ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

МЕХАНИКА

Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» дневной формы обучения

Могилев 2018

УДК 621.81
ББК 34.44
М 55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «20» июня 2018 г., протокол № 11

Составитель канд. техн. наук, доц. Н. И. Рогачевский

Рецензент канд. техн. наук, доц. Д. М. Свирепа

Методические рекомендации являются руководством для студентов направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» дневной формы обучения на практических занятиях по дисциплине «Механика».

Учебно-методическое издание

МЕХАНИКА

Ответственный за выпуск А. П. Прудников

Технический редактор А. А. Подошевко

Компьютерная верстка Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет», 2018

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Содержание

Введение 4
1 Теория механизмов и машин. Примеры решения задач 5
2 Сопротивление материалов. Примеры решения задач..... 10
3 Детали машин. Примеры решения задач 17
Список литературы……..……..……33

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Введение

Цель курса «Механика» – ознакомить студентов с классическими видами механизмов и их возможностями по преобразованию и получению требуемых перемещений, общими методами оценки параметров движения без учета и с учетом сил, действующих на звенья механизмов, требованиями к точности и прочности составляющих механизмов, с конструкционными материалами и их свойствами, типовыми соединениями деталей, деталями и узлами механизмов, геометрическими, точностными и прочностными расчетами отдельных передаточных механизмов.

Методические рекомендации к практическим занятиям представлены в последовательности изучения дисциплины в соответствии с рабочей программой, в которой изложены сведения из общеинженерных дисциплин, таких как «Теория механизмов и машин», «Сопротивление материалов», «Детали машин».

Методические рекомендации содержат примеры выполнения задач, позволяющие овладеть методикой их решения и приобрести навыки численного анализа механизмов, прочности их звеньев и кинематических пар.

Термины и условные обозначения, применяемые в методических рекомендациях, даны в соответствии с действующими стандартами.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

1 Теория механизмов и машин. Примеры решения задач

Задача 1. Определить для кривошипно-ползунного механизма (рисунок 1.1) графическим методом скорости кинематических пар, скорость центра масс шатуна и его угловую скорость, если $l_1 = 0{,}15$ м; $l_2 = 0{,}2$ м; $y_B = 0{,}1$ м; $\varphi_1 = 45°$; $\omega_1 = 5$ с$^{-1}$.

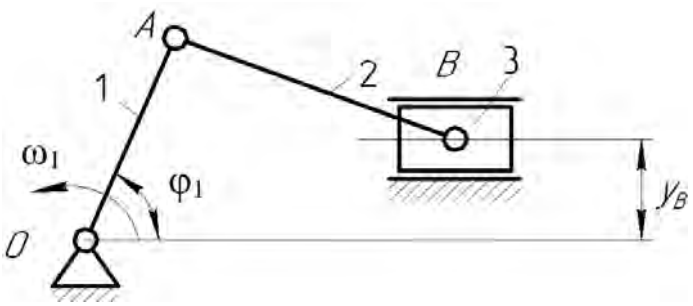

Рисунок 1.1 – Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма

Решение

1 Построение плана механизма.

Назначаем произвольно длину кривошипа *1* на плане механизма (см. рисунок 1.1) $OA = 60$ мм. Определяем масштабный коэффициент плана механизма:

$$\mu_s = \frac{l_1}{OA} = \frac{0{,}15}{60} = 0{,}0025 \text{ м/мм.}$$

Определяем длину шатуна и вертикальную координату ползуна на плане механизма:

$$AB = \frac{l_2}{\mu_s} = \frac{0{,}2}{0{,}0025} = 80 \text{ мм;} \qquad Y_B = \frac{y_B}{\mu_s} = \frac{0{,}1}{0{,}0025} = 40 \text{ мм.}$$

Строим план механизма в следующей последовательности.

Ставим на листе точку *O*. Откладываем из точки *O* отрезок $OA = 60$ мм под углом 45°, получаем точку *A* (рисунок 1.2, *а*). Проводим горизонтальную линию на расстоянии $Y_B = 40$ мм от точки *O* (рисунок 1.2, *б*). Отмеряем циркулем расстояние $AB = 80$ мм, ставим циркуль в точку *A* и делаем засечку на горизонтальной прямой. Получаем точку *B* (рисунок 1.2, *в*). Дорисовываем опоры, кинематические пары, обозначаем точки и звенья.

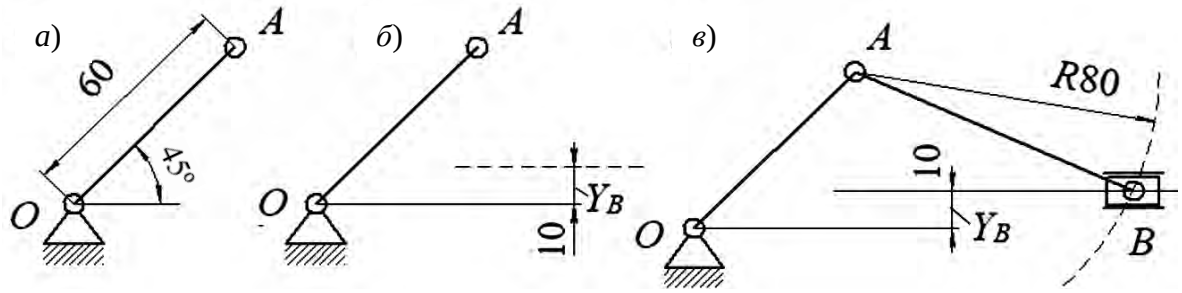

Рисунок 1.2 – План кривошипно-ползунного механизма

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

2 Построение плана скоростей (рисунок 1.3).

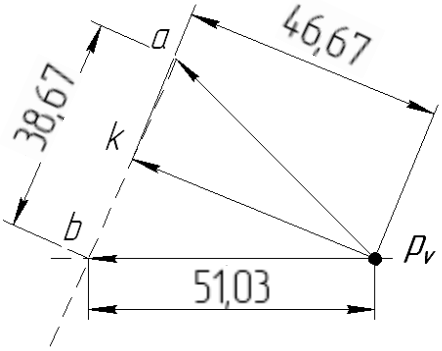

Рисунок 1.3 – План скоростей кривошипно-ползунного механизма

Ставим на плане скоростей произвольную точку (полюс p_v).

Точка A совершает вращательное движение вместе с кривошипом (направление ее скорости $v_A \perp OA$). Определяем скорость точки A: $v_A = \omega_1 \cdot l_1 = 5 \cdot 0{,}15 = 0{,}75$ м/с.

Задаемся на плане скоростей расстоянием $p_v a = 50$ мм (произвольно).

Определяем масштабный коэффициент для плана скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_A}{p_v a} = \frac{0{,}75}{50} = 0{,}015 \text{ м/(с·мм)}.$$

Проводим из полюса p_v вектор скорости v_A длиной $p_v a$ (направление $p_v a \perp OA$).

Строим скорость точки *B*. Точка *B* принадлежит шатуну *2*, совершающему плоскопараллельное движение. Скорость точки *B* находится из равенства $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$. Здесь $\vec{v}_A$ известна по модулю и по направлению. $\underline{\vec{v}_{BA}}$ неизвестна по модулю, но известна по направлению ($\vec{v}_{BA} \perp BA$, плоскопараллельное движение шатуна представляем, как поступательное перемещение полюса *A* и вращательное движение точки *B* относительно полюса). Следовательно проводим из точки *A* прямую $\perp BA$. Точка *B* принадлежит также ползуну *3*, совершающему поступательное движение вдоль горизонтальной прямой *x*. Поэтому $\vec{v}_B \parallel x$. Проводим из полюса p_v прямую $\parallel x$. На пересечении указанных прямых ставим точку *b*.

Определение скорости точки *B*.

Замеряем отрезок $p_v b$ = 51,03 мм на плане скоростей и, умножая на масштабный коэффициент μ_v, определяем скорость точки *B*:

$$v_B = \mu_v \, p_v b = 0{,}015 \cdot 51{,}03 = 0{,}765 \text{ м/с}.$$

Определение скорости центра масс шатуна.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Делим на плане скоростей отрезок *ab* пополам точкой *k* (центр масс лежит на середине отрезка *AB*). Проводим из полюса вектор $p_v k$. Замеряем отрезок $p_v k$ = 46,67 мм на плане скоростей и, умножая на масштабный коэффициент μ_v, определяем скорость точки *B*:

$$v_K = \mu_v \, p_v k = 0{,}015 \cdot 46{,}67 = 0{,}7 \text{ м/с.}$$

Определение угловой скорости шатуна.

Скорость $\vec{v}_{BA} \perp BA$ является относительной скоростью точки *B* относительно полюса *A* в плоскопараллельном движении. Следовательно, $\omega_2 = v_{BA} / l_2$. Замеряем отрезок ab = 38,67 мм на плане скоростей и, умножая на масштабный коэффициент μ_v, определяем скорость v_{BA}:

$$v_{BA} = \mu_v \, ab = 0{,}015 \cdot 38{,}67 = 0{,}58 \text{ м/с.}$$

Следовательно, $\omega_2 = 0{,}58 / 0{,}2 = 2{,}9$ с$^{-1}$. Направление ω_2 находим, перенеся вектор *ab* на план механизма в точку *B*. Угловую скорость ω_2 направляем в сторону вращения этого вектора (в данном случае по часовой стрелке).

Задача 2. Построить план кривошипно-шатунного механизма (рисунок 1.4), если l_1 = 0,7 м; l_2 = 0,8 м; l_3 = 0,7 м; x_{O2} = 1,4 м; y_{O2} = 0,3 м; $\alpha = 60°$.

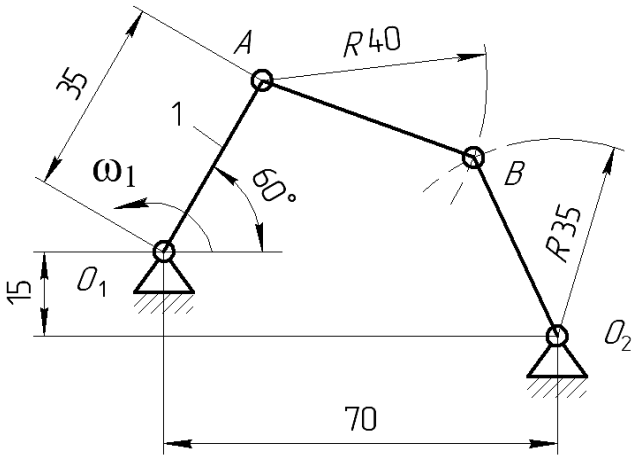

Рисунок 1.4 – План кривошипно-шатунного механизма

Решение

Для построения плана механизма назначаем длину кривошипа 1 (см. рисунок 1.4) $O_1A = 35$ мм (произвольно).

Определяем масштабный коэффициент плана механизма:

$$\mu_s = \frac{l_1}{OA} = \frac{0{,}7}{35} = 0{,}02 \text{ м/мм.}$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Определяем длины звеньев и координаты точки O_2 на плане механизма:

$$AB = \frac{l_2}{\mu_s} = \frac{0{,}8}{0{,}02} = 40 \text{ мм}; \; BO_2 = \frac{l_2}{\mu_s} = \frac{0{,}7}{0{,}02} = 35 \text{ мм};$$

$$X_{O2} = \frac{x_{O2}}{\mu_s} = \frac{1{,}4}{0{,}02} = 70 \text{ мм}; \; Y_{O2} = \frac{y_{O2}}{\mu_s} = \frac{0{,}3}{0{,}02} = 15 \text{ мм}.$$

Строим план механизма (см. рисунок 1.4):

– ставим на листе точку O_1;

– откладываем из точки O_1 отрезок $OA = 35$ мм под углом 60º, получаем точку A;

– откладываем координаты X_{O2} = 70 мм и Y_{O2} = 15 мм от точки O_1 и ставим опору O_2;

– отмеряем циркулем расстояние $AB = 40$ мм, ставим циркуль в точку A и проводим дугу окружности, затем отмеряем циркулем расстояние $BO_2 = 35$ мм, ставим циркуль в точку O_2 и делаем засечку на предыдущей дуге. Получаем точку B;

– дорисовываем опоры, кинематические пары, обозначаем точки и звенья.

Задача 3. Определить реакции опор балки (рисунок 1.5), если $F_1 = 250$ Н; $F_2 = 300$ Н; $M = 50$ Н·м; $\alpha = 60°$; $a = 0{,}2$ м; $b = 0{,}1$ м; $c = 0{,}15$ м; $d = 0{,}25$ м.

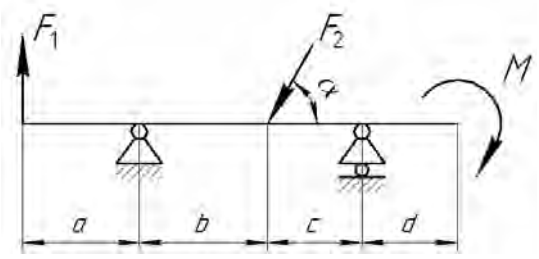

Рисунок 1.5 – Схема нагружения двухопорной балки

Решение

Отбрасываем реакции связей и заменяем их действие реакциями (рисунок 1.6): для левой опоры (шарнирно-неподвижной) R_A^x и R_A^y; для правой опоры (шарнирно-подвижной) R_B.

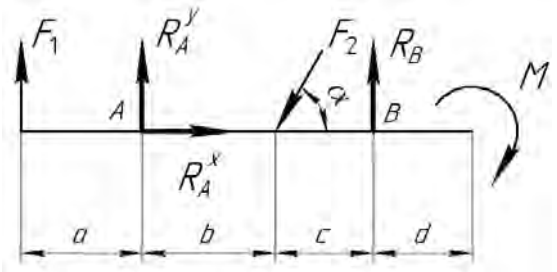

Рисунок 1.6 – Расчетная схема балки

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Составляем уравнения равновесия:
– уравнение проекций сил на ось X:

$$\sum F_x = 0, \quad R_A^x - F_2 \cos\alpha = 0; \tag{1.1}$$

– сумма моментов сил относительно точки A:

$$\sum M_A = 0, \quad -F_1 a - F_2 \sin\alpha \cdot b + R_B (b + c) - M = 0; \tag{1.2}$$

– сумма моментов сил относительно точки B:

$$\sum M_B = 0, \quad -F_1 (a + b + c) - R_A^y (b + c) + F_2 \sin\alpha \cdot c - M = 0. \tag{1.3}$$

Из уравнения (1.1) находим реакцию R_A^x:

$$R_A^x = F_2 \cos\alpha = 300 \cos 60° = 150 \text{ Н}.$$

Из уравнения (1.2) определяем реакцию R_B:

$$R_B = \frac{F_1 \cdot a + F_2 \sin\alpha \cdot b + M}{b + c} = \frac{250 \cdot 0{,}2 + 300 \sin 60° \cdot 0{,}1 + 50}{0{,}1 + 0{,}15} = 503{,}92 \text{ Н}.$$

Из уравнения (1.3) находим реакцию R_A^y:

$$R_A^y = \frac{-F_1 (a + b + c) + F_2 \sin\alpha \cdot c - M}{b + c} =$$

$$= \frac{-250 \cdot (0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}15) + 300 \sin 60° \cdot 0{,}15 - 50}{0{,}1 + 0{,}15} = -494{,}16 \text{ Н}.$$

Для проверки правильности решения составляем уравнение проекций сил на ось Y:

$$\sum F_y = 0, \quad F_1 + R_A^y - F_2 \sin\alpha + R_B = 250 - 494{,}16 - 300 \sin 60° + 503{,}92 = 0.$$

Определяем полную реакцию левой опоры A:

$$R_A = \sqrt{\left(R_A^x\right)^2 + \left(R_A^y\right)^2} = \sqrt{150^2 + \left(-494{,}16\right)^2} = 516{,}42 \text{ Н}.$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

2 Сопротивление материалов. Примеры решения задач

Задача 1. Определить положение центра тяжести плоского сечения, показанного на рисунке 2.1.

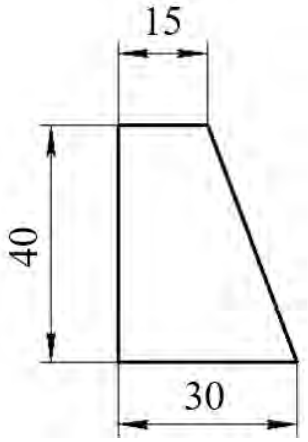

Рисунок 2.1 – Размеры плоского сечения

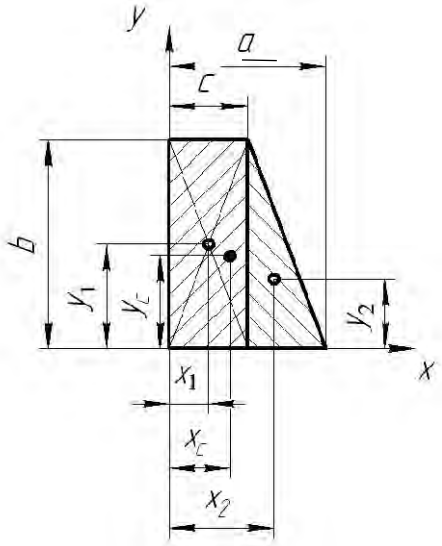

Рисунок 2.2 – Расчетная схема

Решение

Проводим оси *x* и *y* и разбиваем сечение на простые фигуры (прямоугольник и треугольник (рисунок 2.2)).

Определяем площади фигур:

– прямоугольника: $A_1 = cb = 15 \cdot 40 = 600$ мм^2;

– треугольника: $A_2 = \frac{1}{2} b(a-c) = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (30-15) = 300$ мм^2.

Находим расстояние от центров тяжестей фигур до осей:

– прямоугольника: $x_1 = \frac{c}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$ мм, $y_1 = \frac{b}{2} = \frac{40}{2} = 20$ мм;

– треугольника (центр тяжести лежит на расстоянии 1/3 от стороны треугольника) $x_2 = c + (a-c)/3 = 15 + (30-15)/3 = 20$ мм; $y_2 = b/3 = 40/3 = 13{,}33$ мм.

Записываем выражения для статических моментов инерции (фигуры складываются):

$$S_x = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 = A \cdot y_c;$$

$$S_y = A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 = A \cdot x_c.$$

Отсюда находим

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{600 \cdot 20 + 300 \cdot 13{,}33}{600 + 300} = 17{,}77 \text{ мм};$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

$$x_c = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = \frac{600 \cdot 7{,}5 + 300 \cdot 20}{600 + 300} = 11{,}67 \text{ мм.}$$

Откладываем эти расстояния относительно осей координат и определяем положение центра тяжести.

Задача 2. Ступенчатый брус круглого сечения нагружен силами F_1, F_2, F_3 (рисунок 2.3). Найти наиболее нагруженное сечение бруса и проверить его на прочность, если известно, что допускаемое напряжение на растяжение и сжатие $\left[\sigma_p\right] = 120$ МПа.

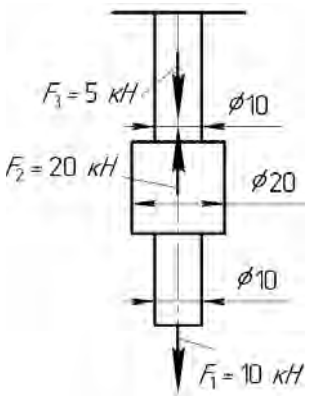

Рисунок 2.3 – Схема прямолинейного ступенчатого бруса

Решение

Разбиваем прямолинейный брус на участки. Границами участков являются точки продольной оси, соответствующие изменению площади поперечного сечения и точкам приложения сосредоточенных сил. Брус имеет пять участков (рисунок 2.4, *а*): участок I (от точки приложения силы F_1 до точки *A*, в которой изменяется диаметр сечения с 10 мм до 20 мм); участок II (от точки *A* до точки приложения силы F_2); участок III (от точки приложения силы F_2 до точки *B*, в которой изменяется диаметр сечения с 20 мм до 10 мм); участок IV (от точки *B* до точки приложения силы F_3); участок V (от точки приложения силы F_3 до конца бруса).

Определяем напряжения на каждом из указанных участков.

Участок I (рисунок 2.4, *б*). Проводим сечение I–I и отбрасываем верхнюю часть бруса. На брус на участке I действует сила F_1, растягивающая брус. Значит, на этом участке результирующая сила $F_{\text{I}} = F_1$. Определяем напряжения на этом участке (усилия подставляем в ньютонах, размеры – в миллиметрах):

$$\sigma_{\text{I}} = \frac{4F_{\text{I}}}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 10^2} = 127{,}3 \text{ МПа.}$$

Участок II (рисунок 2.4, *в*). Проводим сечение II–II и отбросываем верх-

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

нюю часть бруса. На брус на участке II действует сила F_1, растягивающая брус. Значит, на этом участке результирующая сила $F_{II} = F_1$. Находим напряжения на этом участке:

$$\sigma_{II} = \frac{4F_{II}}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 20^2} = 31{,}8 \text{ МПа}.$$

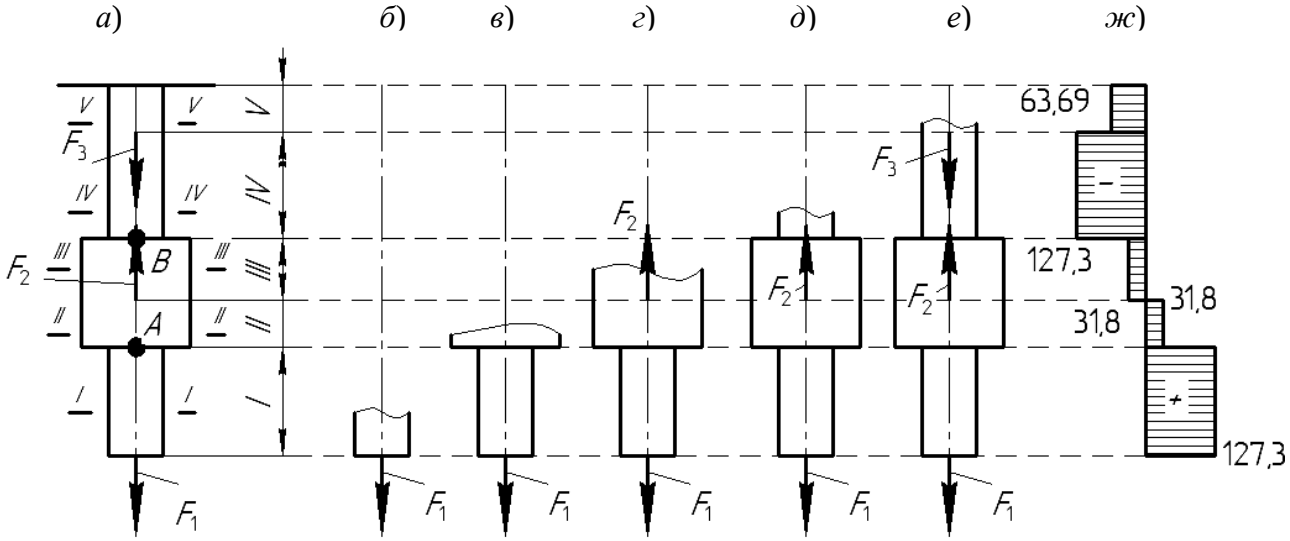

Рисунок 2.4 – Расчетная схема бруса

Участок III (рисунок 2.4, *г*). Проводим сечение III–III и отбрасываем верхнюю часть бруса. На брус на участке III действует сила F_1, растягивающая брус, и сила F_2, сжимающая брус. Значит, на этом участке результирующая сила $F_{III} = F_1 - F_2$. Вычислим напряжения на этом участке:

$$\sigma_{III} = \frac{4F_{III}}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot (10 - 20) \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 20^2} = -31{,}8 \text{ МПа}.$$

Участок IV (рисунок 2.4, *д*). Проводим сечение IV–IV и отбрасываем верхнюю часть бруса. На брус на участке IV действует сила F_1, растягивающая брус, и сила F_2, сжимающая брус (точка приложения силы F_3 лежит за отсеченной частью бруса). Значит на этом участке результирующая сила $F_{IV} = F_1 - F_2$. Определяем напряжения на этом участке:

$$\sigma_{IV} = \frac{4F_{IV}}{\pi d_3^2} = \frac{4 \cdot (10 - 20) \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 10^2} = -127{,}3 \text{ МПа}.$$

Участок V (рисунок 2.4, *е*). Проводим сечение V–V и отбрасываем верхнюю часть бруса. На брус на участке V действуют силы F_1 и F_3, растягиваю-

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

щие брус, и сила F_2, сжимающая брус. Значит, на этом участке результирующая сила $F_V = F_1 - F_2 + F_3$. Вычисляем напряжения на этом участке:

$$\sigma_V = \frac{4F_V}{\pi d_3^2} = \frac{4\cdot(10-20+5)\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 10^2} = -63{,}69 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру напряжений вдоль оси бруса (рисунок 2.4, *ж*). Находим наиболее нагруженные участки (I и IV) и, сравнивая напряжения на них с допускаемыми, делаем вывод о том, что брус не выдержит заданные нагрузки.

Задача 3. Проверить на прочность балку круглого сечения (рисунок 2.5), нагруженную силами F_1 = 5 кН, F_2 = 1 кН, F_3 = 12 кН, F_4 = 8 кН и изгибающими моментами $M_1 = 0{,}2$ кН·м, M_2 = 0,5 кН·м. Известны также диаметр балки d = 40 мм, размеры a = 0,1 м, b = 0,2 м, c = 0,2 м, d = 0,3 м и допускаемые напряжения на изгиб $[\sigma_u]$ = 160 МПа.

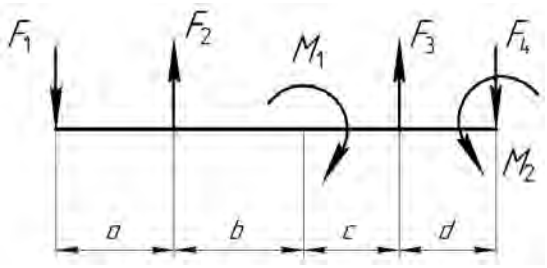

Рисунок 2.5 – Схема нагружения балки

Решение

Разбиваем балку на участки. Границами участков являются точки приложения силовых факторов (сил и изгибающих моментов). Балка имеет четыре участка (рисунок 2.6): участок I (от точки приложения силы F_1 до точки приложения силы F_2); участок II (от точки приложения силы F_2 до точки приложения момента M_1); участок III (от точки приложения силы F_4 и момента M_2 до точки приложения силы F_3); участок IV (от точки приложения силы F_3 до точки приложения момента M_1).

Определяем изгибающие моменты на каждом из указанных участков (см. рисунок 2.6).

Участок I. Проводим сечение I–I и отбрасываем правую часть балки. На участке I действует сила F_1, которая растягивает верхние волокна балки. Принимаем изгибающий момент от силы F_1 за положительный. Составляем уравнение, по которому изменяется изгибающий момент на этом участке:

$$M_I = F_1 \cdot z_1 \left| \begin{matrix} a \\ 0 \end{matrix} \right. = \begin{matrix} F_1 \cdot a = 5\cdot 0{,}1 = 0{,}5 \text{ кН}\cdot\text{м}; \\ F_1 \cdot 0 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{matrix}$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

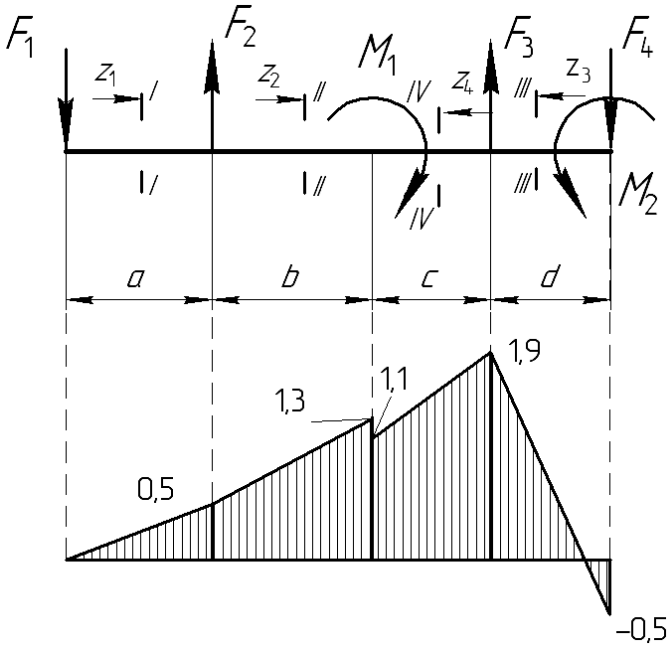

Рисунок 2.6 – Расчетная схема балки

Строим эпюру изгибающих моментов на участке I (в точке приложения силы F_1 M_{I} = 0, на расстоянии a M_{I} = 0,5 кН·м).

Участок II. Проводим сечение II–II и отбрасываем правую часть балки. На участке II продолжает действовать сила F_1, которая растягивает верхние волокна балки, и появляется сила F_2, которая растягивает нижние волокна балки. Поэтому изгибающий момент от силы F_2 берем со знаком «–». Составляем уравнение, по которому изменяется изгибающий момент на указанном участке:

$$M_{\text{II}} = F_1(a+z_2) - F_2 z_2 \left|\begin{matrix} b \\ 0 \end{matrix}\right. = \begin{matrix} F_1(a+b) - F_2 b = 5\cdot 0{,}3 - 1\cdot 0{,}2 = 1{,}3\,\text{кН}\cdot\text{м}; \\ R_a(a+0) - F_1\cdot 0 = 5\cdot 0{,}1 = 0{,}5\,\text{кН}\cdot\text{м}. \end{matrix}$$

Строим эпюру изгибающих моментов на участке II (в точке приложения силы F_2 M_{II} = 0,5 кН, на расстоянии b M_{II} = 1,3 кН·м).

Участок III. Проводим сечение III–III и отбрасываем левую часть балки. На участке III действует сила F_4, которая растягивает верхние волокна балки, и изгибающий момент M_2, который растягивает нижние волокна балки. Поэтому изгибающий момент от силы F_4 положительный, а изгибающий момент от момента M_2 берем со знаком «–». Составляем уравнение, по которому изменяется изгибающий момент на участке III:

$$M_{\text{III}} = F_4 z_3 - M_2 \left|\begin{matrix} d \\ 0 \end{matrix}\right. = \begin{matrix} F_4 d - M_2 = 8\cdot 0{,}3 - 0{,}5 = 1{,}9\,\text{кН}\cdot\text{м}; \\ F_4\cdot 0 - M_2 = -0{,}5\,\text{кН}\cdot\text{м}. \end{matrix}$$

Строим эпюру изгибающих моментов на участке III (в точке приложения силы F_4 и момента M_2 M_{III} = –0,5 кН, на расстоянии d M_{III} = 1,9 кН·м);

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Участок IV. Проводим сечение IV–IV и отбрасываем левую часть балки. На участке IV продолжают действовать сила F_4, которая растягивает верхние волокна балки, и изгибающий момент M_2, который растягивает нижние волокна балки, и появляется сила F_3, которая растягивает нижние волокна балки. Поэтому изгибающий момент от силы F_3 берем со знаком «–». Составляем уравнение, по которому изменяется изгибающий момент на участке IV:

$$M_{\text{VI}} = F_4(d + z_3) - M_2 - F_3 z_3 \Big|_0^c =$$

$$= \begin{cases} F_4(d+c) - M_2 - F_3 z_3 = 8 \cdot 0,5 - 0,5 - 12 \cdot 0,2 = 1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ F_4(d+0) - M_2 - F_3 \cdot 0 = F_4 \cdot 0,3 - 0,5 = 1,9 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{cases}$$

Строим эпюру изгибающих моментов на участке IV (в точке приложения силы F_3 M_{IV} = 1,9 кН·м, на расстоянии c M_{IV} = 1,1 кН·м).

По эпюре определяем наибольший момент $M_{\max} = 1,9$ кН·м.

Определяем напряжения изгиба:

$$\sigma_u = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{M_{\max}}{0,2d^3} = \frac{1,9 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 40^3} = 148,4 \text{ МПа},$$

где W – осевой момент сопротивления круглого сечения диаметром d; $W = 0,2d^3$.

Сравниваем напряжения σ_u с допускаемыми и делаем вывод о том, что балка выдержит заданные нагрузки.

Задача 4. На валу установлены четыре диска, к которым подвешены грузы (рисунок 2.7). Проверить на прочность вал, показанный на рисунке. Известны диаметр вала d = 75 мм, диаметры дисков d_1 = 200 мм, d_2 = 150 мм, d_3 = 100 мм, d_4 = 250 мм и вес грузов F_1 = 20 кН, F_2 = 40 кН, F_3 = 35 кН, F_4 = 40 кН. Допускаемые напряжения на кручение $\left[\tau_{кр}\right]$ = 25 МПа.

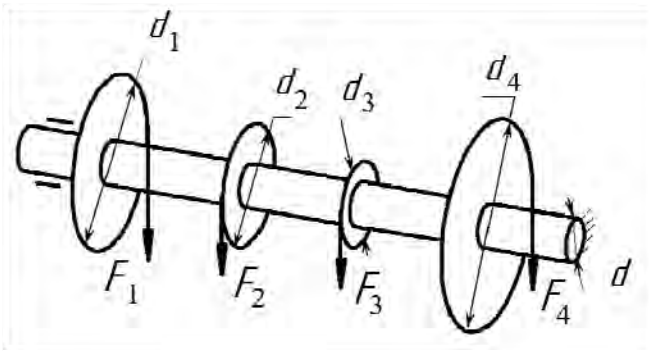

Рисунок 2.7 – Схема нагружения вала

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Решение

Определяем крутящие моменты на каждом из четырех дисков:

$$T_1 = F_1 \frac{d_1}{2} = 20 \cdot \frac{0{,}2}{2} = 2 \text{ кН·м};$$

$$T_2 = F_2 \frac{d_2}{2} = 40 \cdot \frac{0{,}15}{2} = 3 \text{ кН·м};$$

$$T_3 = F_3 \frac{d_3}{2} = 35 \cdot \frac{0{,}1}{2} = 1{,}75 \text{ кН·м};$$

$$T_4 = F_4 \frac{d_4}{2} = 40 \cdot \frac{0{,}25}{2} = 5 \text{ кН·м}.$$

Строим расчетную схему и эпюру крутящих моментов вала (рисунок 2.8). Разбиваем вал на пять участков. Определяем крутящие моменты на каждом из участков.

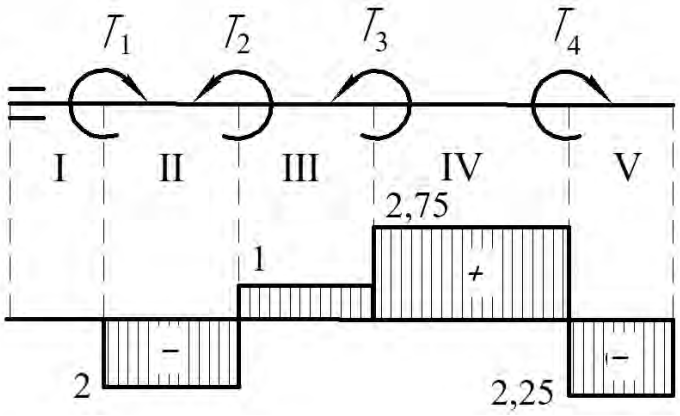

Рисунок 2.8 – Расчетная схема вала

Участок I. Проводим сечение I–I и отсекаем правую часть $T_{\text{I}} = 0$.

Участок II. Проводим сечение II–II и отсекаем правую часть $T_{\text{II}} = -T_1 = -2$ кН·м.

Участок III. Проводим сечение III–III и отсекаем правую часть $T_{\text{III}} = -T_1 + T_2 = -2 + 3 = 1$ кН·м.

Участок IV. Проводим сечение IV–IV и отсекаем правую часть $T_{\text{IV}} = -T_1 + T_2 + T_3 = -2 + 3 + 1{,}75 = 2{,}75$ кН·м.

Участок V. Проводим сечение V–V и отсекаем правую часть $T_{\text{V}} = -T_1 + T_2 + T_3 - T_4 = -2 + 3 + 1{,}75 - 5 = -2{,}25$ кН·м.

По эпюре определяем наибольший момент $T_{\max} = T_{\text{IV}} = 5$ кН·м.

Записываем условие прочности:

$$\tau_{кр} = \frac{T_{\max}}{W_P} = \frac{T_{\max}}{0{,}2d^3} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 75^3} = 59{,}3 \text{ МПа} > \left[\tau_{кр}\right] = 25 \text{ МПа},$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

где W_P – полярный момент сопротивления для стержня круглого сечения диаметром d, $W_P = 0,2d^3$.

Вывод: вал заданные нагрузки не выдержит.

3 Детали машин. Примеры решения задач

Задача 1. Две полосы из стали Ст 3 соединены стыковым швом и нагружены моментом M (рисунок 3.1). Принимая предел текучести σ_T = 220 МПа, определить допускаемое значение момента M. Сварка ручная электродами Э34.

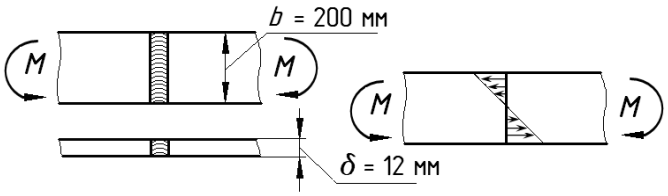

Рисунок 3.1 – Размеры и расчетная схема стыкового сварного соединения

Решение

Определяем допускаемые напряжения сварного соединения.

Допускаемые напряжения при растяжении материала полос

$$[\sigma]_P = \frac{\sigma_T}{s} = \frac{220}{1,5} = 146,6 \text{ МПа}.$$

Допускаемые напряжения при растяжении сварного шва $[\sigma] = 0,9[\sigma]_P$.

Допускаемые напряжения при сжатии сварного шва $[\sigma] = [\sigma]_P$.

Так как при изгибе верхняя часть сварного шва испытывает напряжения растяжения, а нижняя напряжения сжатия, за допускаемые принимаем наименьшие из полученных значений.

$$[\sigma] = 0,9 \cdot 146,6 = 132 \text{ МПа}.$$

Исходя из условия прочности сварного шва на изгиб

$$M = [\sigma] \cdot W = \frac{[\sigma]\delta b^2}{6} = \frac{132 \cdot 10^6 \cdot 0,012 \cdot 0,2^2}{6} = 10,56 \cdot 10^3 \text{ Н·м}.$$

Задача 2. Рассчитать сварное нахлёсточное соединение полосы 8 × 40 мм с косынкой из стали Ст 3, испытывающих действие крутящего момента M = 0,4 кН·м (рисунок 3.2). Сварка автоматическая под флюсом электродом Э50.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

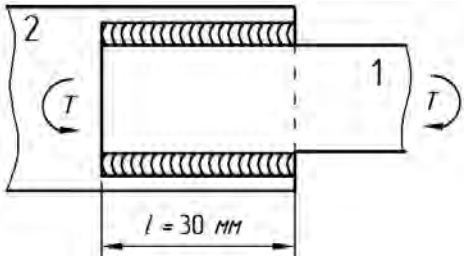

Рисунок 3.2 – Расчетная схема нахлесточного сварного соединения

Определяем допускаемые напряжения материала полосы и косынки:

$$[\sigma]_P = \frac{\sigma_T}{s} = \frac{220}{1{,}5} = 146{,}6 \text{ МПа}.$$

Допускаемые напряжения сварного шва (при срезе)

$$[\tau] = 0{,}6[\sigma]_P = 0{,}6 \cdot 146{,}6 = 87{,}96 \text{ МПа}.$$

Записываем условие прочности для данного соединения:

$$\tau = \frac{T}{W_P} \le [\tau],$$

где W_P – полярный момент сопротивления сечения сварного шва, $W_P = \beta klb$.

Для сравнительно коротких швов условно полагают, что напряжения направлены вдоль швов и распределены по длине швов равномерно.

Тогда условие прочности запишется в следующем виде:

$$\tau = \frac{T}{\beta klb} = \frac{0{,}4 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 0{,}008 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}04} = 59{,}52 \text{ МПа} \le [\tau] \approx 88 \text{ МПа}.$$

Вывод: шов выдержит заданную нагрузку.

Задача 3. Проверить тавровое сварное соединение трубы квадратного сечения (рисунок 3.3) на прочность для двух случаев: сварной шов стыковой; сварной шов угловой. Известно, что труба нагружена силой F = 100 кН. Материал трубы – сталь Ст 3. Сварка ручная, дуговая, выполнена электродом Э42.

Решение

Определяем допускаемые напряжения сварного соединения.

Допускаемые напряжения при растяжении материала трубы

$$[\sigma]_P = \frac{\sigma_T}{s} = \frac{220}{1{,}5} = 146{,}6 \text{ МПа}.$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

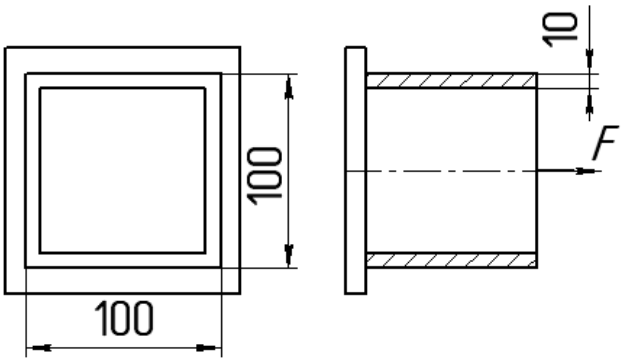

Рисунок 3.3 – Расчетная схема таврового сварного соединения

Допускаемые напряжения при растяжении сварного шва

$$[\sigma] = 0{,}9[\sigma]_P = 0{,}9 \cdot 146{,}6 = 132 \text{ МПа}.$$

Определяем допускаемые напряжения при срезе сварного шва:

$$[\tau] = 0{,}6[\sigma]_P = 0{,}6 \cdot 146{,}6 = 87{,}96 \text{ МПа}.$$

Если сварной шов выполнен стыковым, то

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{l^2 - (l - 2\delta)^2} = \frac{100 \cdot 10^3}{0{,}1^2 - (0{,}1 - 2 \cdot 0{,}01)^2} = 27{,}7 \text{ МПа}.$$

Если сварной шов выполнен угловым, то

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{4\beta kl} = \frac{100 \cdot 10^3}{4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}1} = 35{,}71 \text{ МПа}.$$

Задача 4. Определить диаметр винта домкрата (рисунок 3.4), предназначенного для поднятия груза весом F = 30 кН, для двух случаев: если винт выполнен с метрической резьбой и если винт выполнен с трапецеидальной резьбой. Найти минимальную высоту резьбовой части домкрата и определить необходимую длину рукоятки в двух случаях резьбы, если допускаемое усилие для рабочего составляет P = 150 Н. Домкрат выполнен из стали 45. Коэффициент трения в резьбе f = 0,18.

Решение

Требуемый внутренний диаметр резьбы определим исходя из прочности винта на сжатие:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 30 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 216}} = 13{,}3 \text{ мм},$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

где $[\sigma]$ – допускаемые напряжения материала винта,

$$[\sigma] = 0,6\sigma_T = 0,6 \cdot 360 = 216 \text{ МПа}.$$

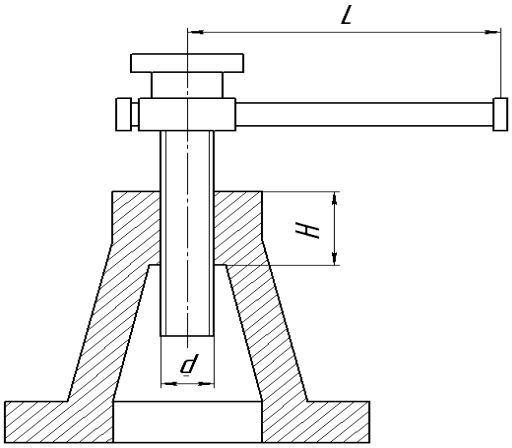

Рисунок 3.4 – Конструктивная схема домкрата

Для первого случая по ГОСТ 9150–81 выбираем резьбу метрическую М16 с параметрами d_1 = 13,835 мм, d_2 = 14,701 мм, p = 1,5 мм.

Для второго случая по ГОСТ 9484–81 выбираем резьбу трапецеидальную Тр 16 × 2 с параметрами d_1 = 14 мм, d_2 = 15 мм, p = 2 мм.

Необходимую высоту гайки (минимальную высоту резьбовой части домкрата) для метрической резьбы определяем из условия прочности витков на срез:

$$H = \frac{F}{\pi d_1 [\tau] K K_m} = \frac{30 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 13,835 \cdot 216 \cdot 0,87 \cdot 0,6} = 6,12 \text{ мм},$$

где $[\tau]$ – допускаемые напряжения среза в резьбе, $[\tau] = 0,6\sigma_T = 216$ МПа;

K – коэффициент полноты резьбы;

K_m – коэффициент неравномерности нагрузки по виткам резьбы.

Необходимую высоту гайки (минимальную высоту резьбовой части домкрата) для трапецеидальной резьбы находим из условия прочности витков на смятие:

$$H = \frac{2Fp}{\pi d_2 (d - d_1) \cdot [\sigma_{см}]} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 2}{3,14 \cdot 15 \cdot (16 - 14) \cdot 480} = 2,65 \text{ мм},$$

где $[\sigma_{см}]$ – допускаемые напряжения смятия в резьбе, $[\sigma_{см}] \approx 0,8\sigma_B = 0,8 \cdot 600 = 480$ МПа.

Определяем момент завинчивания в первом и втором случаях по формуле

$$T_{зав} = 0,5 F d_2 \cdot [\text{tg}(\psi + \varphi)],$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

где ψ – угол подъема резьбы;
φ – угол трения в резьбе.
Для метрической резьбы

$$\psi = \mathrm{arctg}\frac{p}{\pi d_2} = \mathrm{arctg}\frac{1{,}5}{3{,}14 \cdot 14{,}701} = 1{,}86^\circ;\ \varphi = \mathrm{arctg}\frac{f}{\cos\gamma} = \mathrm{arctg}\frac{0{,}18}{\cos 30^\circ} = 11{,}74^\circ.$$

Для трапецеидальной резьбы

$$\psi = \mathrm{arctg}\frac{p}{\pi d_2} = \mathrm{arctg}\frac{2}{3{,}14 \cdot 15} = 2{,}43^\circ;\ \varphi = \mathrm{arctg}\frac{f}{\cos\gamma} = \mathrm{arctg}\frac{0{,}18}{\cos 15^\circ} = 10{,}55^\circ.$$

Для домкрата с метрической резьбой

$$T_{зав} = 0{,}5Fd_2\left[\mathrm{tg}(\psi+\varphi)\right] = 0{,}5 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 14{,}701 \cdot 10^{-3}\left[\mathrm{tg}(1{,}86+11{,}74)\right] = 53{,}35\ \text{Н·м}.$$

Для домкрата с трапецеидальной резьбой

$$T_{зав} = 0{,}5Fd_2\left[\mathrm{tg}(\psi+\varphi)\right] = 0{,}5 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-3}\left[\mathrm{tg}(2{,}43+10{,}55)\right] = 51{,}86\ \text{Н·м}.$$

Длина рукоятки:
– для домкрата с метрической резьбой

$$L = \frac{T_{зав}}{P} = \frac{53{,}34 \cdot 10^3}{150} = 356\ \text{мм};$$

– для домкрата с трапецеидальной резьбой

$$L = \frac{T_{зав}}{P} = \frac{51{,}86 \cdot 10^3}{150} = 346\ \text{мм}.$$

Задача 5. Резьбовая часть грузовой скобы имеет резьбу М30 (рисунок 3.5). Определить, какую нагрузку она может выдержать, если материал скобы – сталь 45.

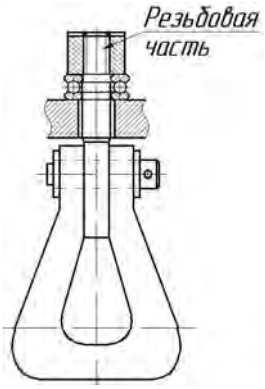

Рисунок 3.5 – Конструктивная схема грузовой скобы

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Решение

Определяем допускаемые напряжения для резьбы. Для болтов без затяжки

$$[\sigma] = 0,6\sigma_T = 0,6 \cdot 360 = 216 \text{ МПа},$$

где σ_T – предел текучести материала.

Из условия прочности резьбовой части скобы определяем искомую нагрузку:

$$F = \frac{\pi d_1^2 [\sigma]}{4} = \frac{3,14 \cdot 25,705^2 \cdot 216}{4} = 112093 \text{ Н} = 112 \text{ кН},$$

где d_1 – внутренний диаметр резьбы (по ГОСТ 9150–81 d_1 = 25,705 мм).

Задача 6. Определить диаметр болта, крепящего кронштейн (рисунок 3.6). Кронштейн нагружен силой F = 16 кН. Материал болта – сталь 35.

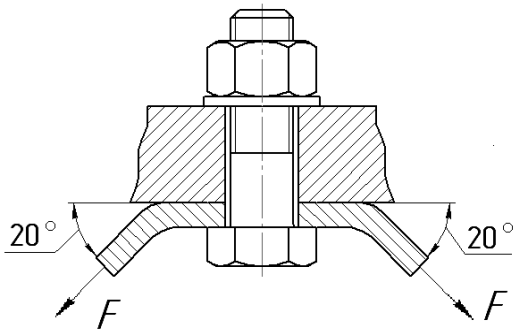

Рисунок 3.6 – Схема болтового крепления кронштейна

Решение

Определяем допускаемые напряжения для предварительно затянутого болта:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{300}{2} = 150 \text{ МПа},$$

где $[s]$ – запас прочности для неконтролируемой затяжки, $[s]$ = 1,5...2,5.

Рассчитываем внешнюю нагрузку, действующую на болт:

$$F_Б = 2F \sin 30° = 2 \cdot 16 \cdot 0,5 = 16 \text{ кН}.$$

Определяем требуемую силу затяжки:

$$F_{ЗАТ} = K_{ЗАТ} \cdot F_Б = 1,5 \cdot 16 = 24 \text{ кН},$$

где $K_{ЗАТ}$ – коэффициент затяжки (при постоянной нагрузке $K_{ЗАТ}$ = 1,25...2).

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Расчетная нагрузка, действующая на болт,

$$F_P = F_{ЗАТ} + \chi F_Б = 24 + 0{,}25 \cdot 16 = 28 \text{ кН},$$

где χ – коэффициент внешней нагрузки (при неконтролируемой затяжке χ = 0,2...0,3).

Из условия прочности резьбовой части болта определяем внутренний диаметр резьбы:

$$d_1 = \sqrt{\frac{1{,}3 \cdot 4F_P}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{1{,}3 \cdot 4 \cdot 28 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 150}} = 17{,}6 \text{ мм}.$$

По ГОСТ 9150–81 подбираем резьбу М22 с d_1 = 18,933 мм.

Задача 7. Определить допускаемую силу соединения (рисунок 3.7) для двух случаев установки болта М12 (с зазором и без зазора). Толщина верхней пластины – 10 мм, а нижней – 5 мм. Материал болта – сталь 35. Коэффициент трения в соединении f = 0,12.

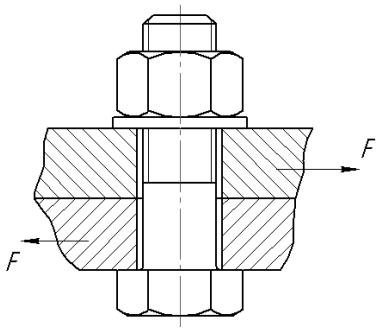

Рисунок 3.7 – Схема болтового соединения

Решение

Случай 1 – болт поставлен в отверстия с зазором.

Определяем допускаемые напряжения для резьбы по [1, таблица 1.2].

Для затянутого болта

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{300}{2} = 150 \text{ МПа},$$

где $[s]$ – запас прочности; для контролируемой затяжки болта $[s]$ = 1,5...2,5;

σ_T – предел текучести материала болта.

Условие прочности болта

$$\sigma = \frac{4F_{ЗАТ}}{\pi d_1^2} \le [\sigma],$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

где $F_{ЗАТ}$ – необходимая сила затяжки болта,

$$F_{ЗАТ} = \frac{KF}{if}.$$

После подстановки последнего выражения в условие прочности болта получим

$$\sigma = \frac{4KF}{\pi d_1^2 if} \le [\sigma],$$

где K – коэффициент запаса (при статической нагрузке K = 1,3...1,5);
i – число стыков деталей;
d_1 – внутренний диаметр резьбы (для М12 d_1 = 9,853 мм).
Отсюда

$$F = \frac{\pi d_1^2 if[\sigma]}{4K} = \frac{3{,}14 \cdot 9{,}853^2 \cdot 1 \cdot 0{,}12 \cdot 150}{4 \cdot 1{,}4} = 979{,}83 \text{ Н}.$$

Случай 2 – болт поставлен в отверстия без зазора.
Условие прочности болта на срез

$$\tau = \frac{4F}{\pi d^2 i} \le [\tau].$$

Условие прочности болта на смятие

$$\sigma = \frac{F}{d\delta_{\min}} \le [\sigma].$$

Определяем допускаемые напряжения по [1, таблица 1.2].
Допускаемые напряжения среза стержня болта

$$[\tau] = 0{,}4\sigma_T = 0{,}4 \cdot 300 = 120 \text{ МПа}.$$

Допускаемые напряжения смятия болта

$$[\sigma] = 0{,}8\sigma_T = 0{,}8 \cdot 300 = 240 \text{ МПа}.$$

Из условия прочности стержня болта на срез

$$F = \frac{\pi d^2 i[\sigma]}{4} = \frac{3{,}14 \cdot (12 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 120 \cdot 10^6}{4} = 13571 \text{ Н},$$

где d – диаметр стержня болта (наружный диаметр резьбы).

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Из условия прочности стержня болта на смятие

$$F = [\sigma] d \delta_{\min} = 400 \cdot 10^6 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 24000 \text{ Н},$$

где $\delta_{\min}$ – толщина более тонкой пластины.

За допускаемое значение силы F принимаем $[F] = 13571$ Н.

Задача 8. Спроектировать шпоночное соединение шестерни с валом. Передаваемый момент T = 150 Н·м. Передача работает с небольшими толчками.

Решение

Определяем диаметр вала исходя из его условия прочности на кручение:

$$d = \sqrt[3]{\frac{T}{0{,}2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{150 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot 12}} = 39 \text{ мм},$$

где $[\tau]$ – допускаемые напряжения вала на кручение (для нетрансмиссионных валов $[\tau]$ = 12…15 МПа).

По ГОСТ 23360–78 в зависимости от диаметра вала d выбираем шпонку призматическую с размерами поперечного сечения $b \times h = 12 \times 8$ (рисунок 3.8).

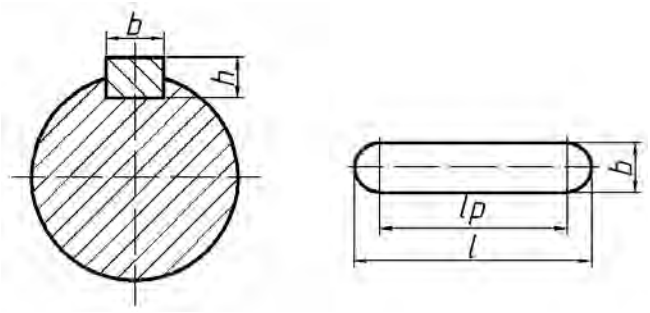

Рисунок 3.8 – Схема сопряжения призматической шпонки с валом

Из условия прочности шпонки выражаем ее рабочую длину:

$$l_p = \frac{4T}{hd[\sigma_{см}]} = \frac{4 \cdot 150 \cdot 10^3}{8 \cdot 39 \cdot 140} = 13{,}7 \text{ мм},$$

где $[\sigma_{см}]$ – допускаемые напряжения смятия (по рекомендациям [1, с. 78] при посадках с натягом $[\sigma_{см}]$ = 110…200 МПа. В зависимости от степени динамической нагрузки (небольшие толчки) принимаем $[\sigma_{см}]$ = 140 МПа).

Определяем полную длину шпонки:

$$l = l_p + b = 13{,}7 + 12 = 25{,}7 \text{ мм}.$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

По ГОСТ 23360–78 из стандартного ряда длин назначаем длину шпонки $l = 28$ мм.

Задача 9. Рассчитать цилиндрическую косозубую передачу, шестерня и колесо которой вращаются с частотами $n_1 = 227$ мин$^{-1}$ и $n_2 = 76$ мин$^{-1}$, с вращающими моментами $T_1 = 147$ Н·м и $T_2 = 408$ Н·м. Режим работы передачи средний равновероятный. Работа двухсменная, 5 дней в неделю, 6 лет.

Решение

Для изготовления колеса и шестерни выбираем легированную сталь 40Х с термообработками [1, таблица 8.8]: для колеса – улучшение до H = (230…260)НВ, для шестерни – азотирование поверхностей зубьев до H = (50…59)HRC с пределами прочности и текучести $\sigma_B = 1000$ МПа и $\sigma_T = 800$ МПа (твердость сердцевины зуба (26…30)HRC).

Определяем допускаемые контактные напряжения в следующей последовательности. Пределы контактной выносливости [1, таблица 8.9] для шестерни $\sigma_{H\lim 1} = 1050$ МПа и для колеса $\sigma_{H\lim 2} = 2H + 70 = 2 \cdot 245 + 70 = 560$ МПа,

где $H = \dfrac{H_{\min} + H_{\max}}{2} = \dfrac{230 + 260}{2} = 245$ МПа.

Циклическая долговечность:

– для колеса

$$N_{HG2} = 30H_2^{2,4} = 30 \cdot 245^{2,4} = 1{,}63 \cdot 10^7;$$

– для шестерни

$$N_{HG1} = 30H_1^{2,4} = 30 \cdot 540^{2,4} = 11{,}12 \cdot 10^7,$$

где $H_1 = 540$ НВ из [1, рисунок 8.40] по значению

$$\mathrm{HRC}_1 = \frac{\mathrm{HRC}_{\min} + \mathrm{HRC}_{\max}}{2} = \frac{50 + 59}{2} = 54{,}5.$$

Эквивалентное число циклов нагружения зубьев:

– колеса

$$N_{HE2} = \mu_{H2} 60 c n_2 t_\Sigma = 0{,}25 \cdot 60 \cdot 1 \cdot 76 \cdot 24960 = 2{,}86 \cdot 10^7;$$

– шестерни

$$N_{HE1} = \mu_{H1} 60 c n_1 t_\Sigma = 0{,}25 \cdot 60 \cdot 1 \cdot 227 \cdot 24960 = 8{,}52 \cdot 10^7,$$

где c – число зацеплений зуба за один оборот шестерни (колеса);

μ_{H1} и μ_{H2} – коэффициенты режима работы зубьев шестерни и колеса [1, таблица 8.10];

t_Σ – расчётный срок службы.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

$$t_{\Sigma} = N_{Г} N_{Н} N_{ДН} N_{СМ} t_{СМ} = 6 \cdot 52 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 8 = 24960 \text{ ч},$$

где $N_{Г}$ – количество лет службы привода, $N_{Г}$ = 6 по условию задачи;

$N_{Н}$ – количество недель в году, $N_{Н}$ = 52;

$N_{ДН}$ – количество рабочих дней в неделю, $N_{ДН}$ = 5 по условию задачи;

$N_{СМ}$ – количество рабочих смен в день, $N_{СМ}$ = 2 по условию задачи;

$t_{СМ}$ – количество часов в смену, принимаем $t_{СМ}$ = 8.

Коэффициент долговечности для колеса и шестерни

$$Z_{N2} = \sqrt[6]{\frac{N_{HG2}}{N_{HE2}}} = \sqrt[6]{\frac{1{,}63 \cdot 10^7}{2{,}86 \cdot 10^7}} = 0{,}9 \text{ (принимаем 1) и } Z_{N1} = \sqrt[6]{\frac{N_{HG1}}{N_{HE1}}} = .\sqrt[6]{\frac{11{,}12 \cdot 10^7}{8{,}52 \cdot 10^7}} = 1{,}03$$

Допускаемые контактные напряжения

– для зубьев колеса

$$[\sigma_H]_2 = \frac{\sigma_{H\lim 2}}{S_{H2}} Z_{N2} = \frac{560}{1{,}1} \cdot 1 = 509 \text{ МПа};$$

– для зубьев шестерни

$$[\sigma_H]_1 = \frac{\sigma_{H\lim 1}}{S_{H1}} Z_{N1} = \frac{1050}{1{,}2} \cdot 1{,}03 = 901 \text{ МПа},$$

где S_{H2} и S_{H1} – коэффициенты безопасности [1, таблица 8.9] для колеса и для шестерни, $S_{H2} = 1{,}1$; $S_{H1} = 1{,}2$.

Допускаемые контактные напряжения косозубой передачи

$$[\sigma_H] = \frac{[\sigma_H]_2 + [\sigma_H]_1}{2} = \frac{509 + 901}{2} = 705 \text{ МПа, но не более чем } 1{,}25[\sigma_H]_{\min}.$$

В данном случае $1{,}25[\sigma_H]_{\min}$ = $1{,}25 \cdot 509 = 636$ МПа, поэтому принимаем $[\sigma_H] = 636$ МПа.

Определяем допускаемые напряжения изгиба в следующей последовательности. Пределы изгибной выносливости [1, таблица 8.9]:

– для шестерни

$$\sigma_{F\lim 1} = 12\text{HRC}_{сердц} + 300 = 12 \cdot 28 + 300 = 636 \text{ МПа},$$

где $\text{HRC}_{сердц}$ – средняя твердость сердцевины шестерни,

$$\text{HRC}_{сердц} = \frac{\text{HRC}_{сердц\,\min} + \text{HRC}_{сердц\,\max}}{2} = \frac{26 + 30}{2} = 28;$$

– для колеса $\sigma_{H\lim 2} = 1{,}8\text{HB}_2 = 1{,}8 \cdot 245 = 441$ МПа.

Коэффициенты долговечности:

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

– для колеса

$$Y_{F2} = \sqrt[6]{\frac{N_{FG}}{N_{FE2}}} = \sqrt[6]{\frac{4\cdot 10^6}{1{,}55\cdot 10^7}} \approx 1;$$

– для шестерни

$$Y_{F1} = \sqrt[6]{\frac{N_{FG}}{N_{FE1}}} = \sqrt[6]{\frac{4\cdot 10^6}{4{,}62\cdot 10^7}} \approx 1,$$

где N_{FG} – циклическая долговечность (для всех сталей $N_{FG} = 4\cdot 10^6$);

N_{FE2} и N_{FE1} – эквивалентные числа циклов перемены напряжений изгиба; для колеса $N_{FE2} = \mu_{F2} 60 c n_2 t_\Sigma = 0{,}14\cdot 60\cdot 1\cdot 76\cdot 24960 = 1{,}55\cdot 10^7$; для шестерни $N_{FE1} = \mu_{F1} 60 c n_1 t_\Sigma = 0{,}14\cdot 60\cdot 1\cdot 227\cdot 24960 = 4{,}62\cdot 10^7$ (μ_{F1} и μ_{F2} – коэффициенты режима работы зубьев шестерни и колеса [1, таблица 8.10]).

Допускаемые напряжения изгиба:

– для зубьев колеса

$$[\sigma_{F2}] = \frac{\sigma_{F\lim 2}}{S_{F2}} Y_A Y_{F2} = \frac{441}{1{,}75}\cdot 1\cdot 1 = 252 \text{ МПа};$$

– для зубьев шестерни

$$[\sigma_{F1}] = \frac{\sigma_{F\lim 1}}{S_{F1}} Y_A Y_{F1} = \frac{636}{1{,}75}\cdot 1\cdot 1 = 363 \text{ МПа},$$

где S_{F2} и S_{F1} – коэффициенты безопасности колеса и шестерни [1, таблица 8.9];

Y_A – коэффициент, учитывающий влияние двустороннего приложения нагрузки, $Y_A = 1$ – односторонняя нагрузка.

Выполняем проектный расчёт передачи в последовательности.

Делительный диаметр шестерни

$$d_1 = 1{,}2\cdot \sqrt[3]{\frac{E_{np} T_1 K_{H\alpha} K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 \psi_{bd}}\cdot\left(\frac{u\pm 1}{u}\right)} =$$

$$= 1{,}2\cdot \sqrt[3]{\frac{2{,}1\cdot 10^5\cdot 147\cdot 10^3\cdot 1{,}6\cdot 1{,}08}{636^2\cdot 0{,}598}\cdot\left(\frac{2{,}987+1}{2{,}987}\right)} = 79{,}87 \text{ мм},$$

где u – передаточное число передачи, $u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{227}{76} = 2{,}987$;

$K_{H\beta}$ – коэффициент концентрации нагрузки (выбираем по [1, рисунок 8.15] в зависимости от НВ, схемы редуктора и ψ_{bd}). В данном случае $K_{H\beta} = 1{,}08$;

$K_{H\alpha}$ – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между одновременно зацепляющимися парами зубьев. Для косозубых передач

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

$K_{H\alpha} = 1 + C(n_{CT} - 5) = 1 + 0{,}25(9 - 5) = 1{,}75$, здесь n_{CT} – степень точности (назначаем 9-ю степень точности); C = 0,25 при H < 350 НВ. Значение $K_{H\alpha}$ не должно превышать 1,6, поэтому принимаем $K_{H\alpha} = 1{,}6$;

ψ_{bd} – коэффициент ширины колеса относительно делительного диаметра,

$$\psi_{bd} = 0{,}5\psi_{ba}(u+1) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 \cdot (2{,}987 + 1) = 0{,}598,$$

где ψ_{ba} – коэффициент ширины колеса относительно межосевого расстояния. Выбираем по [1, таблица 8.4] при несимметричном расположении колёс относительно опор (при твердости зубьев H < 350 НВ ψ_{ba} = 0,25…0,4). Принимаем ψ_{ba} = 0,3.

Определяем ширину колеса:

$$b_W = d_1\psi_{bd} = 79{,}87 \cdot 0{,}598 = 47{,}73 \text{ мм}.$$

Назначаем b_W = 48 мм.

Модуль передачи

$$m = \frac{b_W}{\psi_m} = \frac{48}{25} = 1{,}92 \text{ мм},$$

где ψ_m – коэффициент модуля (выбираем по [1, таблица 8.5] в зависимости от H < 350 НВ из интервала ψ_m = 30…20). Принимаем ψ_m = 25.

Из таблицы ГОСТ 9563–80 выбираем модуль m = 2 мм.

Принимаем по [1] коэффициент осевого перекрытия $\varepsilon_\beta = 1{,}2$, тогда угол наклона зубьев

$$\beta = \arcsin\frac{\varepsilon_\beta \pi m}{b_W} = \arcsin\frac{1{,}2 \cdot 3{,}14 \cdot 2}{48} = 9{,}04°.$$

Число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{d_1 \cos\beta}{m} = \frac{79{,}88 \cdot \cos 9{,}04°}{2} = 39{,}04 > z_{\min} = 17, \text{ принимаем } z_1 = 39.$$

Число зубьев колеса

$$z_2 = z_1 u = 39 \cdot 2{,}987 = 116{,}22, \text{ принимаем } z_2 = 116.$$

Уточняем передаточное число:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{116}{39} = 2{,}97.$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Определяем геометрические параметры передачи.
Межосевое расстояние

$$a_W = \frac{m(z_1 + z_2)}{2\cos\beta} = \frac{2\cdot(39+116)}{2\cdot\cos 9{,}04°} = 156{,}95 \text{ мм.}$$

Делительные диаметры шестерни и колеса:

$$d_1 = \frac{mz_1}{\cos\beta} = \frac{2\cdot 39}{\cos 9{,}04°} = 78{,}98 \text{ мм;} \quad d_2 = \frac{mz_2}{\cos\beta} = \frac{2\cdot 116}{\cos 9{,}04°} = 234{,}91 \text{ мм.}$$

Диаметры вершин зубьев шестерни и колеса:

$$d_{a1} = d_1 + 2mh_a^* = 82{,}98 \text{ мм;} \quad d_{a2} = d_2 + 2mh_a^* = 238{,}91 \text{ мм.}$$

Диаметры впадин зубьев шестерни и колеса:

$$d_{f1} = d_1 - 2m(h_a^* + c^*) = 73{,}98 \text{ мм;} \quad d_{f2} = d_2 - 2m(h_a^* + c^*) = 229{,}91 \text{ мм.}$$

Выполняем проверочный расчёт передачи по контактным напряжениям:

$$\sigma_H = 1{,}18 Z_{H\beta}\sqrt{\frac{E_{ПР}T_1K_H}{d_1^2 b_w \sin(2\alpha)}\cdot\left(\frac{u+1}{u}\right)} =$$

$$= 1{,}18\cdot 0{,}75\cdot\sqrt{\frac{2{,}1\cdot 10^5\cdot 147\cdot 10^3\cdot 1{,}83}{78{,}98^2\cdot 48\cdot\sin 40°}\cdot\left(\frac{2{,}97+1}{2{,}97}\right)} = 554{,}35 \text{ МПа,}$$

где $Z_{H\beta}$ – коэффициент повышения прочности косозубых передач по контактным напряжениям,

$$Z_{H\beta} = \sqrt{\frac{\cos^2\beta}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{\cos^2 9{,}04°}{1{,}76}} = 0{,}75;$$

ε_α – коэффициент торцового перекрытия,

$$\varepsilon_\alpha = \left[1{,}88 - 3{,}2\cdot\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)\right](1+\cos\beta)\cos\beta =$$

$$= \left[1{,}88 - 3{,}2\cdot\left(\frac{1}{39} + \frac{1}{116}\right)\right](1+\cos 9{,}04°)\cos(9{,}04^\circ) = 1{,}76;$$

$E_{ПР}$ – приведенный модуль упругости, для стали $E_{ПР} = 2{,}1\cdot 10^5$ МПа;

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

K_H – коэффициент расчётной нагрузки,

$$K_H = K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv} = 1{,}6 \cdot 1{,}08 \cdot 1{,}06 = 1{,}83;$$

K_{Hv} – коэффициент динамической нагрузки, выбирается по [1, таблица 8.3] в зависимости от степени точности и окружной скорости

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{3{,}14 \cdot 78{,}98 \cdot 10^{-3} \cdot 227}{60} = 0{,}94 \text{ м/с},$$

в данном случае K_{Hv} = 1,06.

Получили σ_H = 554,35 МПа < $[\sigma_H] = 636$ МПа, недогрузка составляет:

$$\Delta_{\sigma_H} = \frac{[\sigma_H] - \sigma_H}{[\sigma_H]} \cdot 100\,\% = \frac{636 - 554{,}35}{636} \cdot 100\,\% = 12{,}8\,\%,$$

что является недопустимым.

Корректируем ширину колеса:

$$b_w = \left(\frac{\sigma_H}{[\sigma_H]}\right)^2 \cdot b'_w = \left(\frac{554{,}35}{636}\right)^2 \cdot 48 = 36{,}47 \text{ мм}.$$

Принимаем b_w = 37 мм.

$$\sigma_H = 1{,}18 Z_{H\beta} \cdot \sqrt{\frac{E_{ПР} \cdot T_1 \cdot K_H}{d_1^2 \cdot b_w \sin(2\alpha)} \cdot \left(\frac{u+1}{u}\right)} =$$

$$= 1{,}18 \cdot 0{,}75 \cdot \sqrt{\frac{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 147 \cdot 10^3 \cdot 1{,}83}{78{,}98^2 \cdot 37 \sin 40^\circ} \cdot \left(\frac{2{,}97+1}{2{,}97}\right)} = 631{,}4 \text{ МПа}.$$

Недогрузка составляет:

$$\Delta_{\sigma_H} = \frac{[\sigma_H] - \sigma_H}{[\sigma_H]} \cdot 100\,\% = \frac{636 - 631{,}4}{636} \cdot 100\,\% = 0{,}72\,\%.$$

Величина ее не превышает рекомендуемую максимальную недогрузку 5 %.

Выполняем проверочный расчёт передачи по напряжениям изгиба σ_F в следующей последовательности.

$$\sigma_F = \frac{Y_{FS} Y_{F\beta} F_t K_F}{b_w m} \le [\sigma_H],$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

где Y_{FS} – коэффициент формы зуба (выбираем по [1, рисунок 8.20] в зависимости от коэффициента смещения $x = 0$ и эквивалентного числа зубьев z_v), для шестерни $Y_{FS1} = 3{,}78$ при $z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3\beta} = \frac{39}{\cos^3 9{,}04°} = 39{,}16$, для колеса $Y_{FS2} = 3{,}74$ при $z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3\beta} = \frac{116}{\cos^3 9{,}04°} = 116{,}48$.

Находим отношение $\frac{Y_{FS}}{[\sigma_F]}$:

– для шестерни

$$\frac{[\sigma_{F1}]}{Y_{FS1}} = \frac{363}{3{,}78} = 96{,}03;$$

– для колеса

$$\frac{[\sigma_{F2}]}{Y_{FS2}} = \frac{252}{3{,}74} = 67{,}37.$$

Дальнейший расчёт ведем по колесу (с более слабыми зубьями);

Коэффициент повышения прочности косозубых передач по напряжениям изгиба

$$Y_{F\beta} = \frac{K_{F\alpha} \cdot Y_\beta}{\varepsilon_\alpha} = \frac{1{,}35 \cdot 0{,}91}{1{,}76} = 0{,}70,$$

где $K_{F\alpha}$ – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между одновременно зацепляющимися парами зубьев (выбирается по [1, таблица 8.7] в зависимости от степени точности и окружной скорости). В данном случае $K_{F\alpha} = 1{,}35$;

Y_β – коэффициент повышения изгибной прочности вследствие наклона контактной линии к основанию зуба,

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{100} = 1 - \frac{9{,}04°}{100°} = 0{,}91.$$

Окружное усилие на шестерне

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 147 \cdot 10^3}{78{,}98} = 3722{,}46 \text{ Н}.$$

Коэффициент расчётной нагрузки

$$K_F = K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv} = 1{,}35 \cdot 1{,}17 \cdot 1{,}04 = 1{,}64,$$

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

где $K_{F\beta}$ – коэффициент концентрации нагрузки (выбирается по [1, рисунок 8.15] в зависимости от НВ, схемы редуктора и ψ_{bd}). В данном случае $K_{F\beta}$ = 1,17;

K_{Fv} – коэффициент динамической нагрузки (выбирается по [1, таблица 8.3] в зависимости от степени точности, окружной скорости и твердости зубьев). В данном случае K_{Fv} = 1,04.

После подстановки найденных значений параметров формулы по вычислению σ_F получаем

$$\sigma_F = \frac{Y_{FS} Y_{F\beta} F_t K_F}{b_w m} = \frac{3{,}74 \cdot 0{,}70 \cdot 3722{,}46 \cdot 1{,}64}{37 \cdot 2} = 216 \text{ МПа} \le [\sigma_F] = 252 \text{ МПа}.$$

Список литературы

1 **Иванов, М. Н.** Детали машин : учебник / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – Москва : Юрайт, 2016. – 408 с. : ил.

2 **Иосилевич, Г. Б.** Прикладная механика / Г. Б. Иосилевич, П. А. Лебедев, В. С. Стрелаев. – Москва : Альянс С, 2014. – 576 с. : ил.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/