

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

# ТЕОРИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов специальности 1-54 01 02 «Методы и приборы  
контроля качества и диагностики состояния объектов»  
и направления подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы  
и технологии» дневной и заочной форм обучения*



УДК 530.2  
ББК 30.13  
Т 33

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «12» января 2018 г.,  
протокол № 6

Составитель д-р физ.-мат. наук, проф. В. И. Борисов

Рецензент Ю. С. Романович

Методические рекомендации к практическим занятиям предназначены для студентов специальности 1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов» и направления подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» дневной и заочной форм обучения.

Изложены методические основы и расчетные соотношения для решения задач по дисциплине. Приведены задания для самостоятельной работы студентов.

Учебно-методическое издание

## ТЕОРИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Ответственный за выпуск

С. С. Сергеев

Технический редактор

А. А. Подошевка

Компьютерная верстка

Е. С. Лустенкова

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 16 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:

Государственное учреждение высшего профессионального образования  
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий

№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский  
университет», 2018



## Содержание

Введение.....	4
1 Расчет электростатических и магнитостатических полей методом суперпозиций.....	5
2 Расчет электростатических полей и магнитостатических полей на основе применения функций векторного анализа.....	5
3 Применение теоремы Гаусса для расчета электрических полей. Применение закона полного тока для расчета магнитных полей.....	6
4 Задачи расчета магнитного поля. Взаимодействие двух параллельных токов. Магнитное поле тороида и соленоида.....	6
5 Обоснование и применение метода зеркальных изображений для расчета электрических и магнитных полей.....	7
6 Расчет полей с применением уравнения Лапласа в декартовой системе координат.....	8
7 Расчет полей с применением уравнения Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат.....	8
8 Расчет переменных электромагнитных полей в проводящих средах.....	9
9 Расчет излучения и отражения электромагнитных волн.....	10
10 Расчет переменных электромагнитных полей в диэлектрических средах.....	10
11 Расчет переменных электромагнитных полей в полупроводящих средах.....	11
12 Расчет характеристик акустических волн при взаимодействии их с различными средами.....	12
13 Расчет затухания акустических волн.....	12
14 Расчет тепловых полей с применением уравнения теплопроводности.....	13
15 Расчет тепловых полей с применением уравнений конвективного и лучистого теплообмена.....	14
16 Расчет радиационных полей.....	15
Список литературы.....	16



## Введение

Освоение ряда специальных дисциплин основано на многих особенностях разнообразных физических полей. Курс «Теория физических полей» предполагает заложить базовые знания студентам принципов, методов и средств неразрушающего контроля, основанных на имеющихся достижениях акустики, радиационной физики, оптики, теплофизики, электроники, радиофизики и электротехники, а также привить понимание основных явлений в этих областях науки.

Студенты научатся рассчитывать физические поля различной физической природы с применением существующих теоретических методов, проводить анализ основных параметров полей экспериментальными методами, изучат принципиальные основы приборов и методов контроля технологических процессов и окружающей среды.

## 1 Расчет электростатических и магнитостатических полей методом суперпозиций

Метод суперпозиций является мощным методом расчета физических полей. Его суть заключается в том, что в случае рассмотрения в выбранной точке пространства какого-либо параметра физического линейного поля при наличии в пространстве нескольких источников поля одинаковой физической природы суммарное значение определяемого параметра будет равно сумме значений параметра, создаваемого каждым источником поля. В случае векторных полей необходимо учитывать направление векторов. Если источники поля не являются точечными, а представляют собой непрерывные области, то задача суммирования сводится к интегрированию по этим областям.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** В семи вершинах куба со стороной  $a$  расположены положительные точечные заряды  $Q$ . Определить значение потенциала и напряженности электростатического поля в восьмой вершине куба, если заряды находятся в воздухе.

**Задача 2.** На квадратной металлической пластинке со стороной  $a$  равномерно распределен положительный заряд  $Q$ . Определить значение потенциала и напряженности электростатического поля на оси пластинки.

**Задача 3.** Определить напряженность магнитного поля на расстоянии  $h$  от отрезка линейного провода длиной  $L$ , по которому протекает электрический ток  $I$ .

## 2 Расчет электростатических и магнитостатических полей на основе применения функций векторного анализа

Расчет полей на базе применения функций векторного анализа основан на использовании выражений векторных (градиент, ротор) и скалярных (дивергенция) функций в соответствующих системах координат, описывающих связь различных параметров физических полей в каждой точке пространства.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Потенциал электростатического поля в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 2$  определяется выражением  $\varphi(x, y, z) = \sin x + \cos y + xy^2z^3$ . Найти напряженность этого поля и объемную плотность заряда, создающего это поле в пространстве.

**Задача 2.** Напряженность магнитного поля в среде с магнитной проницаемостью  $\mu$  определяется выражением  $\vec{H}(x, y, z) = \vec{i}xyz + \vec{j}x^2y^2z^2 + \vec{k}x^3y^3z^3$ . Определить плотность тока  $\vec{\delta}$ , создающего магнитное поле.



### 3 Применение теоремы Гаусса для расчета электрических полей. Применение закона полного тока для расчета магнитных полей

Для расчета электрических полей, создаваемых симметричными источниками поля, для которых можно вычислить поверхностный интеграл, определяющий поток искомого вектора электрической индукции  $\vec{D}$  через замкнутую поверхность  $S$ , внутри которой расположены свободные электрические заряды  $Q$ , применяется теорема Гаусса в интегральной форме ( $\oint_S (\vec{D}d\vec{S}) = Q$ ).

Для расчета магнитных полей, создаваемых симметричными источниками тока, для которых можно вычислить циркуляцию вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  по замкнутому контуру  $L$ , внутри которого протекает электрический ток  $I$ , применяется закон полного тока в интегральной форме ( $\oint_L (\vec{H}d\vec{l}) = I$ ).

#### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Определить напряженность и потенциал длинной заряженной оси с линейной плотностью заряда  $\tau$  в точке, отстоящей на расстоянии  $r$  от оси.

**Задача 2.** Найти распределение напряженности и потенциала электростатического поля, создаваемого диэлектрическим шаром радиусом  $R_0$ , если шар от центра до половины толщины заряжен равномерно с одной плотностью заряда, а дальше – с удвоенной. Общий заряд на шаре –  $Q_0$ . Диэлектрическая проницаемость материала, из которого изготовлен шар, равна  $\epsilon$ .

**Задача 3.** Определить как изменяется индукция магнитного поля внутри и вне цилиндрического провода радиусом  $R_0$ , по которому протекает электрический ток  $I$ , если магнитная проницаемость материала провода  $\mu$ .

### 4 Задачи расчета магнитного поля. Взаимодействие двух параллельных токов. Магнитное поле тороида и соленоида

Задачи расчета магнитного поля основаны на применении законов Ампера, Био-Савара-Лапласа, полного тока.

Закон Био-Савара-Лапласа выражает элементарное значение для вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , определяемой величиной элемента тока  $I d\vec{l}$ , и может быть записан в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} \left[ d\vec{l} \frac{\vec{r}}{r} \right],$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, направленный к точке наблюдения от элемента тока  $I d\vec{l}$ ;



$\mu$  – относительная магнитная проницаемость;

$\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Для расчета индукции магнитного поля, создаваемого объемными токами с применением закона Био-Савара-Лапласа и закона Ампера необходимо использовать принцип суперпозиции.

### **Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Определить напряженность магнитного поля  $H$  внутри сердечника тороида с внутренним  $R_1$  и внешним  $R_2$  радиусами, на который равномерно намотана катушка с числом витков  $W$ , по которой протекает электрический ток  $I$ .

**Задача 2.** Определить напряженность магнитного поля  $H$  внутри сердечника соленоида, на который равномерно намотана катушка с числом витков  $W$ , по которой протекает электрический ток  $I$ .

## **5 Обоснование и применение метода зеркальных изображений для расчета электрических и магнитных полей**

Метод зеркальных изображений в сочетании с принципом суперпозиции полей является достаточно эффективным методом расчета электрических и магнитных полей в областях, где имеются границы раздела двух сред.

### **Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Вблизи границы раздела двух диэлектрических сред с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  расположен точечный заряд  $Q$ . Определить величину фиктивного заряда  $Q_1$ , располагаемого зеркально относительно реального заряда  $Q$ , и фиктивного заряда  $Q_2$ , располагаемого в том же месте, где расположен реальный заряд  $Q$ , которые применяются для расчета напряженности и потенциала электрического поля в каждой точке пространства.

**Задача 2.** Параллельно границе раздела двух магнетиков с магнитными проницаемостями  $\mu_1$  и  $\mu_2$  расположен линейный ток  $I$ . Определить значение фиктивного тока  $I_1$ , располагаемого зеркально относительно реального тока  $I$ , и фиктивного тока  $I_2$ , располагаемого в том же месте, где расположен реальный заряд  $I$ , которые применяются для расчета напряженности магнитного поля в каждой точке пространства.

*Примечание* – Для решения примеров использовать граничные условия на границе раздела двух диэлектриков и магнетиков соответственно. Поле в той среде, где расположен реальный заряд  $Q$ , находится как суперпозиция полей, создаваемых реальным зарядом  $Q$  и фиктивным зарядом  $Q_1$ . Поле в среде, где располагается фиктивный зеркальный заряд  $Q_1$ , определяется как поле фиктивного тока  $I_2$ .

Поле в той среде, где расположен реальный ток, находится как суперпозиция полей, создаваемых реальным током  $I$  и фиктивным током  $I_1$ . Поле в среде, где располагается зеркальный фиктивный ток  $I_1$ , определяется как поле фиктивного тока  $I_2$ .

## 6 Расчет полей с применением уравнения Лапласа в декартовой системе координат

Так как в реальных задачах чаще всего необходимо определять распределение потенциала электрического поля в пространстве, где отсутствуют свободные заряды, то задача расчета сводится к решению уравнения Лапласа. В декартовой системе координат это уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

В случае одномерных полей уравнение Лапласа сводится к двойному интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения, а в случае многомерных полей – к применению метода разделения переменных, в результате которого решение получается в виде ряда Фурье.

### *Задачи для самостоятельного решения*

**Задача.** Найти распределение потенциала электростатического поля внутри области, ограниченной проводящими пластинами  $y=0$ ;  $y=b$  и  $x=0$ , если пластина  $x=0$  заряжена до потенциала  $\varphi=V$ , а пластины  $y=0$ ;  $y=b$  заземлены. Заряды внутри области отсутствуют.

## 7 Расчет полей с применением уравнения Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат

В цилиндрической системе координат уравнение Лапласа имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

В сферической системе координат уравнение Лапласа имеет вид:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} = 0.$$

С точки зрения математики уравнение Лапласа представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных. Для двухмерных и трехмерных случаев применяются специальные методы математической физики, в результате которых общее решение уравнения Лапласа получается в виде разложения в ряд по функциям Бесселя в цилиндрической системе координат и в виде разложения в ряд по полиномам Лежандра в сферической системе координат.





### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Найти выражение для потенциала электростатического поля внутри цилиндрической коробки кругового сечения радиусом  $a$  и высотой  $l$ . Оба основания коробки заземлены, а боковая поверхность находится под потенциалом  $\varphi = V$ . Найти напряженность поля на оси коробки.

**Задача 2.** Рассмотреть, как происходит искажение равномерного электрического поля напряженностью  $E_0$  при внесении в него проводящего или диэлектрического шара радиусом  $a$ .

## 8 Расчет переменных электромагнитных полей в проводящих средах

В результате расчета переменных электромагнитных полей определяются значения амплитуд напряженности электрического и магнитного полей электромагнитных волн в различных точках пространства.

Напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне связаны между собой коэффициентом пропорциональности, называемым волновым сопротивлением  $Z_e$ , которое для проводящей среды представляет собой комплексное число

$$\dot{Z}_e = \sqrt{\frac{\omega\mu\mu_0}{2\gamma}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu\mu_0}{2\gamma}},$$

где  $\omega$  – круговая частота электромагнитной волны;

$\gamma$  – удельная проводимость среды, в которой распространяется электромагнитная волна.

Значения мгновенных напряженностей поля плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $Z$  в проводящей среде, выражаются следующим образом:

$$H(z) = H_m e^{-kz} \sin(\omega t - kz + \varphi_n); \quad E(z) = H_0 \sqrt{\frac{\omega\mu\mu_0}{\gamma}} e^{-kz} \sin(\omega t - kz + \varphi_n + 45^\circ),$$

где  $k$  – показатель поглощения и показатель фазы волны,  $k = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu\mu_0}{2}}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Определить глубину проникновения электромагнитных волн с частотами  $f_1 = 50$  Гц,  $f_2 = 50$  МГц и  $f_3 = 50$  ТГц в пластины из меди  $\rho_1 = 1,78 \cdot 10^{-8}$  Ом·м и графита  $\rho_2 = 3 \cdot 10^{-5}$  Ом·м. Определить длину волны и фазовую скорость волн в этих средах.



**Задача 2.** Напряженность магнитного поля электромагнитной волны, распространяющейся вглубь графитовой пластины с удельным сопротивлением  $\rho = 3 \cdot 10^{-5}$  Ом·м на ее поверхности, описывается выражением  $H(t) = 10 \sin(10^6 t + 45^\circ)$ . Определить амплитуду и фазу вектора Пойтинга на глубине 1 мм от поверхности графитовой пластины.

## 9 Расчет излучения и отражения электромагнитных волн

На границе раздела двух сред, которые различаются своими электрическими параметрами, происходит частичное отражение электромагнитных волн. Коэффициент отражения определяется волновыми сопротивлениями граничащих сред. Для диэлектрических сред он определяется формулами Френеля.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Определить коэффициент отражения электромагнитных волн ортогональных поляризации, падающих в воздухе под углом  $45^\circ$  на пластинку стекла ТФ-5 с показателем преломления 1,755.

**Задача 2.** На границу раздела двух диэлектриков с диэлектрической проницаемостью 2 и 3 и магнитной 5 и 7 соответственно падает электромагнитная волна под углом  $50^\circ$ , поляризованная в плоскости падения. Определить коэффициент отражения волны.

## 10 Расчет переменных электромагнитных полей в диэлектрических средах

В диэлектрических средах электромагнитные волны не затухают, отсутствует сдвиг фаз между напряженностями электрического и магнитного полей.

Волновое сопротивление диэлектрика является действительным числом:

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} = 377 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.$$

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** В воздухе в плоскости  $z = 0$  напряженность магнитного поля плоской волны изменяется по закону

$$H = H_m \sin(\omega t + \varphi_n),$$

где  $H_m = 2 \cdot 10^{-2}$  А/м;

$$\omega = 10^6 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi_n = 30^\circ.$$



Записать выражения для мгновенного значения напряженности электрического поля и для энергии, переносимой через площадку в плоскости  $z = 5$  км, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, и площадью  $10 \text{ м}^2$  за минуту.

**Задача 2.** В некоторой точке диэлектрической среды, в которой распространяется электромагнитная волна, напряженность магнитного поля которой выражается зависимостью  $H = 10 \sin(6,28 \cdot 10^6 t + 64^\circ)$ , а напряженность электрического поля – выражением  $E = 1,131 \cdot 10^4 \sin(6,28 \cdot 10^6 t + 64^\circ)$ , определить магнитную проницаемость среды и длину волны в среде, если диэлектрическая проницаемость среды  $\varepsilon = 3$ .

## 11 Расчет переменных электромагнитных полей в полупроводящих средах

Для полупроводящей среды волновое сопротивление – комплексное число

$$\dot{Z}_B = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - j \frac{\gamma}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}}}.$$

В полупроводящей среде электромагнитная волна испытывает поглощение. Показатель поглощения волны  $\alpha$  и показатель фазы  $\beta$  определяются как

$$\alpha = \frac{\omega\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\right)^2}}; \quad \beta = \frac{\omega\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\right)^2}}.$$

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Плоская электромагнитная волна проникает из воздуха в полупроводящую среду с  $\gamma = 20 \text{ См/м}$  с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 80$  и относительной магнитной проницаемостью  $\mu = 1$ . Плотность электрического тока на глубине  $z_1 = 10 \text{ см}$  изменяется по закону  $\delta_1 = 10 \sin(10^9 t - j30^\circ) \text{ А/м}^2$ .

Найти значение амплитуды напряженности магнитного поля и вектор Умова-Пойтинга на поверхности среды.

**Задача 2.** Определить сдвиг фаз между напряженностями электрического и магнитного полей электромагнитной волны частотой  $200 \text{ МГц}$ , распространяющейся в немагнитной полупроводящей среде с удельной проводимостью  $10 \text{ См/м}$  и диэлектрической проницаемостью  $4$ .



## 12 Расчет характеристик акустических волн при взаимодействии их с различными средами

В общем случае на границе раздела двух твердых тел в результате падения плоской продольной волны под углом падения  $\beta$  возникают две отраженные волны, одна из которых продольная, характеризуется углом отражения  $\gamma_l$  и скоростью  $C_l'$ , а вторая – поперечная, характеризуемая углом отражения  $\gamma_t$  и скоростью  $C_t'$ , и две аналогичные преломленные волны – продольная, характеризуемая углом преломления  $\alpha_l$  и скоростью  $C_l''$ , и поперечная, характеризуемая углом преломления  $\alpha_t$  и скоростью  $C_t''$ . Углы падения, отражения и преломления определяются по закону синусов (закон Снеллиуса)

$$\frac{\sin \beta}{C_l} = \frac{\sin \gamma_l}{C_l'} = \frac{\sin \gamma_t}{C_t'} = \frac{\sin \alpha_l}{C_l''} = \frac{\sin \alpha_t}{C_t''}.$$

Амплитудный коэффициент отражения акустических волн на границе раздела двух сред, имеющих плотности  $\rho$ ,  $\rho'$  и скорости волн  $c$ ,  $c'$  соответственно, определяется по формуле

$$R = \frac{\frac{\rho'c'}{\cos \alpha} - \frac{\rho c}{\cos \beta}}{\frac{\rho'c'}{\cos \alpha} + \frac{\rho c}{\cos \beta}},$$

где  $\beta$ ,  $\alpha$  – угол падения и угол преломления соответственно.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Найти скорость продольных и поперечных акустических колебаний в стальном стержне и в большом стальном изделии.

**Задача 2.** Найти скорости волн Рэлея, головных волн в стали и волн Лэмба в стальных пластинках толщиной 1 мм. Длина волны – 5 мм.

## 13 Расчет затухания акустических волн

При распространении акустических волн в средах наблюдается их затухание, обусловленное поглощением и рассеянием волн. Эти процессы описываются экспоненциальным законом (законом Бугера). Так, для интенсивности акустической волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  в поглощающей среде, выполняется соотношение



$$I(x) = I_0 e^{-kx},$$

где  $I_0$  – интенсивность падающей волны;  
 $k$  – натуральный показатель поглощения.

### **Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Амплитуда плоской акустической волны на расстоянии 10 см уменьшилась в 100 раз. Определить коэффициент (показатель) затухания интенсивности волны.

**Задача 2.** Найти коэффициенты отражения по амплитуде и по энергии для продольной акустической волны, падающей на границу раздела сталь-вода; плексиглас-вода; сталь-воздух и плексиглас-воздух при нормальном падении волны и при угле падения  $45^\circ$ .

## **14 Расчет тепловых полей с применением уравнения теплопроводности**

Связь между количеством теплоты  $dQ$ , проходящей через элементарную площадку  $dS$ , расположенную на изотермической поверхности, за промежуток времени  $dt$  и градиентом температуры устанавливается основным законом теплопроводности Фурье

$$dQ = -\lambda dS dt \text{grad} T,$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Расчет нестационарных тепловых полей осуществляется на основании нестационарного дифференциального уравнения теплопроводности

$$a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{q_v}{c\rho} = 0,$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности, характеризующий скорость распространения температуры в пространстве,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ ;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности, показывающий способность тел передавать теплоту,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;

$c$  – удельная теплоемкость вещества,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;

$\rho$  – плотность вещества,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$q$  – объемная плотность теплового источника,  $\text{Вт}/\text{м}^3$ ;

$\tau$  – время.



### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Поверхности плоской кирпичной стенки толщиной  $L = 40$  см имеют температуру  $t_1 = -20$  °С и  $t_2 = 20$  °С соответственно. Коэффициент теплопроводности материала стенки зависит от координаты  $x$ , направленной поперек стенки, по закону  $\lambda(x) = 0,77 \left(1 + \frac{x}{0,4}\right)^2$ . Определить величину тепловой энергии, проходящей через участок стенки площадью  $2 \text{ м}^2$  за время 1 ч.

**Задача 2.** Найти распределение температуры вдоль стержня длиной  $L$  с теплоизолированными боковыми стенками, если температура его концов поддерживается равной нулю, а начальная температура стержня равна  $T_0$ .

## 15 Расчет тепловых полей с применением уравнений конвективного и лучистого теплообмена

Теплообмен между поверхностью твердого тела и соприкасающимся с ним жидким или газообразным теплоносителем называется теплоотдачей. Количество теплоты, переданное горячим теплоносителем стенке в единицу времени, определяется законом (уравнением) Ньютона

$$\Phi = \alpha S (T_H - T_{CT}),$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;

$S$  – площадь стенки;

$T_H$  – температура теплоносителя;

$T_{CT}$  – температура стенки.

Процесс переноса тепла от одной подвижной среды (горячей) с температурой  $T_{H1}$  к другой подвижной среде (холодной) с температурой  $T_{H2}$  через однослойную твердую стенку толщиной  $h$  и площадью  $S$  из материала с коэффициентом теплопроводности  $\lambda$  называется теплопередачей. Количество теплоты, передаваемое в единицу времени, описывается законом теплопередачи

$$\Phi = \frac{S(T_{H1} - T_{H2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{h}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – коэффициенты теплоотдачи на передней и задней поверхностях стенки соответственно.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Определить количество передаваемой теплоты от теплоносителя с температурой  $200$  °С твердой стенке с температурой  $100$  °С. Площадь стен-

ки –  $10 \text{ м}^2$ . Коэффициент теплоотдачи  $\alpha = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

**Задача 2.** Определить тепловой поток, передаваемый через твердую стенку площадью  $10 \text{ м}^2$  толщиной  $0,8 \text{ м}$  от одного теплоносителя с температурой  $120 \text{ }^\circ\text{С}$  к другому теплоносителю с температурой  $20 \text{ }^\circ\text{С}$ , если коэффициент теплопроводности материала стенки равен  $0,1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , а коэффициенты теплоотдачи на обеих поверхностях стенки одинаковы и равны  $\alpha = 0,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

**Задача 3.** Определить, во сколько раз больной человек излучает больше тепловой энергии, чем здоровый, если температура здорового человека равна  $36 \text{ }^\circ\text{С}$ , а больного –  $40 \text{ }^\circ\text{С}$ .

**Задача 4.** Определить коэффициент теплоотдачи на границе «твердая стенка – жидкий теплоноситель», если его температура равна  $250 \text{ }^\circ\text{С}$ , а стенки –  $50 \text{ }^\circ\text{С}$ . Количество энергии, передаваемой через площадку  $10 \text{ м}^2$  в течение  $10 \text{ с}$ , равно  $1000 \text{ Дж}$ .

## 16 Расчет радиационных полей

Как правило, почти все расчеты радиационных полей сводятся к использованию основного закона радиоактивного распада, который определяет изменение количества радиоактивных атомов во времени:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N_0$  – количество радиоактивных атомов в начальный момент времени;

$\lambda$  – постоянная радиоактивного распада, представляющая собой вероятность радиоактивного распада одного атома в единицу времени,  $\text{с}^{-1}$ .

Количество распадающихся радиоактивных ядер в единицу времени называется активностью радиоактивного элемента, которая равна произведению постоянной распада на количество радиоактивных атомов:

$$A = \lambda N.$$

С учетом этого основной закон радиоактивного распада можно записать в следующем виде:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Для описания процесса радиоактивного распада широко используют такой параметр, как период полураспада радиоактивного элемента  $T_{1/2}$ . Он равен времени, в течение которого распадается половина радиоактивных ядер.

С учетом этого основной закон радиоактивного распада можно записать в следующем виде:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{0,693}{T_{1/2}} t}.$$



### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Над поверхностью на высоте  $h=5$  м находится смесь двух радиоактивных веществ: йод (активность  $A_1=5 \cdot 10^{12}$  Бк, период полураспада  $T_1=8$  сут.) и цезий (активность  $A_2=10^{12}$  Бк, период полураспада  $T_2=30$  лет).

**Задача 2.** В настоящее время в природном уране содержится 99,28 %  $^{238}\text{U}$  и 0,72 %  $^{235}\text{U}$ . Вычислить возраст Земли в предположении, что в момент образования Земли количества  $^{238}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  были одинаковы. Период полураспада  $^{238}\text{U}$  составляет 4,56 млрд лет, а  $^{235}\text{U}$  – 770 млн лет.

**Задача 3.** Период полураспада  $^{234}\text{U}$  равен  $2,48 \cdot 10^5$  лет. Какое количество атомов  $^{234}\text{U}$  осталось бы на Земле в настоящее время, если бы происходил только процесс радиоактивного распада этого элемента? Как объяснить, что в природном уране содержится примесь  $^{234}\text{U}$  в количестве 0,055 %? Возраст Земли – 4,5 млрд лет.

### Список литературы

1 **Бессонов, Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник / Л. А. Бессонов. – 10-е изд., стер. – Москва: Академия, 2012. – 272 с.

2 **Шатров, М. Г.** Теплотехника: учебник / М. Г. Шатров, И. Е. Иванов, С. А. Пришвин; под ред. М. Г. Шатрова. – Москва: Академия, 2011. – 288 с.

3 Ультразвуковой контроль: учебное пособие для вузов / Н. П. Алешин [и др.]; под ред. В. В. Клюева. – Москва: Спектр, 2011. – 288 с.

4 **Анго, А.** Математика для радиоинженеров / А. Анго. – Москва: Наука, 1967. – 779 с.

5 **Красильников, В. А.** Введение в физическую акустику / В. А. Красильников, В. В. Крылов. – Москва: Наука, 1984. – 400 с.

