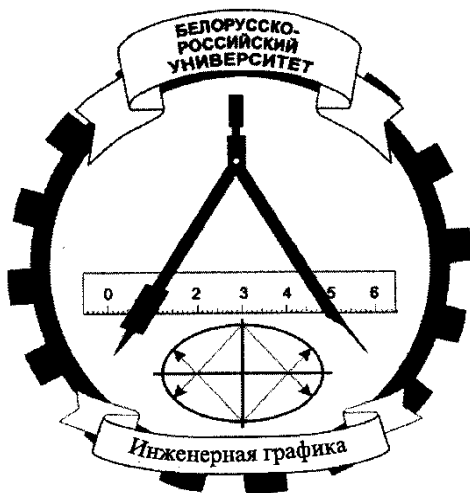


ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Инженерная графика»

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов направлений подготовки
15.03.06 «Мехатроника и робототехника»
и 23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы»
дневной формы обучения*



Могилев 2018

УДК 744
ББК 30.11
И 62

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Инженерная графика» «07» марта 2018 г.,
протокол № 8

Составители: канд. техн. наук Д. М. Свирепа;
канд. техн. наук, доц. Н. Н. Гобралев;
канд. техн. наук, доц. В. М. Акулич

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. П. Прудников

Методические рекомендации предназначены для изучения особенностей геометрического черчения и принципов построения начертательной геометрии. Являются практическим руководством к работе студентов I курса при выполнении индивидуальных заданий: «Геометрическое черчение», «Проекция плоской фигуры», «Пересечение плоской фигуры», «Метрические задачи», «Сечение поверхности плоскостью», «Пересечение поверхностей».

Учебно-методическое издание

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Ответственный за выпуск	Д. М. Свирепа
Технический редактор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	М. М. Дударева

Подписано в печать . Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2018



Содержание

Введение.....	4
1 Геометрическое черчение	5
1.1 Уклон.....	5
1.2 Конусность.....	6
1.3 Сопряжения.....	8
2 Проекция плоской фигуры.....	11
2.1 Построение равностороннего треугольника (варианты 1–10)...	11
2.2 Построение параллелограмма (варианты 11–20).....	13
2.3 Построение равнобедренной трапеции (варианты 21–30).....	15
3 Пересечение плоских фигур.....	19
4 Метрические задачи	23
4.1 Определение высоты пирамиды.....	23
4.2 Определение натурального вида основания пирамиды.....	25
4.3 Определение угла между гранью и основанием пирамиды	29
4.4 Определение угла наклона основания к плоскостям V и H.....	33
5 Сечение поверхности плоскостью	38
6 Пересечение поверхностей	42
6.1 Построение линий пересечения поверхностей, когда одна из них проецирующая.....	42
6.2 Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей.....	45
6.3 Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих сфер.....	47
Список литературы.....	48



Введение

Методические рекомендации посвящены выполнению шести индивидуальных заданий студентами в ходе обучения дисциплине «Инженерная графика» в первом семестре.

Индивидуальные задания выполняются в соответствии с вариантами, выданными преподавателями, на отдельных листах формата А3.

При выполнении задания «Геометрическое черчение» необходимо провести построение уклона, конусности и сопряжений в соответствии с бланком задания.

Работа над заданием «Проекция плоской фигуры» позволяет изучить свойство проекций плоских углов, метод прямоугольного треугольника, методы преобразования чертежа.

Типовая позиционная задача начертательной геометрии – построение линий пересечения двух плоскостей – относится к задачам, которые находят непосредственное применение в технике. Примерами этого могут быть сооружение многоскатных крыш зданий, возведение различных строительных конструкций, где используются сечения многогранников плоскостями.

Умение применять свойства проекций и методы преобразования чертежа необходимо для решения метрических задач.

Выполнение задания «Сечение поверхности плоскостью» необходимо для ознакомления студентов со способами построения линий пересечения геометрических тел плоскостями общего положения.

При конструировании сложных форм машиностроительных деталей или инженерных конструкций возникает необходимость в построении линий пересечения простых форм, которые образуют сложные формы. Линия, общая для двух пересекающихся поверхностей, называется линией пересечения. Чтобы определить линию пересечения поверхностей, нужно найти проекции ряда точек, общих для рассматриваемых поверхностей.



1 Геометрическое черчение

1.1 Уклон

В технике широко распространены детали, у которых имеются элементы в виде наклоненных друг к другу плоскостей.

Их наличие обусловлено технологией изготовления (на прокатных станках металлургических предприятий) и конструктивными решениями по повышению прочности. Наклонные плоскости, примыкающие к горизонтальным полкам швеллера, рельса и двутавра, образуют уклон (рисунок 1.1). Его величина стандартная и имеет определенные размеры. Поэтому есть специальные правила построения этого элемента на чертежах деталей.

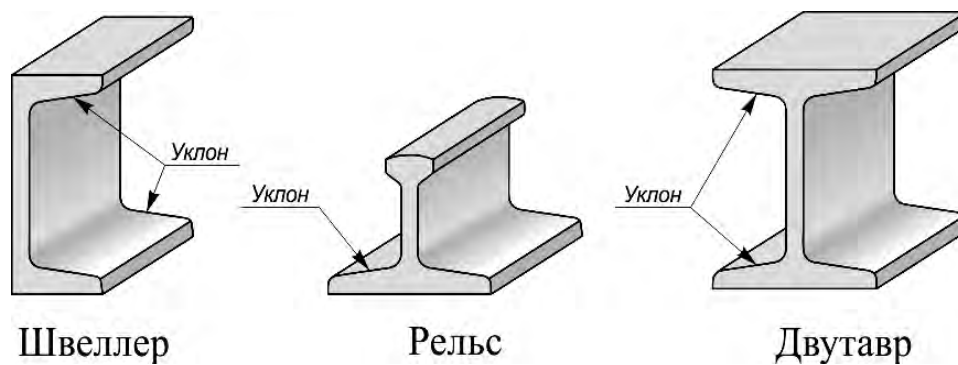
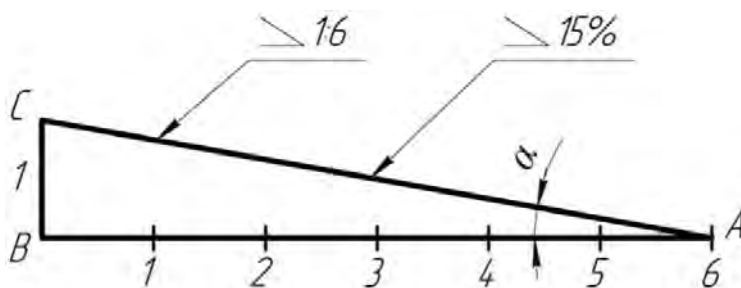


Рисунок 1.1 – Стальной фасонный прокат для металлоконструкций

Уклон – величина, характеризующая наклон одной линии по отношению к другой. Она равна тангенсу угла между линиями и может быть выражена либо простой дробью, либо в процентах (рисунок 1.2).



$$i = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{6} = \operatorname{tg} \alpha$$

Рисунок 1.2 – Образование уклона двух прямых

Для обозначения величины уклона на чертежах от наклонного участка проводят линию-выноску со стрелкой, а на ее горизонтальной полке помещают знак « \sphericalangle » или знак « \sphericalangle », рядом с которым записывают величину уклона. Острый угол знака уклона должен быть направлен в сторону занижения.

В индивидуальных графических работах студентов требуется построить профиль фасонного проката с заданным уклоном i (рисунок 1.3).

Для этого вначале строят внешние контуры прокатного профиля по размерам b и h . Затем находят точки C и B . Далее, продлив линию полки профиля за точку B , откладывают на этой прямой требуемое по значению уклона i количество отрезков BC и находят точку A . Отрезок AB имеет заданный уклон i . Переходы этой наклонной линии в вертикальные линии полки контура скругляют дугами радиусами R и r .

Уклон для верхней полки профиля строят аналогичным образом. В конце на чертеже приводят обозначение уклона. Допускается это делать один раз, если обе полки имеют одинаковый уклон.

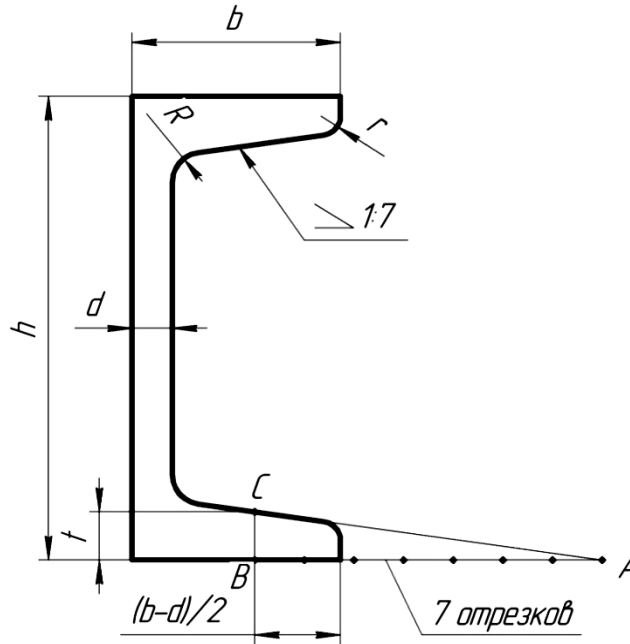


Рисунок 1.3 – Построение уклона полок швеллера

1.2 Конусность

Контурные некоторые деталей машиностроительного производства формируются комбинацией поверхностей вращения, в том числе и конических. Часто к коническим участкам не предъявляется особых требований, например, фаскам на валах и осях. В некоторых случаях, а именно к посадочным поверхностям, требования по изготовлению довольно жесткие (рисунок 1.4).

Поэтому необходимо уметь строить и читать чертежи конических участков.

Конусность называется отношение разности диаметров двух поперечных сечений конуса вращения к расстоянию между ними. Конусность равна, как видно из рисунка 1.5, удвоенному уклону образующей конуса к его оси, $k = 2i$. Например, при $i = 1:6$ конусность $k = 2(1/6) = 1/3$.

Для усеченного конуса $k = 2tg\alpha = (D - d)/l$.

При построении деталей с заданной конусностью значения геометрических размеров d , D и l можно определять вычислением или пользоваться графическими приемами.

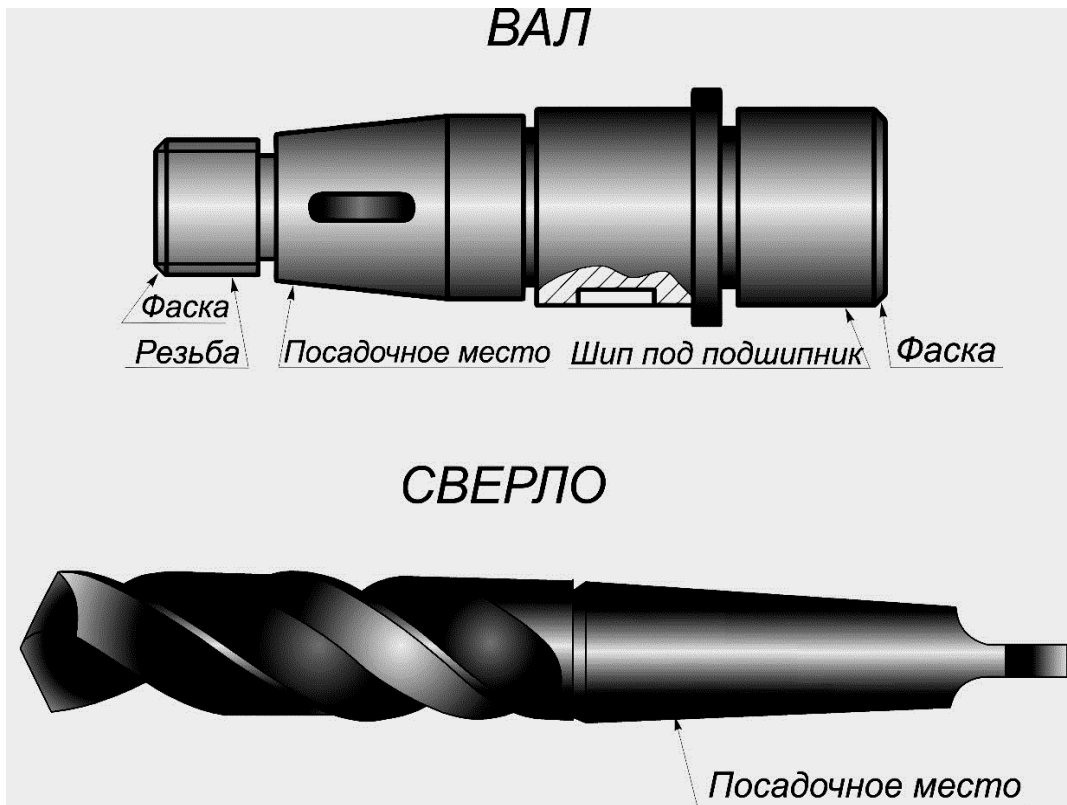


Рисунок 1.4 – Примеры деталей с коническими поверхностями

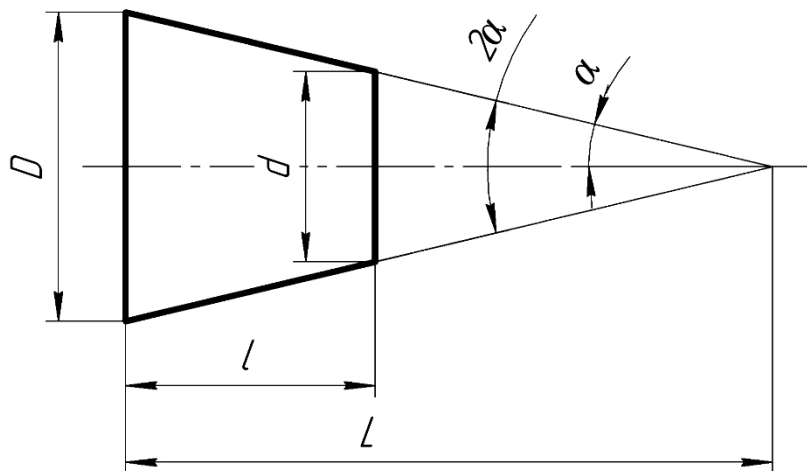


Рисунок 1.5 – Характеристика конусности

Пусть требуется построить конический хвостовик детали по заданным известным значениям большего диаметра D , его длины l и величины конусности $k = 1:5$ (рисунок 1.6).

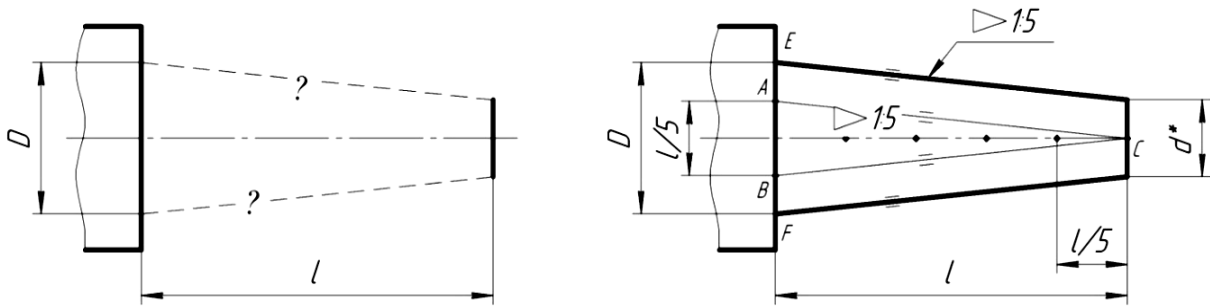


Рисунок 1.6 – Построение конусности на чертеже

Для этого величину l делят на пять равных частей. Полученные значения в миллиметрах откладывают симметрично по обе стороны оси от осевой линии конуса на уровне сечения диаметром D (точки A и B). Затем эти точки соединяют с точкой C на уровне искомого сечения диаметром d^* . Получился конус заданного угла с острой вершиной. Для построения требуемого изображения усеченного конуса следует от точек E и F провести параллельно AC и BC прямые до пересечения с границей конического участка длиной l .

Полученный чертеж следует дополнить обозначением конусности. Для этого используется знак равнобедренного треугольника « \triangleleft », вершина которого направляется в сторону вершины конуса. Рядом с ней указывается величина конусности в виде дроби $\triangleleft 1:5$. Знак с величиной конусности можно помещать над осевой линией конуса или на полке выносной линии со стрелкой. Тогда искомое значение размера (в данном случае d) можно не приводить или приводить со звездочкой «*», что воспринимается как справочный размер.

1.3 Сопряжения

При выполнении чертежей различного назначения часто приходится строить плавные переходы прямых линий и окружностей друг в друга, что называется сопряжением. Широко такие работы выполняются в швейной промышленности, когда разрабатываются новые модели одежды и обуви. Выкройки этих моделей строят с помощью различных лекал (рисунок 1.7).



Рисунок 1.7 – Лекала

Конструирование лекал выполняется на основе сопряжений. Их существует довольно много типов, но наибольший интерес представляют сопряжения двух прямых, прямой и окружности, двух окружностей.

Построение сопряжения двух прямых дуг заданного радиуса сводится к нахождению центра дуги (рисунок 1.8). Для этого необходимо на расстоянии R возле каждой прямой провести параллельные прямые. Они пересекутся в точке O , которая и будет искомым центром. Далее из точки O опускают перпендикуляры на исходные прямые для нахождения начала A и конца B сопряжения. В завершение между ними проводят дугу заданного радиуса. Описанным способом можно получить сопряжения для прямых, находящихся под острым, прямым и тупым друг к другу углами.

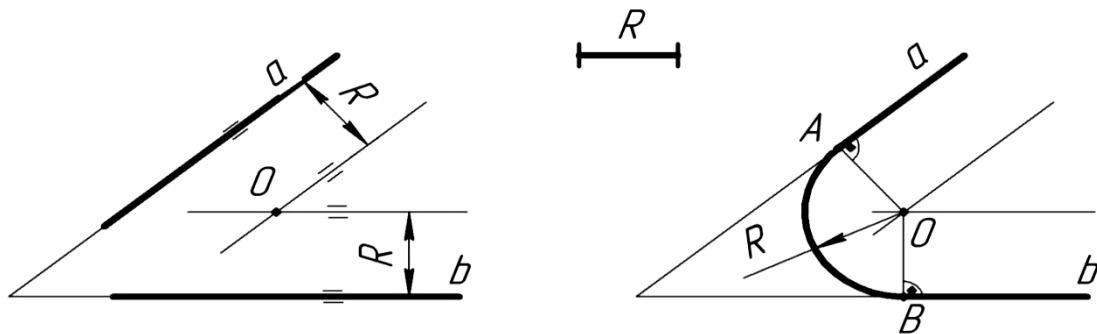


Рисунок 1.8 – Построение сопряжений двух прямых

Сопряжение прямой линии и окружности может быть внешним и внутренним. Основной задачей его построения также является определение центра дуги. Для внешнего сопряжения (рисунок 1.9) он находится на равном расстоянии от окружности и прямой, а именно в точке пересечения вспомогательной параллельной прямой, которая расположена от заданной на расстоянии R , и от дуги окружности радиусом $R_1 + R$, центр которой совпадает с центром заданной окружности. После нахождения центра сопряжения следует определить его начало и конец, для чего из центра O опускают на исходную прямую перпендикуляр и находят точку B . Затем, соединив центр окружности O_1 с центром O прямой, устанавливают точку A . Завершают построение проведением между A и B дуги радиусом R .

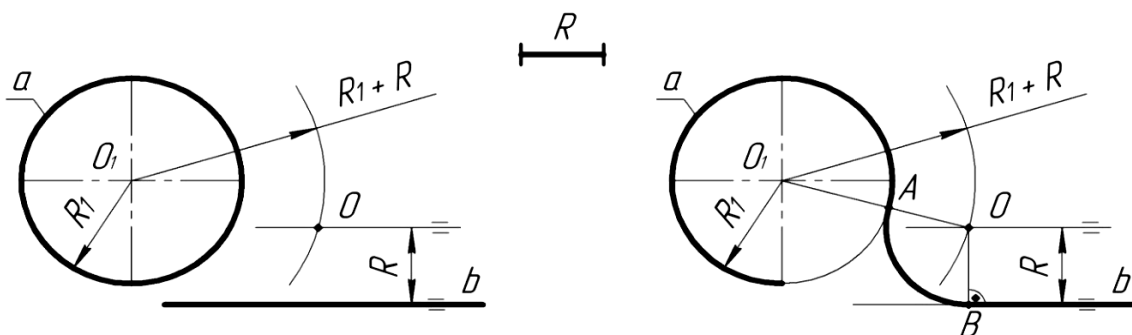


Рисунок 1.9 – Построение внешнего сопряжения прямой и окружности

Для внутреннего сопряжения (рисунок 1.10) радиус вспомогательной окружности равен либо радиусу $R - R_1$, либо разнице $R_1 - R$. Точка сопряжения A_1 будет лежать на линии центров O_1O или на ее продолжении.

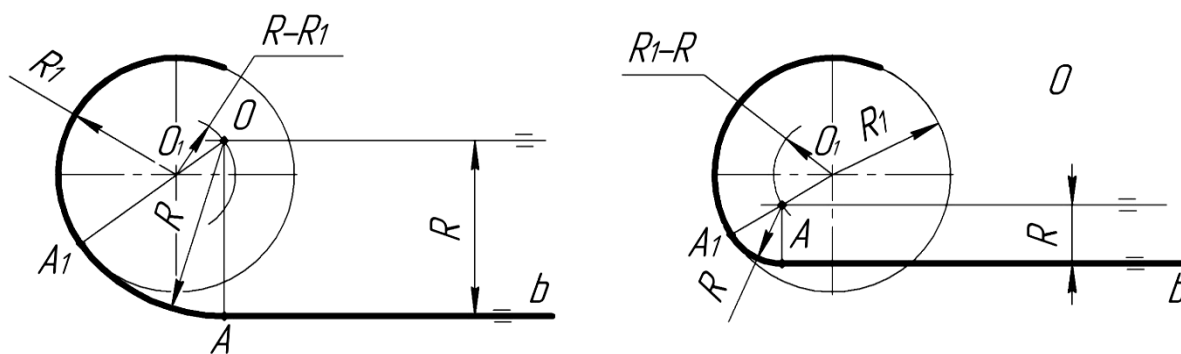


Рисунок 1.10 – Построение внутреннего сопряжения прямой и окружности

Сопряжение двух окружностей также бывает внешним и внутренним (рисунки 1.11 и 1.12). Построение их сводится, как и в предыдущих случаях, к определению местоположения центра сопрягающей дуги. У внешнего сопряжения он находится в точке пересечения вспомогательных окружностей радиусами $R + R_1$ и $R + R_2$, у внутреннего радиусы вспомогательных дуг имеют значения $R - R_1$ и $R - R_2$. Нахождение точек A и B начала и конца сопряжения аналогично описанному ранее.

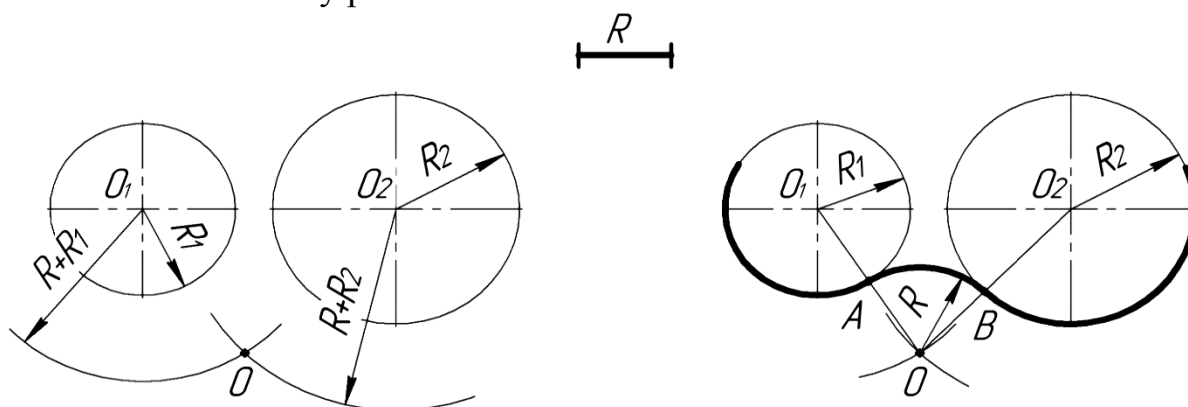


Рисунок 1.11 – Построение внешнего сопряжения двух окружностей

В случае внутреннего сопряжения радиус сопрягаемой дуги имеет значительно большую величину, чем радиусы исходных окружностей.

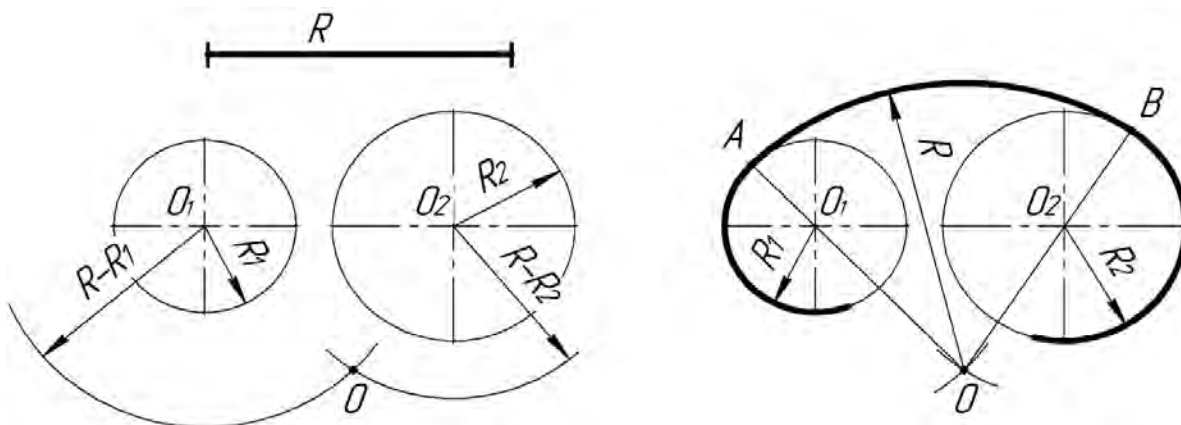


Рисунок 1.12 – Построение внутреннего сопряжения двух окружностей

2 Проекция плоской фигуры

Поэтапное решение задач в пространстве и на комплексном чертеже (эпюре).

2.1 Построение равностороннего треугольника (варианты 1–10)

Построить равносторонний треугольник ABC с основанием BC , равным 100 мм, лежащим на прямой MN , и вершиной A на прямой EF (рисунок 2.1).

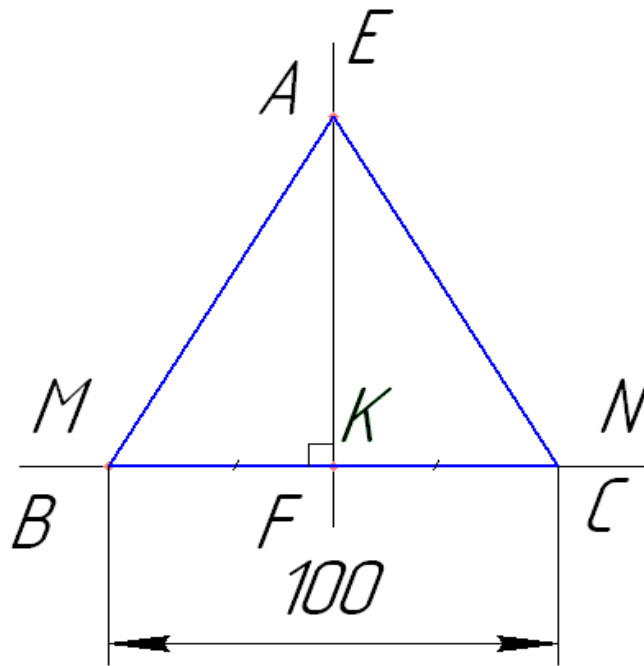


Рисунок 2.1

Определить углы наклона высоты AK к плоскостям проекций V и H .

1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу [1–3].

2 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек.

3 План решения задачи в пространстве.

3.1 Найти точку пересечения прямых MN и EF – точку K (точку K принять за основание высоты AK).

3.2 От точки K на прямой MN отложить по обе стороны 50 мм. Получится отрезок BC .

3.3 От точки K на прямой EF отложить натуральную величину высоты.

3.4 Получится точка A . Соединить точки A , B и C .

3.5 Определить углы наклона высоты AK к плоскостям проекций V и H .

4 Построение на комплексном чертеже.

4.1 Вычертить чертеж $\triangle ABC$ по заданным размерам на плоскости (на правой стороне листа); проведя высоту AK , нанести заданные размеры (см. рисунок 2.1).

4.2 Построить недостающую фронтальную проекцию $E''F''$ прямой EF , используя теорему о проецировании прямого угла. Точку K пересечения прямых EF и MN взять за основание высоты треугольника (рисунок 2.2): от точки K на натуральной величине прямой MN по обе стороны отложить по 50 мм. Получатся точки B и C (см. рисунок 2.2).

4.3 Взять на прямой EF точку F (рисунок 2.3).

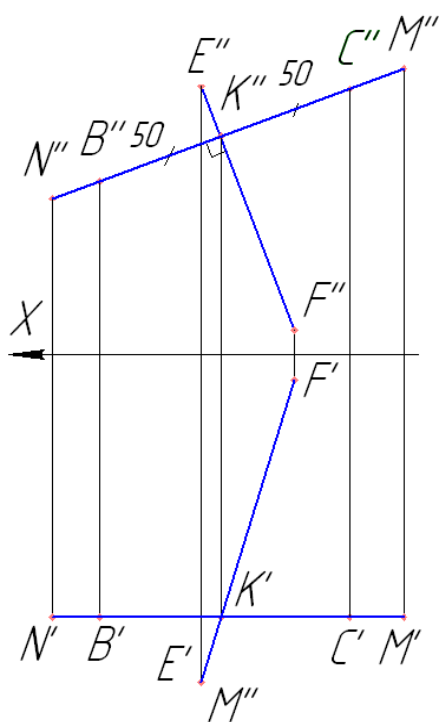


Рисунок 2.2

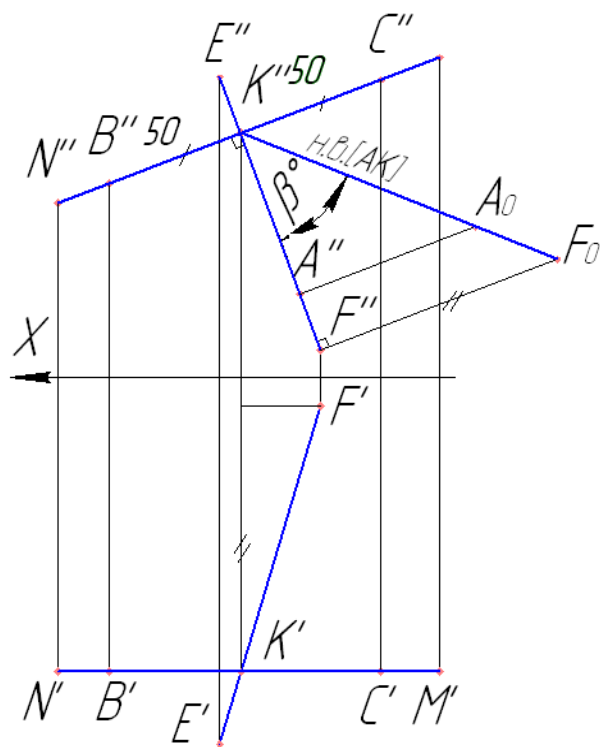


Рисунок 2.3

4.4 Найти натуральную величину прямой KF методом прямоугольного треугольника (см. рисунок 2.3).

4.5 Отложить на натуральной величине прямой KF натуральную величину высоты AK (AK взять из плоского чертежа) (см. рисунок 2.1).

4.6 Делением отрезка в данном отношении найти на фронтальной проекции прямой EF истинное положение фронтальной проекции точки A (см. рисунок 2.3).

4.7 Соединить одноименные проекции точек A , B и C (рисунок 2.4).

4.8 Определить углы наклона α и β высоты AK к плоскостям проекций H и V методом прямоугольного треугольника (рисунки 2.3 и 2.5).

4.9 Обвести чертеж сплошной толстой основной линией. Красным цветом выделить проекции треугольника ABC и углы наклона α и β .

4.10 Оформить все надписи.

4.11 Проверить чертеж.

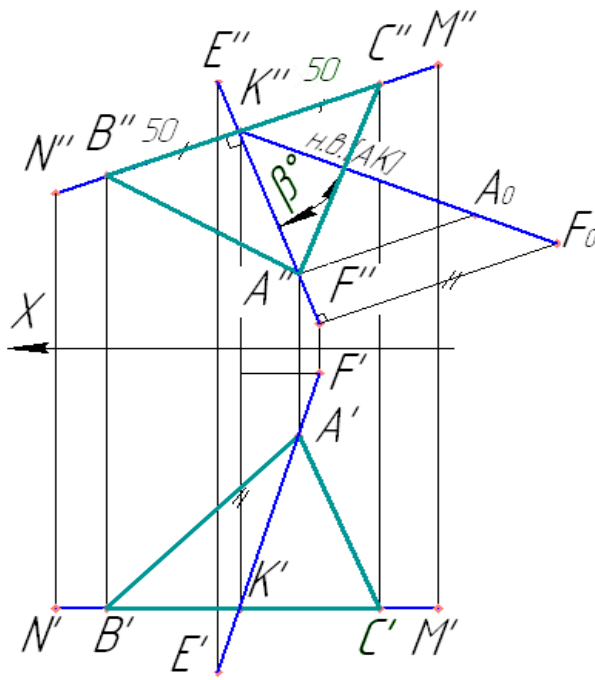


Рисунок 2.4

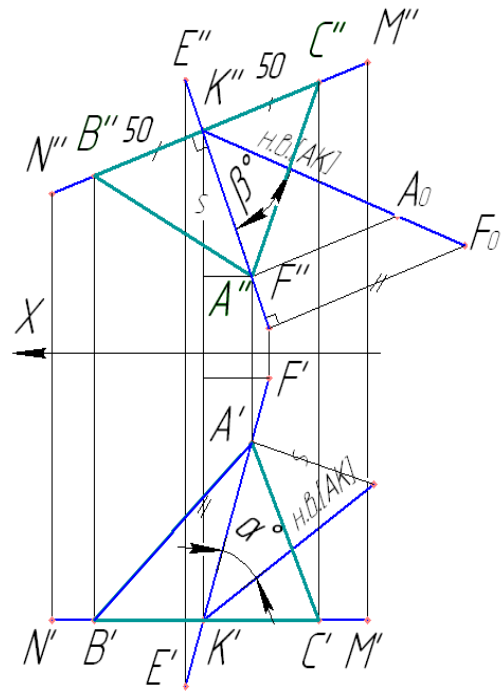


Рисунок 2.5

2.2 Построение параллелограмма (варианты 11–20)

Построить параллелограмм $ABCD$ со стороной BC , равной 100 мм, расположенной на прямой BM , исходя из условия, что его высота AK лежит на прямой EF и длина боковой стороны равна 60 мм. Определить углы наклона высоты AK к плоскостям проекций V и H .

1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу [1–3].

2 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек.

3 План решения задачи в пространстве.

3.1 Найти точку пересечения прямых BM и EF – точку K (основание высоты).

3.2 От точки B на прямой BM отложить отрезок, равный 100 мм. Получается сторона параллелограмма $BC = 100$ мм.

3.3 Найти на прямой EF точку A , зная, что $AB = 60$ мм.

3.4 Из точки A провести прямую, параллельную BC , и на ней от точки A отложить отрезок, равный 100 мм. Получится точка D . Соединить полученные точки.

3.5 Определить углы наклона высоты AK к плоскостям проекций V и H .

4 Построения на комплексном чертеже.

4.1 Построить недостающую проекцию прямой EF , используя теорему о проецировании прямого угла (точку K пересечения прямых EF и BM взять за основание высоты параллелограмма) (рисунок 2.6).

4.2 По натуральной величине BK (из эпюра) и размеру боковой стороны параллелограмма $AD = 60$ мм (из условия задачи) построить параллелограмм на плоскости (на правой стороне листа), нанести заданные размеры (рисунок 2.7): от точки B влево на натуральной величине прямой BM отложить отрезок, равный 100 мм. Получится точка C (рисунок 2.8).

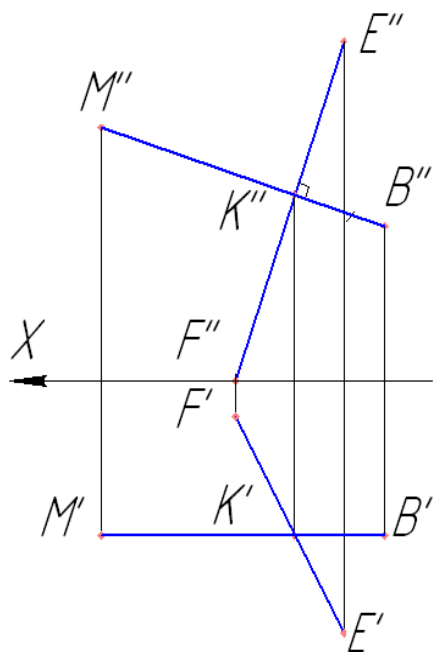


Рисунок 2.6

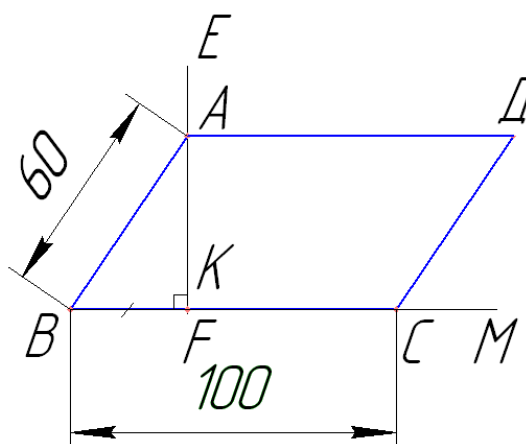


Рисунок 2.7

4.3 Взять на прямой EF точку E (рисунок 2.9).

4.4 Найти натуральную величину прямой KE методом прямоугольного треугольника (см. рисунок 2.9).

4.5 Отложить на натуральной величине прямой KE натуральную величину высоты AK (AK взять из плоского чертежа) (см. рисунок 2.9).

4.6 Делением отрезка в данном отношении найти на фронтальной проекции прямой EF истинное положение фронтальной проекции точки A (см. рисунок 2.9).

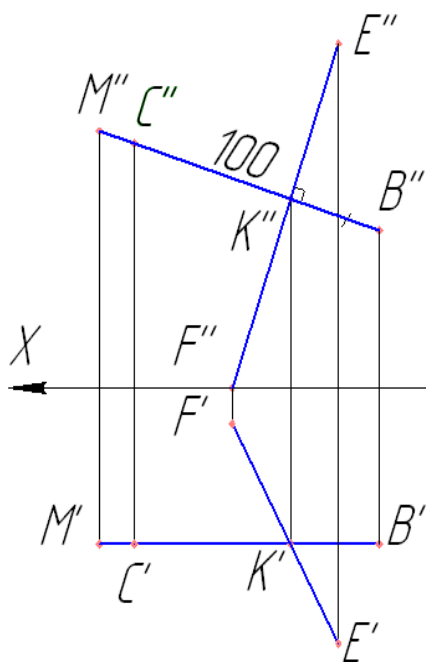


Рисунок 2.8

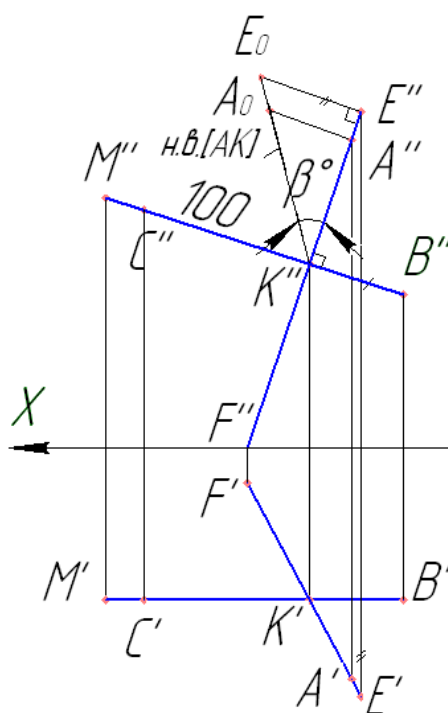


Рисунок 2.9



4.7 Соединить одноименные проекции точек A и B . Используя свойства сторон параллелограмма, построить его проекции (рисунок 2.10).

4.8 Определить углы наклона α и β высоты AK к плоскости проекций H и V методом прямоугольного треугольника (рисунки 2.10 и 2.11).

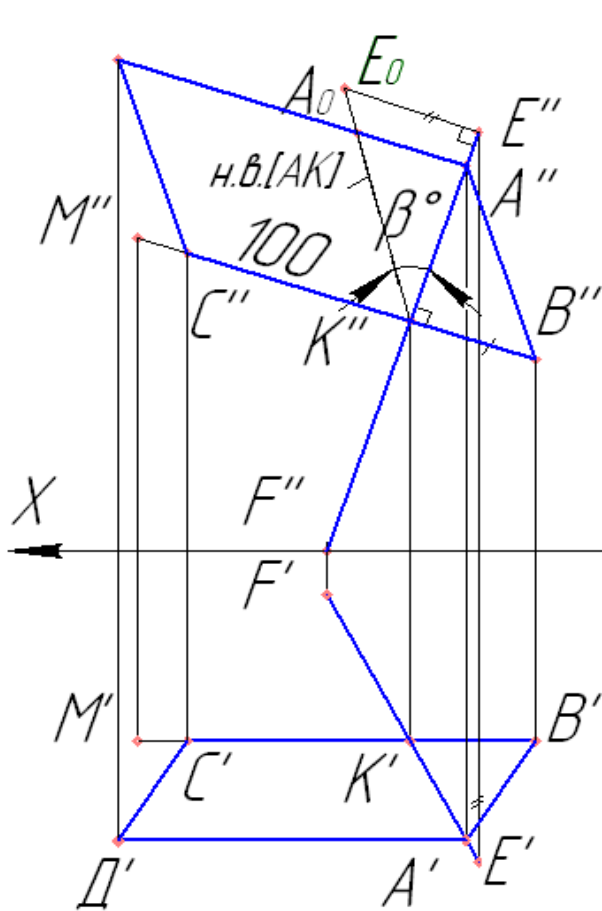


Рисунок 2.10

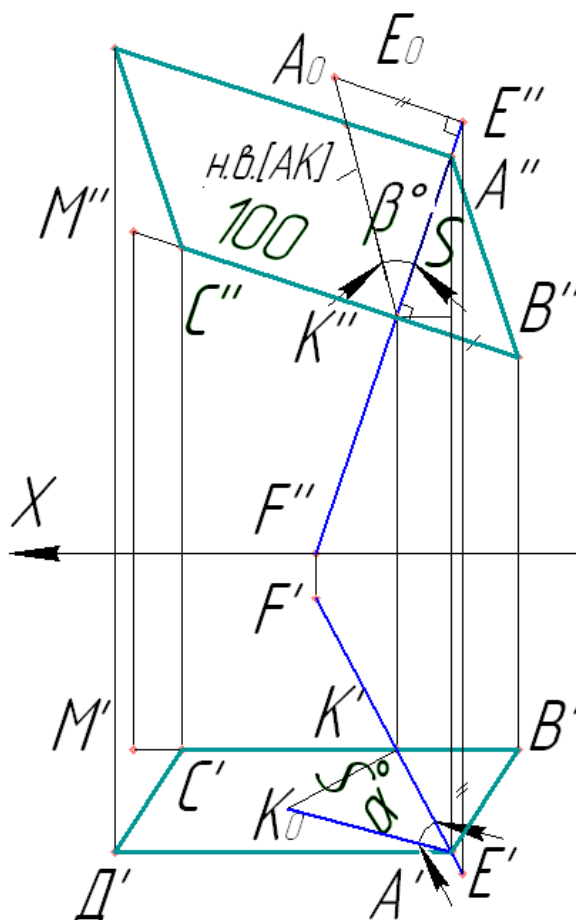


Рисунок 2.11

4.9 Обвести чертеж сплошной толстой основной линией. Красным цветом выделить проекции параллелограмма $ABCD$ и углы наклона α и β .

4.10 Оформить все надписи.

4.11 Проверить чертеж.

2.3 Построение равнобедренной трапеции (варианты 21–30)

Построить равнобедренную трапецию $ABCD$ с большим основанием BC , расположенным на прямой MN , исходя из условия, что ее острый угол равен φ и меньшее основание трапеции равно высоте.

Определить углы наклона высоты AK к плоскостям проекций V и H .

1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу [1–3].

2 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек.

3 План решения задачи в пространстве.

3.1 Из точки A опустить перпендикуляр на прямую MN . Получится точка K (основание высоты).

3.2 Через точку A провести прямую под углом, равным $(90^\circ - \varphi)$, где $\varphi = 60^\circ$ (по условию задачи). Получится точка B .

3.3 Из точки A провести прямую, параллельную MN , и на ней от точки A отложить отрезок, равный высоте AK . Получится точка D .

3.4 Из точки D опустить перпендикуляр на MN . Получится точка, от которой вправо откладывается отрезок, равный BK . Получится точка C .

3.5 Полученные точки соединить.

3.6 Определить углы наклона высоты AK к плоскостям проекций V и H .

4 Построения на комплексном чертеже.

4.1 Построить проекции высоты трапеции AK , опустив перпендикуляр из точки A' на прямую $M'N'$. Использовать теорему о проецировании прямого угла (рисунок 2.12).

4.2 Найти натуральную величину высоты $[AK]$ методом прямоугольного треугольника (рисунок 2.13).

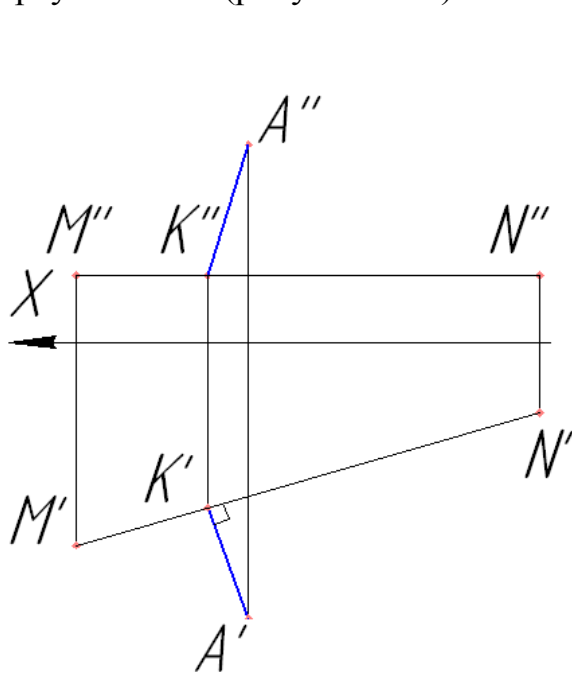


Рисунок 2.12

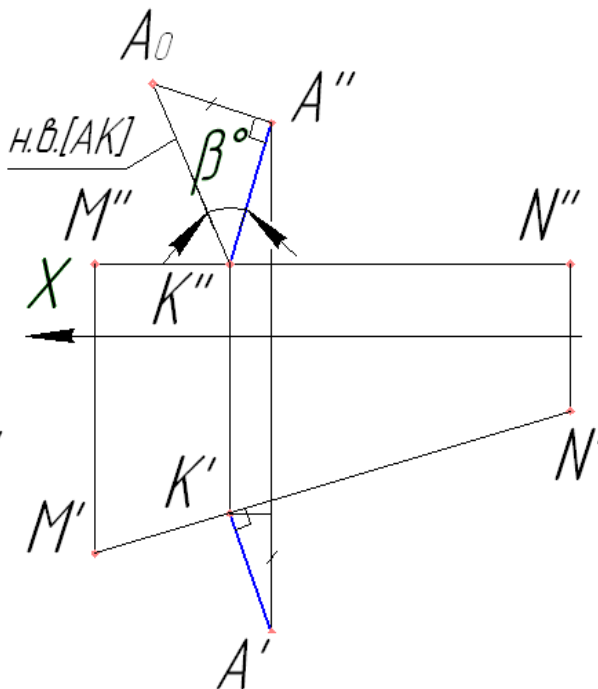


Рисунок 2.13

4.3 Зная натуральную величину высоты $[AK]$ (из эпюра) и то, что острый угол трапеции равен 60° , а меньшее основание AD равно высоте AK , построить трапецию на плоскости (на правой половине листа), нанести заданные размеры и отметить равные отрезки (рисунок 2.14).

4.4 От точки K' на прямой $M'N'$ отложить натуральную величину $[BK]$ (натуральную величину $[BK]$ взять из плоского чертежа) (рисунок 2.15).

4.5 Для нахождения точки D необходимо через точки A' и A'' провести линии, параллельные $M'N'$ $M''N''$, и отложить от точки A' натуральную величину $[AK]$ и затем найти ее фронтальную проекцию (рисунок 2.16).

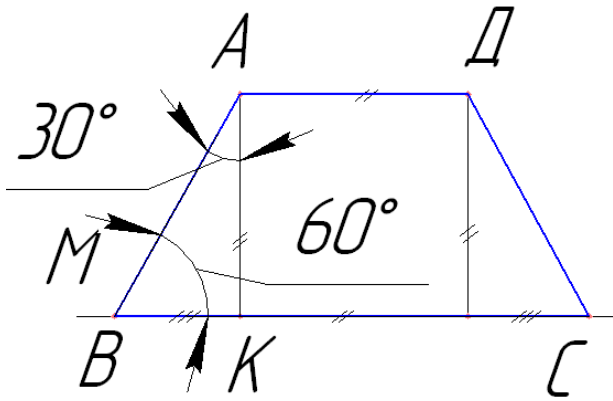


Рисунок 2.14

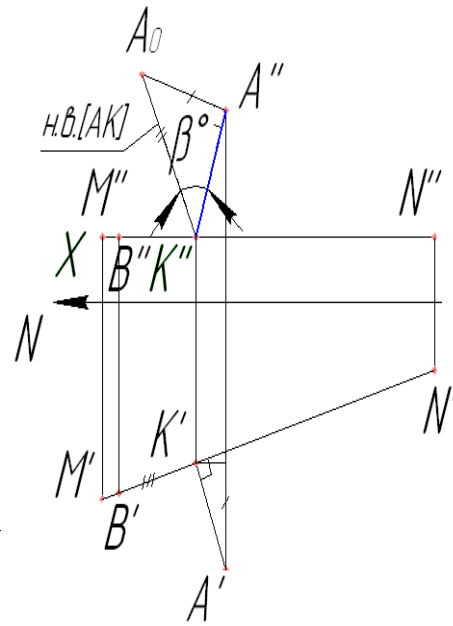


Рисунок 2.15

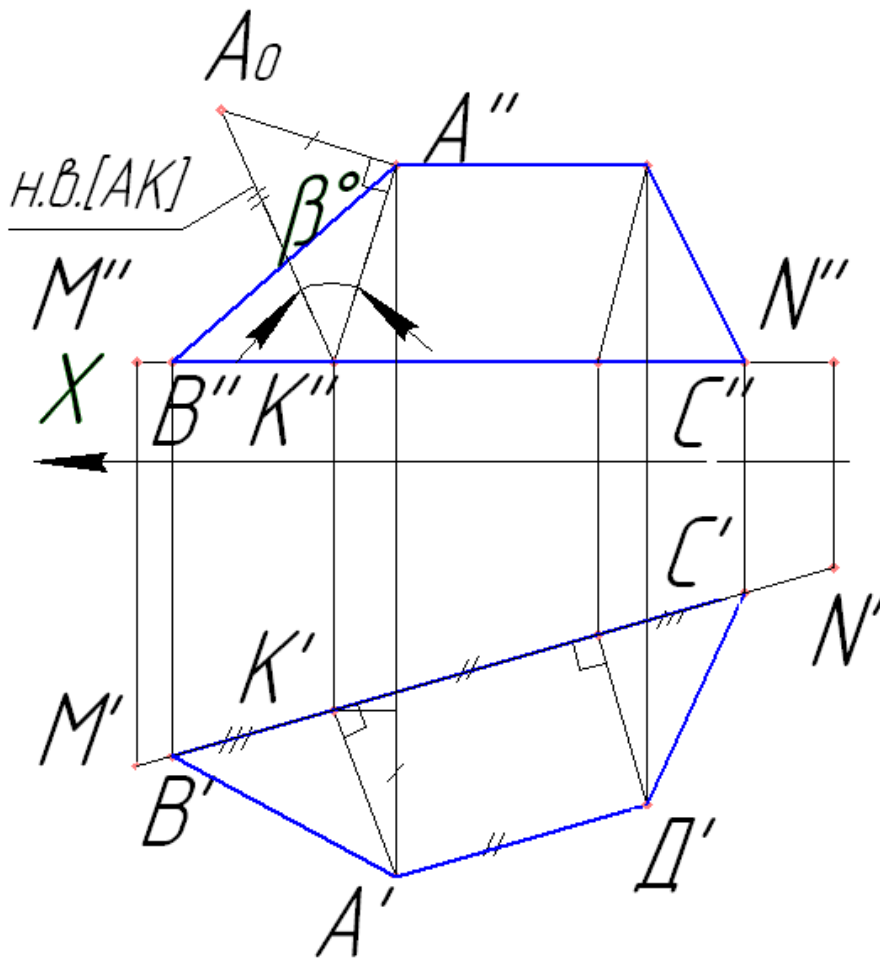


Рисунок 2.16

4.6 Используя свойство трапеции, найти положение проекций точки C (см. рисунок 2.16).

4.7 Соединить одноименные проекции полученных точек (см. рисунок 2.16).

4.8 Определить углы наклона α и β высоты AK к плоскостям H и V методом прямоугольного треугольника (рисунок 2.17).

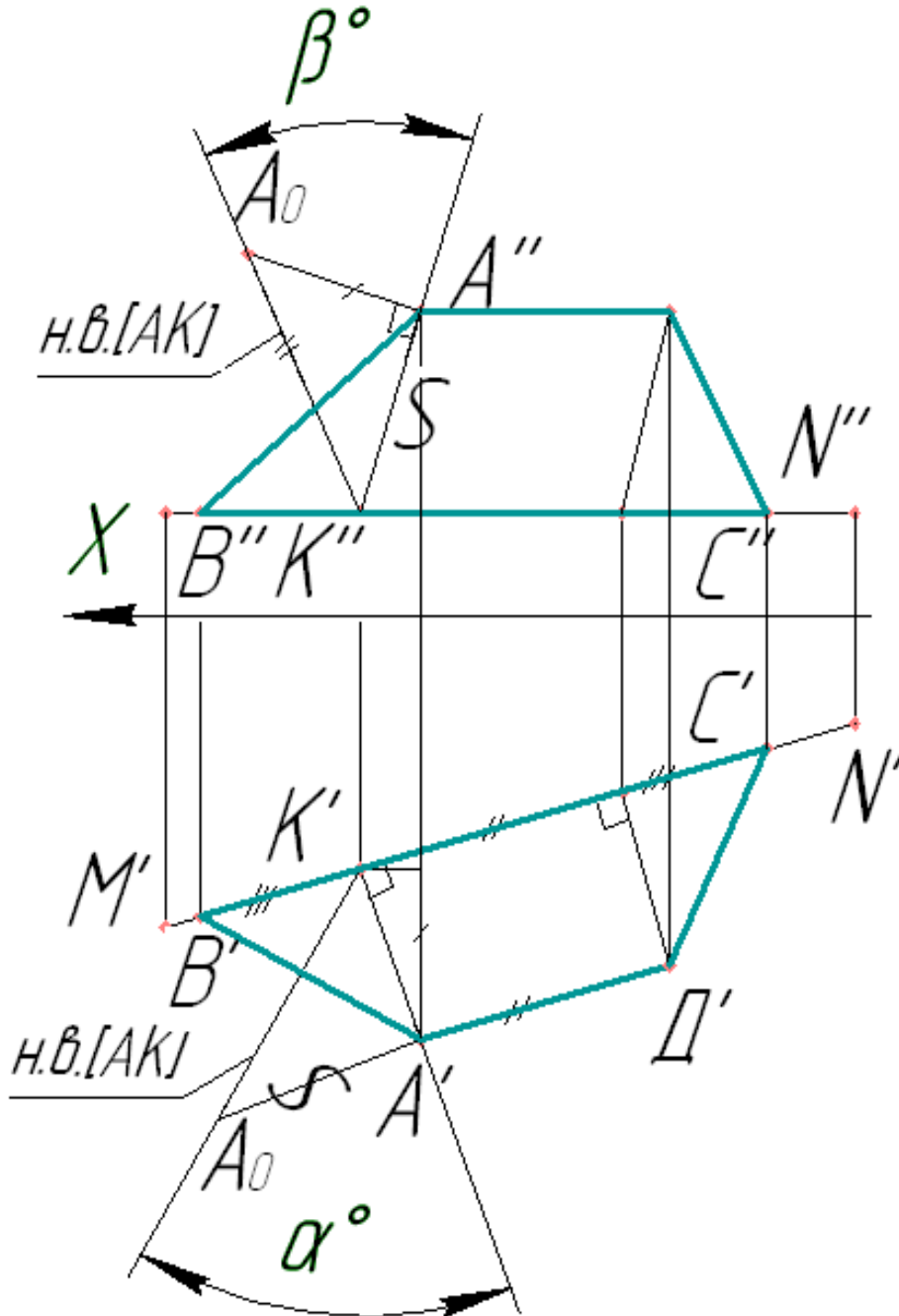


Рисунок 2.17

4.9 Обвести чертёж сплошной толстой основной линией. Красным цветом выделить проекции трапеции $ABCD$ и углы наклона α и β .

4.10 Оформить все надписи.

4.11 Проверить чертёж.

3 Пересечение плоских фигур

Рассмотрим частный случай, когда одна из пересекающихся плоскостей занимает проецирующее положение (рисунок 3.1). По чертежу (см. рисунок 3.1, а) видно, что треугольник DEK на горизонтальной плоскости проекций H имеет вид прямой линии, что означает, что он перпендикулярен этой плоскости.

Найдем искомую линию пересечения треугольников по двум точкам (см. рисунок 3.1, б) – пересечения сторон AB и AC с плоскостью треугольника DEK . Обозначим их цифрами 1 и 2. Горизонтальные проекции точек $1'$ и $2'$ видны сразу по чертежу, а фронтальные $1''$ и $2''$ находим по линиям проекционной связи как точки, принадлежащие прямым AB и AC . Соединив проекции $1''$ и $2''$, получаем фронтальную проекцию отрезка, по которому пересекаются треугольники ABC и DEK .

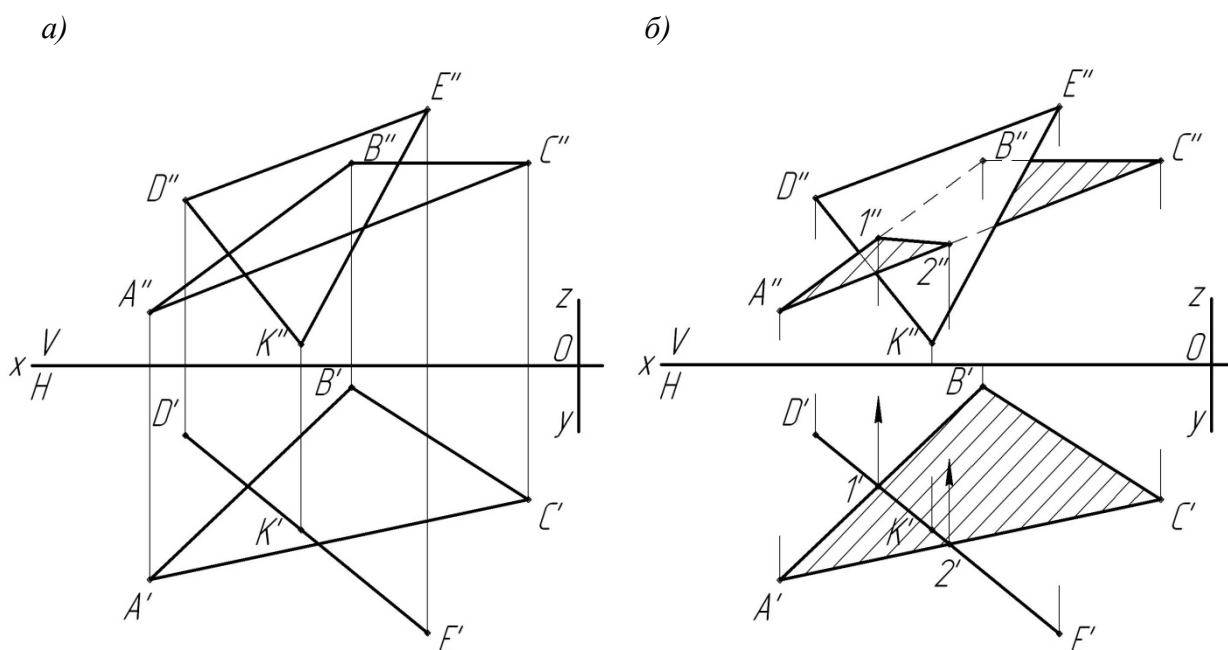


Рисунок 3.1 – Частный случай пересечения треугольников

Определим взаимную видимость плоскостей. По горизонтальной проекции чертежа видно, что точка D находится между вершиной A и плоскостью проекции V , вершина же B , наоборот, будет ближе к плоскости проекции V , чем вершина D . Значит на фронтальной проекции чертежа часть $A''1''2''$ треугольника ABC будет располагаться перед отрезком $D''K''$ треугольника DEK , а точка B'' – за треугольником. На основании этого устанавливаем взаимную видимость геометрических образов, заштриховав видимую часть треугольника ABC и отметив штрихами невидимые участки его сторон.

Рассмотрим случай, когда оба пересекающихся треугольника занимают общее положение (рисунок 3.2, а). Линию их пересечения находим, как и для предыдущего чертежа, по двум точкам пересечения сторон одного треугольни-

ка с плоскостью другого. Но бывают случаи, когда сторона треугольника выбирается неудачно и решение может выйти за пределы проекции треугольников. Например, чтобы найти точку встречи сторон $E''K''$ с треугольником ABC , вводим вдоль проекции $E''K''$ проецирующую плоскость α (рисунок 3.2, б). Она отрезет у треугольника ABC вершину B по линии $1-2$. Отметив фронтальные проекции точек $1''$ и $2''$, находим соответствующие им горизонтальные проекции $1'$ и $2'$. Видим, что две прямые, обозначенные отрезками $1'2'$ и $K'E'$, пересекаются за пределами чертежа. Решение оказывается малопонятным.

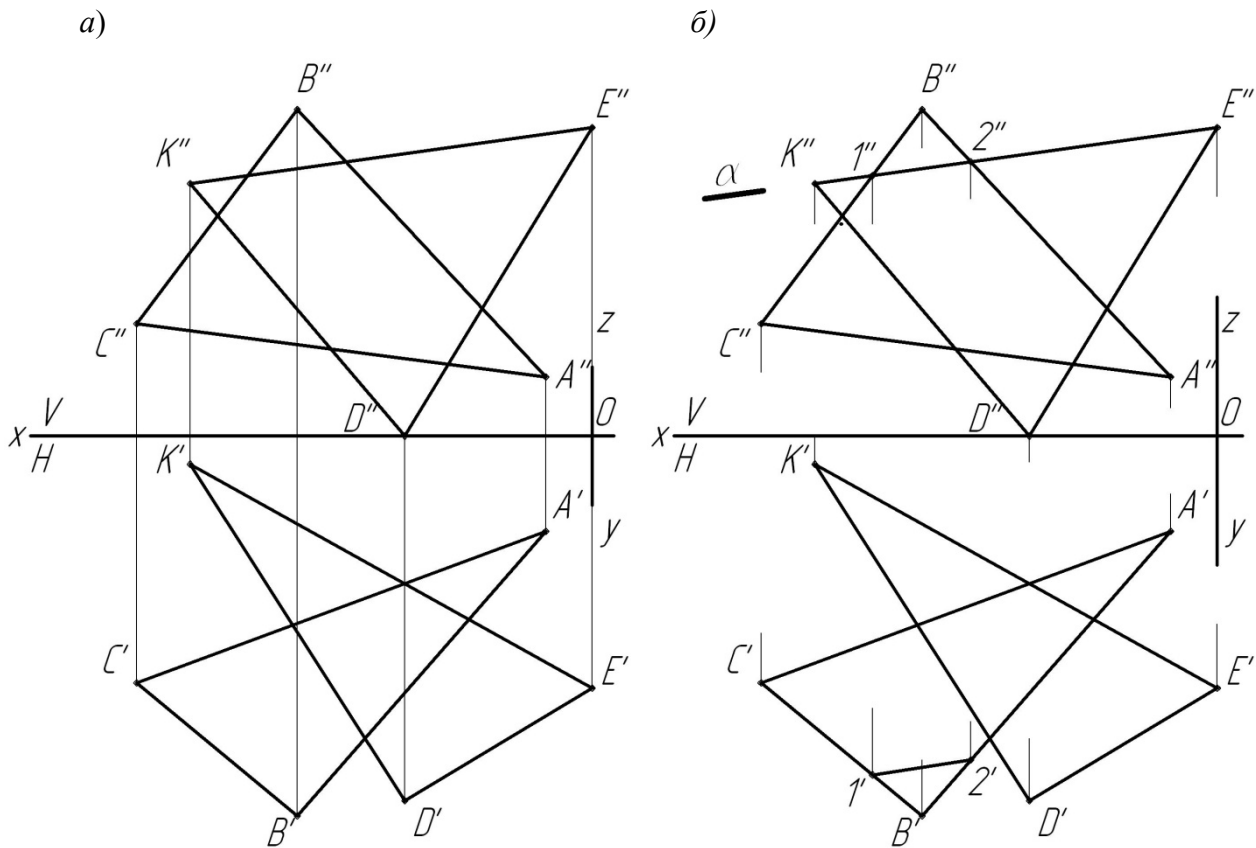


Рисунок 3.2 – Пересечение двух треугольников общего положения (нерациональный путь решения)

Поэтому для придания решению большей наглядности проведем предварительный анализ взаимного положения пересекающихся образов (рисунок 3.3, а).

Оценим на фронтальной проекции положение вершины B и стороны KE . По горизонтальной проекции чертежа видно, что проекция вершины B находится дальше от плоскости проекций V , чем проекция стороны KE . То есть на фронтальной проекции чертежа точка B'' будет «за» проекцией стороны $K''E''$. Покажем это утолщенными линиями вблизи уже использовавшихся точек $1''$ и $2''$. Аналогично оценим взаимное положение вершины A и стороны DE , вершины D и стороны CA , вершины K со стороной CB . Из оценки видно, что сторона AB пересекает плоскость треугольника DEK внутри его. Сторона KD пересекает треугольник ABC тоже в пределах данного треугольника. Эти стороны и целе-

сообразно выбрать для определения двух точек искомой прямой пересечения заданных треугольников.

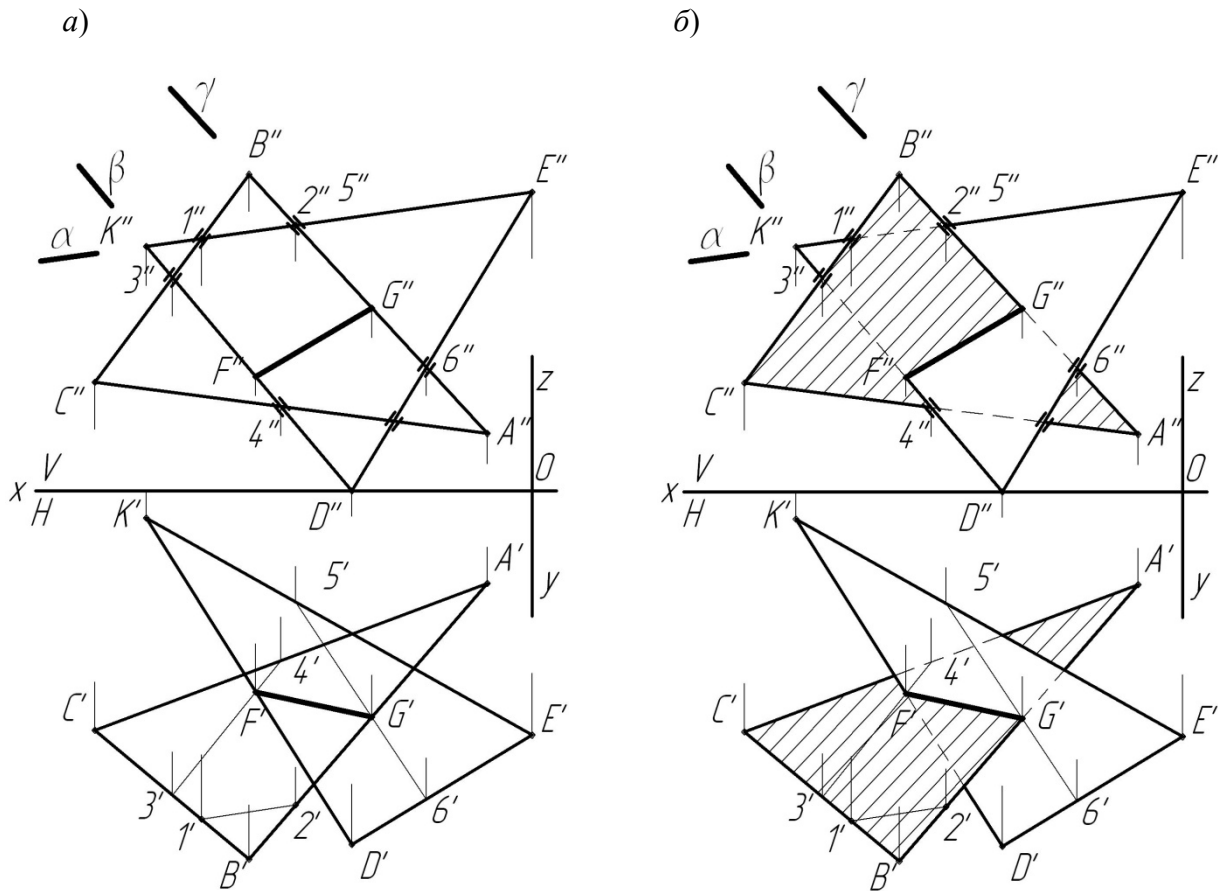


Рисунок 3.3 – Пересечение двух треугольников общего положения (рациональное решение)

Введем вдоль $K''D''$ фронтальную плоскость β (см. рисунок 3.3, а). Она отрезет у треугольника ABC вершину C по линии $3-4$. Отметив фронтальные проекции $3''$ и $4''$, находим горизонтальные проекции $3'$ и $4'$. Соединим их и определим точку F , в которой сторона KD пересекает треугольник ABC .

Аналогично вдоль $A''B''$ вводим плоскость γ и с помощью промежуточных построений ($5''6''$; $5'6'$) находим точку G , в которой сторона AB пересекает треугольник DEK . Таким образом, определены две точки F и G прямой линии пересечения треугольников ABC и DEK .

Установим их видимость на проекциях чертежа (рисунок 3.3, б). Во фронтальной плоскости можно использовать результаты предварительной оценки. У треугольника $D''E''K''$ невидимыми будут части сторон между точками $F''3''$ и $1''2''$, у треугольника $A''B''C'' - D''4''$ и $G''6''$.

Для установления видимости треугольников в горизонтальной проекции оценим взаимное положение двух близко расположенных вершин B' и D' . Анализ их фронтальных проекций показывает, что точка B'' выше точки D'' .

Поэтому линия $B'A'$ на участке $B'G'$ будет видимой, а далее в пределах треугольника $D'E'K'$ – невидимой. Участок стороны $C'A'$ в пределах треуголь-

ника $D'E'K'$ тоже будет невидимым. У треугольника $D'E'K'$ часть $K'F'$ стороны будет также невидимой.

Для большей наглядности видимую часть треугольника ABC можно заштриховать (см. рисунок 3.3, б).

Пример оформления листа на формате А3 индивидуального задания приведен на рисунке 3.4.

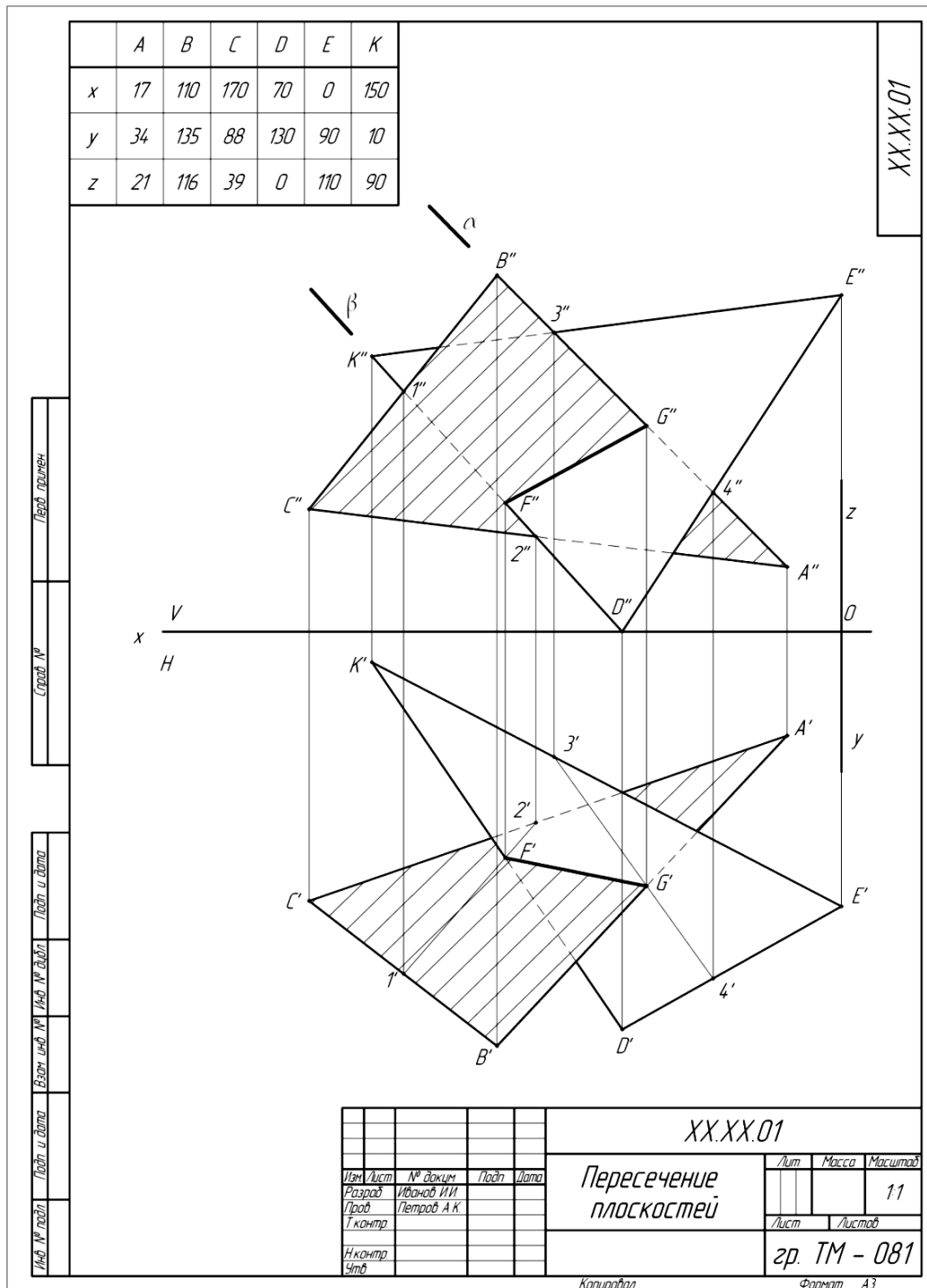


Рисунок 3.4 – Пример оформления

4 Метрические задачи

4.1 Определение высоты пирамиды

Дана пирамида $SABC$. Определить высоту пирамиды (способом перемены плоскостей проекций) (рисунки 4.1–4.5).

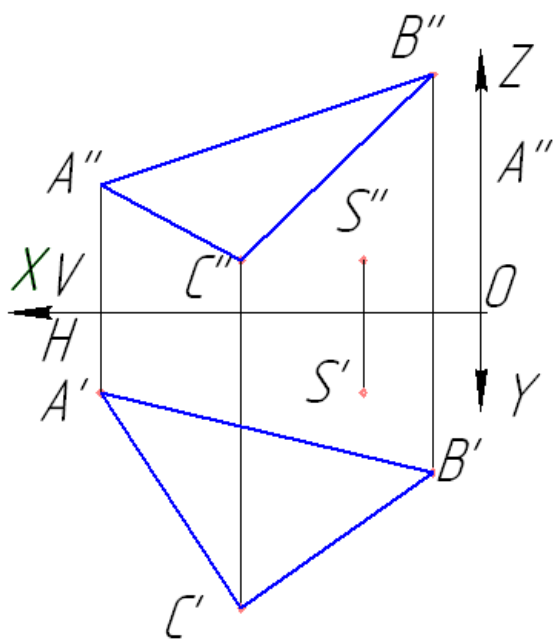


Рисунок 4.1

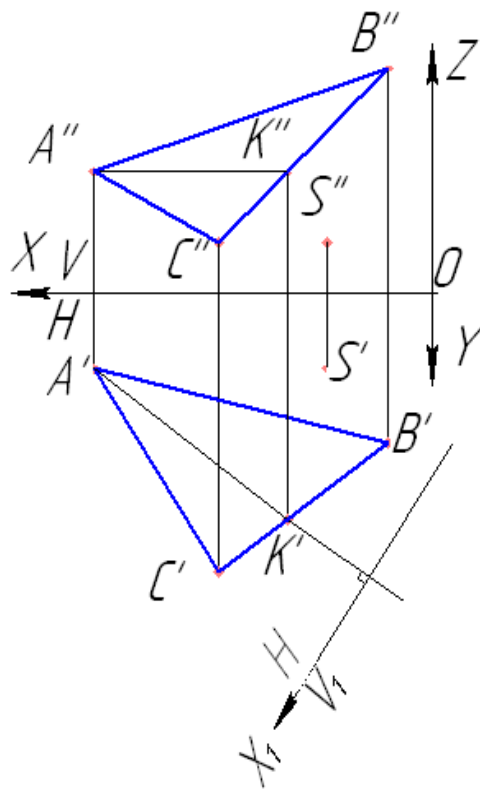


Рисунок 4.2

1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу.

2 Ознакомиться с индивидуальным заданием.

3 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A , B , C , S и соединить проекции точек основания пирамиды ABC (см. рисунок 4.1).

4 План решения задачи в пространстве.

Плоскость общего положения необходимо преобразовать в проецирующую плоскость. Перпендикуляр, опущенный из вершины S на проецирующую плоскость, является высотой пирамиды.

5 Построение на комплексном чертеже.

5.1 Провести в плоскости основания ABC горизонталь AK (см. рисунок 4.2).

5.2 Расположить новую ось проекций X_1 перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали ($A'K'$) (см. рисунок 4.3).

5.3 Построить новые фронтальные проекции вершины S_1'' и основания пирамиды $A_1''B_1''C_1''$ (см. рисунок 4.3).

5.4 Расстояние ($S_1''M_1''$) равно высоте пирамиды (см. рисунок 4.4).

5.5 Построить горизонтальную и фронтальную проекции высоты пирамиды, возвратив точку M в систему V/H (см. рисунок 4.5).

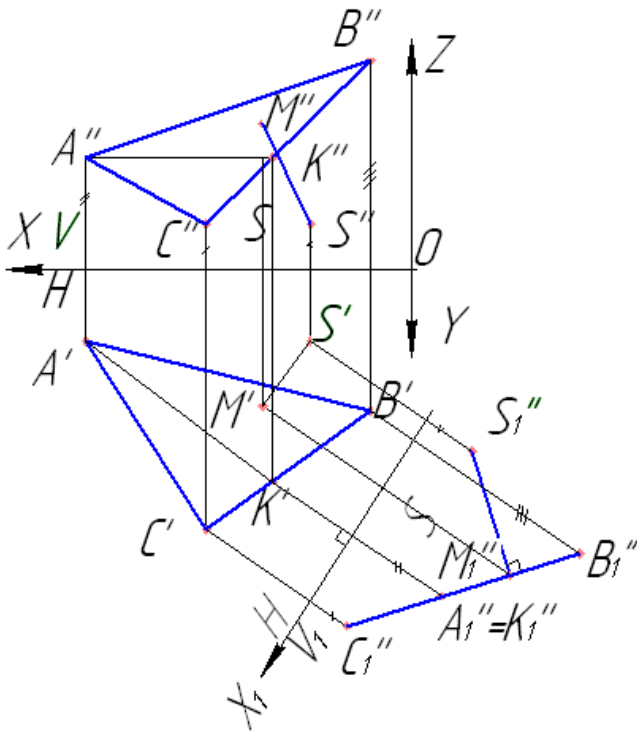


Рисунок 4.3

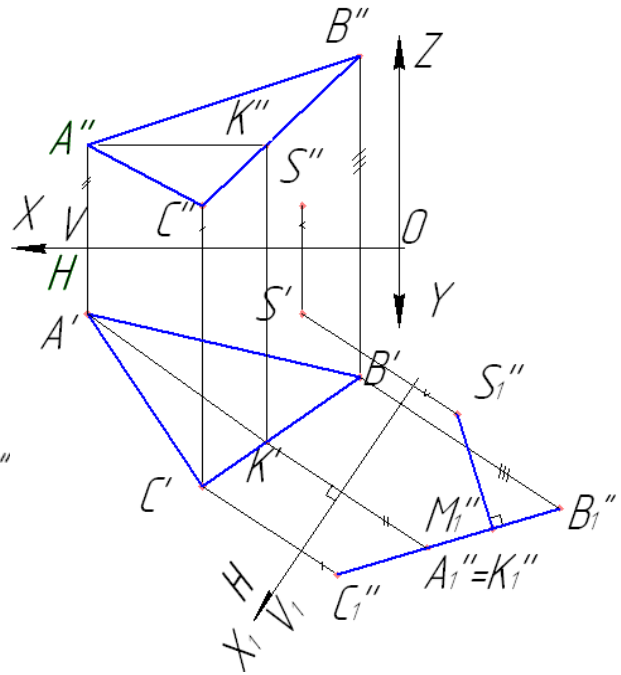


Рисунок 4.4

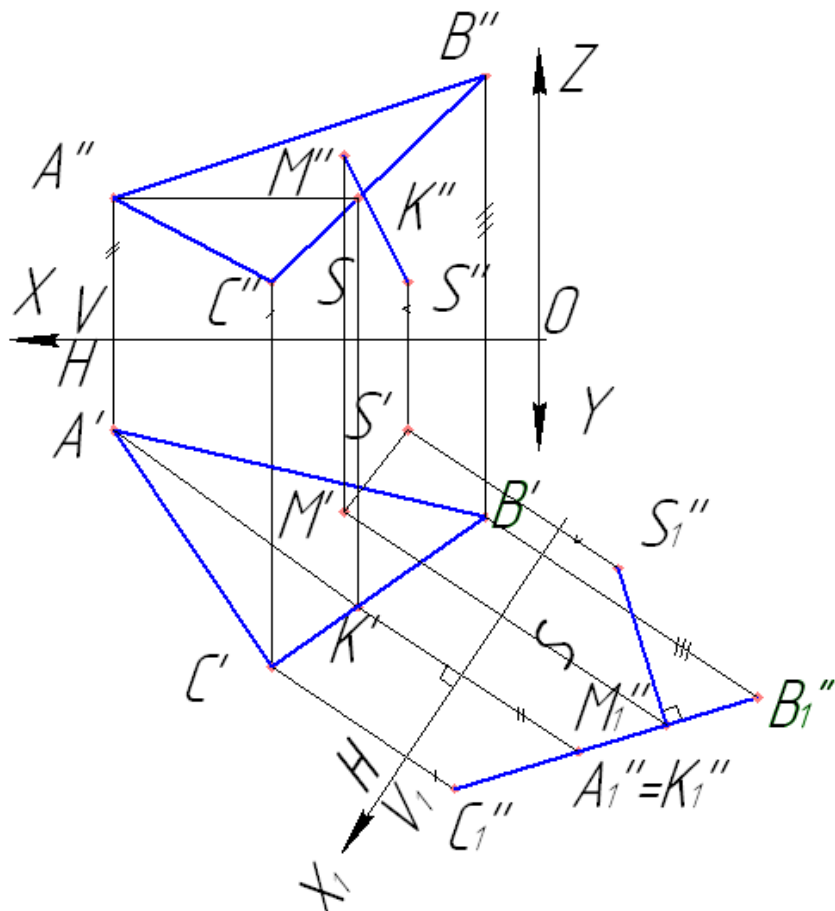


Рисунок 4.5

4.2 Определение натурального вида основания пирамиды

Дана пирамида $SABC$. Определить натуральный вид основания (вращением вокруг горизонтали или фронтали).

- 1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу.
- 2 Ознакомиться с индивидуальным заданием и примером его выполнения.
- 3 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A, B, C (рисунок 4.6).

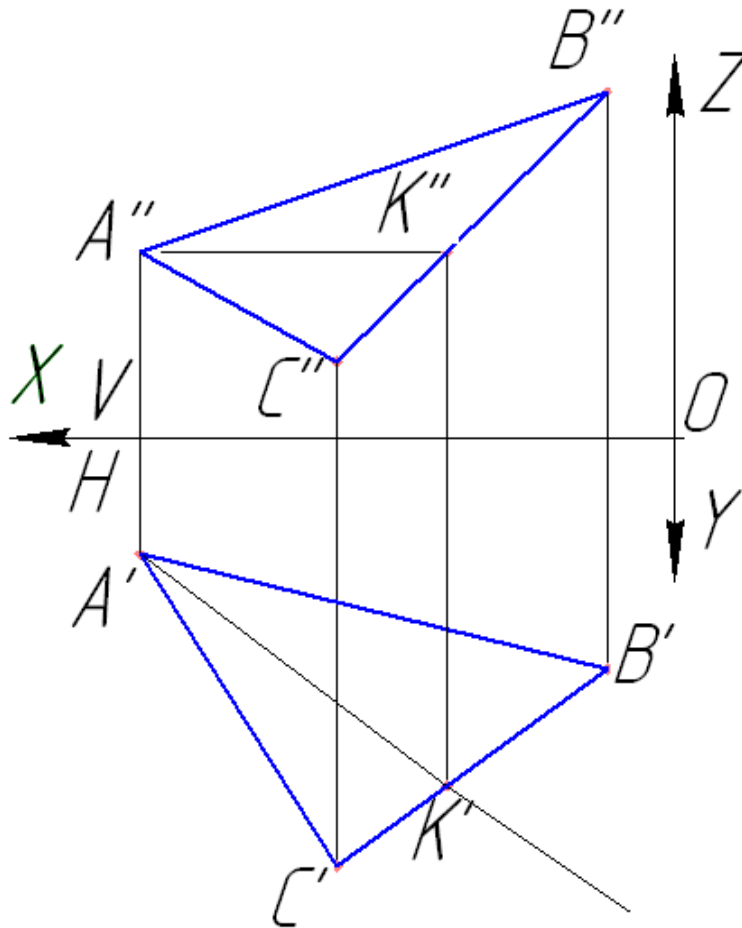


Рисунок 4.6

4 План решения задачи в пространстве.

Для определения формы и размеров плоской фигуры нужно повернуть ее вокруг принадлежащей ей горизонтали (фронтالي) так, чтобы в результате этого вращения фигура расположилась параллельно плоскости $H(V)$.

5 Построения на комплексном чертеже.

5.1 Провести в плоскости основания пирамиды ABC горизонталь через точку A (см. рисунок 4.6).

5.2 Вращать точку B вокруг горизонтали AK . Точка B описывает дугу окружности, лежащую в горизонтально-проецирующей плоскости α , перпендикулярной оси вращения AK , т. е. точка B должна находиться на следе α_H (рисунок 4.7).

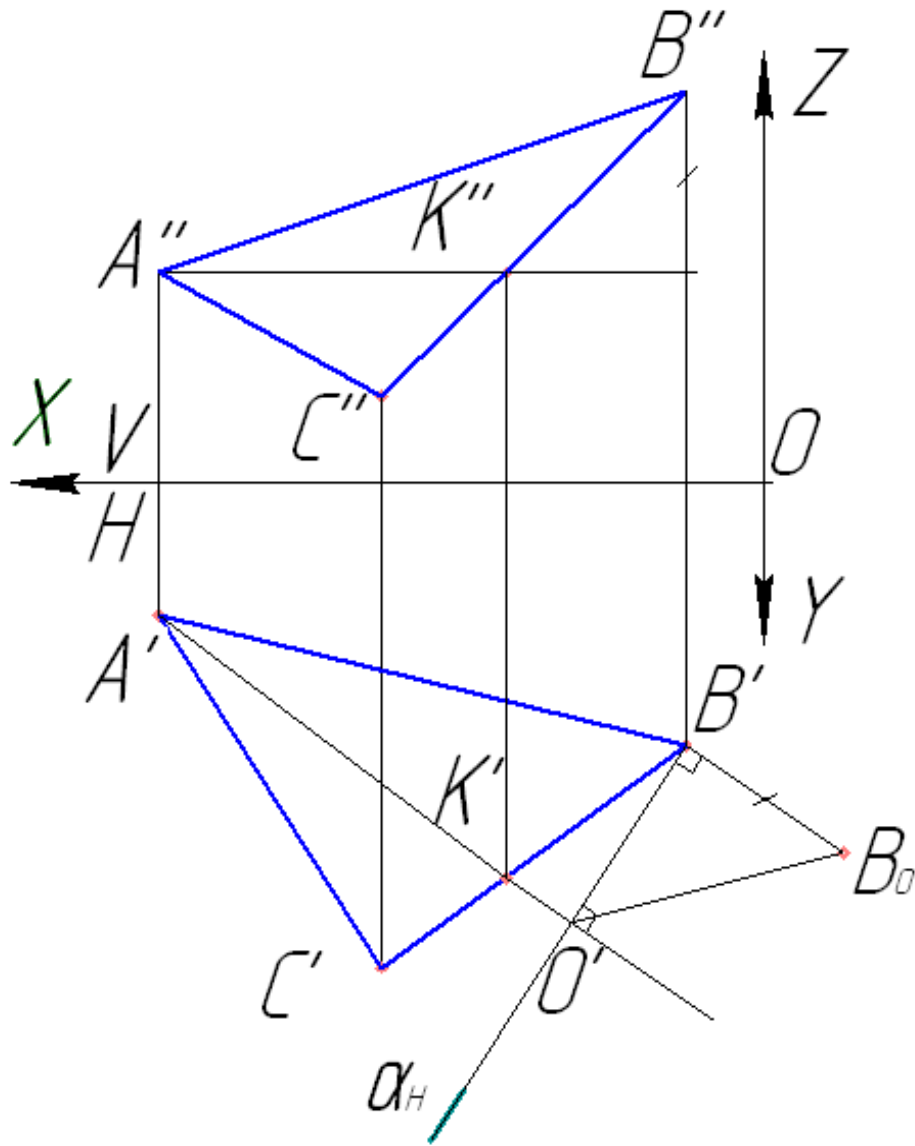


Рисунок 4.7

5.3 Найти центр вращения точки B – точку O , опустив из точки B перпендикуляр на ось вращения AK (см. рисунок 4.7).

5.4 Определить натуральную величину радиуса вращения точки B ($O'B_0$) методом прямоугольного треугольника (см. рисунок 4.7).

5.5 Найти совмещенное положение точки B – точку B_0 на следе α_H (рисунок 4.8).

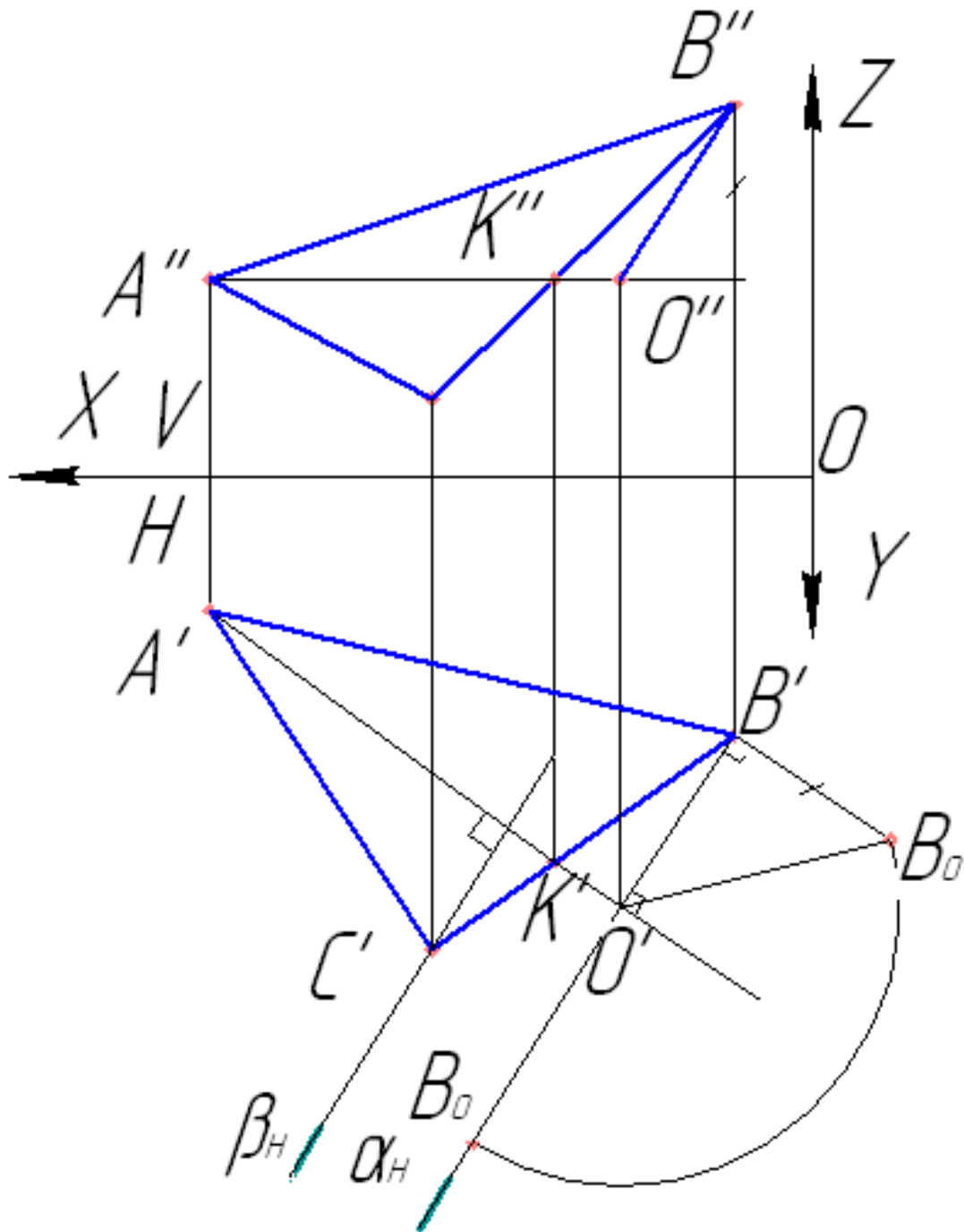


Рисунок 4.8

5.6 Найти совмещенное положение точки C . По аналогии с точкой B она должна лежать в плоскости β , перпендикулярной оси вращения AK , и располагаться на следе плоскости β_H . Для определения совмещенного положения точки C можно не определять радиус вращения, а найти ее положение в пересечении прямой B_0K' и перпендикуляра, проведенного из точки C' к оси вращения $A'K'$ (рисунок 4.9).

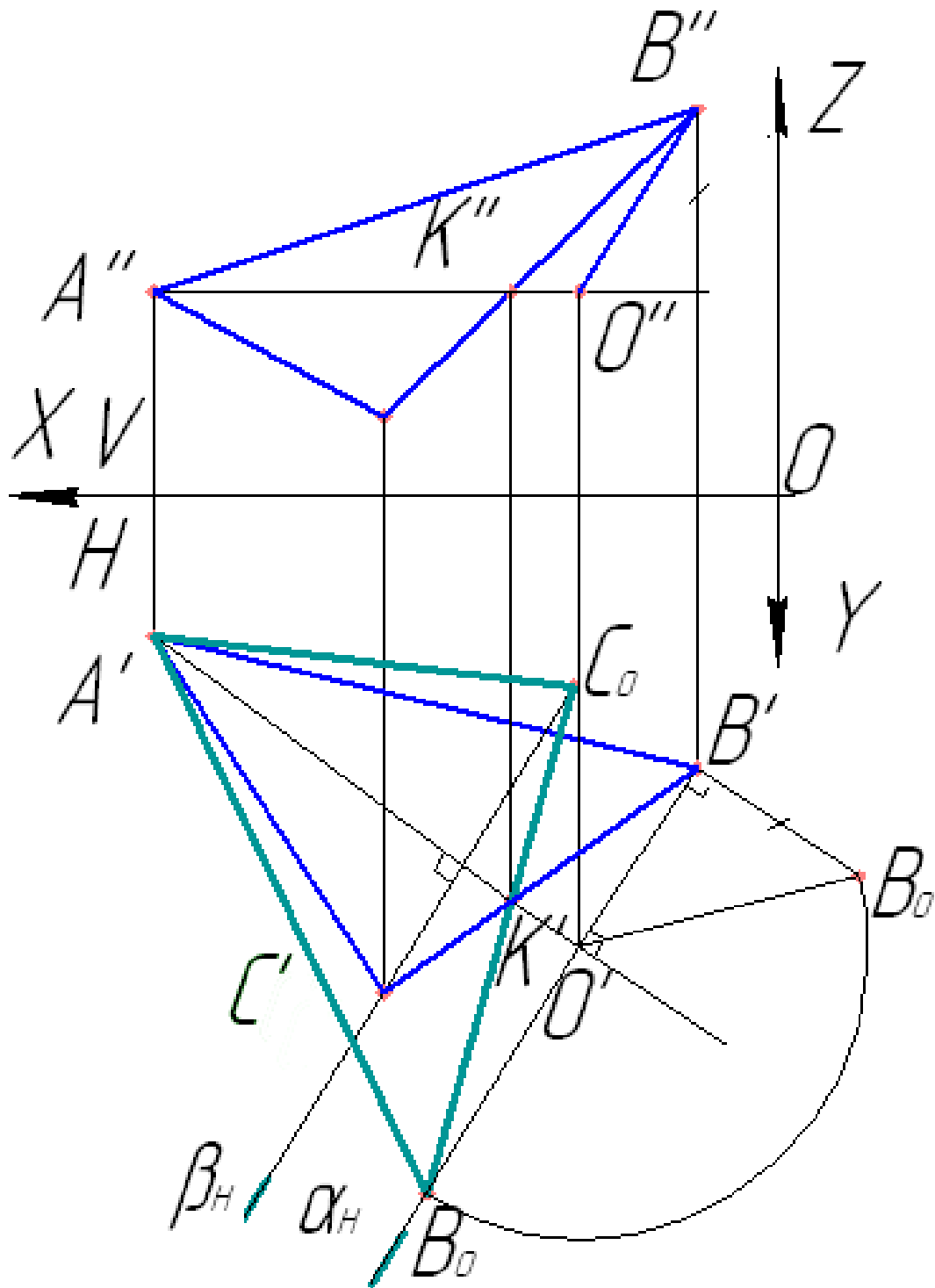


Рисунок 4.9

5.7 Точка A находится на оси вращения, поэтому A' совпадает с A_0 ($A' = A_0$) (см. рисунок 4.9).

5.8 Соединить точки $A_0B_0C_0$, получится натуральный вид основания пирамиды (см. рисунок 4.9).

Задача может быть решена вращением вокруг фронтали.

4.3 Определение угла между гранью и основанием пирамиды

Дана пирамида $SABC$. Определить угол между гранью AB и основанием пирамиды (способом перемены плоскостей проекций).

1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу.

2 Ознакомиться с индивидуальным заданием.

3 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек S, A, B и C (рисунок 4.10).

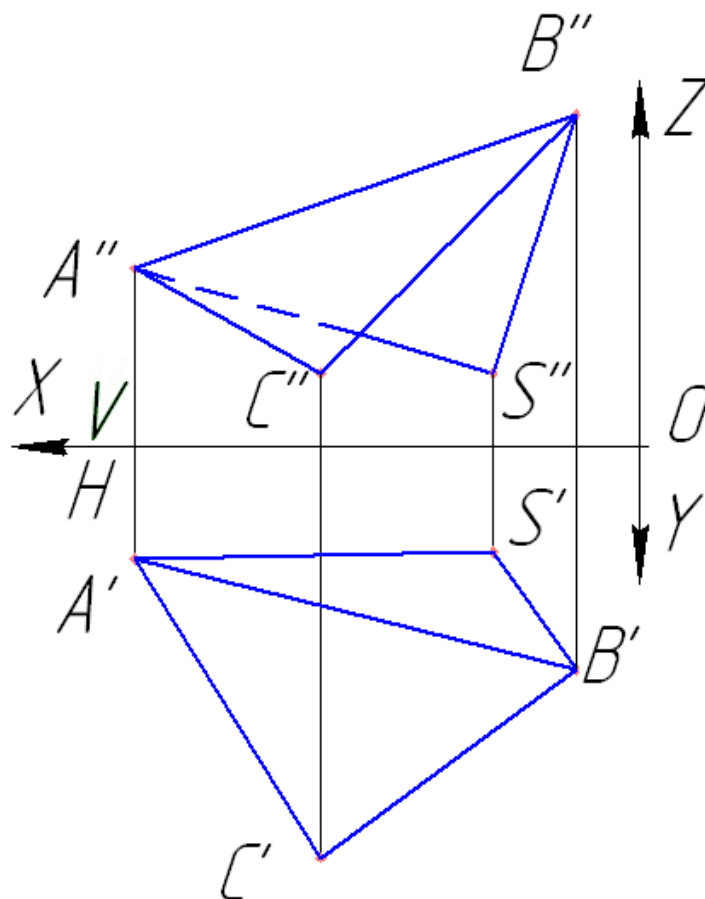


Рисунок 4.10

4 План решения задачи в пространстве.

Двугранный угол измеряется линейным углом, полученным в пересечении граней двугранного угла плоскостью, перпендикулярной к двум граням, а следовательно, и к линии их пересечения. Линию пересечения из прямой общего положения необходимо преобразовать в проецирующую прямую.

5 Построения на комплексном чертеже.

5.1 Ввести плоскость H_1 параллельно ребру AB (рисунок 4.11).

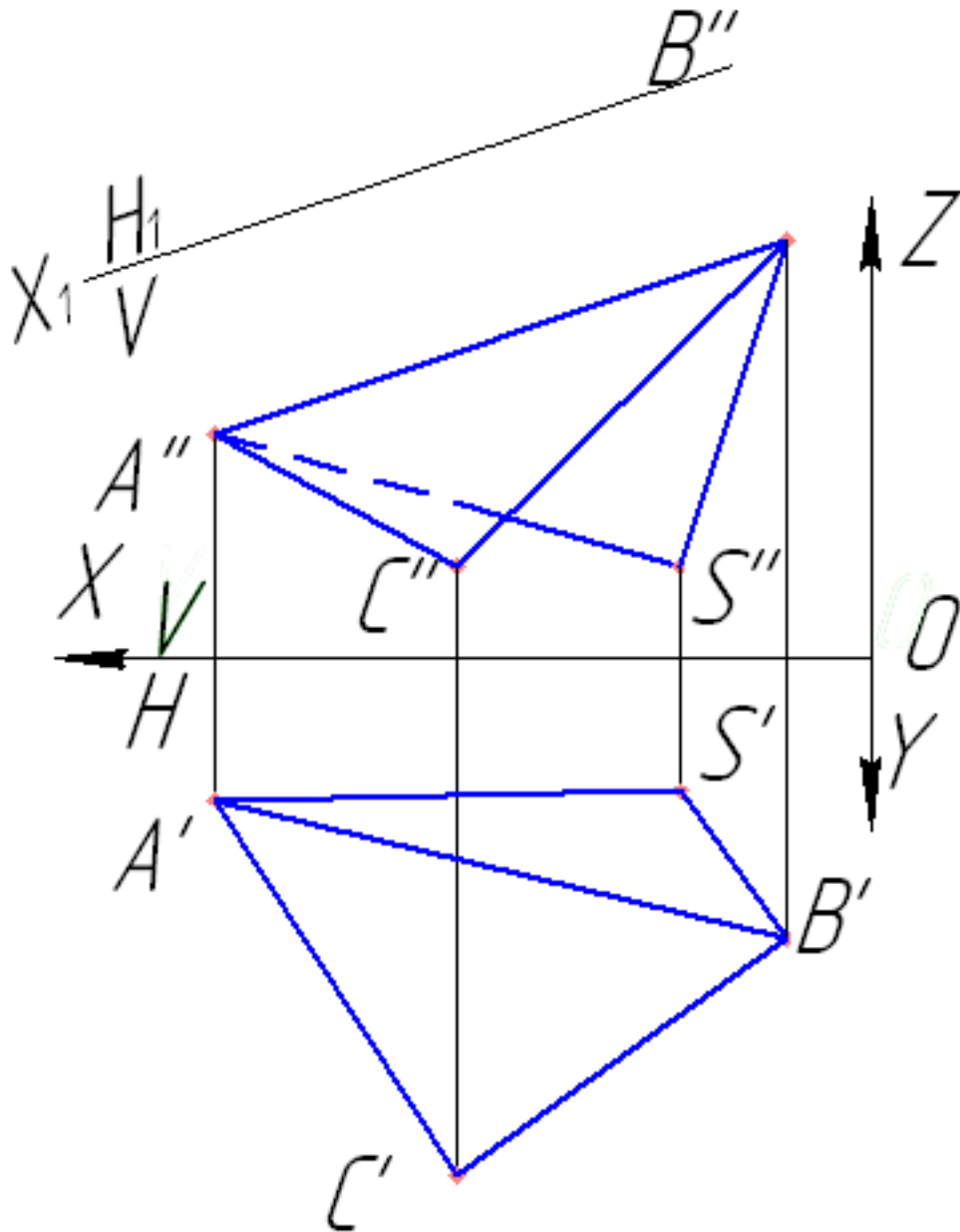


Рисунок 4.11

5.2 Построить новые горизонтальные проекции точек A, B, C, S (рисунок 4.12).

5.3 Ввести плоскость V_1 перпендикулярно ребру AB (рисунок 4.13).

5.4 Построить новые фронтальные проекции (рисунок 4.14).

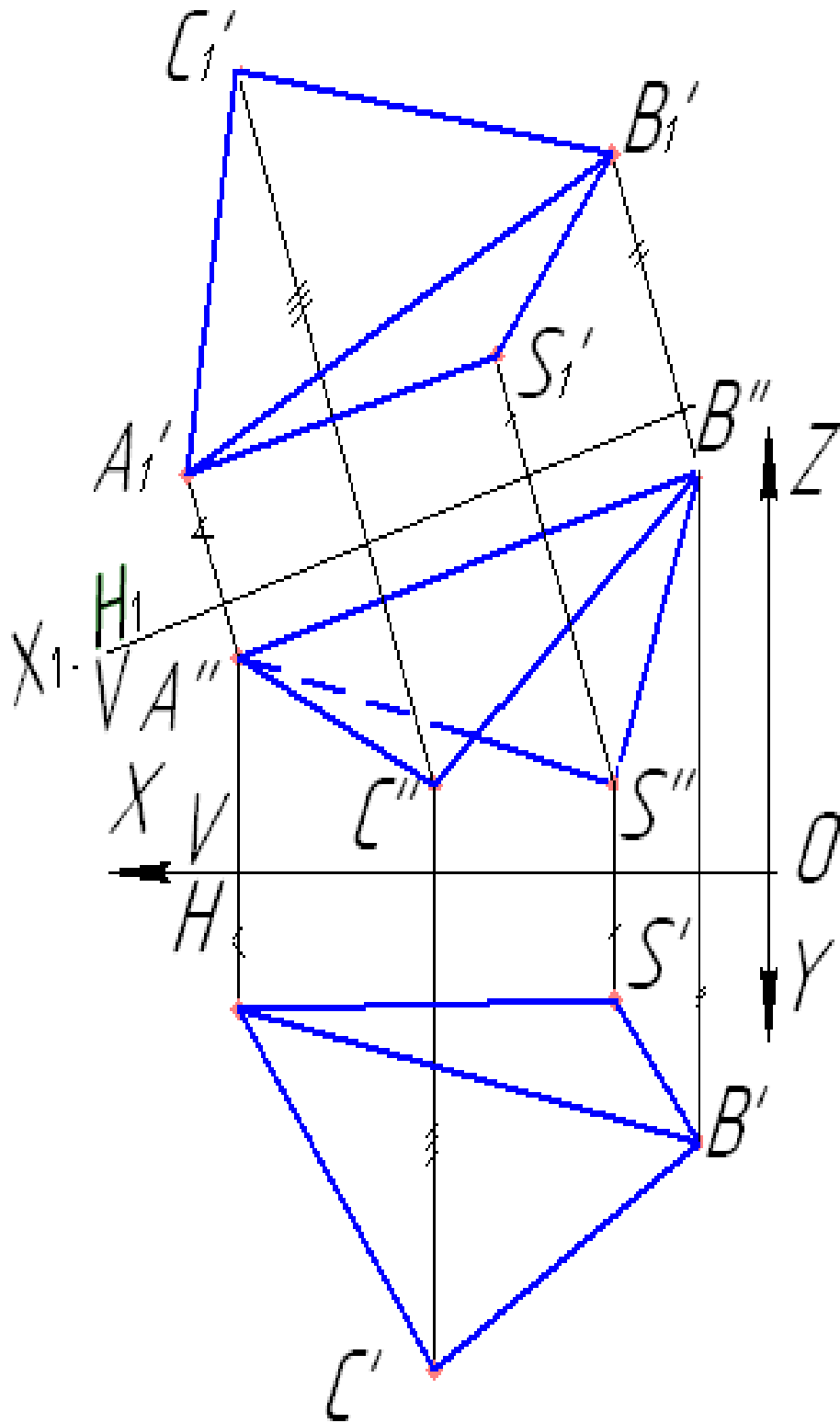


Рисунок 4.12

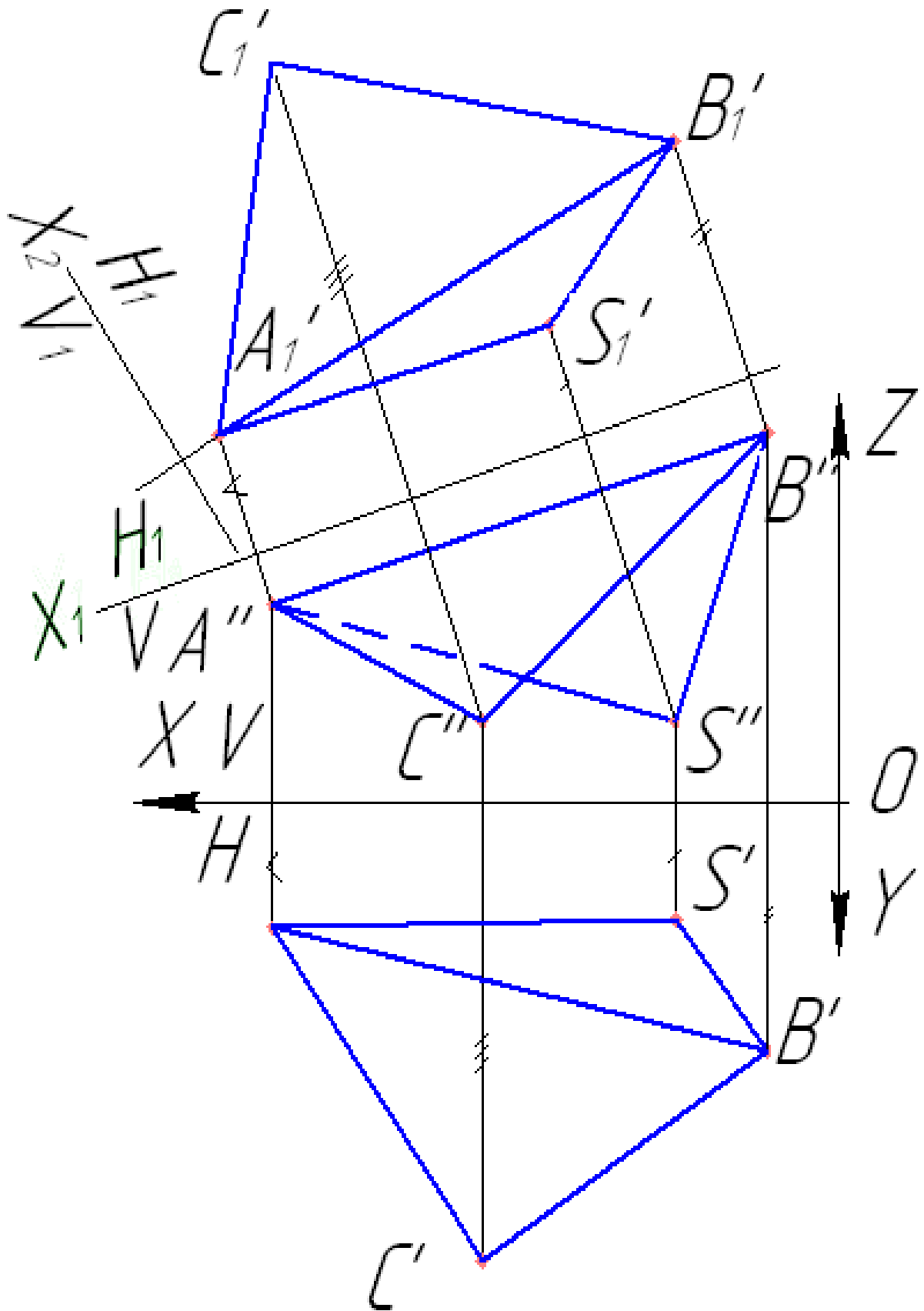


Рисунок 4.13

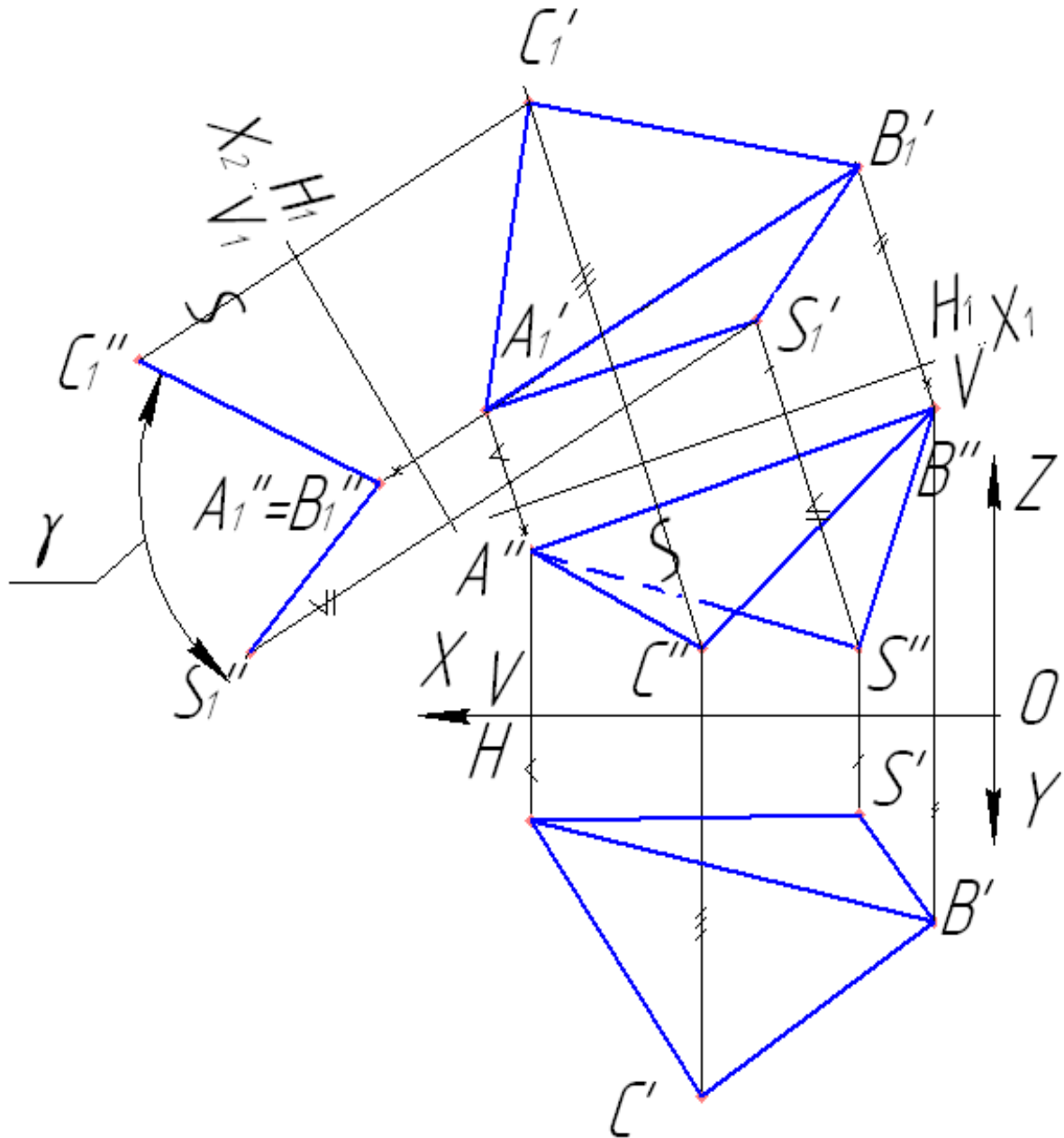


Рисунок 4.14

4.4 Определение угла наклона основания к плоскостям V и H

Дана пирамида $SABC$. Определить угол наклона основания к плоскостям V и H (с помощью линии наибольшего наклона).

- 1 Изучить методические рекомендации и необходимую литературу.
- 2 Ознакомиться с индивидуальным заданием.
- 3 Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A , B , C (рисунок 4.15).
- 4 План решения задачи в пространстве.

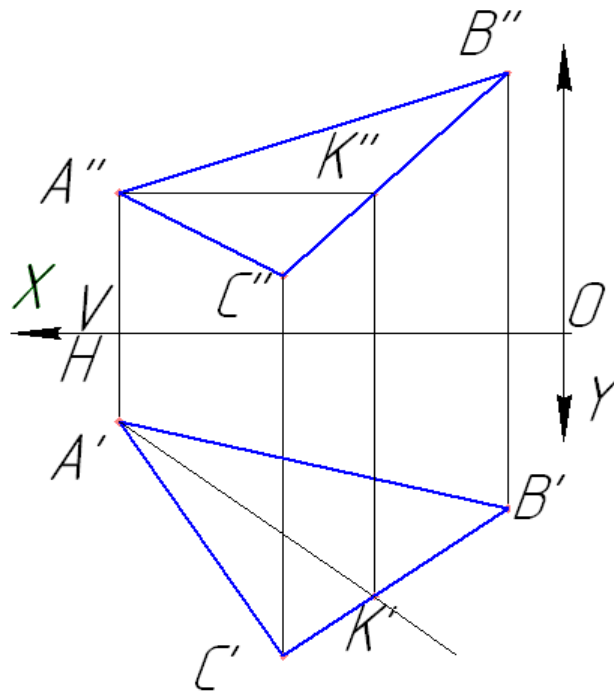


Рисунок 4.15

Линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций (линия ската) перпендикулярна к любой горизонтали плоскости. Линия наибольшего наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций перпендикулярна к любой фронтали плоскости. Провести в плоскости основания горизонталь и фронталь. Построить линии наибольшего наклона к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций. Определить углы наклона плоскости основания к плоскостям H и V .

5 Построения на комплексном чертеже.

5.1 Провести горизонталь AK в плоскости основания ABC (рисунок 4.16).

5.2 Построить линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций BE (рисунок 4.17).

5.3 Используя способ прямоугольного треугольника, определить натуральную величину линии наибольшего наклона к плоскости H и угол α (см. рисунок 4.17).

5.4 Провести фронталь BD в плоскости основания ABC (рисунок 4.18).

5.5 Построить линию наибольшего наклона к фронтальной плоскости проекций AM (рисунок 4.19).

5.6 Используя способ прямоугольного треугольника, определить натуральную величину линии наибольшего наклона к плоскости V и угол наклона β (рисунок 4.20).

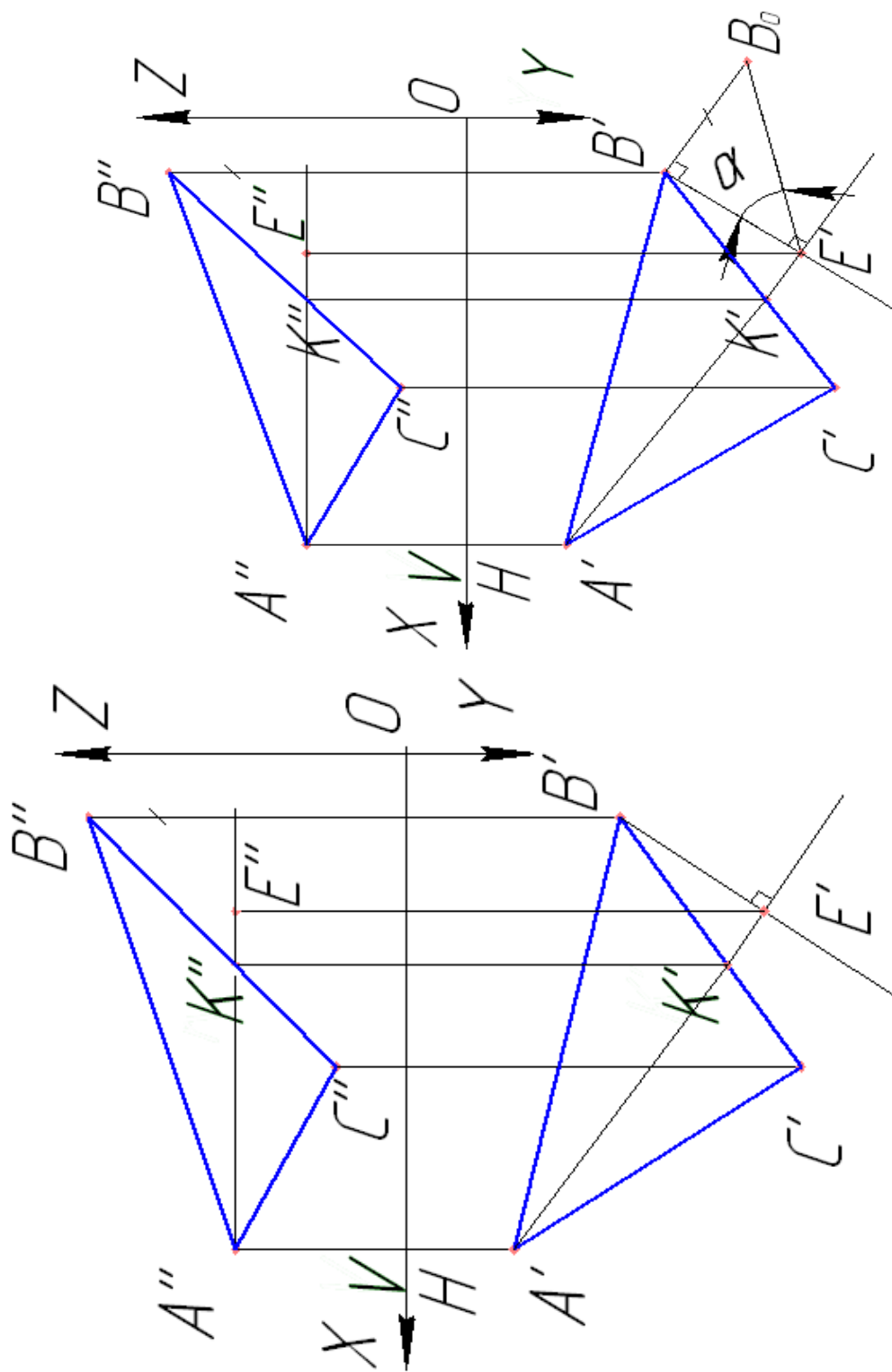


Рисунок 4.16

Рисунок 4.17

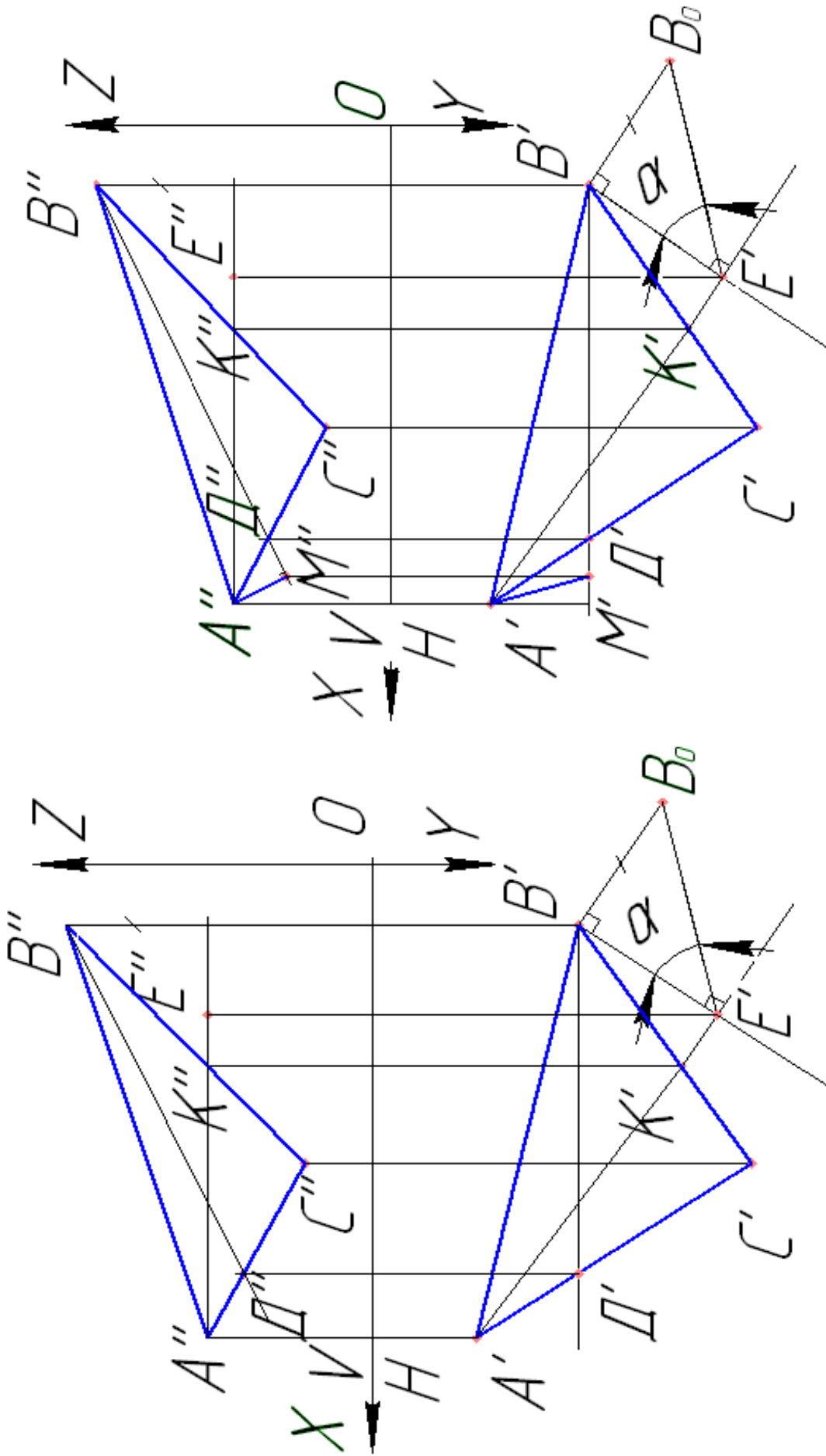


Рисунок 4.18

Рисунок 4.19



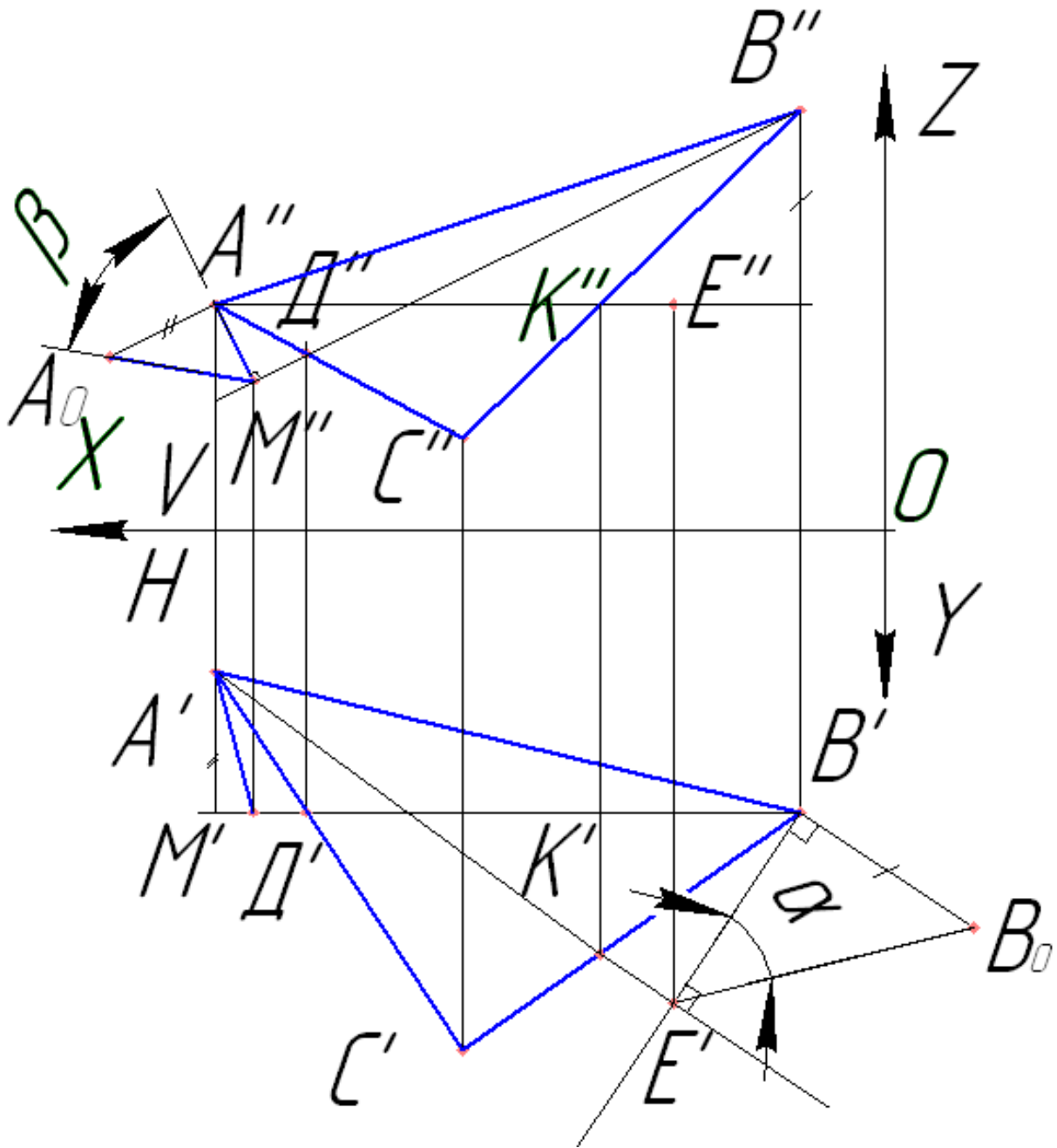


Рисунок 4.20

5 Сечение поверхности плоскостью

Построить линию пересечения заданной поверхности плоскостью.
 Определить натуральную величину фигуры сечения.
 Построить развёртку усечённой части поверхности.

Пример 1 – Построение линии пересечения четырёхугольной правильной призмы плоскостью общего положения, заданной двумя пересекающимися прямыми h и v (горизонталь, фронталь).

Решение

Данную задачу решаем способом замены плоскостей проекций.

- 1 Строим условие (рисунок 5.1).
- 2 Проводим вспомогательную плоскость V_1 , ось $x_1 \perp h'$.
- 3 Берём произвольную точку k (k'' , k') на прямой v .
- 4 Находим k_1'' на плоскости V_1 .
- 5 На плоскости V_1 строим проекцию призмы.
- 6 Находим точки $1_1''$, $2_1''$, $3_1''$, $4_1''$, $5_1''$ – точки пересечения плоскости α с рёбрами и основанием призмы.
- 7 Возвращаем полученные точки на исходные горизонтальную и фронтальную плоскости проекций.
- 8 Соединяем точки, принадлежащие линии пересечения с учётом видимости.
- 9 Построение натуральной величины фигуры сечения.
- 10 Проводим ось $x_2 \parallel \alpha_{v1}$ ($\alpha_{v1} \cup x_2$) (x_2 расположена не в проекционной связи, т. к. нет места на чертеже).
- 11 Строим натуральную величину фигуры сечения.
- 12 Построение развёртки (рисунок 5.2).
- 13 На прямой откладываем четыре одинаковых отрезка, равных стороне квадрата основания призмы (точки A , B , C , D , A).
- 14 Из точек $ABCD$ откладываем отрезки, равные высоте призмы.
- 15 Строим квадрат $ABCD$ нижнего основания.
- 16 На рёбрах призмы откладываем отрезки $B3$, $C4$, $D5$.
- 17 На основании призмы откладываем отрезки $A2$ и $A1$.
- 18 Соединяем полученные точки.
- 19 К отрезку 3–4 пристраиваем натуральную величину фигуры сечения.



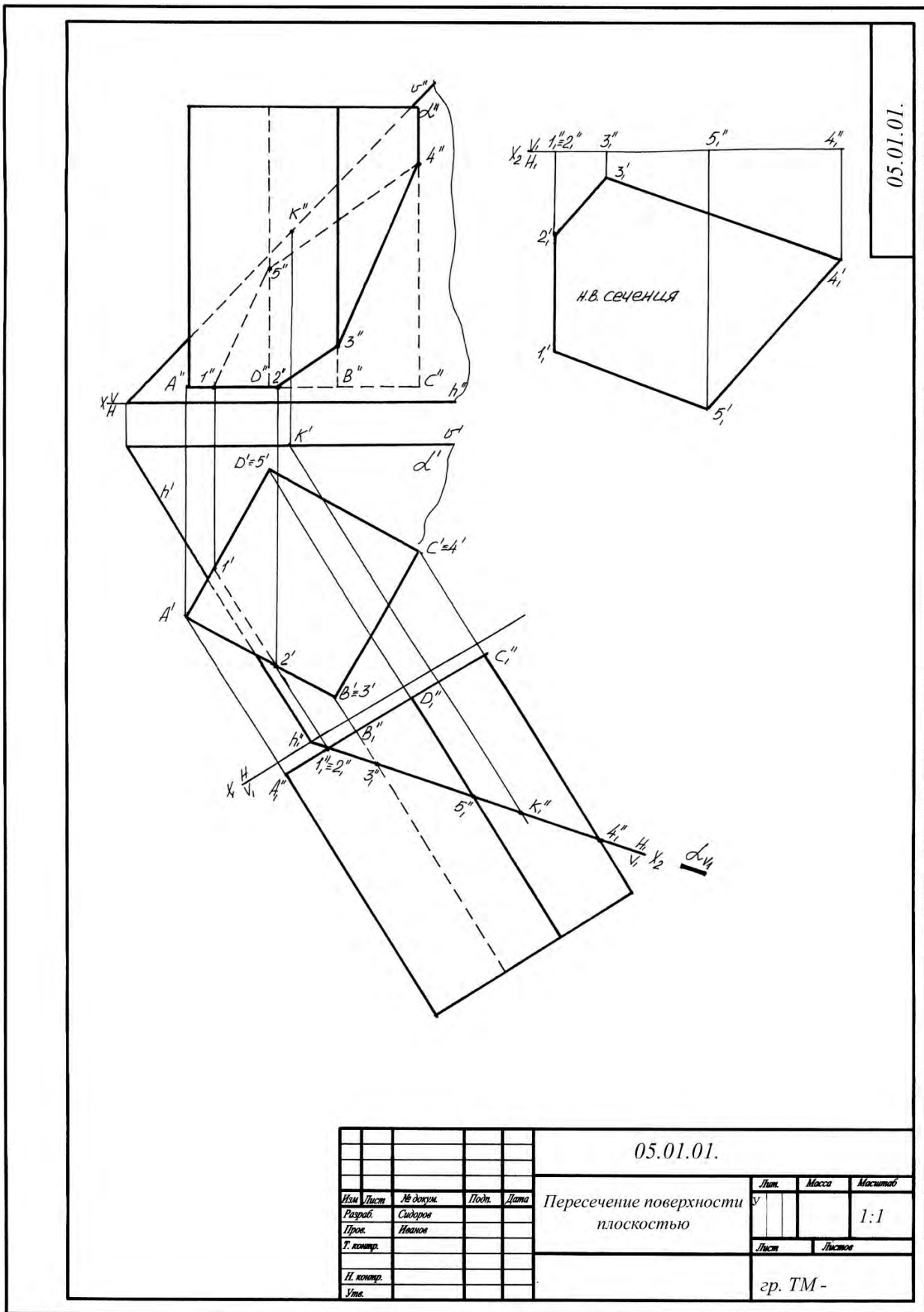


Рисунок 5.1 – Построение линии пересечения и натуральной величины сечения

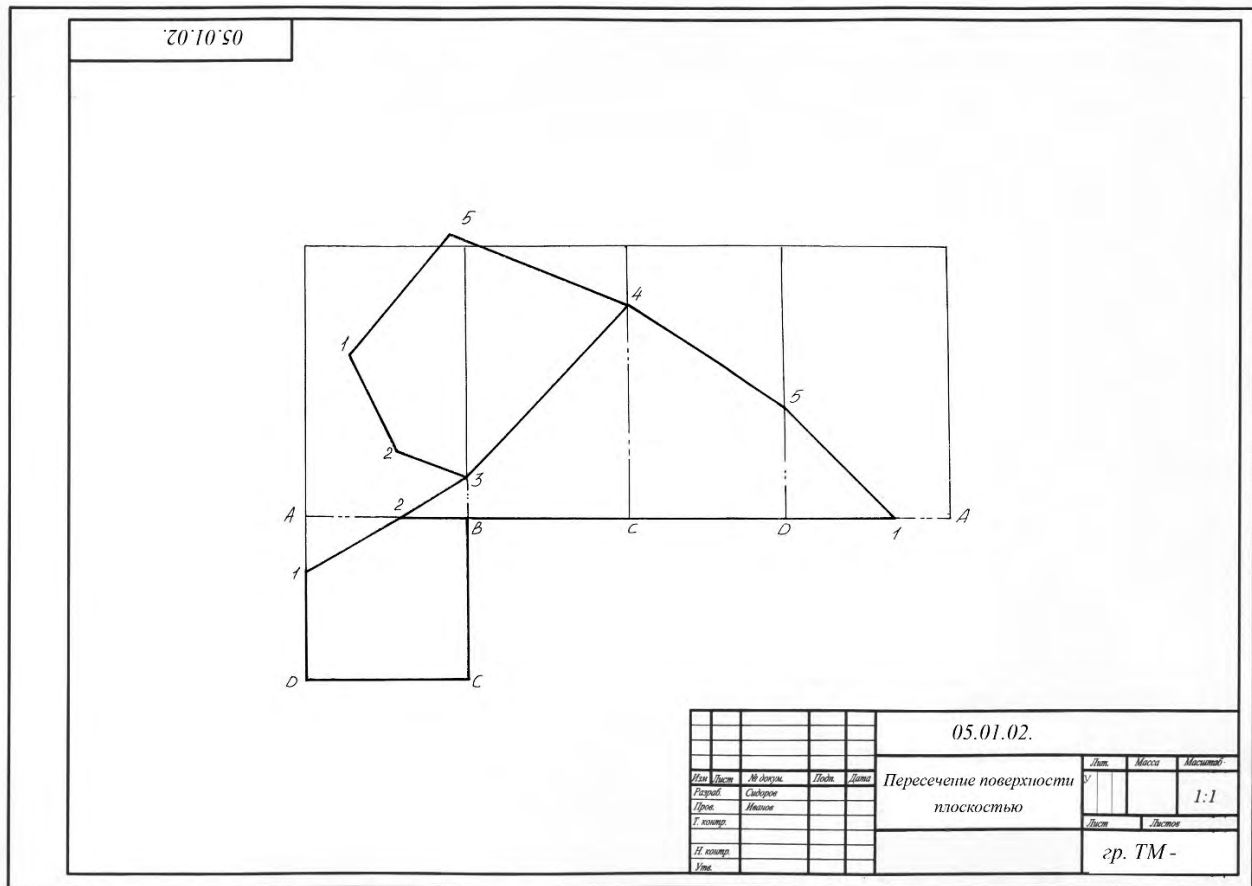


Рисунок 5.2 – Построение развертки поверхности

Пример 2 – Построение линии пересечения прямого кругового цилиндра плоскостью общего положения, заданной двумя пересекающимися прямыми h и v (горизонталь, фронталь).

Решение

Так как цилиндр занимает проецирующее положение, то горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией основания цилиндра.

- 1 Строим условие (рисунок 5.3).
- 2 Делим окружность на 12 равных частей.
- 3 Определяем большую ось эллипса – точки 6 и 12, малую ось эллипса – точки 3 и 9.
- 4 Строим фронтальные проекции этих точек с помощью горизонталей плоскости.
- 5 Определяем видимость линии пересечения.
- 6 Определяем точки I и II с помощью дополнительной горизонтальной плоскости α_v .
- 7 Построение развёртки цилиндра.
- 8 Строим прямоугольник длиной $2\pi R$ и шириной, равной высоте цилиндра.
- 9 Делим прямоугольник на 12 равных частей.

- 10 Проводим вертикальные линии (образующие цилиндра).
- 11 На них откладываем отрезки, взятые с фронтальной проекции.
- 12 Соединяем точки $1^0 \dots 11^0$ плавной кривой линией с помощью лекала.
- 13 Построение натуральной величины фигуры сечения.
- 14 Находим натуральную величину большой оси эллипса способом прямоугольного треугольника.
- 15 Малая ось равна диаметру цилиндра.
- 16 Строим эллипс по большой и малой осям способом, указанным на рисунке.
- 17 Пристраиваем основание цилиндра.

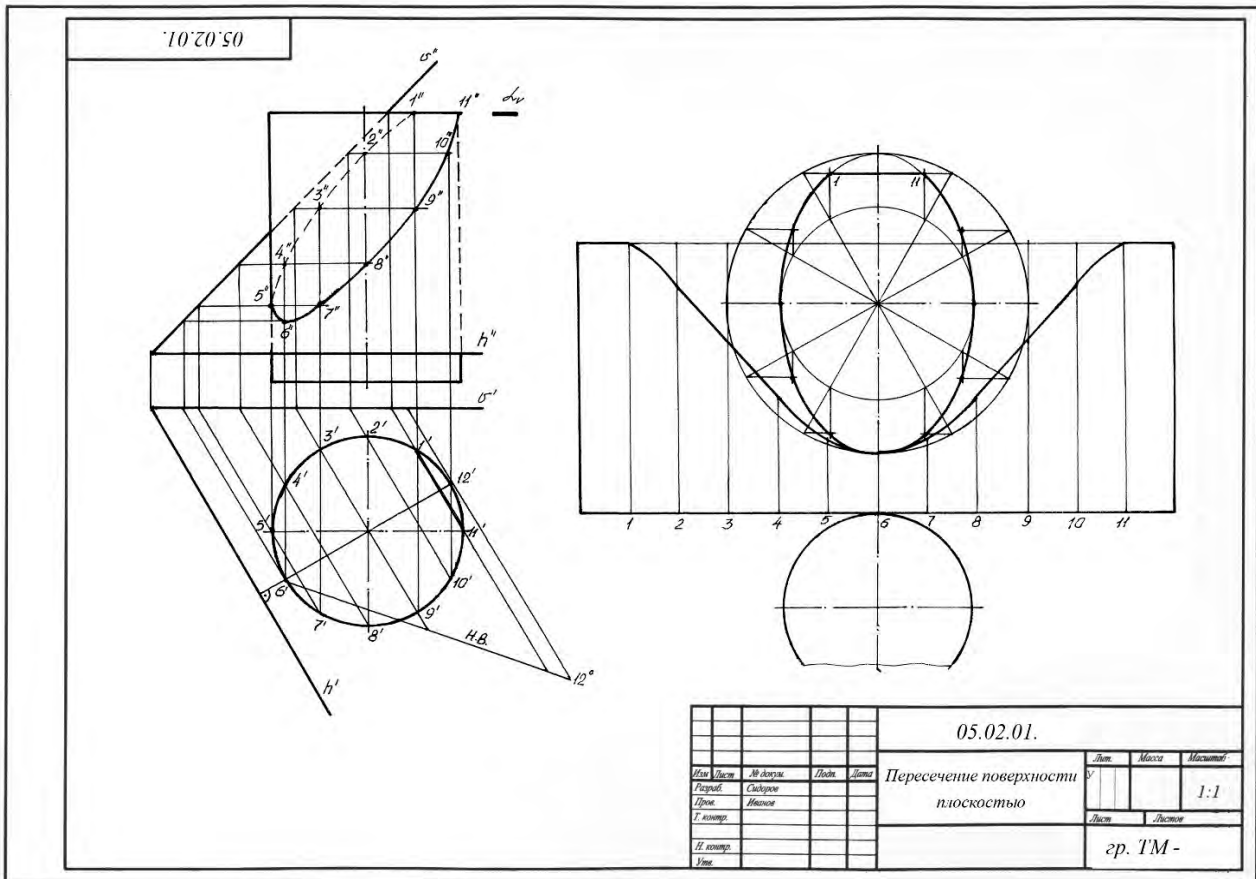


Рисунок 5.3 – Построения линии пересечения, натуральной величины и развертки поверхности

6 Пересечение поверхностей

6.1 Построение линий пересечения поверхностей, когда одна из них проецирующая

Рассмотрим случай, когда одна из поверхностей находится в проецирующем положении. Это возможно только для призматических и цилиндрических поверхностей.

На рисунке 6.1 представлены два пересекающихся многогранника – четырехгранная пирамида и трехгранная призма. Призма является горизонтально-проецирующей поверхностью – ее грани расположены перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций. Следовательно, в соответствии со свойствами проецирующих фигур, горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы и задача сводится к определению ее фронтальной проекции на основе принципа принадлежности. Так как линия пересечения многогранников представляет собой замкнутую пространственную ломаную линию $A-B-C-D-E-F-A$, то необходимо найти только вершины этой ломаной, т. е. точки A'' , B'' , C'' , D'' , E'' , F'' . Точку B'' можно найти сразу по линии проекционной связи – т. к. она находится на ребре SL пирамиды, то $B'' \in S''L''$. Аналогично можно построить точку F'' . А вот для нахождения точки A'' следует применить вспомогательные построения на основе принципа принадлежности. Так как точка A принадлежит одновременно и поверхности призмы, и поверхности пирамиды, то через точку A' на поверхности пирамиды проводим прямую L' , параллельную стороне основания LK пирамиды, находим точку $I' \in S'L'$, проецируем точку I' на фронтальную проекцию и строим прямую $L'' \parallel L''K''$, а затем по линии проекционной связи находим точку $A'' \in L''$.

Аналогично можно построить точки C'' , D'' , E'' . Соединяя точки ломаной на фронтальной проекции, принимаем во внимание принадлежность их определенной грани и последовательность расположения точек, т. е. соединяем точки в таком же порядке, как и на горизонтальной проекции $A''-B''-C''-D''-E''-F''-A''$. Построив линию пересечения поверхностей, приступаем к определению ее видимости. В связи с тем, что на фронтальной плоскости проекции видны две передние грани пирамиды, то видимыми будут линии $A''B''$ и $A''F''$ пересечения этих граней видимыми гранями прямой призмы; все другие участки пространственного шестиугольника невидимые.

Для определения видимости ребер заданных многогранников воспользуемся конкурирующими точками. Например, возьмем конкурирующие точки 2 и 3, одна из которых (точка 3) лежит на ребре пирамиды SL , а вторая – на ребре призмы и $2' = C'$. Так как на горизонтальной проекции точка $3'$ расположена ниже, чем точка $2'$, значит, она находится ближе к наблюдателю и, следовательно, на фронтальной проекции видна точка $3''$, а она лежит на ребре SL . Следовательно, участок $L''B''$ ребра SL видимый. Аналогично можно определить видимость фигур и на других участках.

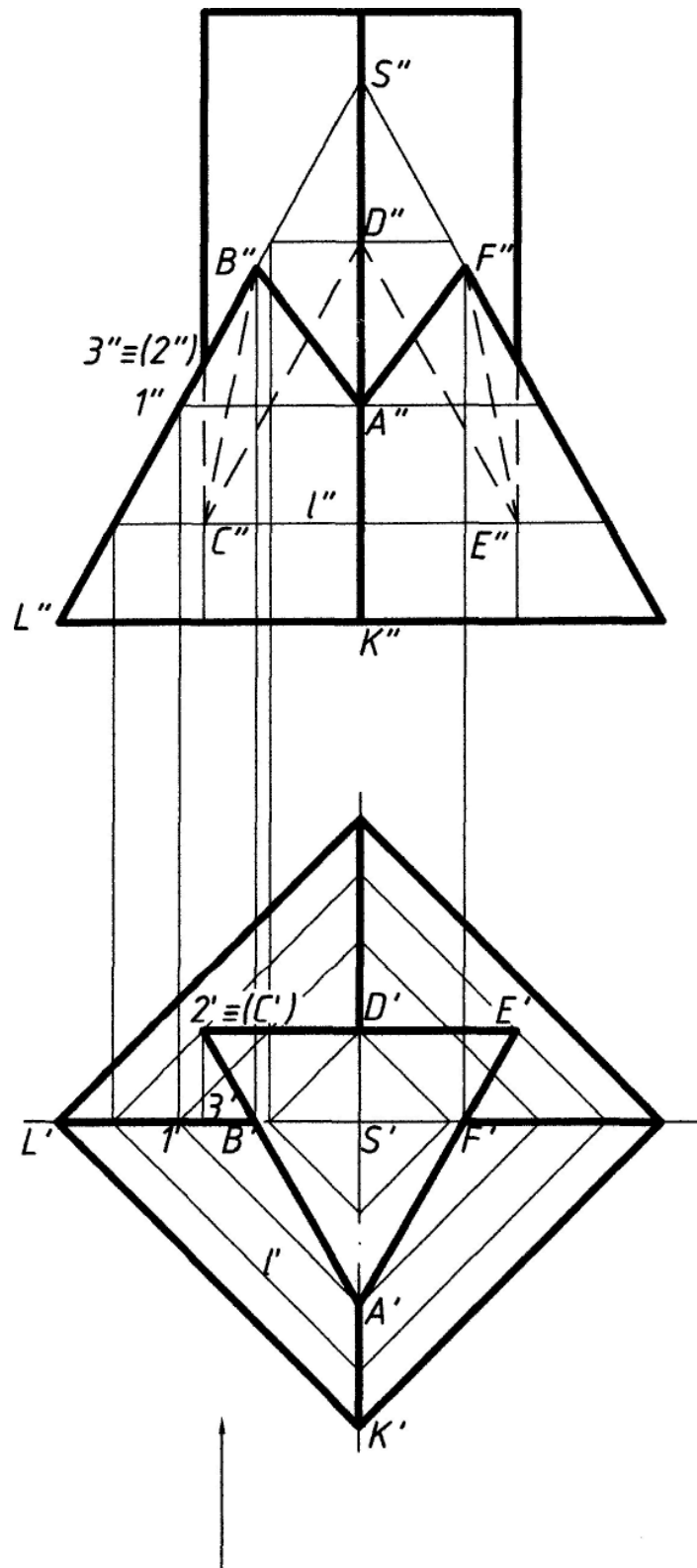


Рисунок 6.1 – Пересечение четырехгранной пирамиды и трехгранной призмы

На примере, представленном на рисунке 6.2, рассмотрим построение трех проекций линии пересечения поверхностей. Заданы прямой круговой конус и правильная пятигранная призма, боковая поверхность которой является фронтально-проецирующей. Исходя из свойств проецирующих фигур определяем, что фронтальная проекция линии пересечения уже есть – она совпадает с частью фронт-

тальной проекции призмы и является пространственной ломаной кривой линией $1''-2''-3''-4''-5''-6''-7''-8''-9''-10''-11''-12''$. Точки 1 и 12 – крайние точки линии пересечения, лежат на левой крайней образующей конуса. Поэтому их горизонтальные проекции могут быть найдены без дополнительных построений. Точки $2, 5, 9, 10$ являются точками пересечения ребер призмы с поверхностью конуса. Точки 4 и 8 – точки, лежащие на очерковых образующих конуса на профильной плоскости проекций. Остальные точки являются промежуточными и служат для более точного построения кривых участков линии пересечения.

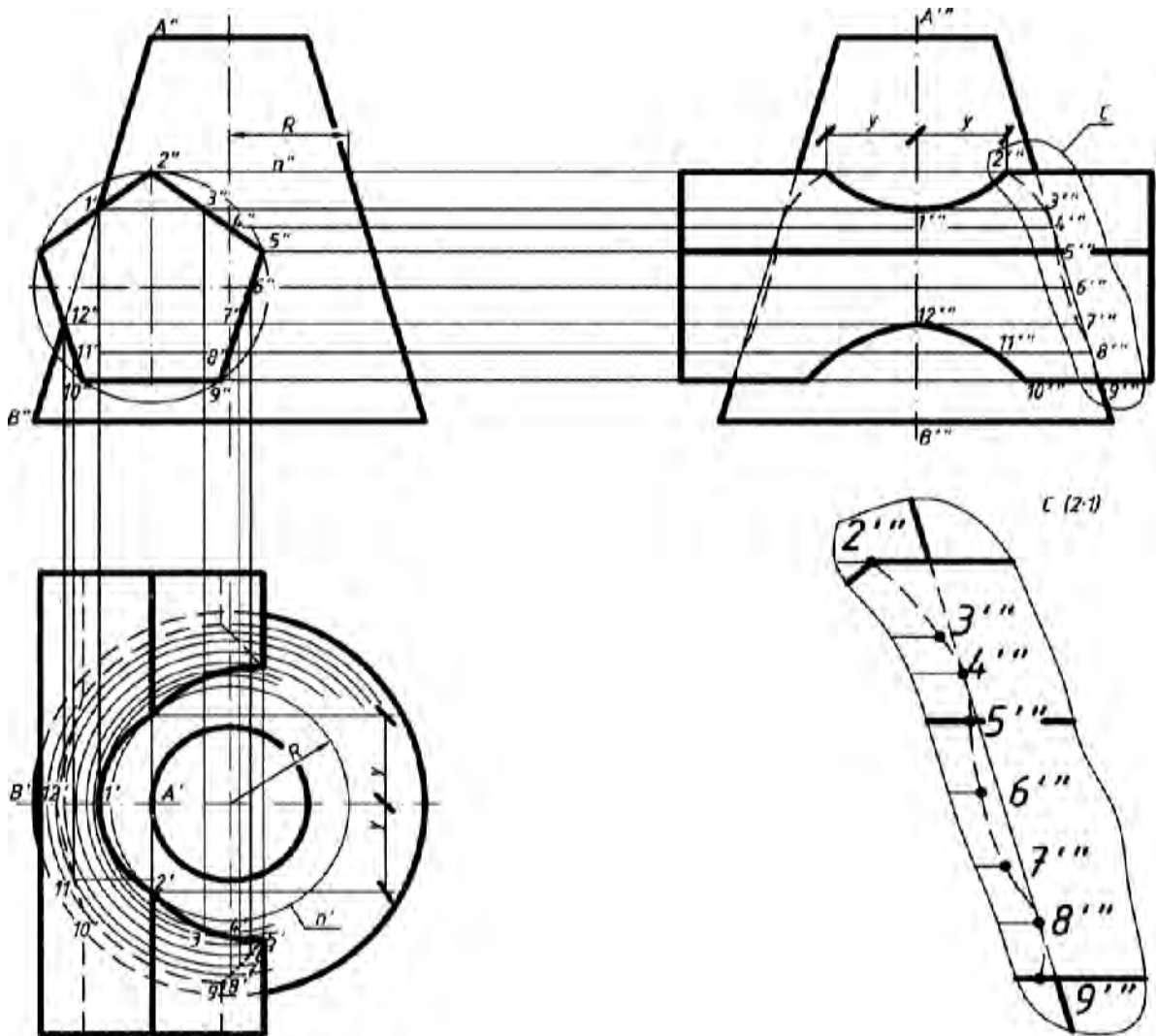


Рисунок 6.2 – Пересечение конуса и пятигранной призмы

Рассмотрим построение горизонтальной проекции линии пересечения поверхностей на примере точки 2 . Через точку $2''$ на фронтальной проекции проведем на поверхности конуса параллель n , которая на плоскости V является прямой линией и расположена параллельно основанию конуса. На плоскость H параллель n проецируется в виде окружности радиусом R . В пересечении полученной окружности n' с верхним ребром призмы получаем точку $2''$. Аналогично можно найти все остальные точки линии пересечения, которые затем соединить плавной линией с помощью лекала с учетом видимости. Видимым будет

участок $1'-2'-3'-4'-5'$ линии пересечения, т. к. он лежит на двух верхних гранях призмы.

Теперь приступим к построению профильной проекции. Сначала следует построить профильные проекции заданных фигур, а затем – проекции точек линии пересечения. Точки $1'''$, $12'''$, $4'''$, $8'''$ могут быть найдены с помощью линий связи на соответствующих проекциях образующих конуса (например, $1'' \in A''B''$; $1''' \in A'''B'''$ и т. д.). Для построения, например, точки $2'''$ нужно на горизонтальной линии связи, проведенной через точку $2''$, отложить от оси конуса координату «у», измеренную на горизонтальной проекции. Аналогично можно найти остальные точки и соединить их ломаной кривой с учетом видимости.

6.2 Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей

Пусть требуется определить линию пересечения поверхности сферы с поверхностью тора (рисунок 6.3). Так как обе заданные поверхности являются поверхностями вращения, то линия их пересечения представляет пространственную кривую, для построения которой нужно найти ряд точек. Для получения этих точек следует воспользоваться такими вспомогательными плоскостями, чтобы проекции линий пересечения с заданными поверхностями были бы наиболее простого вида. Такими плоскостями в данном случае являются горизонтальные плоскости (α , β , γ , σ), которые пересекают заданные поверхности по окружностям, проецирующимся на горизонтальную плоскость проекций без искажения. Взаимное пересечение горизонтальных проекций указанных окружностей определяет горизонтальные проекции точек, принадлежащих линии пересечения.

Сначала находим точки 1 и 6 . Это так называемые «опорные» или «характерные» точки линии пересечения. Данные точки определяют сразу на фронтальной проекции без дополнительных построений как результат пересечения очерковых образующих заданных поверхностей (можно представить, что рассекаем обе поверхности так называемой «осевой» плоскостью ω , тогда на фронтальной плоскости проекций получим очерки заданных поверхностей, которые пересекаются в точках $1''$ и $6''$). Здесь точки 1 и 6 являются высшей и низшей точками линии пересечения и теперь понятен диапазон, в котором следует проводить вспомогательные плоскости. Так, в частности, в результате пересечения поверхностей сферы и тора горизонтальной плоскости α получены окружности радиусами R_1 и R_2 . Эти окружности на горизонтальной проекции пересекаются в точках $2''$ и $2_1''$, затем находим их на фронтальной плоскости по линии связи на следе α_V .

Проведя ряд горизонтальных вспомогательных плоскостей, аналогичным образом найдем и другие точки, принадлежащие линии пересечения.

Точка 4 определена в пересечении поверхностей плоскостью γ , проходящей через экватор сферы и являющейся границей видимости на горизонтальной проекции.

Все найденные точки следует последовательно соединить друг с другом плавной кривой линией.

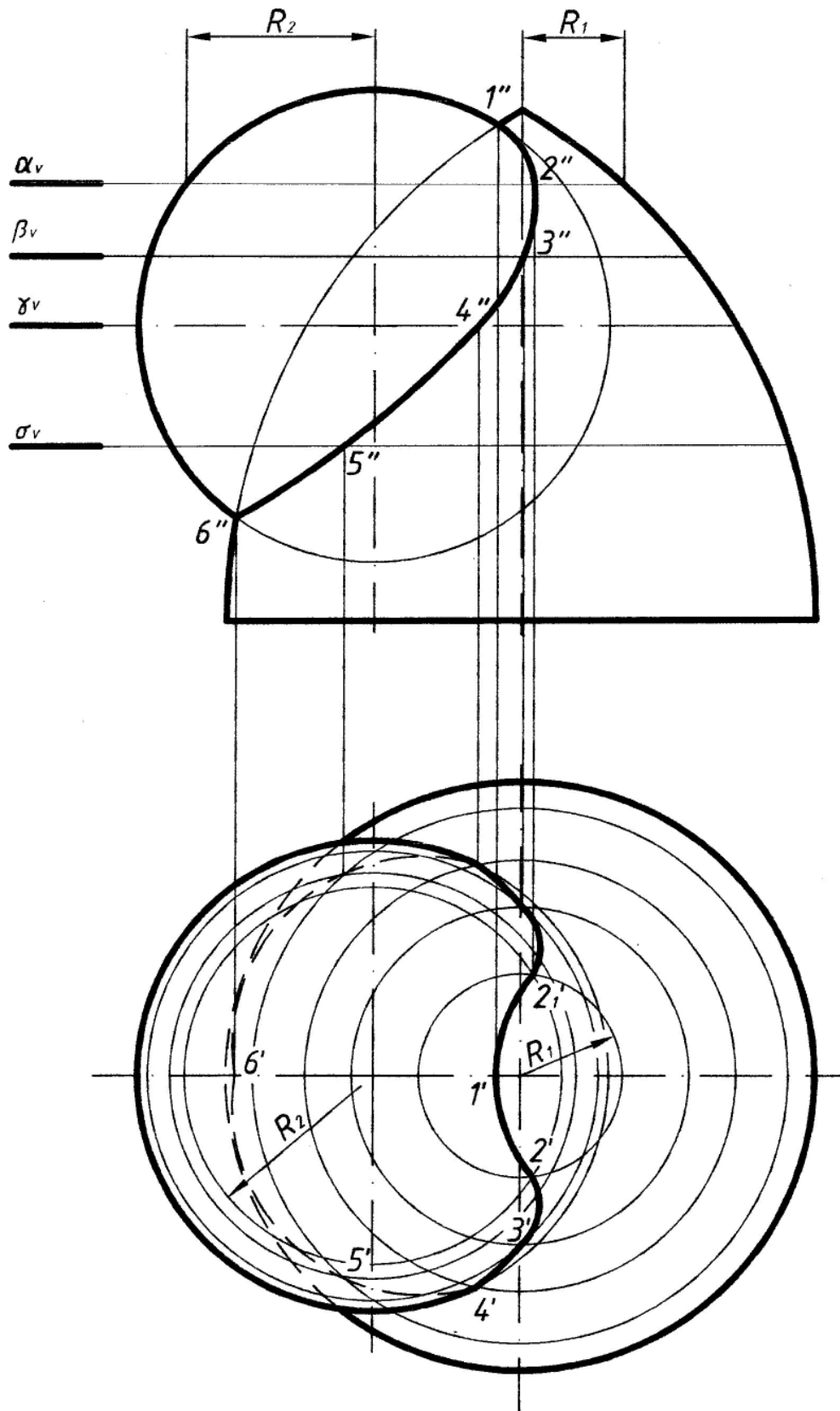


Рисунок 6.3 – Пересечение сферы и тора

6.3 Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих сфер

Способ вспомогательных секущих сфер может быть использован, если:

- заданные поверхности являются поверхностями вращения;
- оси заданных поверхностей пересекаются;
- оси поверхностей лежат в плоскости, параллельной одной из плоскостей проекций.

Для того чтобы сферические поверхности использовать в качестве вспомогательных поверхностей при определении линии пересечения поверхностей двух тел вращения, за центр вспомогательных сферических поверхностей следует принимать точку пересечения осей заданных поверхностей.

На рисунке 6.4 приведен пример определения проекций точек линии пересечения поверхностей двух конусов, оси которых пересекаются в точке O и параллельны плоскости V . Сферическая поверхность радиусом R_1 с центром в точке O пересечет конические поверхности по окружностям, фронтальные проекции которых изобразятся в виде прямых $1''-2''$ и $3''-4''$. Взаимное пересечение этих прямых определяет фронтальную проекцию E'' точки E , принадлежащей линии пересечения.

Проведя несколько сферических поверхностей с различными радиусами из того же центра, получим аналогичным образом ряд точек, принадлежащих линии пересечения. Минимальный радиус R_{\min} сферической поверхности, которая может быть использована при решении задачи, равен радиусу сферы, касающейся одной из заданных поверхностей и пересекающей другую поверхность. В данном случае минимальный радиус сферической поверхности равен радиусу $O''T''$ сферы, касающейся поверхности конуса с вертикальной осью, т. к. второй конус она при этом будет пересекать. С помощью сферы минимального радиуса определена точка B'' , принадлежащая искомой линии пересечения. Опорными точками линии пересечения являются точки A'' и F'' , которые определяются как точки пересечения очерковых образующих заданных поверхностей.

Найдя с помощью сфер различного радиуса ряд точек линии пересечения поверхностей, соединяем их плавной кривой линией.

На горизонтальной проекции строим точки линии пересечения исходя из условия ее принадлежности конусу с вертикальной осью. Например, для построения точки E' нужно построить параллель, проходящую через точки $3''$ и $4''$. На плоскости H она будет проецироваться в виде окружности радиусом R_2 и на ней по линии связи будут находиться точки E' и E_1' . Аналогично можно найти остальные точки. Для определения точек C' и C_1' , делящих горизонтальную проекцию линии пересечения на видимую и невидимую части, можно воспользоваться плоскостью γ , которая пересечет больший конус по окружности R_3 , а меньший – по очерковому треугольнику. В результате их пересечения получим точки C' и C_1' .

Построение профильной проекции линии пересечения поверхностей сводится к построению третьей проекции точки по заданным фронтальной и горизонтальной и показано на чертеже на примере точки E''' .



Профильная проекция линии пересечения поверхностей будет полностью невидимой, т. к. закрыта вертикально стоящим конусом.

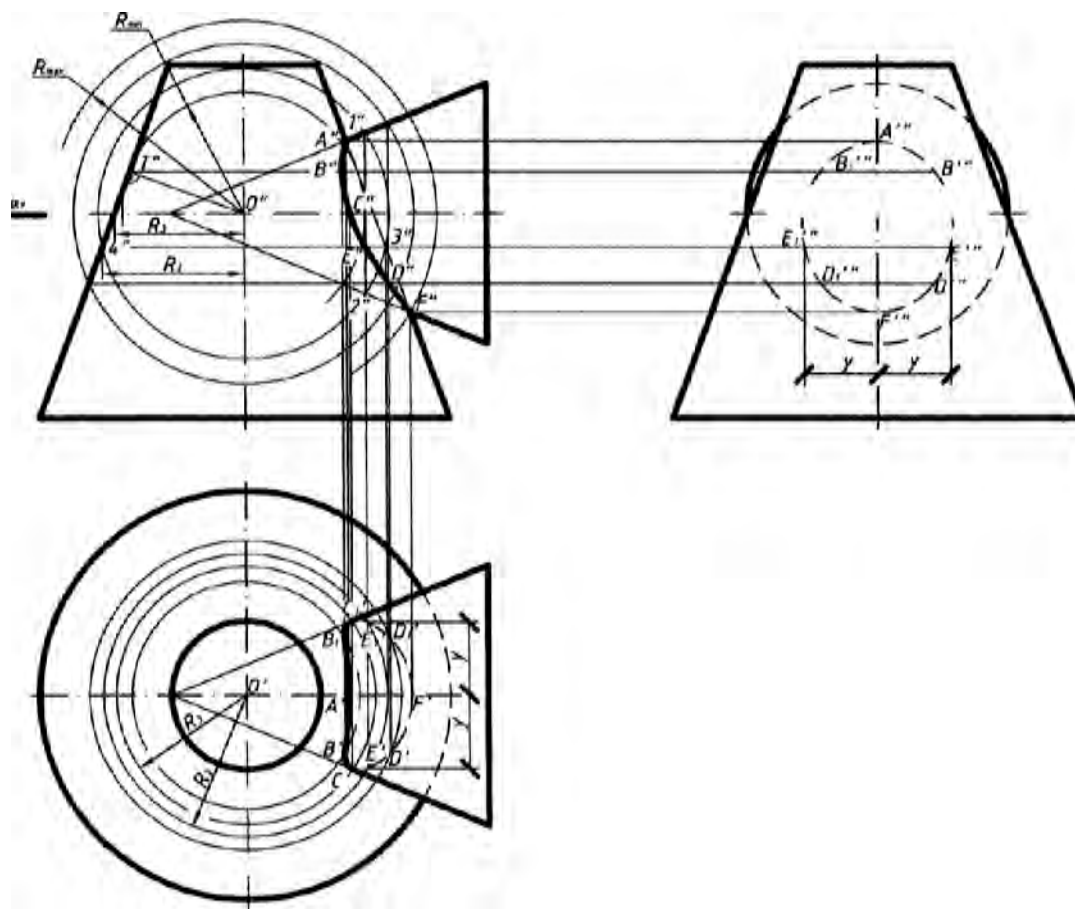


Рисунок 6.4 – Пересечение двух конусов

Список литературы

1 Начертательная геометрия. Геометрическое и проекционное черчение : учебник / П. Н. Учаев [и др.] ; под общ. ред. П. Н. Учаева. – Старый Оскол: ТНТ, 2017. – 340 с.

2 **Чекмарев, А. А.** Инженерная графика. Машиностроительное черчение : учебник / А. А. Чекмарев. – Нальчик : ИНФРА-М, 2016. – 396 с.

3 **Чекмарев, А. А.** Инженерная графика. Машиностроительное черчение: учебник / А. А. Чекмарев. – Москва: ИНФРА-М, 2015. – 396 с.