

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физика»

ФИЗИКА

*Методические рекомендации к самостоятельной работе
студентов всех направлений подготовки
дневной формы обучения*

Часть 1

ПОДГОТОВКА К ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНУ.
КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ.
ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И УРАВНЕНИЯ



Могилев 2018

УДК 531
ББК 22.31
Ф 55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физика» «23» февраля 2018 г., протокол № 6

Составители: ст. преподаватель В. В. Глущенко;
ст. преподаватель Н. С. Манкевич;
ст. преподаватель Е. В. Пивоварова;
д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко

Рецензент канд. техн. наук, доц. И. Д. Камчицкая

В методических рекомендациях приводится краткий курс физики для самостоятельной подготовки к сдаче итогового экзамена в форме интернет-тестирования.

Учебно-методическое издание

ФИЗИКА

Часть 1

Ответственный за выпуск	А. В. Хомченко
Технический редактор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Е. С. Лустенкова

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2018



Содержание

1 Механика.....	4
1.1 Кинематика.....	4
1.2 Динамика.....	5
1.3 Некоторые основные соотношения механики.....	7
1.4 Специальная теория относительности.....	8
2 Основы молекулярной физики и термодинамики.....	9
2.1 Основные законы идеального газа.....	9
2.2 Явления переноса.....	12
2.3 Законы термодинамики.....	13
2.4 Круговые процессы.....	15
2.5 Реальные газы.....	17
3 Электродинамика.....	17
3.1 Электростатическое поле.....	17
3.2 Электрическая ёмкость.....	21
3.3 Постоянный электрический ток.....	22
3.4 Магнетизм.....	23
3.5 Магнитное поле в веществе.....	26
3.6 Система уравнений Максвелла.....	28
4 Колебания и волны.....	29
4.1 Уравнение гармонических колебаний.....	29
4.2 Частные случаи сложения колебаний.....	31
5 Оптика. Квантовая природа излучения.....	33
6 Элементы квантовой физики.....	39
7 Ядерная физика.....	43
Список литературы.....	44

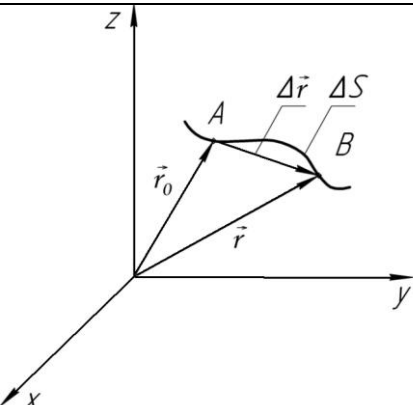
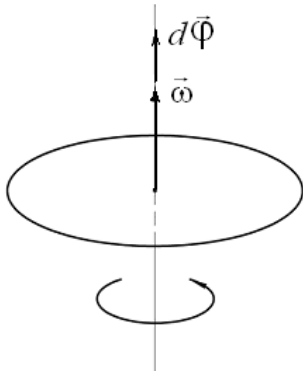
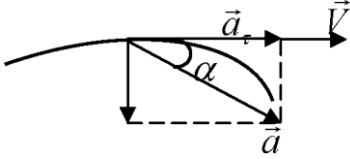


1 Механика

1.1 Кинематика

Основные уравнения поступательного и вращательного движения приведены в таблице 1.

Таблица 1

Кинематика поступательного движения	Кинематика вращательного движения
1	2
 <p>Вектор перемещения $\Delta \vec{r}$ Путь Δs (при $\Delta t \rightarrow 0$ $\Delta r = dr = ds$)</p>	 <p>Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ Угол поворота $d\vec{\varphi} = d\varphi$</p>
<p>Средняя скорость $\langle v \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ Мгновенная скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$</p>	<p>Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$, $\vec{\omega} \uparrow \uparrow d\vec{\varphi}$</p>
<p>Среднее ускорение $\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ Мгновенное ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ Тангенциальная составляющая ускорения $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ Нормальная составляющая ускорения $a_n = v^2 / r$ Полное ускорение $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, при $\alpha > 90^\circ$ имеем замедление движения, а при $\alpha < 90^\circ$ – его ускорение</p> 	<p>Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ ($\vec{\varepsilon} \uparrow \uparrow d\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon} \uparrow \uparrow \vec{\omega}$, если ускоренное движение, $\vec{\varepsilon} \downarrow \uparrow \vec{\omega}$, если замедленное) Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении определяется следующими выражениями: $s = R\varphi$; $v = R\omega$; ($\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}]$) $a_\tau = R\varepsilon$; $a_n = \omega^2 \cdot R$, где R – радиус окружности</p>

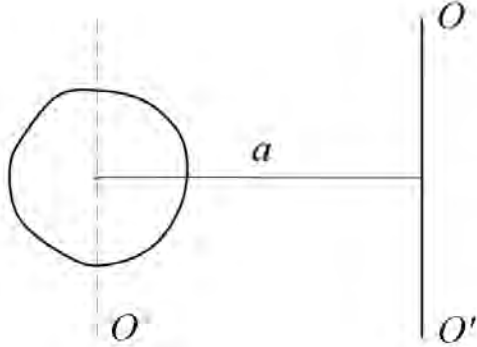
Окончание таблицы 1

1	2
<p>Виды поступательного движения:</p> <p>равномерное $a = 0; v = \text{const}; S = v \cdot t$</p> <p>равнопеременное (кинематические уравнения)</p> $\begin{cases} v = v_0 \pm at; \\ s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \end{cases}$ <p>ускоренное</p> $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{d^2t};$ $v = \frac{dS}{dt};$ $S = f(t) \quad (S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt)$	<p>Виды вращательного движения:</p> <p>равномерное $\varepsilon = 0; \omega = \text{const}; \varphi = \omega \cdot t$</p> <p>равнопеременное (кинематические уравнения)</p> $\begin{cases} \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \\ \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{cases}$ <p>ускоренное</p> $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{d^2t};$ $\omega = \frac{d\varphi}{dt};$ $\varphi = f(t) \quad (\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt)$

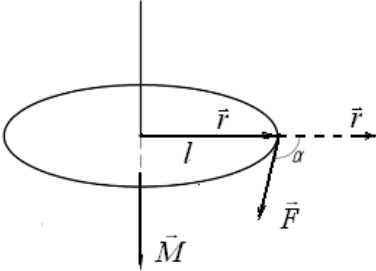
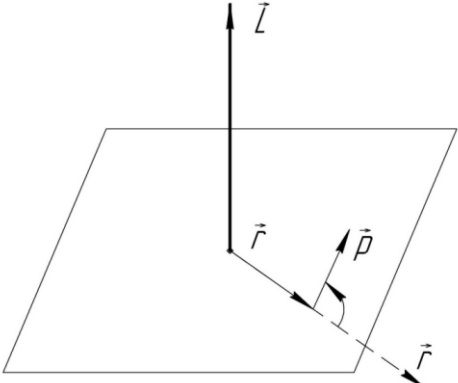
1.2 Динамика

Основные уравнения поступательного и вращательного движения приведены в таблице 2.

Таблица 2

Динамика поступательного движения	Динамика вращательного движения
1	2
<p>Масса m</p> 	<p>Момент инерции $J = \sum m_i r_i^2$</p> <p>Момент инерции для некоторых тел:</p> <p>полый цилиндр (обруч) $J = mR^2$</p> <p>сплошной цилиндр $J = \frac{1}{2} mR^2$</p> <p>тонкий стержень $J = \frac{1}{12} ml^2$</p> <p>шар $J = \frac{2}{5} mR^2$,</p> <p>где R – радиус фигуры вращения; l – длина стержня</p> <p>Теорема Штейнера</p> $J_{O'O} = J_0 + ma^2$

Продолжение таблицы 2

1	2
<p>Сила \vec{F}</p> <p>Виды сил:</p> <p>сила тяжести</p> $\vec{F} = m\vec{g}$ <p>сила упругости</p> $\vec{F} = -k\vec{r} \quad (F = -k\delta)$ <p>сила трения</p> $F_{mp} = kN$	<p>Момент силы</p> $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]; \quad M = r \cdot F \cdot \sin \alpha \quad (\alpha = \vec{r} \wedge \vec{F})$ <p>Направление вектора \vec{M} определяют по правилу правого винта в соответствии с рисунком</p> 
<p>2-й закон Ньютона</p> $\vec{F} = m\vec{a};$ $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	<p>Основное уравнение динамики вращательного движения:</p> $\vec{M} = J\vec{\varepsilon};$ $\vec{M} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
<p>Импульс $\vec{p} = m\vec{v}$</p> 	<p>Момент импульса</p> $\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]; \quad L = J\omega$ <p>Направление вектора \vec{L} определяют по правилу правого винта в соответствии с рисунком</p>
<p>Закон сохранения импульса в замкнутой системе</p> $\vec{p} = \text{const}$	<p>Закон сохранения момента импульса в замкнутой системе</p> $\vec{L} = \text{const}$
<p>Кинетическая энергия</p> $E_K = \frac{1}{2}mv^2$ <p>Потенциальная энергия</p> $E_{\Pi} = mgh; \quad E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$	<p>Кинетическая энергия</p> $E_K = \frac{1}{2}J\omega^2$
<p>Закон сохранения энергии в замкнутой консервативной системе</p> $E_K + E_{\Pi} = \text{const}$	<p>Закон сохранения энергии в замкнутой консервативной системе</p> $E_K + E_{\Pi} = \text{const}$

Окончание таблицы 2

1	2
Работа $dA = FdS \cos \alpha = F_S dS ;$ $A = \int_S F_S dS$	Работа $dA = M_Z d\varphi ;$ $A = \int_{\varphi} M_Z d\varphi$
Мощность $N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$	Мощность $N = \frac{dA}{dt} = \vec{M} \cdot \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

1.3 Некоторые основные соотношения механики

Закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon ,$$

где E – модуль упругости при одностороннем растяжении (сжатии).

$$F = k\Delta l ; \quad \vec{\sigma} = \frac{d\vec{F}}{dS} ; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} .$$

Закон всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} .$$

Движение центра масс системы

$$\vec{p} = m\vec{v}_c ,$$

где \vec{p} – суммарный импульс системы;

m – масса системы;

\vec{v}_c – скорость центра масс.

Связь потенциальной энергии W в поле консервативных сил с силой

$$\vec{F} = -\text{grad } W = -\left(\vec{i} \frac{dW}{dx} + \vec{j} \frac{dW}{dy} + \vec{k} \frac{dW}{dz}\right) = -\nabla W ,$$

где ∇ – оператор Гамильтона.



1.4 Специальная теория относительности

Система отсчета k неподвижна, а система k' движется относительно системы k со скоростью v , близкой к скорости света в вакууме c (рисунок 1).

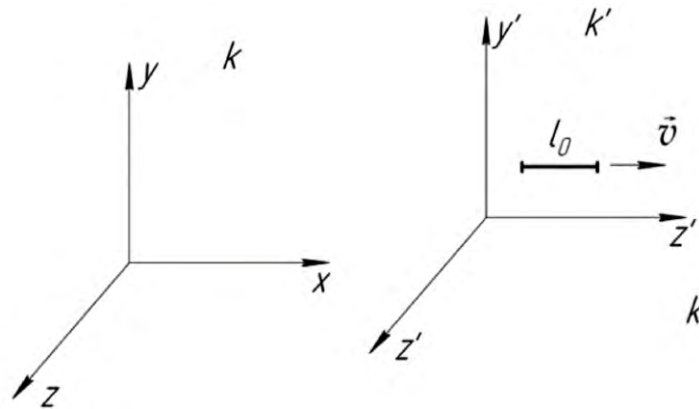


Рисунок 1

Преобразования Лоренца (координат и времени):

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad y = y'; \quad z = z';$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где $\beta = \frac{v}{c}$.

Релятивистское сокращение длины стержня

$$l'_0 = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе k .

Размеры тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, **уменьшаются** в направлении движения. Поперечные размеры тела **не зависят** от скорости его движения и **одинаковы** во всех системах.

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где τ и τ' – промежуток времени в системе k и k' соответственно.

Релятивистский закон сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}; \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}},$$

где u и u' – скорость тела относительно системы k и k' .
Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где m_0 – масса тела в системе k .
Релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \vec{v}.$$

Закон взаимосвязи массы и энергии

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2};$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_K (E_K + 2m_0 c^2)}.$$

2 Основы молекулярной физики и термодинамики

2.1 Основные законы идеального газа

Закон Бойля–Мариотта

$$pV = \text{const} \quad (\text{при } T, m = \text{const}).$$

Законы Гей–Люссака и Шарля:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad \text{при } p, m = \text{const}; \quad p = p_0(1 + \alpha t) \quad \text{при } V, m = \text{const}.$$



Закон Дальтона (для смеси газов)

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p – давление смеси;

p_1, \dots, p_n – парциальные давления (давления, которые производил бы каждый из газов, если бы он один занимал весь объём).

Основные константы:

– число Авогадро (число частиц в 1 моле вещества)

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

– универсальная газовая постоянная

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К});$$

– постоянная Больцмана

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}; \quad k = R / N_A;$$

– объём 1 моля

$$V_M = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}.$$

Уравнение Клапейрона–Менделеева для произвольной массы газа m

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT.$$

Уравнение состояния идеального газа

$$p = nkT.$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$pV = \frac{1}{3} Nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} E; \quad p = \frac{1}{3} nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2.$$

Средняя квадратичная скорость молекулы



$$\langle v_{\text{КВ}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Средняя арифметическая скорость молекулы

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Функция распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла) определяет относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$: $\frac{dN(v)}{N} = f(v)dv$.

Распределение Максвелла (рисунок 2)

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right),$$

где m_0 – масса молекулы.

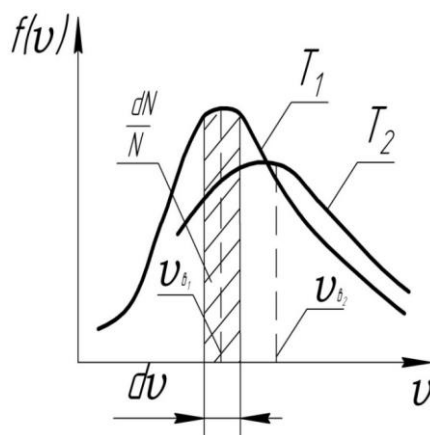


Рисунок 2

Функция $f(v)$ достигает максимума при наиболее вероятной скорости v_g :

$$v_g = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

С повышением температуры ($T_2 > T_1$) значение v_g растет, но площадь под кривой не изменяется.

Распределение частиц по значениям потенциальной энергии во внешнем потенциальном поле (распределение Больцмана)

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right), \text{ или } n = n_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$$

$$\text{или } \frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right), \text{ или } n = n_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right),$$

где n_0 – общее число частиц в единице объема;

W – потенциальная энергия;

h – высота.

При $T = \text{const}$ плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

2.2 Явления переноса

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

Среднее число столкновений молекулы за 1 с

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle.$$

Закон теплопроводности Фурье

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где λ – коэффициент теплопроводности, $\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$;

$\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры.

Закон диффузии Фика

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St,$$

где D – коэффициент диффузии, $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$;

$\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности.

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)



$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S,$$

где η – динамическая вязкость, $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$;

$\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости.

Связь кинетических коэффициентов:

$$\eta = \rho D; \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1.$$

2.3 Законы термодинамики

Средняя кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы:

для 1-атомной молекулы $i = 3$ поступательные степени свободы;

для 2-атомной молекулы $i = 3$ поступательные степени свободы + 2 вращательные степени свободы = 5 степеней свободы;

для 3-атомной молекулы и более $i = 3$ поступательные степени свободы + 3 вращательные степени свободы = 6 степеней свободы.

Внутренняя энергия произвольной массы газа

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT.$$

Первое начало термодинамики

$$dQ = dU + dA.$$

Молярная C_M и удельная c_{y0} теплоёмкости, связь между ними:

$$C_M = \frac{M}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT}; \quad c_{y0} = \frac{\delta Q}{mdT}; \quad C_M = M c_{y0}.$$

Молярная теплоёмкость газа при постоянном объеме



$$C_V = \frac{i}{2} R.$$

Молярная теплоёмкость газа при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R.$$

Работа газа при изменении его объема (рисунок 3)

$$dA = p dV \quad \text{или} \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Применение первого закона термодинамики к изопроцессам:

1) изохорный процесс, $V = \text{const}$ (рисунок 4):

$$\delta A = p dV = 0; \quad \delta Q = dU;$$

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_V dT; \quad Q_V = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T;$$

2) изобарный процесс, $p = \text{const}$ (рисунок 5):

$$A_p = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1);$$

$$Q_p = C_p \frac{m}{M} \Delta T = \frac{i+2}{2} R \frac{m}{M} \Delta T;$$

3) изотермический, $T = \text{const}$ (рисунок 6):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right);$$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right);$$

$$dU = 0; \quad \delta Q = \delta A;$$

4) адиабатный процесс, $Q = 0, S = \text{const}$ (рисунок 7):



$$\delta Q = 0; \delta A = -dU;$$

$$A = -\Delta U = C_V \frac{m}{M} (T_1 - T_2);$$

$$A_Q = 0 < A_{T=\text{const}}.$$

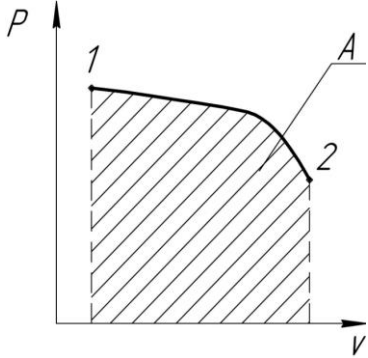


Рисунок 3

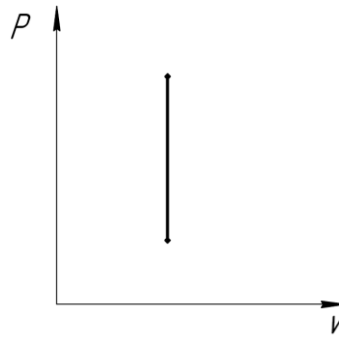


Рисунок 4

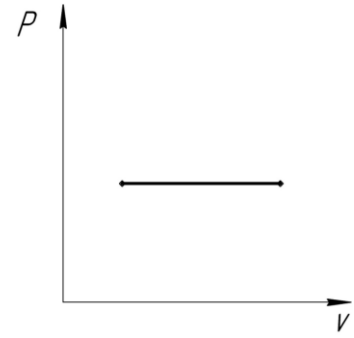


Рисунок 5

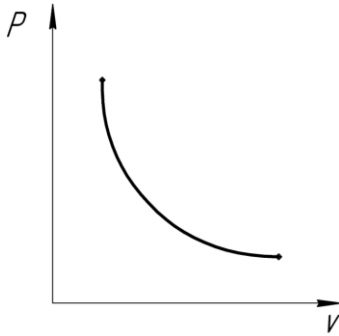


Рисунок 6

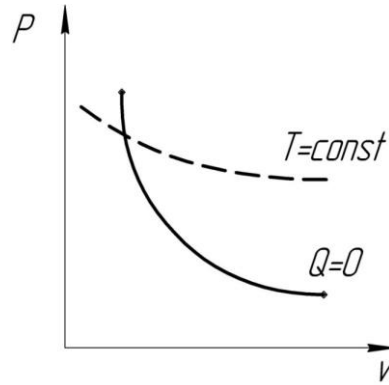


Рисунок 7

Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона):

$$pV^\gamma = \text{const}, \text{ или } TV^{\gamma-1} = \text{const}, \text{ или } T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где γ – коэффициент Пуассона, $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$.

Работа газа при адиабатном расширении

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right].$$

2.4 Круговые процессы

Работа газа при расширении $A_1 > 0$, работа сжатия $A_2 < 0$.

Работа, совершаемая за цикл, $A = A_1 + A_2$ (с учетом знаков).

Работа, так же как и теплота Q , не является функцией состояния системы, а *зависит от вида процесса*.

Внутренняя энергия U – функция состояния системы, и поэтому $\oint dU = 0$.

Если работа за цикл $A > 0$, то цикл прямой (кривая описывает цикл по часовой стрелке (рисунок 8)), если работа за цикл $A < 0$ – цикл обратный (кривая описывает цикл против часовой стрелки (рисунок 9)).

Прямой цикл используется в тепловых двигателях, обратный – в холодильных машинах.

Коэффициент полезного действия для кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, получаемое системой от нагревателя;
 Q_2 – количество теплоты, отдаваемое системой холодильнику.

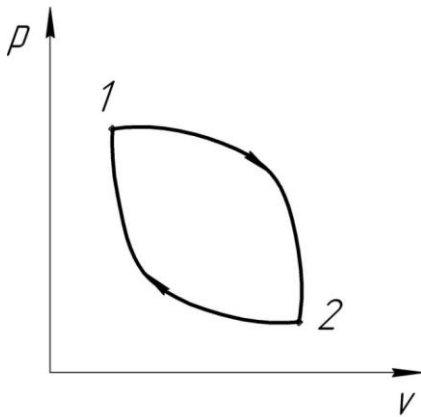


Рисунок 8

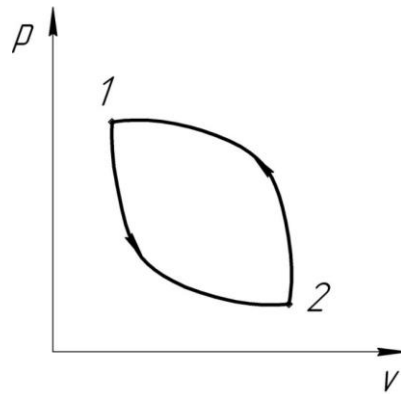


Рисунок 9

Для цикла Карно выполняется условие $\eta_K > \eta$ при одинаковых температурах нагревателя и холодильника, используемых в цикле Карно и необратимом цикле.

Энтропия S – функция состояния системы:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Так как dS и δQ имеют один и тот же знак, то по характеру изменения энтропии можно судить о направлении процесса теплообмена:

- при нагревании тела $\delta Q > 0$ и $dS > 0$;
- при охлаждении тела $\delta Q < 0$ и $dS < 0$.

Энтропия – мера неупорядоченности системы. Адиабатный процесс является изоэнтропийным ($S = \text{const}$).

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (V = \text{const}); \quad \Delta S = \frac{m}{M} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (p = \text{const});$$

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (T = \text{const}); \quad \Delta S = 0 \quad (Q = 0).$$

2.5 Реальные газы

Уравнение Ван-дер-Ваальса для моля реального газа

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT.$$

3 Электродинамика

3.1 Электростатическое поле

Закон Кулона для двух точечных зарядов q_1 и q_2

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

где ϵ_0 – диэлектрическая постоянная;

F – сила взаимодействия зарядов в среде;

F_0 – сила взаимодействия зарядов в вакууме;

ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, $\epsilon = \frac{F_0}{F} \geq 1$.

Напряженность электростатического поля $\vec{E} = \vec{F} / q$.

Принцип суперпозиции полей $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$ (рисунок 10).

Для приведенного примера в соответствии с теоремой косинусов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos \beta} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}.$$

Поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме



$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1} q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура (справедлива только для потенциальных полей)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl.$$

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{A_\infty}{q_0}.$$

Если $A_{12} = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0\Delta\varphi$, то $\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$, где

$$A_{12} = q_0 \int \vec{E} d\vec{l} \Rightarrow \Delta\varphi = \int \vec{E} d\vec{l}.$$

Связь между потенциалом электростатического поля и его напряженностью: $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$; $\vec{E} = -\nabla\varphi$, в одномерном случае $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$.

Вектор \vec{E} направлен в сторону убывания потенциала (на рисунке 11 $\varphi_2 < \varphi_1$); вектор \vec{E} всегда перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям.

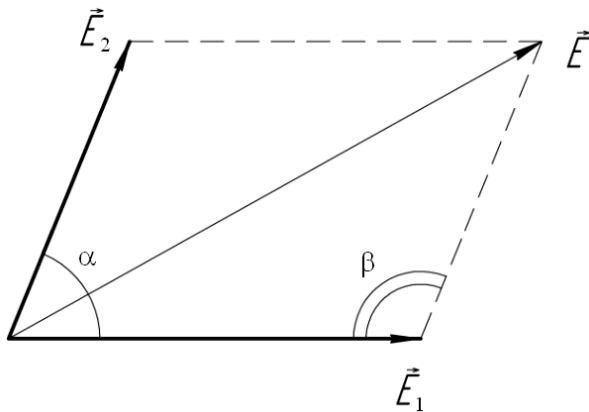


Рисунок 10

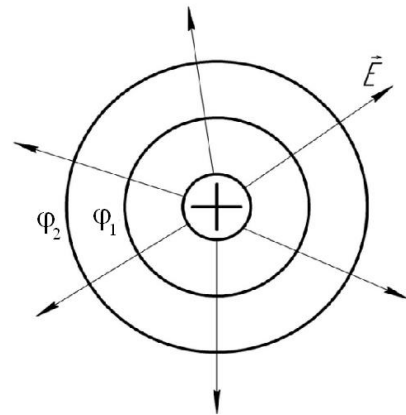


Рисунок 11

Принцип суперпозиции потенциалов

$$\varphi = \sum \varphi_i \text{ (алгебраическая сумма).}$$

Напряженность электростатического поля:

– равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда, $\sigma = \frac{dq}{dS}$;

– двух бесконечных параллельных, разноименно заряженных плоскостей
($|\sigma_1| = |\sigma_2| = \sigma$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 < 0$)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0};$$

– равномерно заряженной сферической поверхности радиусом R :

а) при $r > R$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2};$$

б) при $r < R$

$$E = 0;$$

– цилиндра:

а) при $r > R$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}; \quad \tau = \frac{dq}{dl};$$

б) при $r < R$

$$E = 0;$$

– равномерно заряженного шара

а) при $r > R$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2};$$

б) при $r = R$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0};$$



в) при $r < R$

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0},$$

где ρ – объемная плотность заряда, $\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$.

Поляризованность – дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}.$$

Связь между векторами P и E (рисунок 12)

$$\vec{P} = \chi\epsilon_0\vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества.

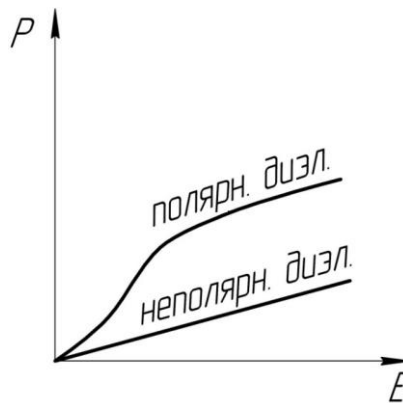


Рисунок 12

Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E},$$

где $\epsilon = 1 + \chi$.

$$\vec{D} = \epsilon_0(1 + \chi)\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \epsilon_0\chi\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i \quad \text{или} \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho.$$

3.2 Электрическая ёмкость

Емкость:

– уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi};$$

– плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d};$$

– цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi \varepsilon \varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}};$$

– сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1};$$

– при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \dots;$$

– при последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$



Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}.$$

3.3 Постоянный электрический ток

Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность тока

$$j = I / S.$$

Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q_0}; \quad \varepsilon = \oint \vec{E}_{cm} d\vec{l}.$$

Напряжение

$$U = \frac{A_{cm} + A_{эл см}}{q_0}.$$

Разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \frac{A_{эл см}}{q_0}.$$

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = U / R,$$

где R – сопротивление линейного проводника, $R = \rho \frac{l}{S}$.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где γ – удельная проводимость, $\gamma = 1 / \rho$;



ρ – удельное сопротивление.

Зависимость сопротивления от температуры

$$R = R_0(1 + \alpha t).$$

Мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля–Ленца

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме

$$w = jE = \gamma E^2.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи ($\varepsilon > 0$ или $\varepsilon < 0$)

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2 + \varepsilon}{R}.$$

Правила Кирхгофа

$$\sum I_k = 0; \quad \sum I_i R_i = \sum \varepsilon_k.$$

Параллельное соединение проводников

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Последовательное соединение проводников

$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

3.4 Магнетизм

Магнитный момент рамки с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}.$$



Вращательный момент, действующий на рамку с током в магнитном поле, $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$, $M = p_m B \sin \alpha$ (направление – по правилу правого винта или буравчика).

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Закон Био–Савара–Лапласа для элемента проводника с током (рисунок 13):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

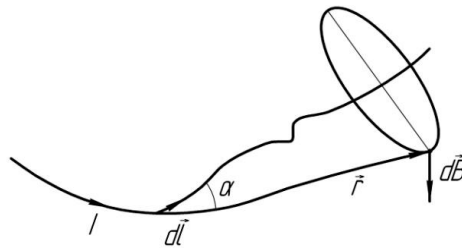


Рисунок 13

Магнитная индукция поля:

– прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R};$$

– в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R};$$

– отрезка тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Закон Ампера $d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$, $dF = IdlB \sin \alpha$ (направление определяется по правилу левой руки).

Магнитная индукция поля свободно движущегося заряда

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Сила Лоренца $\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$, $F = qvB\sin\alpha$ (направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки, в случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ траектория движения – окружность; если \vec{v} составляет с направлением вектора \vec{B} некоторый угол α , то траектория движения имеет вид спирали).

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора \vec{B})

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k.$$

При этом $I > 0$, если его направление связано с направлением обхода контура правилом правого винта. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Тогда магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего n витков ($n = \frac{N}{l}$), $B = \mu_0 NI$.

Магнитная индукция поля тороида

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через произвольную поверхность

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Теорема Гаусса для поля с магнитной индукцией \vec{B}

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi.$$

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi'.$$

Закон Фарадея – закон электромагнитной индукции



$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Экстратоки:

– при размыкании

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right);$$

– при замыкании

$$I = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right).$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}; \quad \Phi_S = LI.$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида, имеющего n витков,

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \mu n^2 V.$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

3.5 Магнитное поле в веществе

Намагниченность – магнитный момент единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V}.$$

Связь между векторами \vec{J} и \vec{H}



$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

Индукция магнитного поля

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{внешн}} + \vec{B}_{\text{внутр}} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 \vec{H} (1 + \chi) = \mu \mu_0 \vec{H}.$$

Виды магнетиков (рисунок 14):

– диамагнетики $\chi < 0$, $\mu < 1$;

– парамагнетики $\chi > 0$, $\mu > 1$, $\mu = \frac{B}{B_0} = 1 + \chi$;

– ферромагнетики $\chi \gg 0$, $\mu \gg 1$.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора \vec{B})

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где I – макроток (токи проводимости),
 I' – микроток (молекулярные токи).

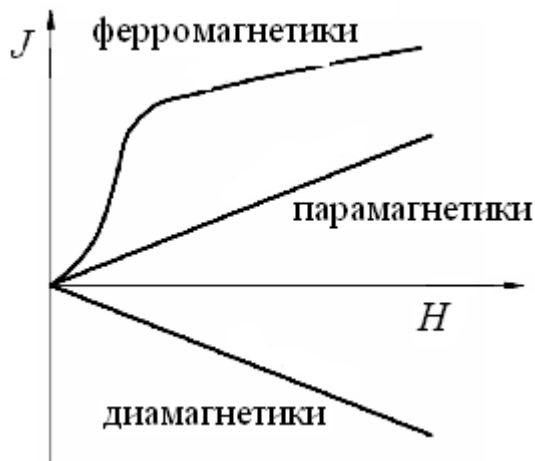


Рисунок 14

Теорема о циркуляции вектора \vec{H}

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I = \oint_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Плотность тока смещения

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

3.6 Система уравнений Максвелла

1 Всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле (что и является причиной возникновения индукционного тока в контуре)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

2 Всякое изменение электрического поля вызывает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

где \vec{j} – плотность тока проводимости;

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ – ток смещения.

3 Теорема Остроградского–Гаусса для поля \vec{D}

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV.$$

4 Теорема Остроградского–Гаусса для поля \vec{B}

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Материальные соотношения:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Полная система уравнений Максвелла:

– в интегральной форме

$$\left\{ \begin{array}{ll} \oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; & \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV; \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; & \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0; \end{array} \right.$$

– в дифференциальной форме



$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{D} = \rho; \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{B} = 0. \end{cases}$$

4 Колебания и волны

4.1 Уравнение гармонических колебаний

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu;$

A – амплитуда;

φ_0 – начальная фаза.

Фаза в момент времени t

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0.$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний величины S

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \omega_0^2 S = 0.$$

Период колебаний:

– математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

– физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}};$$

– пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$



Формула Томсона для периода электромагнитных колебаний в контуре

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Скорость

$$v = \frac{dS}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Ускорение

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Сила

$$F = ma = -mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -m\omega_0^2 x.$$

Кинетическая энергия

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия

$$W = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия

$$E = K + W = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Для графического представления колебаний используется метод векторных диаграмм (рисунок 15). Сложение колебаний методом векторных диаграмм

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A – амплитуда результирующих колебаний;

φ_1 и φ_2 – фазы складываемых колебаний.

Фаза результирующих колебаний



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где A_1, A_2 – амплитуды складываемых колебаний;
 φ_1 и φ_2 – фазы складываемых колебаний.

4.2 Частные случаи сложения колебаний

1 Сложение колебаний, происходящих в одной плоскости с близкими частотами ω_1 и ω_2 (биения, рисунок 16); при $A_1 = A_2 = A$ результирующие колебания имеют вид:

$$x = \left(2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) \cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right),$$

где $2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$ – амплитуда;

$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$ – фаза колебаний.

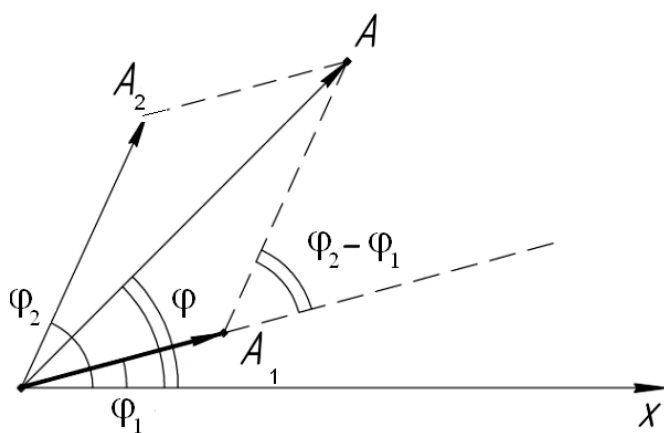


Рисунок 15

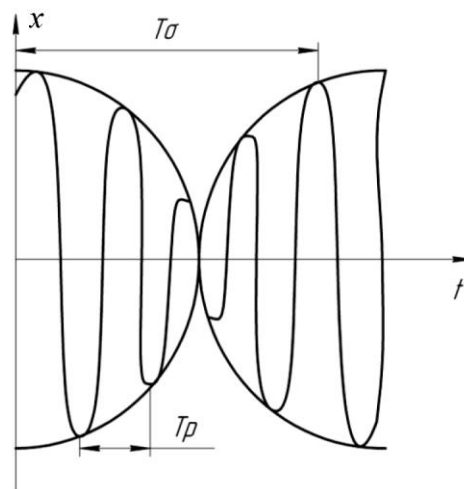


Рисунок 16

2 Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний:

– траектория результирующих колебаний представляет собой произвольный эллипс: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$;

– разность фаз $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 = m\pi$ ($m = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$) – эллипс вырождается в отрезок прямой: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$;

– разность фаз $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$ ($m = 0; \pm 1; \dots$), траектория результирующих колебаний – эллипс, оси которого совпадают с осями координат:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega;$$

– разность фаз $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$ и амплитуды колебаний равны $A_1 = A_2 = A$, траектория результирующих колебаний – окружность: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; $\omega_1 = p\omega$; $\omega_2 = q\omega$ (где p и q – целые числа), траектории – замкнутые кривые (фигуры Лиссажу). Вид кривых зависит от амплитуды, частоты и разности фаз складываемых колебаний.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний величины S

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0,$$

где β – коэффициент затухания.

Для пружинного, физического и математического маятников $\beta = r / 2m$ (m – масса, r – коэффициент сопротивления в выражении $\vec{F}_{mp} = -r\vec{v}$), для колебаний в электрическом контуре $\beta = R / 2L$ (R – активное сопротивление контура; L – индуктивность контура).

Решением дифференциального уравнения свободных затухающих колебаний является выражение вида

$$S = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где $Ae^{-\beta t}$ – амплитуда;
 $\omega t + \varphi$ – фаза;

ω – циклическая частота затухающих колебаний, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \frac{2\pi}{T}$;

T – период колебаний, $T = 2\pi / \omega = 2\pi / (\omega_0^2 - \beta^2)^{1/2}$.

Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}; \quad \delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где N – число колебаний за время уменьшения амплитуды в e раз.

Время релаксации – время, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз ($\sim 2,71$): $\tau = \frac{1}{\beta}$.

Добротность контура

$$\theta = 2\pi \frac{W(t)}{(W(t) - W(t+T))} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta}} \approx \frac{\omega_0}{2\beta} \quad \text{при } \delta \ll 1 \text{ (} W(t) \text{ – энергия).}$$



Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний величины S

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = x_0 \cos \omega t.$$

Уравнение плоской синусоидальной волны

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где k – волновое число, $k = \frac{\omega}{v}$ или $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Уравнение сферической синусоидальной волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

являющееся решением волнового уравнения

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где Δ – оператор Лапласа.

Фазовая скорость волны $v = \omega / k$, а групповая скорость $u = \frac{d\omega}{dk}$.

Уравнение стоячей волны $\xi = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t$.

Скорость распространения электромагнитной волны в среде $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

Вектор Умова–Пойнтинга (вектор плотности потока энергии электромагнитной волны) определяется выражением $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$.

5 Оптика. Квантовая природа излучения

Закон отражения света $\alpha = \beta$ (рисунок 17).

Закон преломления света $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$.

Полное внутреннее отражение

$$\gamma = 90^\circ; \quad \sin \alpha_{np} = \frac{n_2}{n_1}; \quad n_2 < n_1,$$



где n_1, n_2 – показатели преломления сред ($n = \frac{c}{v}$ или $n = \sqrt{\epsilon\mu}$);

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Оптический путь $L = Sn$.

Оптическая разность хода

$$\Delta = S_2 n_2 - S_1 n_1,$$

где S – геометрический путь.

Интерференция. Условия наблюдения:

– интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m \lambda_0;$$

– интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$.

Таким образом, в точке М (рисунок 18) регистрируется максимум, если $S_2 n - S_1 n = 2m \frac{\lambda}{2}$, и минимум, если $S_2 n - S_1 n = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$.

При интерференции в тонких пленках условие максимума имеет вид:

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где d – толщина пленки;

i – угол падения.

Кольца Ньютона (в отраженном свете):

– радиус светлых колец

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda_0 R}, \quad m = 1, 2, 3, \dots;$$

– радиус темных колец

$$r_m = \sqrt{m \lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$



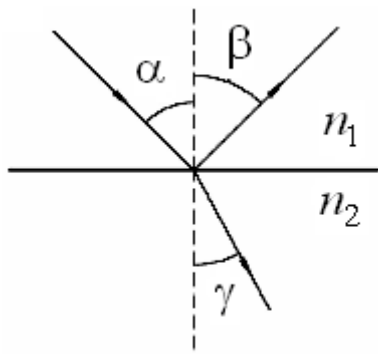


Рисунок 17

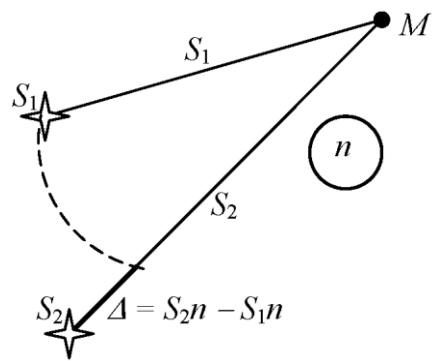


Рисунок 18

Дифракция. Условие наблюдения дифракционных максимумов при дифракции света на одной щели шириной a имеет вид (рисунок 19):

$$a \sin \varphi = \pm(2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Условие дифракционных минимумов

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

При наблюдении дифракции света на решетке периода d условие регистрации:

– главных максимумов

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots;$$

– главных минимумов

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots;$$

– дополнительных минимумов

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N}, \quad m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

Формула Вульфа–Брэггов для дифракции на пространственной решетке (рисунок 20)

$$2d \sin \theta = m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

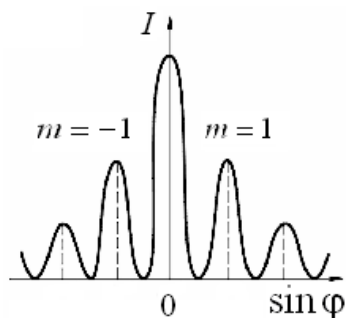


Рисунок 19

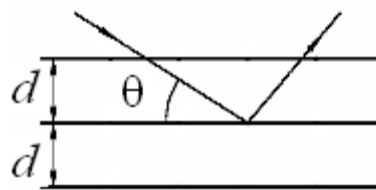


Рисунок 20

При наблюдении дифракции Френеля на круглом отверстии в центре регистрируется максимум $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$, если число зон Френеля m нечётное, и минимум $A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}$, если m чётное. Если открыты все зоны Френеля, то $A = \frac{A_1}{2}$, если открыта одна зона, то $A = A_1$.

При наблюдении дифракции Френеля на круглом непрозрачном диске в центре всегда регистрируется максимум $A = \frac{A_{m+1}}{2}$.

Дисперсия – зависимость показателя преломления n от частоты. Различают нормальную и аномальную дисперсию. В случае нормальной дисперсии показатель преломления среды уменьшается с увеличением длины волны (красные лучи отклоняются в результате преломления слабее, чем фиолетовые).

Поляризация. Степень поляризации

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света.

Закон Малюса (рисунок 21)

$$I_A = I_{\Pi} \cos^2 \varphi,$$

где $I_{\Pi} = \frac{1}{2} I_0$.



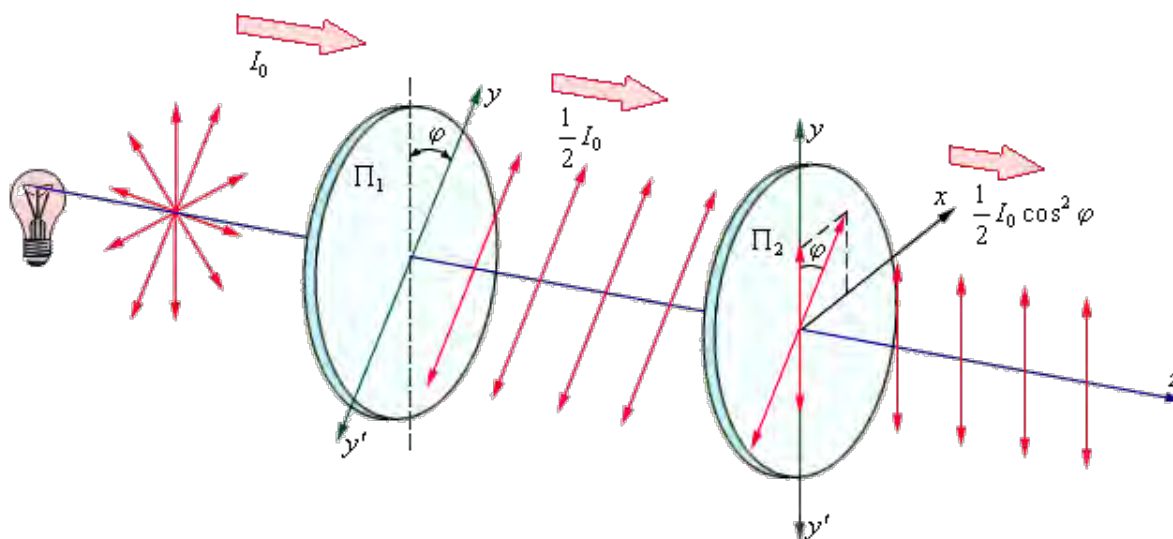


Рисунок 21

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_2 / n_1$$

определяет угол падения света i_B , при котором отраженный луч является плоскополяризованным.

Тепловое излучение. Характеристиками теплового излучения являются:

– спектральная плотность энергетической светимости (испускательной способности)

$$r_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}}{dS dt d\nu} \left(r_{\nu,T} = \frac{\lambda^2}{c} r_{\lambda,T} \right);$$

– интегральная энергетическая светимость

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

Закон Кирхгофа для теплового излучения определяет соотношение между поглощательной и испускательной способностью тел:

$$r_{\nu,T} = \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}.$$

Закон Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4 \quad \text{или} \quad R = \alpha \sigma T^4,$$

где α – коэффициент нечёрноты.

Формула Рэлея–Джинса

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}; \quad r_{(\lambda, T)\max} = cT^5,$$

где $b = 2,9 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}$;

$$c = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5).$$

Формула Планка обобщает все законы теплового излучения:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

С ростом температуры (рисунок 22, $T_2 > T_1$) максимум смещается в коротковолновую область.

Фотоэффект. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mU_{\max}^2}{2} \quad \text{или} \quad h\nu = A + eU_3; \quad h(\nu - \nu_{\text{кр}}) = eU_3.$$

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_{\text{кр}} = A/h \quad \text{или} \quad \lambda = hc/A.$$

Из анализа рисунка 23 следует, что

$$\frac{\Delta(eU_3)}{\nu - \nu_{\text{кр}}} = h.$$

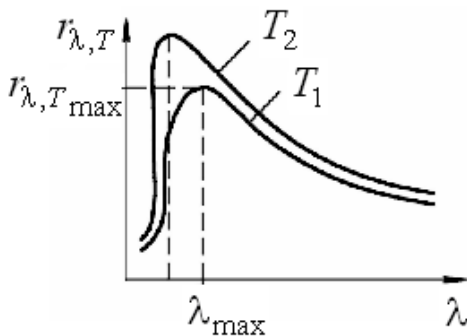


Рисунок 22

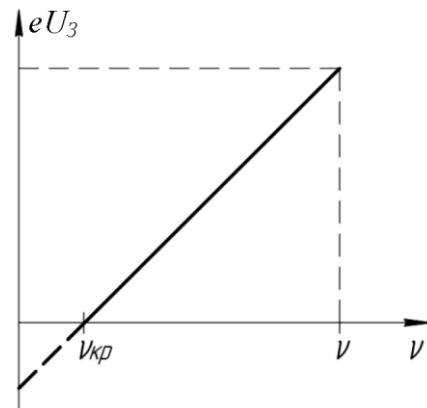


Рисунок 23

Эффект Комптона – упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения на слабосвязанных электронах (рисунок 24).

Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \text{ или } \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \text{ или } \Delta \lambda = 2 A_K \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где $A_K = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м.

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = \omega (1 + \rho),$$

где E_e – энергетическая освещенность (энергия фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени);

ω – объемная плотность энергии излучения, $\omega = \frac{E_e}{c}$;

ρ – коэффициент отражения ($\rho_{\text{зерк}} = 1$; $\rho_{\text{зачер}} = 0$).

6 Элементы квантовой физики

Обобщенная формула Бальмера (рисунок 25)

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ или } \frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Число m определяет спектральную серию ($m = 1, 2, \dots$), $n = m + 1, m + 2, \dots$ – отдельные линии серии.

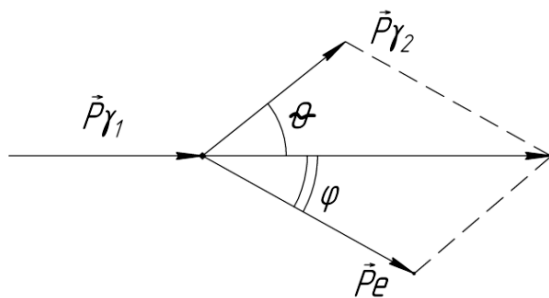


Рисунок 24

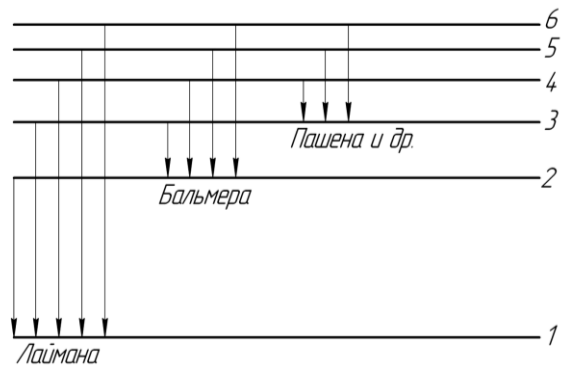


Рисунок 25

Первый постулат Бора $m v_n r_n = n \hbar$ (n – номер орбиты, $n = 1, 2, 3 \dots$).

Второй постулат Бора (правило частот) $h\nu = E_n - E_m$.

Атом водорода в квантовой механике описывается уравнением Шредингера. Стационарное уравнение Шредингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

Если $E > 0$, то движение свободное (атом ионизируется), если $E < 0$ – движение связанное.

Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = \frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} = 13,56 \text{ эВ}.$$

Волновая функция ψ определяется квантовыми числами:

1) главное квантовое число n определяет энергетические уровни электрона в атоме, $n = 1, 2, 3, \dots$;

2) орбитальное квантовое число l при заданном n ($l = 0, 1, 2, \dots, n-1$) определяет величину момента импульса (механический орбитальный момент) электрона в атоме $L_e = \hbar\sqrt{l(l+1)}$;

3) магнитное квантовое число m при данном l ($m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm l$) определяет величину момента импульса в данном направлении. Проекция импульса электрона $L_{ez} = m\hbar$ (квантованные значения) ($2l+1$ – ориентация вектора \vec{L}_e).

Физический смысл квантовых чисел: n и l характеризуют форму и размер электронного облака, m – его ориентацию в пространстве.

Состояние электрона обозначается при $l=0$ буквой s , $l=1$ – буквой p , $l=2$ – буквой d , $l=3$ – буквой f и т. д.

Переход между электронными состояниями подчиняется правилу отбора для квантовых чисел:

$$\Delta l = \pm 1; \quad \Delta m = 0; \pm 1;$$

4) собственный механический момент импульса электрона – спин $L_s = \hbar\sqrt{S(S+1)}$, S – спиновое квантовое число, \vec{L}_s может принимать $(2S+1)$ ориентаций; $S = \frac{1}{2}$, $L_{sz} = \hbar m_s$, m_s – магнитное спиновое квантовое число, $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

Состояние электрона в атоме водорода определяется набором четырех квантовых чисел:

1) главного $n = 1, 2, 3, \dots$;



- 2) орбитального $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$;
- 3) магнитного $m = -l, \dots, -1, 0, 1, \dots, l$;
- 4) магнитного спинового $m_s = +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$.

Распределение Бозе–Эйнштейна

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}.$$

Распределение Ферми–Дирака

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} + 1}.$$

Формула де Бройля устанавливает зависимость длины волны, связанной с движущейся частицей вещества, от импульса p частицы.

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

или

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi h}{2\pi\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{h}{2\pi} = k \cdot \frac{h}{2\pi} = k\hbar,$$

где k – волновое число.

Квадрат модуля амплитуды волны де Бройля в данной точке – мера вероятности того, что частица может находиться в этой точке.

Волновые свойства не проявляются у макроскопических тел (λ очень мала, нет таких структур, на которых наблюдалась бы дифракция этих волн).

Положение частицы в пространстве определяется заданием волновой функции. $W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi|^2 dx$ – вероятность нахождения частицы в интервале $x_1 - x_2$.

Физический смысл имеет квадрат модуля ψ -функции: $|\psi|^2 = \frac{dW}{dV}$ – плотность вероятности, которая определяет вероятность пребывания частицы вблизи данной точки пространства. С помощью волновой функции определяют среднее значение физической величины L в состоянии, описываемом ψ -функцией:

$$\langle L \rangle = \iiint L |\psi|^2 dx dy dz.$$



Уравнение движения частицы в квантовой механике, описывающее движение микрочастицы в различных силовых полях, – дифференциальное уравнение относительных ψ -функции (U – потенциальная энергия, E – полная энергия частицы).

Волновая функция является решением уравнения Шредингера:
– общего уравнения

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \psi,$$

где ψ – волновая функция, $\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \exp(-i \frac{E}{\hbar} t)$;

– стационарного уравнения

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

– уравнения движения свободных частиц вдоль оси x

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (U(x) = 0),$$

где $\psi(x) = A e^{ikx}$; $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$;

– уравнения частицы в одномерной прямоугольной яме

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

где $\psi(x) = A \sin kx$,

при этом внутри ямы $U = 0$; $k = \frac{n\pi}{l}$, n – целое число; $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ за пределами ямы $U \rightarrow \infty$;

– уравнения линейного гармонического осциллятора

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0.$$

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar \quad \text{или} \quad \Delta W \Delta t \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координат;



Δp_x – неопределенность соответствующей проекции импульса;

ΔW – неопределенность энергии;

Δt – время жизни системы в данном состоянии.

7 Ядерная физика

Энергия связи атомного ядра

$$E_{св} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_я] \cdot c^2 = [Zm_H + (A - Z)m_n - M_A] \cdot c^2.$$

Дефект масс $\Delta m = E_{св} / c^2$.

Спин ядра – векторная сумма спинов нуклонов и орбитальных моментов импульса нуклонов $L_я = \hbar \sqrt{I(I+1)}$. I – спиновое квантовое число (0; 1/2; 1; 2/3; ...).

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

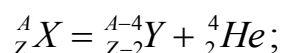
где N – число нераспавшихся к моменту времени t ядер;

N_0 – начальное число ядер;

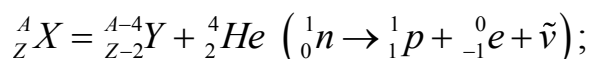
λ – постоянная распада.

Виды распадов:

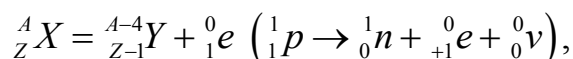
1) α -распад



2) β^- -распад



3) β^+ -распад



где Z – зарядовое число, равное числу протонов в ядре;

A – массовое число, равное числу протонов и нейтронов.

При радиоактивном распаде выполняются законы сохранения зарядового, массового и спинового числа, а также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

Различают четыре типа взаимодействий:



1) сильное взаимодействие (10^{-15} м) (свойственно адронам, например протоны и нейтроны). Частицей, обеспечивающей ядерные взаимодействия, является мезон;

2) электромагнитное взаимодействие (для всех электрических заряженных тел), частица, осуществляющая такие взаимодействия, – фотон;

3) слабое взаимодействие (10^{-17} м) присуще лептонам (электрон, нейтрино и др.), осуществляет взаимодействие W^{\pm}, Z^0 -частицы;

4) гравитационное взаимодействие осуществляется между всеми телами посредством гравитационных полей (гравитон).

Список литературы

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие в 3 т. Т. 1: Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 12-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2016. – 432 с.

2 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие: в 3 т. Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И. В. Савельев. – 12-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2016. – 496 с.

3 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие в 3 т. Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И. В. Савельев. – 10-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2016. – 320 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учебное пособие для втузов / Т. И. Трофимова. – Москва : Академия, 2007. – 560 с.

5 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва : Высшая школа, 2008. – 718 с.

6 **Трофимова, Т. И.** Курс физики. Задачи и решения : учебное пособие для втузов / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – Москва : Академия, 2004. – 592 с.

7 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – Москва : Наука, 2003. – 328 с.

8 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – Москва : Высшая школа, 1981. – 430 с.

9 **Сена, Л. А.** Единицы физических величин и их размерность / Л. А. Сена. – Москва : Наука, 1988. – 432 с.

