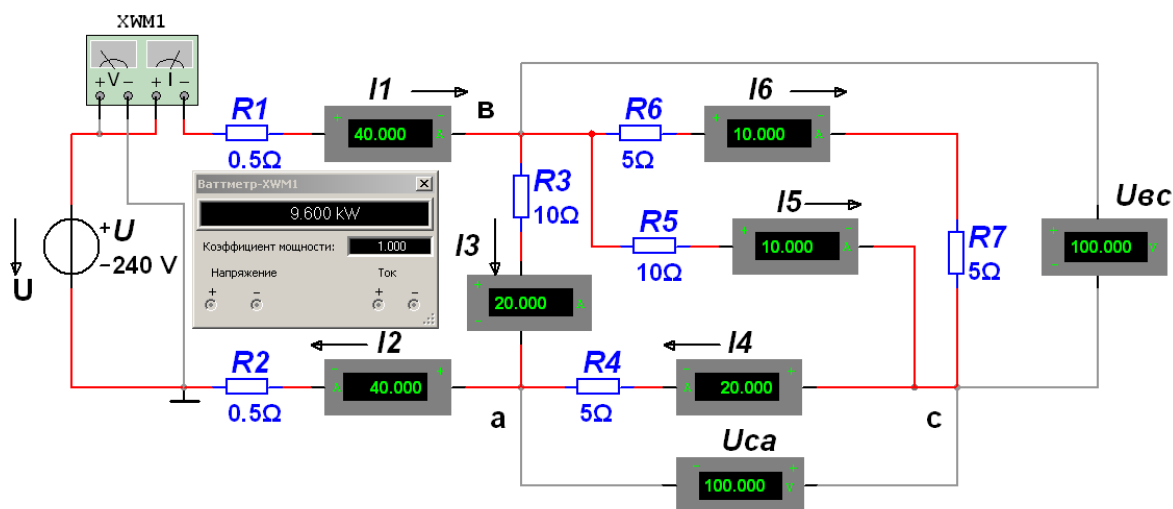


Рисунок 4 – Модель электрической цепи постоянного тока



Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем, а также следующую задачу.

Задача. Для цепи (рисунок 5) известны значения $R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ и ток I_2 . Определить ЭДС источника, а также значения токов в ветвях.

$R_0 = 0,1 \text{ Ом}, R_1 = 0,7 \text{ Ом}, R_2 = 40 \text{ Ом}, R_3 = 8 \text{ Ом}, R_4 = 4 \text{ Ом}, R_5 = 2,4 \text{ Ом}, R_6 = 4 \text{ Ом}, I_2 = 0,25 \text{ А}.$

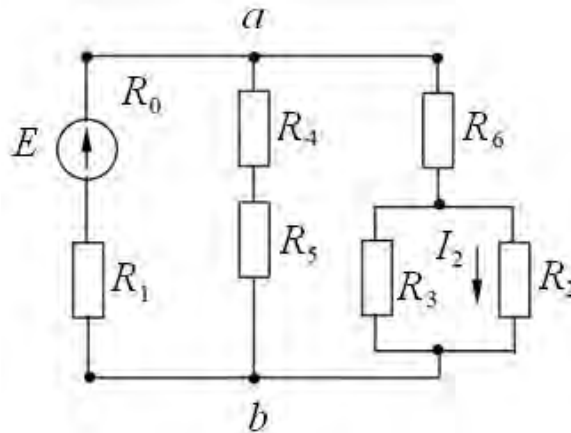


Рисунок 5 – Электрическая цепь задачи для самостоятельного решения

Контрольные вопросы

- 1 Дать информацию о способах определения эквивалентного сопротивления электрической цепи.
- 2 Записать закон Ома для пассивного и активного участков электрической цепи.
- 3 Сформулировать законы Кирхгофа.
- 4 Записать формулы расчета мощности, потребляемой электрической цепью.

2 Практическое занятие № 2. Анализ электрического состояния неразветвленной и разветвленной электрической цепи постоянного тока с несколькими источниками питания

Пример решения задач

Задача. Расчет сложной электрической цепи (рисунок 6) различными методами с помощью ЭВМ. Построение потенциальной диаграммы. Расчет электрических цепей постоянного тока различными методами. Исходные данные к задаче приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Данные к задаче

$E_1, \text{В}$	$E_2, \text{В}$	$E_3, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$	$R_5, \text{Ом}$	$R_6, \text{Ом}$
36	10	50	12	23	14	16	23	23

Решение

Составляем системы уравнений для заданной схемы по первому и второму законам Кирхгофа [2].

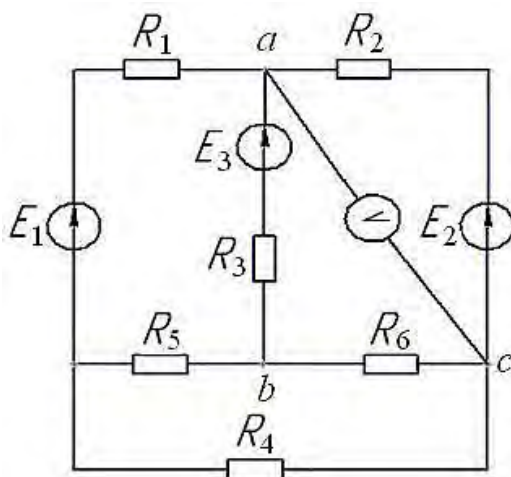


Рисунок 6 – Исходная схема линейной электрической цепи постоянного тока

Система уравнений по первому закону Кирхгофа для узлов a, b, c :

$$\begin{cases} I_1 + I_3 - I_2 = 0; \\ I_5 - I_3 - I_6 = 0; \\ I_6 + I_2 + I_4 = 0. \end{cases}$$

Система уравнений по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_1 R_1 - I_3 R_3 - I_5 R_5 = E_1 - E_3; \\ I_3 R_3 - I_2 R_2 - I_6 R_6 = E_3 - E_2; \\ I_5 R_5 - I_6 R_6 - I_4 R_4 = 0. \end{cases}$$

Находим токи в ветвях, используя метод контурных токов (рисунок 7):

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_3 + R_5) - I_{22}R_3 - I_{33}R_5 = E_1 - E_3; \\ -I_{11}R_3 + I_{22}(R_6 + R_2 + R_3) - I_{33}R_6 = E_3 - E_2; \\ -I_{11}R_5 - I_{22}R_6 + I_{33}(R_5 + R_4 + R_6) = 0. \end{cases}$$

Подставим в систему уравнений исходные данные и вычислим значение контурных токов:

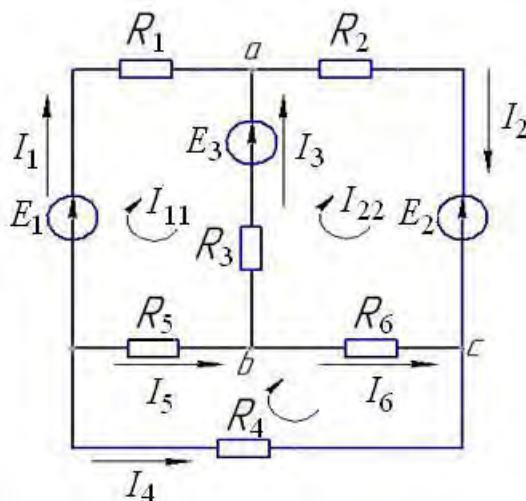


Рисунок 7 – Преобразованная схема электрической цепи для решения задачи

$$\begin{cases} 49I_{11} - 14I_{22} - 23I_{33} = -14; \\ -14I_{11} + 60I_{22} - 23I_{33} = 40; \\ -23I_{11} - 23I_{22} + 32I_{33} = 0. \end{cases}$$

$$I_{11} = 0,11475 \text{ A}; I_{22} = 0,82742 \text{ A}; I_{33} = 0,34952 \text{ A};$$

$$I_1 = I_{11} = 0,115 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{22} = 0,827 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11} = 0,715 \text{ A};$$

$$I_4 = -I_{33} = -0,35 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{33} - I_{11} = 0,235 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{33} - I_{22} = -0,48 \text{ A}.$$

Для заданной схемы составим баланс мощностей:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}$$

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_1 - E_2 I_2 + E_3 I_3;$$

$$P_{\text{потр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6;$$

$$36 \cdot 0,115 - 10 \cdot 0,83 + 50 \cdot 0,715 = ((0,115)^2) \cdot 12 + ((0,83)^2) \cdot 23 + ((0,715)^2) \cdot 14 + \\ + ((-0,35)^2) \cdot 16 + ((0,235)^2) \cdot 23 + ((-0,48)^2) \cdot 23;$$

$$31,59 \text{ Вт} = 31,68 \text{ Вт}.$$

Составляем необходимые уравнения для определения токов в ветвях схемы, используя метод двух узлов, а также заменяем треугольник сопротивлений R_4, R_5, R_6 эквивалентной звездой (рисунок 8).

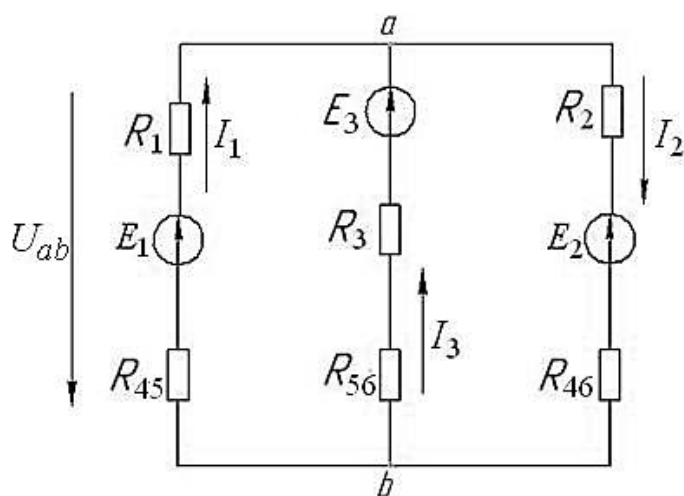


Рисунок 8 – Схема электрической цепи после замены треугольника сопротивлений R_4, R_5, R_6 на эквивалентную звезду R_{45}, R_{56}, R_{46}

$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{23 \cdot 23}{16 + 23 + 23} = 8,53 \text{ Ом};$$

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{16 \cdot 23}{16 + 23 + 23} = 5,94 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = \frac{R_4 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{16 \cdot 23}{16 + 23 + 23} = 5,94 \text{ Ом}.$$

Проводимость каждой ветви находится по формулам:

$$G_1 = \frac{1}{R_1 + R_{45}} = \frac{1}{12 + 5,94} = 0,056 \text{ См};$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2 + R_{46}} = \frac{1}{23 + 5,94} = 0,035 \text{ См};$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3 + R_{56}} = \frac{1}{14 + 8,53} = 0,044 \text{ См}.$$

Напряжения между двумя узлами находим по формуле

$$U_{ab} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{36 \cdot 0,056 + 50 \cdot 0,044 + 10 \cdot 0,035}{0,056 + 0,035 + 0,044} = 33,82 \text{ В}.$$

Вычислим значение токов в ветвях:

$$I_1 = (E_1 - U_{ab}) \cdot G_1 = 0,118 \text{ А};$$

$$I_2 = (-E_2 + U_{ab}) \cdot G_2 = 0,83 \text{ А};$$

$$I_3 = (E_3 - U_{ab}) \cdot G_3 = 0,712 \text{ А}.$$

Определяем ток в резисторе R_6 методом эквивалентного генератора.

Определяем эквивалентное сопротивление цепи, преобразуя треугольник сопротивлений R_1, R_3, R_5 в эквивалентную звезду (рисунок 9):

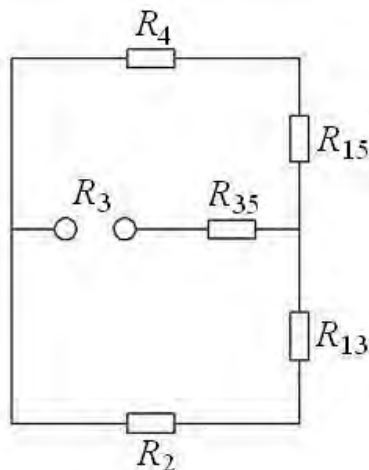


Рисунок 9 – Схема для определения эквивалентного сопротивления

$$R_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5 + R_3} = \frac{12 \cdot 23}{12 + 23 + 14} = 5,633 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_5 + R_3} = \frac{12 \cdot 14}{12 + 23 + 14} = 3,429 \text{ Ом};$$

$$R_{35} = \frac{R_3 R_5}{R_1 + R_5 + R_3} = \frac{14 \cdot 23}{12 + 23 + 14} = 6,571 \text{ Ом};$$

$$R_{415} = R_4 + R_{15} = 21,633 \text{ Ом};$$

$$R_{213} = R_2 + R_{13} = 26,429 \text{ Ом};$$

$$R_{415213} = \frac{R_{415} R_{213}}{R_{415} + R_{213}} = 11,896 \text{ Ом};$$

$$R_9 = R_{35} + R_{415213} = 6,571 + 11,896 = 18,467 \text{ Ом}.$$

Составляем уравнения для нахождения напряжения холостого хода:

$$U_{xx} - I'_2 R_4 - I'_3 R_5 = 0;$$

$$U_{xx} = I'_2 R_4 + I'_3 R_5.$$

Находим токи I'_2, I'_3 методом контурных токов (рисунок 10):

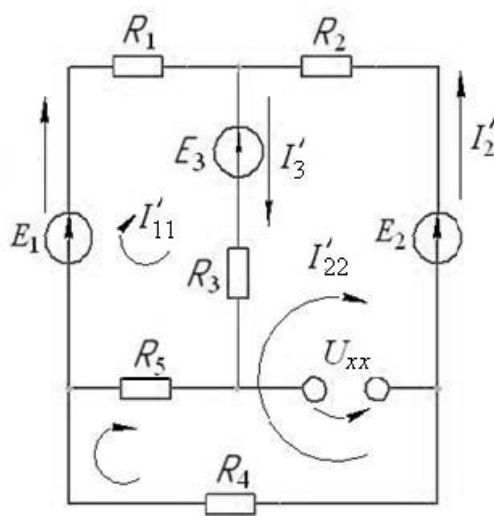


Рисунок 10 – Схема для нахождения контурных токов

$$\begin{cases} I'_{11} (R_1 + R_3 + R_5) + I'_{22} (R_3 + R_5) = E_1 - E_3; \\ I'_{11} (R_3 + R_5) + I'_{22} (R_2 + R_4 + R_3 + R_5) = E_2 - E_3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 49I'_{11} + 37I'_{22} = -14; \\ 37I'_{11} + 76I'_{22} = -40. \end{cases}$$

$$I'_{11} = I'_1 = 0,177 \text{ A}; I'_{22} = I'_2 = -0,612 \text{ A};$$

$$I'_3 = I'_{11} + I'_{22} = -0,436 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{U_{XX}}{R_{K3} + R_6} = -0,48 \text{ A}.$$

Определяем показания вольтметра:

$$E_2 = U_V - I_2 R_2.$$

$$U_V = E_2 + I_2 R_2 = 10 + 0,83 \cdot 23 = 29,09 \text{ В}.$$

Строим потенциальную диаграмму для внешнего контура (рисунок 11):

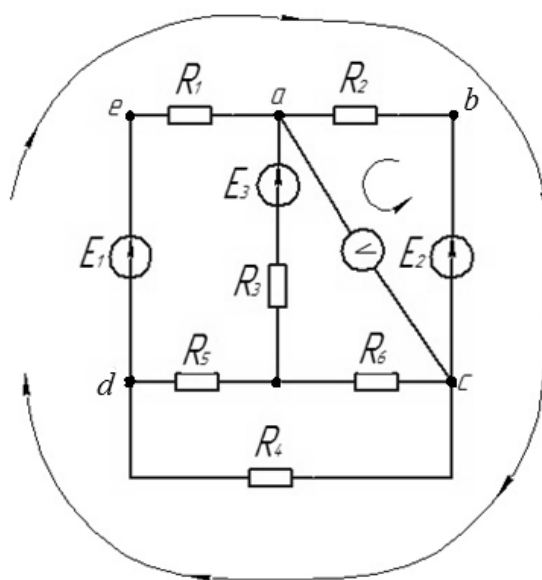


Рисунок 11 – Схема внешнего контура

$$\varphi_a = 0 \text{ В};$$

$$\varphi_b = \varphi_a - I_2 R_2 = 0 - 0,83 \cdot 23 = -19,031 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \varphi_b - E_2 = -19,031 - 10 = -29,031 \text{ В};$$

$$\varphi_d = \varphi_c + I_4 R_4 = -29,031 + (-0,35) \cdot 16 = -34,623 \text{ В};$$

$$\varphi_e = \varphi_d + E_1 = -34,623 + 36 = 1,377 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_e - I_1 R_1 = 1,377 - 0,115 \cdot 12 = 0,00002 \approx 0 \text{ В.}$$

Потенциальная диаграмма внешнего контура приведена на рисунке 12, результат моделирования электрической цепи постоянного тока в программной среде Multisim – на рисунке 13.

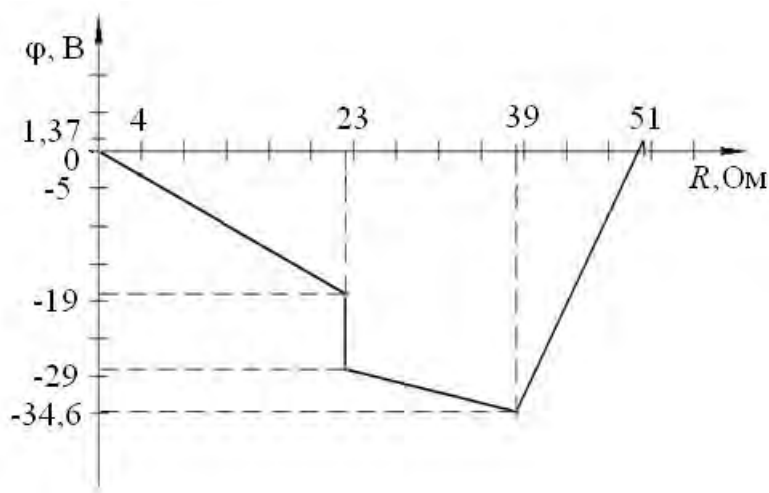


Рисунок 12 – Потенциальная диаграмма

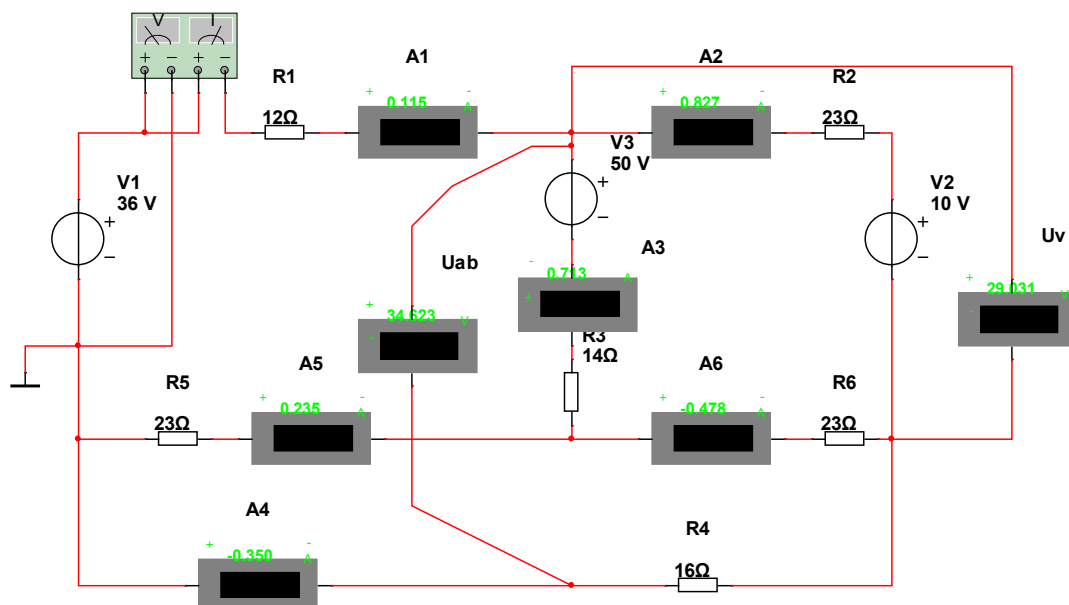


Рисунок 13 – Моделирование линейной электрической цепи постоянного тока в программной среде Multisim

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем.

Задача. Для разветвленной электрической цепи (рисунок 14), пользуясь законами Кирхгофа и методом контурных токов, определить токи во всех ветвях. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

$E_1 = 24 \text{ В}; E_2 = 48 \text{ В}; E_3 = 96 \text{ В}; R_1 = 16 \text{ Ом}; R_2 = 8 \text{ Ом}; R_3 = 16 \text{ Ом}; R_4 = 8 \text{ Ом}.$

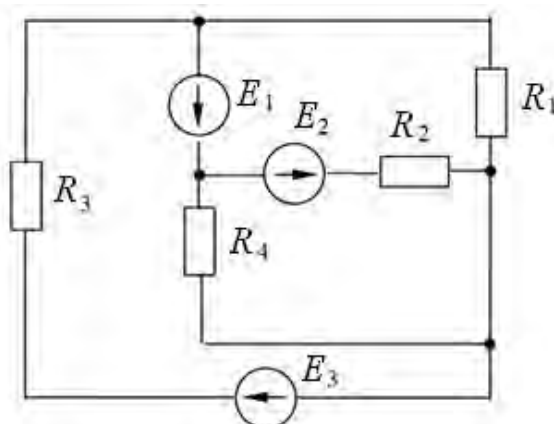


Рисунок 14 – Электрическая цепь для самостоятельного решения

Контрольные вопросы

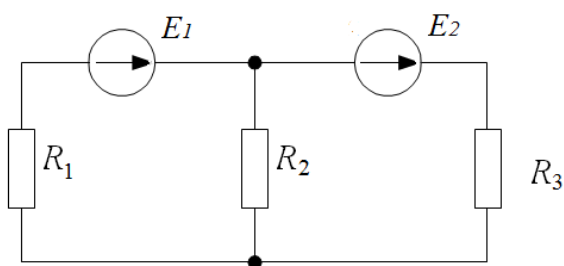
1 Записать каноническую форму уравнений метода узловых напряжений (узловые уравнения).

2 Как по виду схемы замещения электрической цепи получить выражения собственных, общих проводимостей и узловых токов?

3 Как рассчитать токи ветвей по заданным параметрам ветвей и узловым напряжениям?

4 Методом узловых напряжений рассчитать токи в резисторах (схемы замещения приведены на рисунке 15), если: $R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; R_3 = 20 \text{ Ом}; E_1 = 5 \text{ В}; E_2 = 10 \text{ В}; J = 0,5 \text{ А}$. Расчет проверить балансом мощностей.

а)



б)

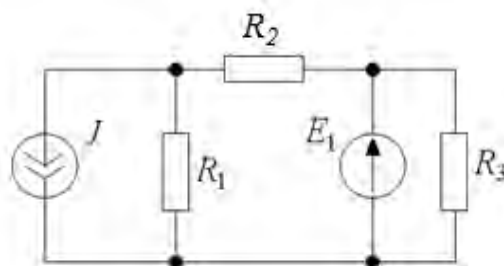


Рисунок 15 – Схемы для расчета токов и составления баланса мощностей

3 Практическое занятие № 3. Анализ электрического состояния неразветвленных и разветвленных электрических цепей переменного тока с одним источником питания с применением комплексных чисел

Основные теоретические положения

Символический метод расчета цепей переменного тока

Сущность символического метода состоит в том, что гармонической функции тока (напряжения, ЭДС) ставится в соответствие комплексная гармоническая функция:

$$i = I_m \sin(\omega t \pm \phi); \dot{I}_m = I_m \cdot e^{j(\omega t \pm \phi)}.$$

Для $t = 0$ комплексное амплитудное значение тока равно

$$\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j(\pm \phi)};$$

а комплекс действующего значения тока равен

$$\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\pm \phi)};$$

аналогично для напряжения

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\pm \phi)}.$$

Закон Ома в символической форме имеет вид:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}},$$

где $\underline{Z}$ – комплекс полного сопротивления цепи.

При последовательном соединении элементов R, L, C

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) = z \cdot e^{j\phi},$$

где $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \phi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}.$

При параллельном соединении элементов

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \dots + \frac{1}{\underline{Z}_i}.$$

Пример решения задач

Задача. Пусть задана расчетная схема с последовательным соединением элементов R , L и C с параметрами $R_1, R_2 \dots R_n, X_{L1}, X_{L2} \dots X_{Ln}, X_{C1}, X_{C2} \dots X_{Cn}$ и напряжением U на входе (рисунок 16). Определить ток I , угол сдвига по фазе φ и мощность на входе цепи.

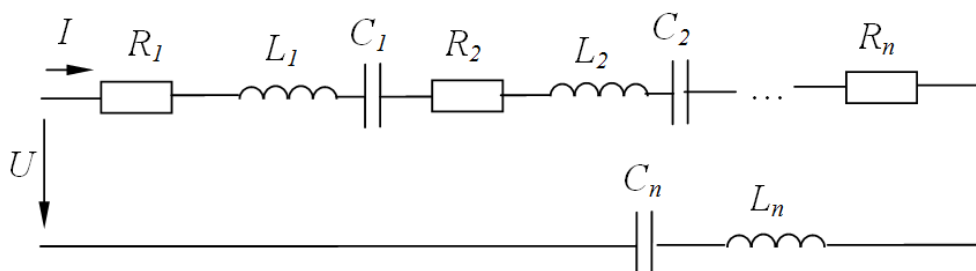


Рисунок 16 – Электрическая цепь с последовательным соединением R , L и C элементов к задаче

Решение

Комплекс действующего значения тока в цепи

$$\underline{\dot{I}} = \frac{\underline{\dot{U}}}{\underline{Z}},$$

где $\underline{\dot{U}} = U$, т. к. $\varphi = 0^\circ$;

$$\underline{Z} = (R_1 + R_2 + \dots R_n) + j(X_{L1} - X_{C1} + X_{L2} - X_{C2} + \dots + X_{Ln} - X_{Cn}).$$

$$\tilde{S} = \underline{\dot{U}} \cdot \underline{\dot{I}}^* = P \pm jQ,$$

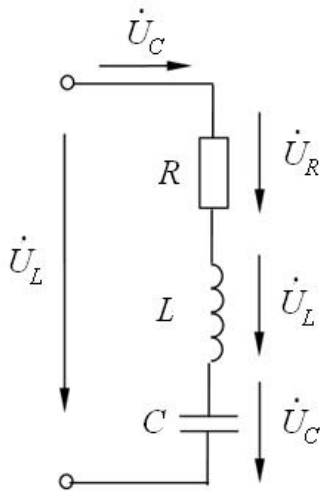
где $\underline{\dot{I}}^*$ – сопряженный комплекс тока.

Задача. Катушка с активным сопротивлением $R = 6$ Ом и индуктивностью $L = 25,5$ мГн соединена последовательно с конденсатором, емкость которого $C = 1590$ мкФ.

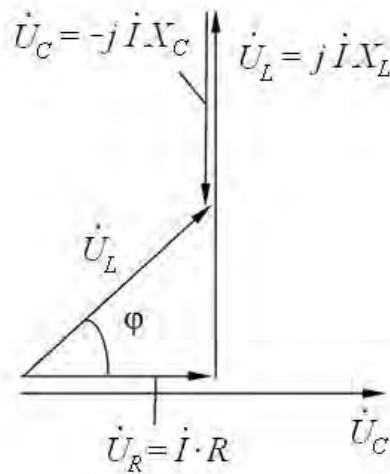
Определить ток, напряжения на катушке и конденсаторе, мощности катушки, конденсатора и всей цепи. Построить векторную диаграмму

напряжений, если напряжение на входе схемы (рисунок 17, а) $U = 127 \text{ В}$ и частота $f = 50 \text{ Гц}$. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

а)



б)



а – схема электрической цепи; б – векторная диаграмма

Рисунок 17 – Схема электрической цепи переменного тока и векторная диаграмма к задаче

Решение

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 25,5 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1590 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ Ом}.$$

Комплекс полного сопротивления цепи

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) = R + jX = 6 + j6 = \sqrt{6^2 + 6^2} e^{j\left(\arctg \frac{6}{6}\right)} = 8,5 e^{j45^\circ}$$

Комплекс полного сопротивления катушки

$$\underline{Z}_k = R + jX_L = 6 + j8 = \sqrt{6^2 + 8^2} e^{j\left(\arctg \frac{8}{6}\right)} = 10 e^{j53^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексы напряжения и тока:

$$\dot{U} = 127 \text{ В};$$

$$\underline{\dot{I}} = \frac{\underline{\dot{U}}}{\underline{Z}} = \frac{127}{8,5 \cdot e^{j45^\circ}} = 14,9 \cdot e^{-j45^\circ} = 14,9 \cdot \cos(-45^\circ) + j \cdot \sin(-45^\circ) = 10,5 - j10,5 \text{ A.}$$

Комплексные действующие значения напряжений:

– на конденсаторе

$$\underline{\dot{U}}_C = \underline{Z}_C \cdot \underline{\dot{I}} = -j \cdot X_C \cdot \underline{\dot{I}} = -j2 \cdot 14,9 \cdot e^{-j45^\circ} = 29,8 \cdot e^{-j135^\circ} = -21,1 - j21,1 \text{ В;}$$

– на катушке

$$\underline{\dot{U}}_k = \underline{Z}_k \cdot \underline{\dot{I}} = 10 \cdot e^{j53^\circ} \cdot 14,9 \cdot e^{-j45^\circ} = 149 \cdot e^{j8^\circ} = 147,5 + j20,7 \text{ В.}$$

Комплекс полной мощности

$$\tilde{S} = \underline{\dot{U}} \cdot \underline{\dot{I}}^* = 127 \cdot 14,9 \cdot e^{j45^\circ} = 1892 \cdot e^{j45^\circ} = 1338 + j1338 \text{ В} \cdot \text{А},$$

где $\underline{\dot{I}}^*$ – сопряженный комплекс тока.

Следовательно, активная мощность цепи составляет $P = 1338 \text{ Вт}$, а реактивная – $Q = 1338 \text{ ВАр}$.

Реактивная мощность конденсатора

$$Q_C = I^2 \cdot X_C = 14,9^2 \cdot 2 = 444 \text{ ВАр.}$$

Комплекс полной мощности катушки

$$\tilde{S} = \underline{\dot{U}}_k \cdot \underline{\dot{I}}^* = 149 \cdot 14,9 \cdot e^{j8^\circ} \cdot e^{j45^\circ} = 2220 \cdot e^{j53^\circ} = 1336 + j1773.$$

Векторная диаграмма приведена на рисунке 17, б.

Проверим правильность решения задачи, осуществив моделирование её работы в среде Multisim.

В качестве источника питания для цепи на рисунке 18 можно использовать источник *AC Power* из группы *Sources*, установив действующее значение напряжения *RMS* и частоту *F*. Измерительные приборы перевести в режим *AC*. При этом они осуществляют индикацию действующих значений токов и напряжений. Результаты моделирования соответствуют расчётным значениям с небольшой погрешностью.



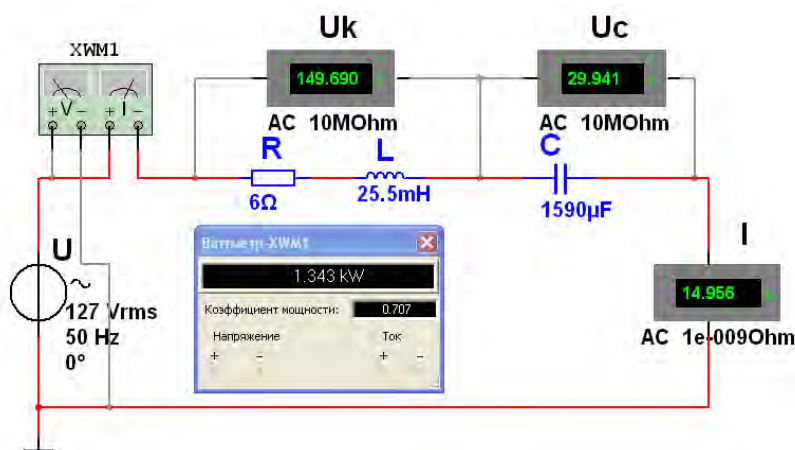


Рисунок 18 – Модель электрической цепи переменного тока в среде Multisim к задаче

Измерение мощностей P , S и Q можно провести с помощью ваттметра, который в Multisim, кроме активной мощности, измеряет коэффициент мощности $\cos \varphi = \frac{P}{S}$.

В соответствии с показаниями ваттметра можно записать:

$$P = 1343 \text{ Вт}; \cos \varphi = 0,707;$$

$$\varphi = 45^\circ \text{ (напряжение опережает ток по фазе);}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 1900 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 1343 \text{ ВАр}$, что с небольшой погрешностью соответствует расчётным значениям.

Задача. Определить токи в электрической цепи (рисунок 19), если напряжение на входе $U_{ab} = 120 \text{ В}$, а значение сопротивлений $X_{L0} = 4 \text{ Ом}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 8 \text{ Ом}$, $X_C = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

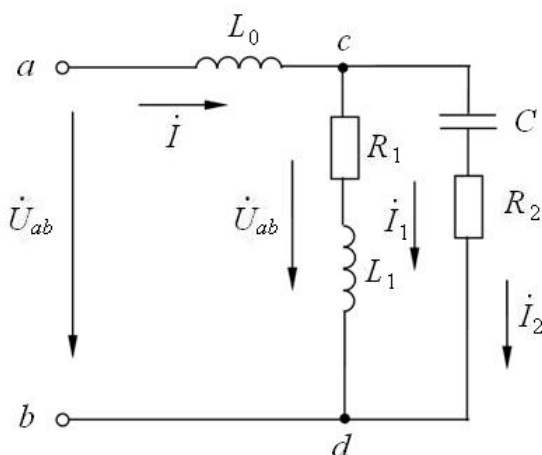


Рисунок 19 – Электрическая цепь переменного тока с параллельным соединением элементов к задаче

Решение

Входное комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{ab} &= \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{cd} = \underline{Z}_0 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = jX_{L0} + \frac{(R_1 + jX_{L1}) \cdot (R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_{L1} + R_2 - jX_C} = \\ &= j4 + \frac{(6 + j8) \cdot (5 - j5)}{6 + j8 + 5 - j5} = 6,15 + j3,23.\end{aligned}$$

Общий ток цепи

$$\dot{I} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{120}{6,15 + j3,23} = 15,39 - j8,08 = 17,4 \cdot e^{-j27,7^\circ}.$$

Комплексное напряжение на зажимах cd по второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{cd} = \dot{U}_{ab} - \dot{U}_{ac} = 120 - j4 \cdot (15,39 - j8,08) = 87,78 - j61,5 = 107,2 \cdot e^{-j35^\circ}.$$

Токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_1} = \frac{87,8 - j61,5}{6 + j8} = 0,34 - j10,7 = 10,71 \cdot e^{-j88,2^\circ};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_2} = \frac{87,8 - j61,5}{5 - j5} = 14,92 + j2,64 = 15,2 \cdot e^{j10^\circ}.$$

Комплексная полная мощность всей цепи

$$\tilde{S} = \dot{U}_{ab} \cdot \dot{I}^* = 120 \cdot (15,39 + j8,08) = 1846 + j970 = 2085 \cdot e^{j27,7^\circ},$$

$$S = \sqrt{1846^2 + 970^2} = 2085 \text{ В} \cdot \text{А},$$

откуда $P = 1846 \text{ Вт}$; $Q = 970 \text{ ВАр}$.

Модель электрической цепи в среде Multisim приведена на рисунке 20. Действующие значения токов I_1 , I_2 , I_3 , напряжения U_{cd} и активной мощности цепи P с небольшой погрешностью соответствуют расчётным.



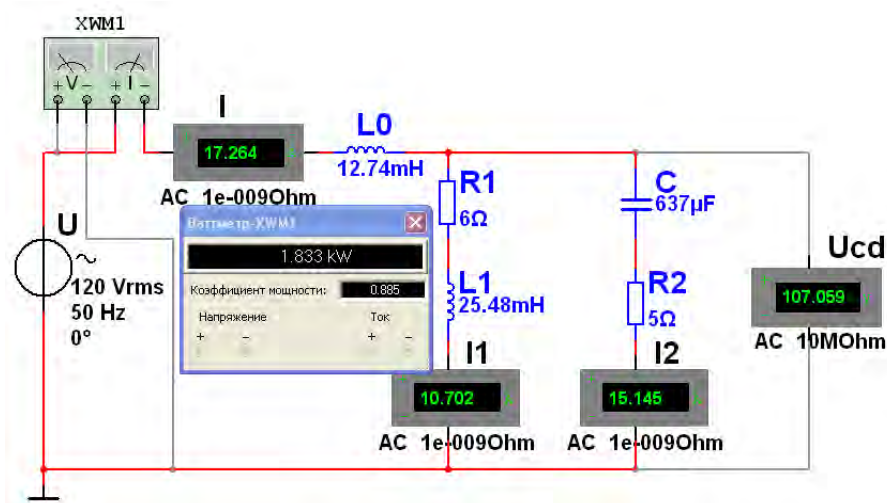


Рисунок 20 – Модель электрической цепи переменного тока с параллельным соединением элементов к задаче

Самостоятельная работа

Решить самостоятельно задачи, предложенные преподавателем.

Задача. В цепь переменного тока частотой 50 Гц (рисунок 21) включена катушка, обладающая активным сопротивлением $R = 3$ Ом и индуктивным сопротивлением $X_L = 4$ Ом. К цепи приложено напряжение $u = U_m \sin \omega t$, $U_m = 282$ В. Определить показания измерительных приборов, а также активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить треугольник сопротивлений и векторную диаграмму. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

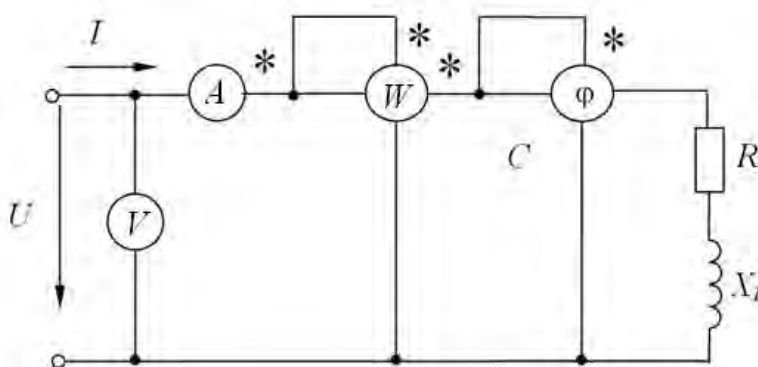


Рисунок 21 – Электрическая цепь с катушкой переменного тока к задаче для самостоятельного решения

Контрольные вопросы

1 Запишите формулы комплексного сопротивления участка цепи при последовательном соединении элементов R , L , C .

2 Дайте формулировку и запишите закон Ома в комплексной форме для участка цепи с последовательным соединением элементов R, L, C .

3 Запишите комплексное сопротивление двух параллельно соединенных ветвей.

4 Запишите формулы для расчета комплексной мощности.

5 Поясните, что понимают под коэффициентом мощности и какое экономическое значение он имеет.

4 Практическое занятие № 4. Анализ электрического состояния сложных электрических цепей переменного тока с несколькими источниками питания с применением комплексных чисел

Основные теоретические положения

Все методы расчета цепей постоянного тока применимы в комплексной форме к расчету цепей переменного тока, но расчетные формулы записываются в комплексной форме, где вместо I, U, R, E следует записывать их комплексные значения $\dot{I}, \dot{U}, \underline{Z}, \dot{E}$.

Пример решения задач

Задача. В электрической цепи включены два источника переменного напряжения: $e_1 = 141 \sin \omega t$ и $e_2 = 141 \sin (\omega t + 90^\circ)$ (рисунок 22). Задачу решить методом контурных токов. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

Определить токи в ветвях, если: $R_1 = 3 \text{ Ом}$; $C_1 = 796,2 \text{ мкФ}$; $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $L_2 = 19,1 \text{ мГн}$; $L_3 = 31,85 \text{ мГн}$.

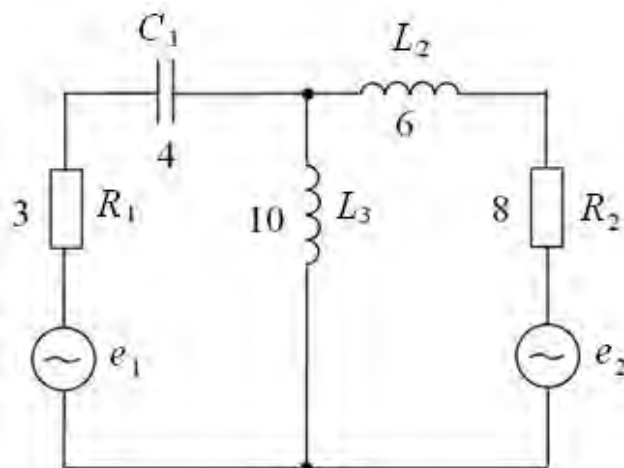


Рисунок 22 – Цепь переменного тока с двумя источниками питания к задаче



Решение

Определим значение реактивных сопротивлений элементов:

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 796,2} = 4 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 314 \cdot 19,1 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ Ом};$$

$$X_{L3} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_3 = 314 \cdot 31,85 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом}.$$

Определим полные сопротивления отдельных ветвей в комплексной форме:

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C1} = 3 - j4 = 5 \cdot e^{-j53^\circ}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 8 + j6 = 10 \cdot e^{j37^\circ};$$

$$\underline{Z}_3 = jX_{L3} = j10 = 10 \cdot e^{j90^\circ}.$$

Тогда исходная схема для решения методом контурных токов преобразуется к виду, представленному на рисунке 23.

Определим значения ЭДС источников в комплексной форме:

$$\dot{E}_1 = \frac{E_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = \frac{E_{m2}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\phi} = \frac{141}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ} = j100.$$

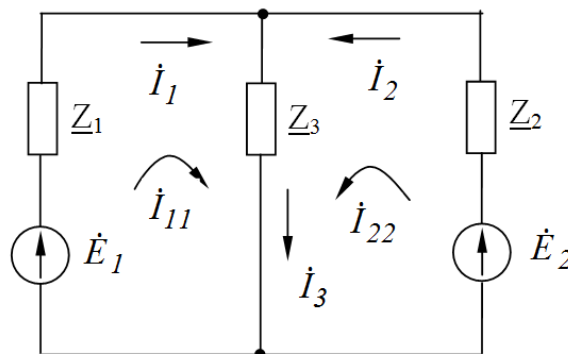


Рисунок 23 – Цепь переменного тока с двумя источниками питания к задаче для решения методом контурных токов

Система уравнений для определения контурных токов

$$\begin{cases} \dot{E}_{11} = \dot{I}_{11} \underline{Z}_{11} + \dot{I}_{22} \underline{Z}_{12}; \\ \dot{E}_{22} = \dot{I}_{11} \underline{Z}_{21} + \dot{I}_{22} \underline{Z}_{22}, \end{cases}$$

где $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 = 100 \text{ В};$

$$\dot{E}_{22} = \dot{E}_2 = j100 = 100 \cdot e^{j90^\circ};$$

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 3 - j4 + j10 = 3 + j6 = 6,7 \cdot e^{j63^\circ};$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 = j10 + 8 + j6 = 8 + j16 = 17,9 \cdot e^{j63^\circ};$$

$$\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_3 = j10 = 10 \cdot e^{j90^\circ}.$$

Таким образом,

$$100 = \dot{I}_{11} \cdot (3 + j6) + \dot{I}_{22} \cdot j10;$$

$$j100 = \dot{I}_{11} j10 + \dot{I}_{22} \cdot (8 + j16).$$

Находим значение контурных токов:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta};$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

где $\Delta = \begin{vmatrix} 3 + j6 & j10 \\ j10 & 8 + j16 \end{vmatrix} = 28 + j96 = 100 \cdot e^{j74^\circ};$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & j10 \\ j100 & 8 + j16 \end{vmatrix} = 1800 + j1600 = 2408 \cdot e^{j42^\circ};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 + j6 & 100 \\ j10 & j100 \end{vmatrix} = -600 - j700 = 922 \cdot e^{-j130^\circ}.$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{2408 \cdot e^{j42^\circ}}{100 \cdot e^{j74^\circ}} = 24,08 \cdot e^{-j32^\circ} = 20,42 - j12,76;$$



$$\dot{I}_{22} = \frac{922 \cdot e^{-j130^\circ}}{100 \cdot e^{j74^\circ}} = 9,22 \cdot e^{-j204^\circ} = -8,42 + j3,75.$$

Найти решение системы уравнений в комплексной форме можно, воспользовавшись программой *Калькулятор.exe* (рисунок 24)

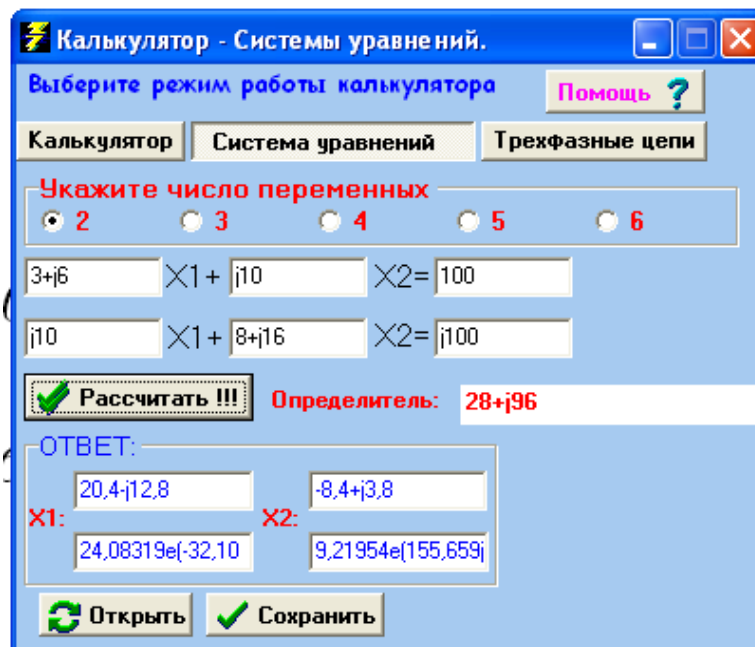


Рисунок 24 – Результат решения системы уравнений при помощи программы *Калькулятор.exe*

Токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = 20,42 - j12,76 = 24,08 \cdot e^{-j32^\circ};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{22} = -8,42 + j3,75 = 9,22 \cdot e^{-j204^\circ};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 20,42 - j12,76 - 8,42 + j3,75 = 12 - j9 = 15 \cdot e^{-j37^\circ}.$$

Модель электрической цепи в среде Multisim приведена на рисунке 25, действующие значения токов I_1 , I_2 , I_3 соответствуют расчётным.

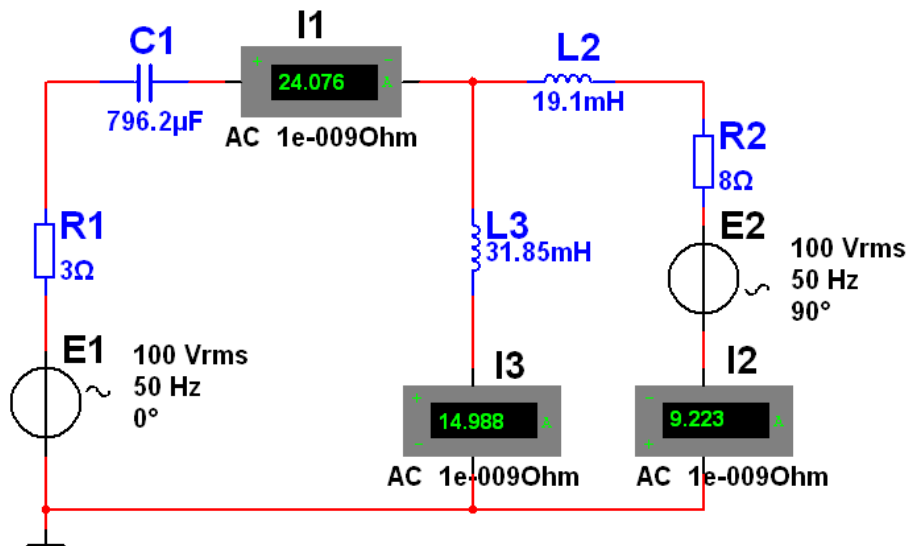


Рисунок 25 – Модель цепи переменного тока в Multisim с двумя источниками питания к задаче

Комплексные мощности источников ЭДС:

$$\dot{E}_1 \cdot I_1^* = 100 \cdot (20,42 + j12,76) = 2042 + j1276,$$

$$\dot{E}_2 \cdot I_2^* = 100 \cdot (-8,42 - j3,75) = 375 - j842.$$

Активная и реактивная мощности источников

$$P_{уст} = P_1 + P_2 = 2042 + 375 = 2417 \text{ Вт};$$

$$Q_{уст} = Q_1 + Q_2 = 1276 - 842 = 434 \text{ ВАр}.$$

Комплексные мощности нагрузки

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{нагр} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + j(-X_1 I_1^2 + I_2^2 X_2 + I_3^2 X_3) = 24,08^2 \cdot 3 + 9,22^2 \cdot 8 + \\ &+ j(-4 \cdot 24,08^2 + 9,22^2 \cdot 6 + 15^2 \cdot 10) = 2419 + j440. \end{aligned}$$

Небольшие расхождения в полученных значениях мощностей объясняются округлением величин при расчете.

Самостоятельная работа

Задача. Определить показание амперметра в цепи однофазного синусоидального тока (рисунок 26), напряжения на элементах и мощность всей цепи. Исходные данные к задаче (мгновенное значение напряжения на зажимах цепи, активные сопротивления R_1 , R_2 , индуктивности L_1 , L_2 , емкости C_1 , C_2)

приведены в таблице 2. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

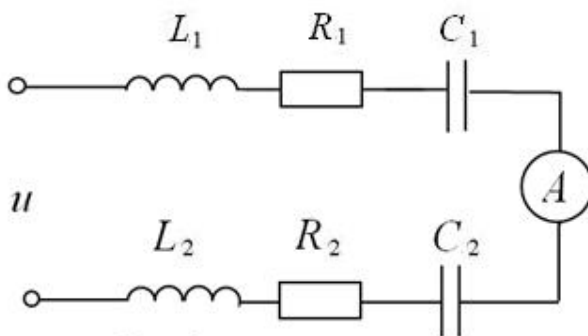


Рисунок 26 – Схема электрической цепи к задаче

Таблица 2 – Исходные данные к задаче

Номер варианта	$u(t)$	R_1 , Ом	L_1 , мГн	C_1 , мкФ	R_2 , Ом	L_2 , мГн	C_2 , мкФ
1	$14,14 \sin 314t$	10	31,85	—	10	—	106,16
2	$14,14 \sin 314t$	10	95,54	—	10	—	318,47
3	$14,14 \sin 314t$	5	31,85	—	5	—	159,24
4	$14,14 \sin 314t$	5	63,69	—	5	—	318,47
5	$14,14 \sin 314t$	10	31,85	—	—	31,85	106,16

Контрольные вопросы

- 1 Поясните методику расчета цепей переменного тока при смешанном соединении сопротивлений.
- 2 Укажите, в чем состоит сходство и различие методов расчета цепей постоянного тока и переменного тока.
- 3 Поясните порядок расчета сложных электрических цепей переменного тока с несколькими источниками питания.

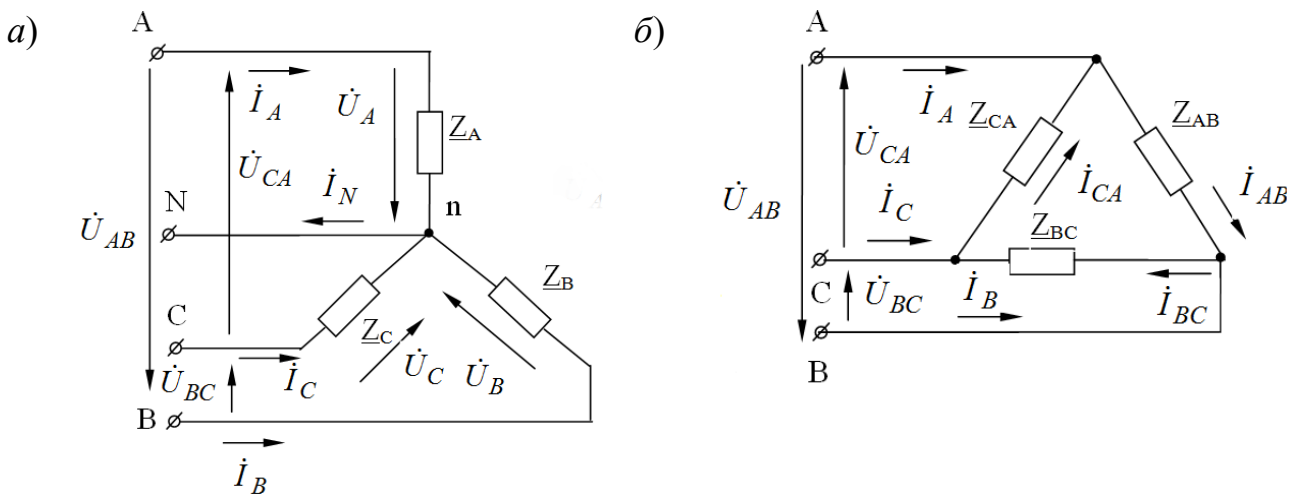
5 Практическое занятие № 5. Анализ простейших трехфазных цепей с помощью комплексных чисел и векторных диаграмм

Основные теоретические соотношения

Фазные напряжения для схемы (рисунок 27, а) в комплексной форме определяются по заданному линейному напряжению:

$$\dot{U}_A = U_A; \quad \dot{U}_B = U_B \cdot e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_C = U_C \cdot e^{-j240^\circ},$$

где $U_A = U_B = U_C = U_\phi = U_\lambda / \sqrt{3}$.



a – треугольник; *б* – звезда

Рисунок 27 – Схемы соединения трёхфазной нагрузки

Для схемы на рисунке 27, *б* фазные и линейные напряжения равны:

$$U_l = U_\phi.$$

В комплексной форме

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB}; \quad \dot{U}_{BC} = U_{BC} \cdot e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_{CA} = U_{CA} \cdot e^{-j240^\circ}.$$

Пример решения задач

Задача. К трехфазной линии электропередачи, линейные напряжения которой симметричны: $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 220$ В, присоединены три приемника энергии по схеме треугольник (рисунок 28). Комплексные сопротивления этих приемников $Z_{AB} = 22$ Ом; $Z_{BC} = 19 - j11$; $Z_{CA} = 19 + j11$. Определить линейные и фазные токи в цепи и построить векторную диаграмму.

Решение

Запишем значения линейных напряжений в комплексной форме:

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 220 \text{ В},$$

тогда

$$\dot{U}_{BC} = U_{BC} \cdot e^{-j120^\circ} = 220 \cdot e^{-j120^\circ} = -110 - j190;$$

$$\dot{U}_{CA} = U_{CA} \cdot e^{-j240^\circ} = 220 \cdot e^{-j240^\circ} = -110 + j190.$$

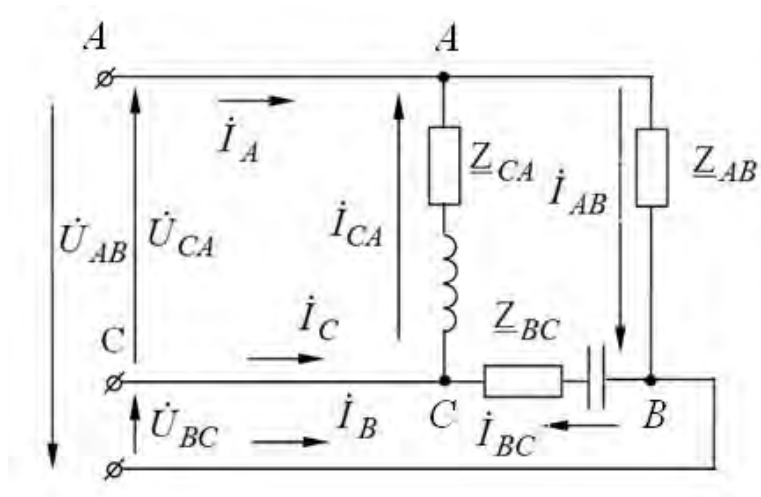


Рисунок 28 – Схема трехфазной электрической цепи к задаче

На основании закона Ома определим фазные токи:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB} = 220 / 22 = 10 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{BC} = \dot{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC} = (-110 - j190) / (19 - j11) = -j10 = 10 \cdot e^{-j90^\circ};$$

$$\dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA} = (-110 + j190) / (19 + j11) = j10 = 10 \cdot e^{j90^\circ}.$$

Применив первый закон Кирхгофа к точкам A , B , C , найдем линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 10 - j10 = 14,1 \cdot e^{-j45^\circ};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{CA} = -10 - j10 = 14,1 \cdot e^{-j135^\circ};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = j20 = 20 \cdot e^{j90^\circ}.$$

Проверка:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

$$10 - j10 - j10 - 10 + j20 = 0.$$

Задача. Определить токи в трехфазной цепи (рисунок 29), если линейные напряжения на входе в цепь симметричны: $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 208 \text{ В}$, а комплексные сопротивления фаз

$$\underline{Z}_A = 8 + j6 \text{ Ом}; \underline{Z}_B = 8 - j6 \text{ Ом}; \underline{Z}_C = 25 \text{ Ом}.$$

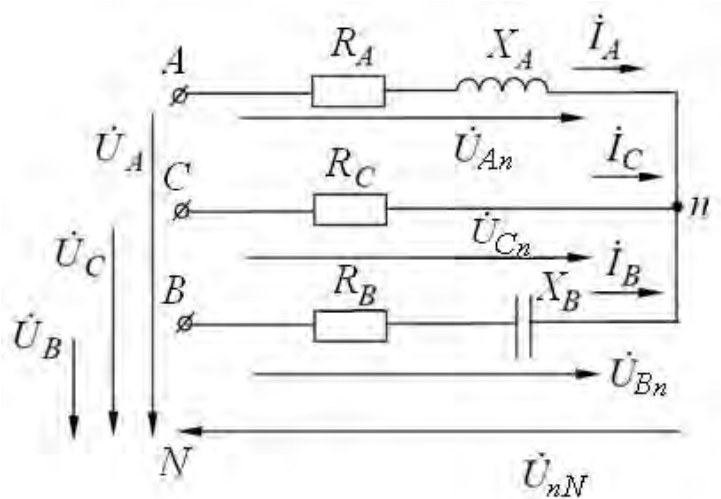


Рисунок 29 – Схема трехфазной электрической цепи к задаче

Решение

Комплексные проводимости фаз:

$$\underline{Y}_A = 1 / \underline{Z}_A = 1 / (R_A + jX_A) = 1 / (8 + j6) = 0,08 - j0,06;$$

$$\underline{Y}_B = 1 / \underline{Z}_B = 1 / (R_B + jX_B) = 1 / (8 - j6) = 0,08 + j0,06;$$

$$\underline{Y}_C = 1 / \underline{Z}_C = 1 / R_C = 1 / 25 = 0,04 \text{ См}.$$

Фазные напряжения генератора

$$U_A = U_B = U_C = U_{AB} / \sqrt{3} = 208 / \sqrt{3} = 120 \text{ В}.$$

Значения фазных напряжений в комплексной форме:

$$\dot{U}_A = 120 \text{ В}; \dot{U}_B = U_B \cdot e^{-j120^\circ} = 120 \cdot e^{-j120^\circ} = -60 - j104;$$

$$\dot{U}_C = U_C \cdot e^{-j240^\circ} = 120 \cdot e^{-j240^\circ} = -60 + j104.$$

Напряжение между нейтральными точками генератора и нагрузки

$$U_{nN} = \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

$$U_{nN} = \frac{120 \cdot (0,08 - j0,06) + (-60 - j104) \cdot (0,08 + j0,06) + (-60 + j104) \cdot 0,04}{0,08 - j0,06 + 0,08 + j0,06 + 0,04} =$$

$$= 43,2 - j74,8 = 86,3 \cdot e^{-j60^\circ}.$$

Фазные напряжения нагрузки:

$$\dot{U}_{An} = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = 120 - 43,2 + j74,8 = 76,8 + j74,8 = 107,2 \cdot e^{j44^\circ};$$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = -60 - j104 - 43,2 + j74,8 = -103,2 - j28,2 = 107,2 \cdot e^{-j165^\circ};$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = -60 + j104 - 43,2 + j74,8 = -103,2 + j178,8 = 206,4 \cdot e^{-j60^\circ}.$$

Комплексные линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} \cdot \underline{Y}_A = (76,8 + j74,8) \cdot (0,08 - j0,06) = 10,63 + j1,38 = 10,7 \cdot e^{j7,4^\circ};$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_{Bn} \cdot \underline{Y}_B = (-103,2 - j28,2) \cdot (0,08 + j0,06) = -6,5 - j8,53 = 10,7 \cdot e^{-j127^\circ};$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_{Cn} \cdot \underline{Y}_C = (-103,2 + j28,2) \cdot 0,04 = -4,13 + j7,15 = 8,25 \cdot e^{-j60^\circ}.$$

Проверка:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

$$10,63 + j1,38 - 6,5 - j8,53 - 4,13 + j7,15 = 0.$$

Самостоятельная работа

Задача. Определить линейные и фазные токи в трёхфазной цепи. Исходные данные к задаче (линейное напряжение U_L , нагрузка $\underline{Z}$ и её схема подключения) приведены в таблице 3. Осуществить моделирование работы схемы в среде Multisim.

Таблица 3 – Исходные данные к задаче

Номер варианта	U_L , В	$\underline{Z}$, Ом	Схема подключения нагрузки
1	380	$20 + j20$	Звезда
2	380	$20 + j20$	Треугольник
3	380	$20 - j20$	Звезда
4	380	$20 - j20$	Треугольник
5	380	$3 + j4$	Звезда



Контрольные вопросы

- 1 Запишите комплексные выражения для фазных и линейных напряжений при соединении нагрузок звездой и треугольником.
- 2 Объясните назначение нейтрального провода.
- 3 Запишите формулу, определяющую смещение нейтрали и фазные напряжения приемника, фазы которого соединены звездой без нейтрального провода.

6 Практическое занятие № 6. Полупроводниковые диоды и расчет электронных устройств на их основе

Пример решения задач

Задача. Расчёт однофазного неуправляемого выпрямителя.

Разработать схему мостового выпрямителя на полупроводниковых диодах с индуктивно-емкостным LC -фильтром для выпрямления однофазного синусоидального напряжения. Исходные данные к задаче (напряжение сети U_1 , номинальное напряжение нагрузки U_d , номинальная мощность нагрузки P_d , допустимый коэффициент пульсаций K_n) приведены в таблице 4. Частота питающего напряжения $f = (50 \text{ Гц} - \text{группа № 1}; 100 \text{ Гц} - \text{группа № 2}; 400 \text{ Гц} - \text{группа № 3}; 60 \text{ Гц} - \text{группа № 4})$. Необходимо выбрать тип вентилей, трансформатора, рассчитать параметры фильтра. Описать принцип работы схемы, осуществить моделирование её работы в среде Multisim.

Таблица 4 – Исходные данные к задаче

Номер варианта	U_1 , В	U_d , В	P_d , Вт	K_n , %
1	2	3	4	5
1	220	12	20	0,1
2	220	24	35	0,2
3	220	36	45	0,3
4	110	40	40	0,4
5	110	24	10	0,5
6	220	18	50	0,6
7	220	15	30	0,4
8	110	12	25	0,8
9	110	36	30	0,9
10	110	24	15	1,0
11	220	12	60	0,8
12	110	24	25	0,3
13	220	36	45	0,2
14	220	40	30	0,4
15	110	24	20	0,5
16	220	18	55	0,1
17	110	15	10	0,1
18	110	12	20	0,9

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5
19	220	36	60	0,2
20	220	24	65	0,4
21	220	12	70	0,3
22	110	24	30	0,7
23	110	36	15	0,1
24	220	40	45	0,3
25	220	24	35	0,4
26	110	18	25	0,5
27	110	15	30	0,6
28	110	12	45	0,9
29	220	36	80	0,7
30	110	24	25	0,5
31	220	50	30	0,7

Пример решения задачи. Вариант 31

Схема однофазного мостового выпрямителя с LC -фильтром приведена на рисунке 30. Принцип ее работы описан в [4].

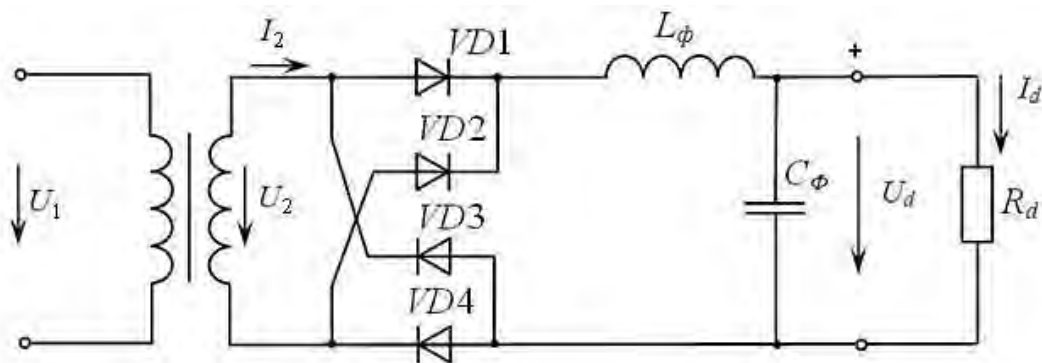


Рисунок 30 – Схема однофазного мостового выпрямителя с индуктивно-емкостным LC -фильтром

Ток нагрузки

$$I_d = \frac{P_d}{U_d} = \frac{30}{50} = 0,6 \text{ А.}$$

Сопротивление нагрузки

$$R_d = \frac{U_d}{I_d} = \frac{50}{0,6} = 83,3 \text{ Ом.}$$

Для однофазного мостового выпрямителя среднее значение прямого тока через вентиль (выпрямительный диод) определяется как

$$I_a = \frac{I_d}{2} = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ А.}$$

Обратное максимальное напряжение на вентиле

$$U_{a \text{ обр max}} = 1,57 \cdot U_d = 1,57 \cdot 50 = 78,5 \text{ В.}$$

Выбираем вентили (выпрямительные диоды) 1N4934 (таблица А.1 или электронный «Справочник по полупроводниковым приборам» – файл «INQUIRY.EXE») с параметрами:

- максимальный прямой ток $I_{np \text{ max}} = 1 \text{ А} > I_a = 0,3 \text{ А};$
- максимально допустимое обратное напряжение $U_{обр \text{ max}} = 100 \text{ В} > U_{a \text{ обр max}} = 78,5 \text{ В};$
- максимальное напряжение в открытом состоянии $U_{np \text{ max}} = 1,1 \text{ В.}$

Для однофазного мостового выпрямителя действующее значение вторичного напряжения равно:

$$U_2 = 1,11 \cdot U_d + 2 \cdot U_{np \text{ max}} = 1,11 \cdot 50 + 2 \cdot 1,1 = 57,5 \text{ В.}$$

Расчётная мощность трансформатора

$$S_{расч} = 1,23 \cdot P_d = 1,23 \cdot 30 = 36,9 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Выбираем трансформатор (электронный справочник – файл «Силовые трансформаторы.pdf») ТПП 271-127/220-50:

$$S_{ном} = 57,0 \text{ В} \cdot \text{А} > S_{расч} = 36,9 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

При последовательном соединении вторичных обмоток А, Б, В, Г получаем $U_2 = 9,95 + 10 + 20 + 20 = 59,95 \text{ В.}$

Тогда коэффициент трансформации

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{59,95} = 3,67.$$

Коэффициент пульсации на выходе однофазного мостового выпрямителя $K_n = 0,67.$

Требуемый коэффициент пульсации $K_n = 0,007.$

Коэффициент сглаживания фильтра

$$S = \frac{K_n}{K_n} = \frac{0,67}{0,007} = 95,71.$$



Для LC-фильтра

$$L_{\phi} C_{\phi} = \frac{S_{LC} + 1}{(2 \cdot \pi \cdot f \cdot m)^2} = \frac{96,71}{(2\pi \cdot 50 \cdot 2)^2} = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ Гн} \cdot \text{Ф},$$

где m – число пульсаций выпрямленного напряжения за период.

Пусть $C_{\phi} = 200 \text{ мкФ}$, тогда

$$L_{\phi} = \frac{L_{\phi} C_{\phi}}{C_{\phi}} = \frac{2,45 \cdot 10^{-4}}{200 \cdot 10^{-6}} \approx 1,23 \text{ Гн}.$$

Параметры фильтра $C_{\phi} = 200 \text{ мкФ}$, $L_{\phi} = 1,23 \text{ Гн}$ удовлетворяют условиям эффективной работы:

$$\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot m \cdot C_{\phi}} \ll R_d; 2\pi \cdot f \cdot m \cdot L_{\phi} \gg R_d.$$

$$7,96 \ll 83,3; 770,02 \gg 83,3.$$

Модель однофазного неуправляемого мостового выпрямителя с фильтром приведена на рисунке 31 (файл «Мостовой выпрямитель.ms11»).

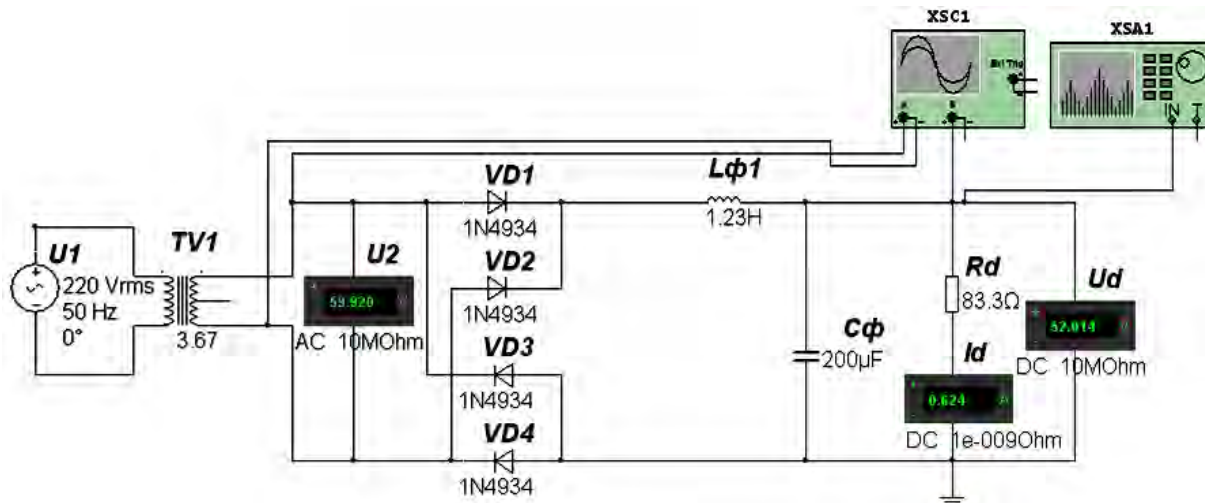


Рисунок 31 – Модель мостового выпрямителя с индуктивно-емкостным фильтром

Результаты моделирования: $U_2 = 59,921 \text{ В}$, $I_d = 0,606 \text{ А}$, $U_d = 52,04 \text{ В}$ (задано $U_d = 50 \text{ В}$), что соответствует заданию.

Коэффициент пульсаций в нагрузке

$$K_H = \frac{U_{1m}}{U_d} = \frac{0,36}{52,014} = 0,0069,$$

что удовлетворяет заданию $K_n = 0,7 \% \geq 0,0069 \cdot 100 \%$.

Самостоятельная работа

Выполнить расчёт однофазного неуправляемого выпрямителя в соответствии с вариантом, заданным преподавателем.

Контрольные вопросы

- 1 Назовите классификацию выпрямителей.
- 2 Дайте определение понятию «коэффициент пульсации».
- 3 Как определяется величина максимального обратного напряжения на вентилях для схемы однофазного двухполупериодного выпрямителя.

7 Практическое занятие № 7. Расчет электронных устройств на основе операционных усилителей

Пример решения задач

Задача. На основе операционного усилителя КР140УД11 разработать схему инвертирующего усилителя низкой частоты с коэффициентом усиления $K_u = 20$ и минимальным входным напряжением $U_{вх\min} = 10$ мВ.

Решение

Параметры операционного усилителя КР140УД11 (аналог LM318N8) (таблица А.1):

- номинальное напряжение питания $U_{пит\ ном} = \pm 15$ В;
- коэффициент усиления $K_{u\ ОУ} = 30000$;
- максимально допустимое выходное напряжение $U_{вых\max} = 12$ В;
- разность входных токов $\Delta I_{вх} = 0,2$ мкА;
- входное сопротивление $R_{вх} = 0,4$ МОм;
- минимальное сопротивление нагрузки $R_{H\min} = 2$ кОм.

Разработанная схема инвертирующего усилителя низкой частоты приведена на рисунке 32 (цепи балансировки нуля – NC и частотной коррекции – FC не используются).



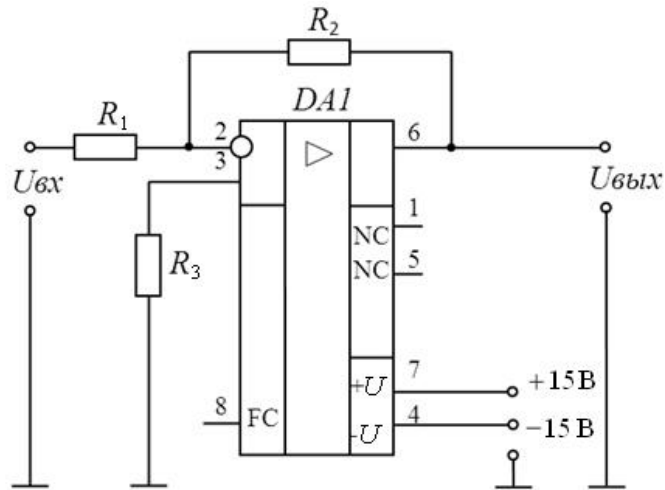


Рисунок 32 – Схема инвертирующего усилителя на ОУ KP140UD11

Для инвертирующего усилителя на ОУ входное сопротивление $R_{вх} = R_1$. Чтобы не загружать источники сигнала, величину R_1 желательно иметь большой. Но падение напряжения на R_1 от разностного тока $\Delta I_{вх}$ воспринимается усилителем как сигнал. Чтобы отстроить эту помеху от полезного сигнала, надо иметь $\Delta I_{вх} \cdot R_1$ значительно меньше, чем $U_{вхmin}$.

$$\frac{U_{вхmin}}{\Delta I_{вх}} = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ кОм} \gg R_1.$$

Принимаем из стандартного ряда E24 (приложение Б) $R_1 = 5,1 \text{ кОм}$, тогда

$$\Delta I_{вх} \cdot R_1 = 0,2 \cdot 5,1 = 1 \text{ мВ} \ll U_{вхmin} = 10 \text{ мВ}.$$

Сопротивление обратной связи

$$R_2 = K_u \cdot R_1 = 20 \cdot 5,1 = 102 \text{ кОм}.$$

Принимаем по ряду E24 $R_2 = 100 \text{ кОм}$.

Для уравнивания входных токов ОУ по обоим входам в цепь неинвертирующего входа включают резистор R_3 :

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5,1 \cdot 100}{5,1 + 100} = 4,85 \text{ кОм}.$$

Принимаем по ряду E24 $R_3 = 4,7 \text{ кОм}$.

Амплитуда выходного сигнала не может быть больше максимального выходного напряжения (для данного типа ОУ – 12 В). Поэтому действующее значение максимального входного синусоидального сигнала составит:

$$U_{\text{ex max}} = \frac{U_{\text{блх max}}}{\sqrt{2} \cdot K_U} = \frac{12}{\sqrt{2} \cdot 20} = 0,42 \text{ В.}$$

Модель инвертирующего усилителя на ОУ в среде Multisim приведена на рисунке 33. Результаты моделирования при напряжении, не превышающем $U_{\text{ex max}}$: $U_{\text{ex}} = 0,2 \text{ В}$; $U_{\text{блх}} = 3,92 \text{ В}$.

Коэффициент усиления $K_U = \frac{U_{\text{блх}}}{U_{\text{ex}}} = \frac{3,92}{0,2} = 19,6 \approx 20$, что соответствует заданию.

Временные диаграммы работы усилителя при различных уровнях входного сигнала представлены на рисунке 34. Выходное напряжение $U_{\text{блх}}$ смещено относительно входного U_{ex} на 180° (инвертирующий усилитель). При входном напряжении $U_{\text{ex}} = 1 \text{ В}$, превышающем $U_{\text{ex max}}$, наблюдается ограничение выходного напряжения на уровне $U_{\text{блх max}} = 12 \text{ В}$ (рисунок 34, б).

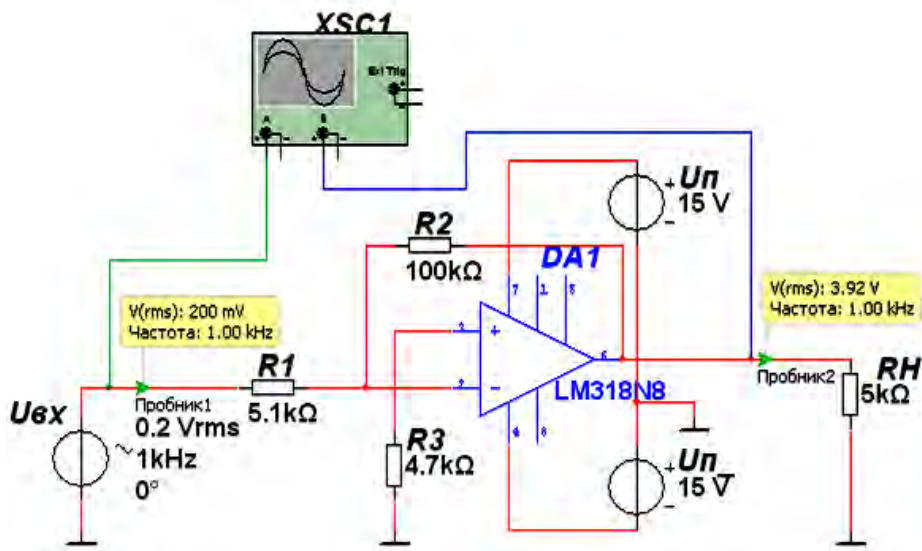
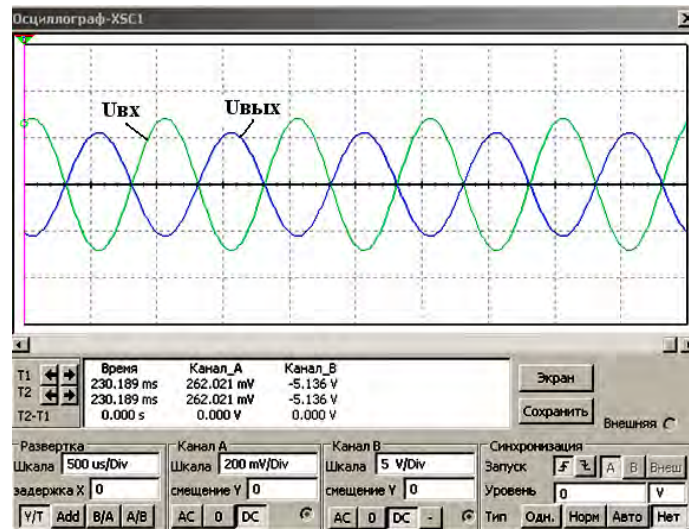


Рисунок 33 – Модель инвертирующего усилителя на ОУ

a)



б)

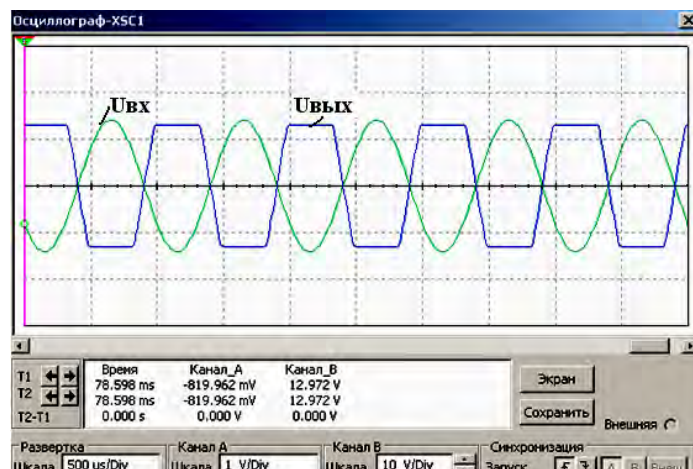


Рисунок 34 – Временные диаграммы работы инвертирующего усилителя на ОУ при входном напряжении $U_{вх\max} = 0,2 \text{ В}$ (a) и $U_{вх\max} = 1 \text{ В}$ (б)

Самостоятельная работа

Задача. Расчёт инвертирующего усилителя низкой частоты на базе операционного усилителя.

На основе заданного операционного усилителя разработать схему инвертирующего усилителя низкой частоты с коэффициентом усиления K_u и минимальным входным напряжением $U_{вх\min}$. Исходные данные приведены в таблице 5. Определить максимальное входное напряжение синусоидального сигнала $U_{вх\max}$, при котором не будет значительных искажений выходного сигнала. Описать работу схемы, осуществить моделирование её работы при $U_{вх\min} < U_{вх1} < U_{вх\max}$ и $U_{вх2} > U_{вх\max}$.

Таблица 5 – Исходные данные к задаче

Номер варианта	Тип операционного усилителя	K_u
1	KP140УД7 ($\mu A741CD$)	10
2	KP140УД11 (LM318N8)	12
3	KP140УД14 (LM308AM8)	14
4	KP1408УД1 (LM343H)	16
5	KP140УД18 (LF355BN)	18
6	K140УД10 (LM118P)	20
7	KP140УД7 ($\mu A741CD$)	22
8	KP140УД11 (LM318N8)	24
9	KP140УД14 (LM308AM8)	26
10	KP1408УД1 (LM343H)	28
11	KP140УД18 (LF355BN)	30
12	K140УД10 (LM118P)	32
13	KP140УД7 ($\mu A741CD$)	34
14	KP140УД11 (LM318N8)	36
15	KP140УД14 (LM308AM8)	38
16	KP1408УД1 (LM343H)	40
17	KP140УД18 (LF355BN)	42
18	K140УД10 (LM118P)	44
19	KP140УД7 ($\mu A741CD$)	46
20	KP140УД11 (LM318N8)	48
21	KP140УД14 (LM308AM8)	50
22	KP1408УД1 (LM343H)	52
23	KP140УД18 (LF355BN)	54
24	K140УД10 (LM118P)	56
25	KP140УД7 ($\mu A741CD$)	58

Контрольные вопросы

- 1 Дайте определение понятию «операционный усилитель», изобразите его условно-графическое обозначение.
- 2 Какие внешние условия влияют на работу ОУ?
- 3 Охарактеризуйте область применения ОУ.
- 4 Приведите основные характеристики ОУ.

8 Практическое занятие № 8. Реализация устройств на основе логических элементов

Пример решения задач

Задача. Разработать устройство управления механизмом на логических элементах серии K555 (74LS), работа которого контролируется по пяти параметрам. Параметры могут принимать значение 0 и 1. Значения параметров определяются десятичным числом 26. При несовпадении хотя бы одного из параметров механизм отключается. Составить схему управления механизмом, используя только логические элементы 2И-НЕ, 2ИЛИ-НЕ. Осуществить



моделирование работы схемы при комбинации логических сигналов на входах, соответствующих включенному состоянию механизма. Описать работу схемы.

Решение

Заданное десятичное число 26 преобразуем в двоичное: 11010. Нормальное значение параметров: $X_5 = 1, X_4 = 1, X_3 = 0, X_2 = 1, X_1 = 0$.

Так как $F = 1$ только для одного состояния параметров, то логическая функция будет содержать только один минтерм:

$$F = X_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot X_4 \cdot \bar{X}_5.$$

Используемые логические элементы выполняют следующие функции:

$$2И - НЕ : F_1 = \overline{X_1 \cdot X_2};$$

$$2ИЛИ - НЕ : F_2 = \overline{X_1 + X_2}.$$

Преобразуемая функция F содержит пять переменных, а у каждого из логических элементов можно использовать не более двух входов. Поэтому надо произвести декомпозицию функции F , т. е. представить ее в виде набора функций F_1 и F_2 , каждая из которых должна содержать не более двух переменных. Подобные преобразования проводят, используя законы и теоремы алгебры и логики. Применяв закон ассоциативности, исходную функцию представим в следующем виде:

$$F = X_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot X_4 \cdot \bar{X}_5 = X_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_5 \cdot X_4.$$

Выполнив операцию двойного отрицания каждого члена и используя теорему де-Моргана $\overline{\bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2} = \overline{\bar{X}_1} + \overline{\bar{X}_2}$, получим

$$F = \overline{\overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_5 \cdot X_4}} = \overline{\overline{X_1 \cdot X_2} + \overline{\bar{X}_3 \cdot \bar{X}_5 \cdot X_4}}.$$

В такой форме функция F может быть реализована на заданных элементах серии К555 (74LS). Для реализации схемы требуется четыре логических элемента: два элемента 2И-НЕ ($DD1$ – микросхема К555ЛА3 (74LS00), содержащая четыре элемента в одном корпусе); два элемента 2ИЛИ-НЕ ($DD2$ – микросхема К555ЛЕ1 (74LS02), содержащая четыре элемента в одном корпусе).

Модель разработанной схемы реализации логической функции в среде Multisim(файл «Логическая функция.ms11») приведена на рисунке 35.

Для проверки работы схемы на входах $X_1...X_5$ указаны значения переменных, задаваемых с помощью соответствующих ключей (уровню логической единицы соответствует напряжение 5 В (VCC), а уровню

логического нуля – напряжение 0 В (GND)). Значение функции $F = 1$ и промежуточных функций контролируется логическими пробниками. Легко проверить, что при любом другом наборе переменных $F = 0$.

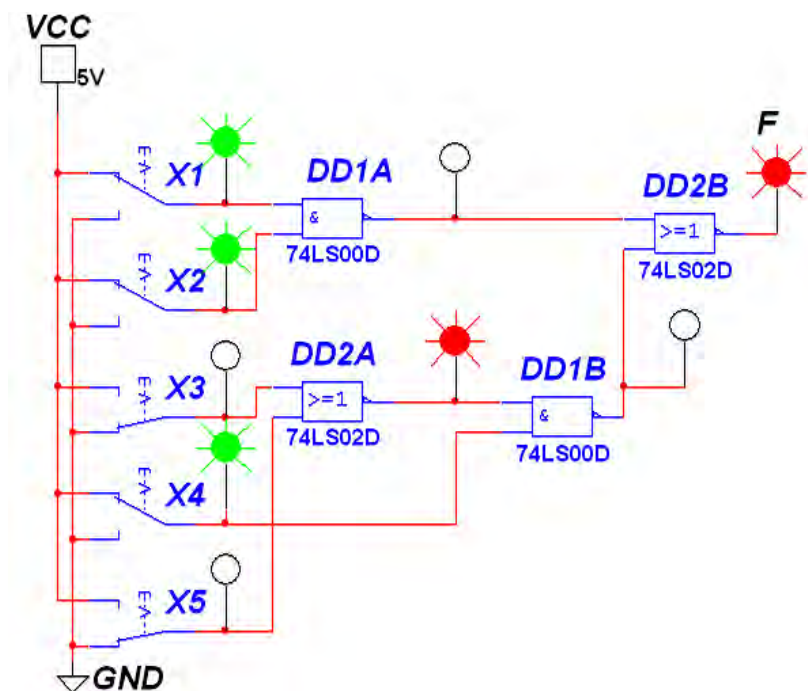


Рисунок 35 – Модель устройства управления механизмом на логических элементах серии 74LS

Самостоятельная работа

Задача. Разработка устройства на логических элементах.

Разработать устройство управления механизмом на логических элементах серии (K555 (74LS) – группа № 1; K561 (CD40xx) – группа № 2; K564 (CD40xx) – группа № 3; K1533 (74ALS) – группа № 4), работа которого контролируется по пяти параметрам. Параметры могут принимать значение 0 и 1. Значения параметров определяются десятичным числом, соответствующим варианту задания. При несовпадении хотя бы одного из параметров механизм отключается. Составить схему управления механизмом, используя только логические элементы 2И-НЕ, 2ИЛИ-НЕ. Осуществить моделирование работы схемы при комбинации логических сигналов на входах, соответствующих включенному состоянию механизма. Описать работу схемы.

Контрольные вопросы

- 1 Условно-графическое отображение основных логических функций.
- 2 Укажите порядок выполнения логических операций.
- 3 Приведите пример таблицы истинности для функции Шеффера с тремя логическими переменными.
- 4 Укажите основные достоинства КМОП-логики.

Список литературы

- 1 **Марченко, А. Л.** Электротехника и электроника : учебник в 2 т. Т. 1: Электротехника / А. Л. Марченко, Ю. Ф. Опадчий. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 574 с.
- 2 **Миленина, С. А.** Электротехника, электроника и схемотехника : учебник и практикум для академ. бакалавриата / С. А. Миленина ; под ред. Н. К. Миленина. – Москва : Юрайт, 2015. – 399 с.
- 3 **Иванов, И. И.** Электротехника: учебник / И. И. Иванов, Г. И. Соловьев, В. А. Фролов. – 7-е изд., перераб.и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2012. – 736 с.
- 4 **Марченко, А. Л.** Лабораторный практикум по электротехнике и электронике в среде Multisim: учебное пособие для вузов / А. Л. Марченко, С. В. Освальд. – Москва : ДМК Пресс, 2010. – 448 с.
- 5 **Рыбков, И. С.** Электротехника : учебное пособие / И. С. Рыбков. – Москва : РИОР ; ИНФРА-М, 2013. – 160 с.
- 6 **Марченко, А. Л.** Электротехника и электроника: курсовые работы с методическими указаниями и примерами / А. Л. Марченко, Ю. Ф. Опадчий. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 126 с.
- 7 **Касаткин, А. С.** Курс электротехники: учебник / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – 8-е изд., стереотип. – Москва : Высшая школа, 2005. – 541 с.
- 8 **Марченко, А. Л.** Лабораторный практикум по электротехнике и электронике в среде Multisim: учебное пособие для вузов / А. Л. Марченко, С. В. Освальд. – Москва : ДМК Пресс, 2010. – 448 с.
- 9 Сборник задач по электротехнике и электронике / Под общ. ред. Ю. В. Бладыко. – Минск : Вышэйшая школа, 2012. – 478 с.



Приложение А (справочное)

Таблица А.1 – Параметры операционных усилителей

Тип операционного усилителя	$U_{пит\ ном},$ В	K_U	$U_{вых, max},$ В	$\Delta I_{вх},$ мкА	$R_{вх},$ МОм	$R_{нmin},$ кОм	$V_u,$ В/мкс
КР140УД11	± 15	30000	12	0,2	0,4	2	50
КР140УД7	± 15	50000	10,5	0,05	0,4	2	0,3
КР140УД14Б	± 15	25000	12	0,001	10	1	0,05
КР1408УД1	± 27	70000	18	0,01	1	2	2
КР140УД18	± 15	50000	11	0,0002	10	2	5
К140УД10	± 15	50000	12	0,07	0,4	2	30

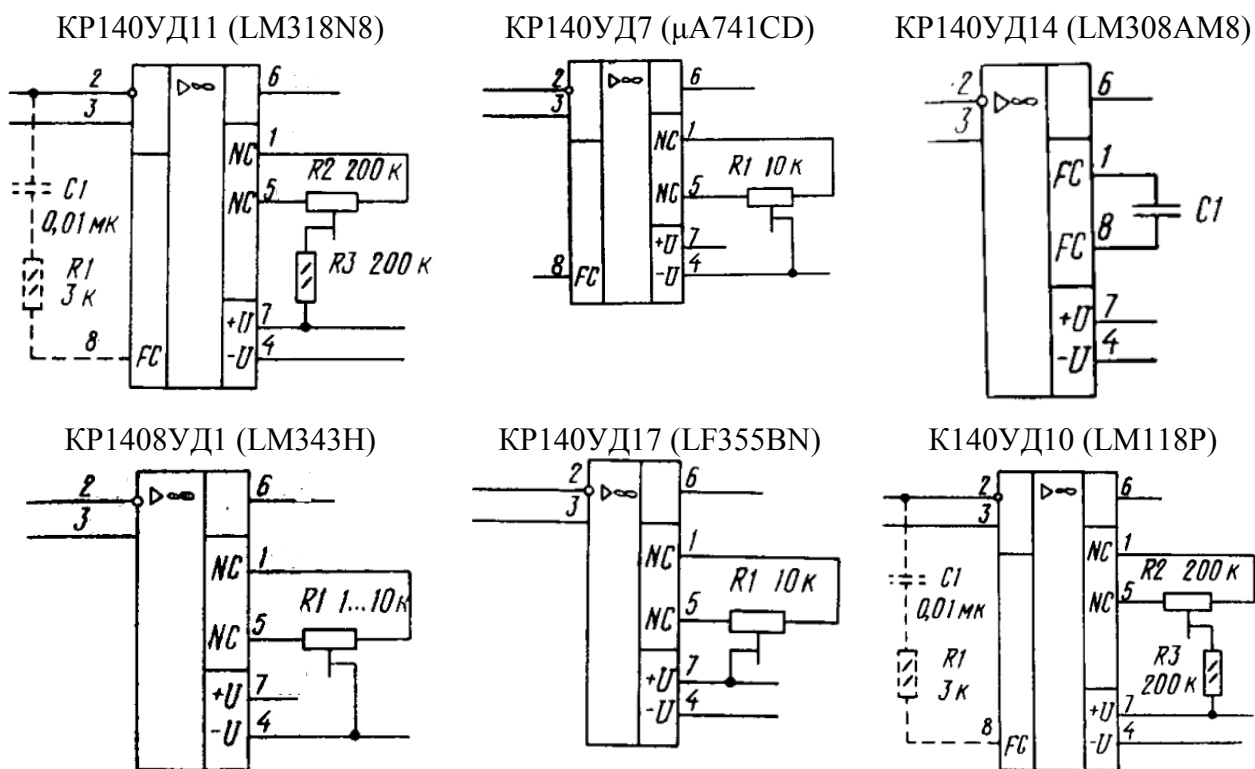


Рисунок А.1 – Обозначения операционных усилителей на схемах



Приложение Б (справочное)

Числовой ряд сопротивлений резисторов и конденсаторов

Числовой ряд E24, применяемый для присвоения номинальных значений сопротивлений резисторов и конденсаторов:

(1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,5; 1,6; 1,8; 2,0; 2,2; 2,4; 2,7; 3,0; 3,3; 3,6; 3,9; 4,3;
4,7; 5,1; 5,6; 6,2; 6,8; 7,5; 8,2; 9,1) · 10ⁿ,

где $n = -2, -1, 0, 1, 2, 3$ и т. д.