ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Экономическая информатика»

ТЕОРИЯ ОЦЕНИВАНИЯ И КВАЛИМЕТРИИ

Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов направления подготовки 27.03.05 «Инноватика» дневной формы обучения

Могилёв 2016

УДК 658.56
ББК 65.290-80
Т 33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Экономическая информатика» «23» сентября 2016 г., протокол № 2

Составитель канд. экон. наук, доц. Е. С. Жесткова

Рецензент канд. экон. наук, доц. Н. С. Желток

Приведены задания и рекомендации по их выполнению для освоения курса «Теория оценивания и квалиметрии» студентами направления подготовки 27.03.05 «Инноватика».

Учебно-методическое издание

ТЕОРИЯ ОЦЕНИВАНИЯ И КВАЛИМЕТРИИ

Ответственный за выпуск В. А. Широченко

Технический редактор А. А. Подошевко

Компьютерная вёрстка Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84 /16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилёв.

Содержание

Введение

Целью дисциплины «Теория оценивания и квалиметрии» является формирование у студентов знаний, умений и навыков в сфере оценивания и анализа качества продукции. Большое внимание уделено методам получения данных от экспертов и методам получения оценок качества.

В процессе освоения курса студенты изучат:

– методы оценки уровня качества;
– методы вычисления комплексных показателей качества;
– методы определения коэффициентов важности;
– методы получения и представления экспертной информации;
– методы группового выбора;
– методы оценивания согласованности экспертов.

Также студенты научатся:

– производить оценку уровня качества объектов;
– вычислять комплексные показатели качества;
– обрабатывать информацию, полученную от экспертов.

1 Метод анализа иерархий

Задача. В соответствии с выбранным вариантом задачи требуется составить перечень частных критериев качества объекта (от пяти до восьми), которые используются при оценке качества объекта, а также перечень объектов (не менее трёх), из которых будет производиться выбор наилучшего варианта решения. Построить иерархию критериев и альтернатив (объектов). Указать значения частных критериев для каждой альтернативы. Произвести выбор варианта решения из нескольких альтернатив с помощью метода анализа иерархий. Перечень вариантов задач приведен в таблице 1. Вариант задачи выбирается по последней цифре номера зачётной книжки.

Таблица 1 – Варианты задач для метода анализа иерархий

Номер варианта	Условие задачи
1	Выбор места предполагаемого трудоустройства
2	Выбор инвестиционного проекта
3	Выбор местожительства в черте города (района и квартиры)
4	Отбор персонала в отдел сбыта предприятия
5	Выбор модели сотового телефона
6	Выбор специальности при поступлении в вуз
7	Выбор поставщика сырья для производства
8	Выбор места медицинского обслуживания
9	Выбор марки автомобиля
10	Выбор места летнего отдыха

Методические рекомендации к выполнению задачи. Как правило, эксперты принимают решения в сложных условиях, когда ситуация включает большое количество критериев, причём эти критерии нельзя формализовать с помощью чисел, затруднено определение степени их влияния на ситуацию и т. д. В этом случае можно использовать разработанный Т. Саати метод анализа иерархий, который позволяет изучать задачу, разлагать её на более простые составные части, облегчает обработку информации для лиц, принимающих решение, и помогает вырабатывать адекватные решения.

Укрупнённый алгоритм выполнения метода анализа иерархий состоит из следующих этапов:

– декомпозиция проблемы и представление её в виде иерархии;
– установление приоритетов частных критериев;
– формирование количественной оценки для каждой из альтернатив;

– выбор наилучшей альтернативы.

Рассмотрим следующий пример: семья среднего достатка желает купить дом. Задача состоит в выборе одного из трёх домов-кандидатов. На этапе декомпозиции задача представляется в виде иерархии, приведенной на рисунке 1. На верхнем уровне находится цель – «Дом». На втором – факторы или критерии, которые уточняют цель (например, размер дома, расположение, финансовые условия и т. д.). На третьем, как видно из рисунка 1, располагаются три дома-кандидата: дом А, дом Б и дом В.

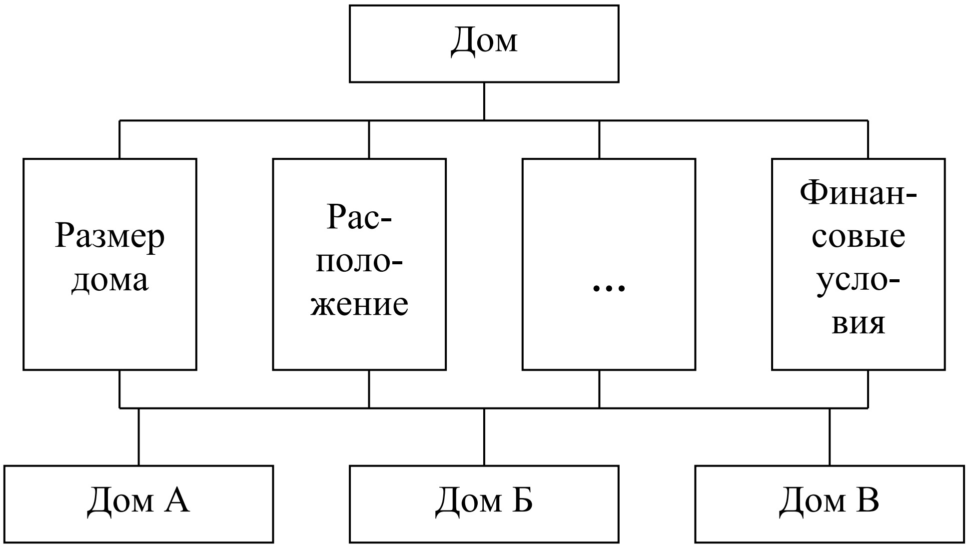


Рисунок 1 – Декомпозиция задачи в иерархию

На втором этапе критерии сравниваются попарно по отношению к их воздействию на общую характеристику. Парные сравнения представим в виде матрицы, приведенной в таблице 2. Эта матрица имеет свойство обратной симметричности, т. е. элемент $a_{ji} = 1 / a_{ij}$.

Таблица 2 – Матрица парных сравнений

	A_1	A_2	A_3	…	A_n
A_1	w_1 / w_1	w_1 / w_2	w_1 / w_3	…	w_1 / w_n
A_2	w_2 / w_1	w_2 / w_2	w_2 / w_3	…	w_1 / w_n
A_3	w_3 / w_1	w_3 / w_2	w_3 / w_3	…	w_1 / w_n
…	…	…	…	…	…
A_n	w_n / w_1	w_n / w_2	w_n / w_3	…	w_n / w_n

Пусть A_1, A_2, …, A_n – критерии или факторы, w_1, w_2, …, w_n – значимость или вес этих критериев. В матрице указывается относительная значимость одного критерия по сравнению с другими: например, элемент w_2 / w_3 показывает важность критерия w_2 по отношению к w_3. Значимость w_1, w_2, …, w_n заранее неизвестна, а известны только отношения между ними. Задача состоит в нахождении значений w_1, w_2, …, w_n.

Элементы матрицы задаются людьми-экспертами с помощью шкалы, представленной в таблице 3. Такой шкалой удобно пользоваться при сравнении факторов, которые сложно определить количественно.

Таблица 3 – Шкала относительной важности

Интенсивность относительной важности	Определение
1	Равная важность
3	Умеренное превосходство первого критерия над вторым
5	Существенное превосходство первого критерия над вторым
7	Значительное превосходство первого критерия над вторым
9	Очень сильное превосходство первого критерия над вторым
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями
Обратные величины	Если при сравнении первого критерия со вторым получено целое число, то при сравнении второго с первым получается обратная величина

По соглашению сравнивается относительная важность левых элементов матрицы с элементами вверху. Поэтому если элемент слева важнее, чем элемент вверху, то в клетку на пересечении заносится целое число; в противном случае – дробь (обратное значение). По главной диагонали проставляются единицы, так как элемент эквивалентен сам себе. При решении задачи с помощью электронных таблиц можно осуществить автоматическое заполнение клеток под главной диагональю (a_{ji}) числами, обратными тем, что находятся над диагональю (1 / a_{ij}).

Для проведения оценок вариантов покупки дома нужно заполнить матрицу парных сравнений для второго уровня иерархии (определить важность критериев как таковых).

На третьем уровне иерархии по каждому фактору строится матрица парных сравнений, в которой определяется, насколько хороша та или иная альтернатива для удовлетворения этого фактора (определяется, какой дом из трёх лучше).

Далее необходимо обработать матрицы и получить оценки вариантов объекта. Для этого нужно сформировать вектор приоритетов. Данный вектор можно найти через собственные векторы матрицы, но есть более простые способы, дающие приближенные значения. Например, это формула среднего геометрического.

Для получения компоненты собственного вектора i-й строки нужно перемножить элементы в этой строке и извлечь корень n-й степени из произведения:

$$\alpha_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{w_i}{w_j}\right)}.$$

После получения всех компонент собственных векторов для n строк их используют при дальнейших вычислениях. Нужно найти сумму всех компонент и нормализовать эти компоненты по формуле

$$w_i = \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i}.$$

Матрицу следует проверять на согласованность, поскольку при задании парных оценок эксперты могут ошибаться. Например, взвешивание предметов может показать, что предмет А тяжелее, чем Б, Б тяжелее, чем В, а В тяжелее, чем А. Такое случается, если веса предметов близки, а прибор недостаточно точен, чтобы это определить. Если согласованность в матрице серьёзно нарушена, нужно пересмотреть суждения экспертов.

Индекс согласованности можно приближенно найти вручную. Сначала суммируется каждый столбец суждений:

$$b_j = \sum_{i=1}^{n}\frac{w_i}{w_j}.$$

Затем сумма умножается на соответствующую нормализованную компоненту вектора приоритетов и полученные значения складываются:

$$\lambda_{max} = \sum_{i=1}^{n} b_i w_i.$$

Для индекса согласованности имеем

$$ИС = (\lambda_{max} - n) / (n - 1).$$

Для обратно симметричной матрицы всегда $\lambda_{max} \geq n$.

Далее индекс согласованности сравнивается с индексом согласованности обратно симметричной матрицы, заполненной при случайном выборе суждений из шкалы 1/9, 1/8, 1/7, …, 1/2, 1, 2, …, 7, 8, 9. Значения случайной согласованности приведены в таблице 4.

Если разделить индекс согласованности на число, соответствующее случайной согласованности матрицы того же порядка, получим отношение согласованности. Величина отношения согласованности должна быть не более 10 %. В некоторых случаях допустимо значение до 20 %, но не выше. Если отношение согласованности выходит из этих пределов, нужно проверить суждения экспертов.

Таблица 4 – Случайная согласованность

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Согласованность	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

После проверки согласованности матриц можно перейти к формированию оценок вариантов. Локальные приоритеты (полученные для каждого из домов-кандидатов по тому или иному фактору) перемножаются на приоритет соответствующего фактора на вышестоящем уровне и суммируются по каждому элементу. После получения глобальных приоритетов вариантов тот вариант, который имеет максимальный приоритет, выбирается в качестве наилучшего.

$$P = (x_{f1}x_{A\ f1}) + (x_{f2}x_{A\ f2}) + \ldots + (x_{fn}x_{A\ fn}),$$

где P – приоритеты вариантов;

$x_{f1}, \ldots, x_{fn}$ – векторы приоритетов для факторов;

$x_{A\ f1}, \ldots, x_{A\ fn}$ – векторы приоритетов для вариантов.

Таким образом, детальный алгоритм выполнения метода анализа иерархий включает следующие этапы:

1) построение иерархии объекта;

2) построение множества матриц парных сравнений для нижних уровней – по одной матрице для каждого элемента примыкающего сверху уровня. Этот элемент называют направляемым по отношению к элементу, находящемуся на нижнем уровне, потому что он влияет на расположенный выше элемент. Элементы любого уровня сравниваются друг с другом относительно их воздействия на направляемый элемент. В результате получаем матрицу суждений. Сравнения проводятся в терминах доминирования одного элемента над другим, суждения выражаются с помощью шкалы, представленной в таблице 3;

3) на предыдущем этапе для получения каждой матрицы требуется n (n – 1) / 2 суждений (при каждом парном сравнении автоматически приписываются обратные величины);

4) после проведения всех парных сравнений и ввода данных по собственному значению можно определить согласованность. Затем, используя отклонение, проверить индекс согласованности и, сравнивая с соответствующими средними значениями для случайных элементов, получить значение согласованности;

5) этапы 2, 3, 4 проводятся для всех уровней иерархии;

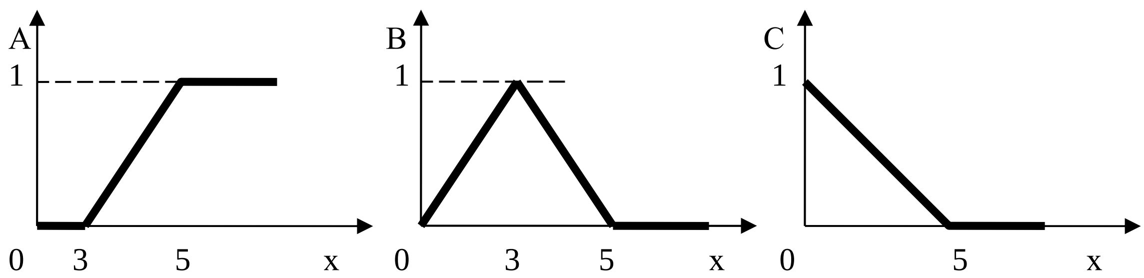
6) далее используется иерархический синтез для взвешивания собственных векторов весами критериев и вычисляется сумма по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов уровня иерархии, лежащего ниже;

7) согласованность всей иерархии можно найти, перемножая каждый индекс согласованности на приоритет соответствующего критерия и суммируя полученные числа. Результат затем делится на выражение такого же типа, но со случайным индексом согласованности, соответствующим размерам каждой взвешенной приоритетами матрицы. Приемлемым является отношение согласованности около 10 % или менее. В противном случае нужно пересмотреть суждения. Если это не поможет, следует более точно структурировать задачу, т. е. сгруппировать аналогичные элементы под более значащими критериями (этап 1).

При проведении оценок нужно принимать во внимание все сравниваемые элементы, чтобы сравнения были релевантными. Для проведения обоснованных численных сравнений не следует сравнивать более чем (7 ± 2) элементов. В таком случае маленькая погрешность в каждой относительной величине меняет её не очень значительно. Для широких классов объектов нужно строить более сложные иерархии. Элементы группируются в сравниваемые классы приблизительно по семь элементов в каждом. Элемент с наивысшим весом в классе также включается в следующий класс элементов с большими весами и таким образом придает однородность шкале.

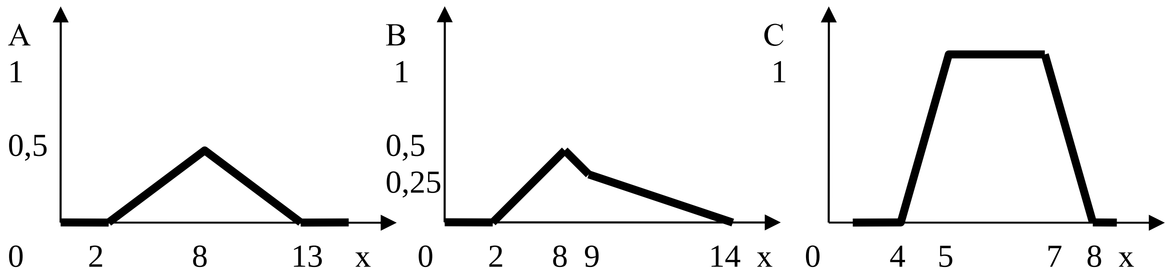
2 Операции над нечёткими множествами

Задача 1. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪B∩C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя максиминный способ.

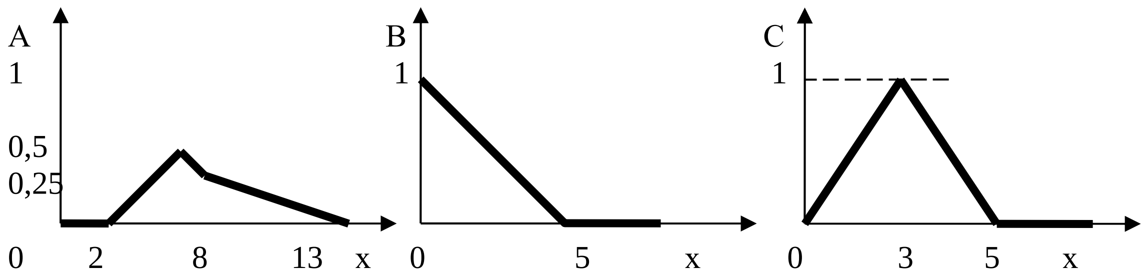


Задача 2. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪B∩C и определить

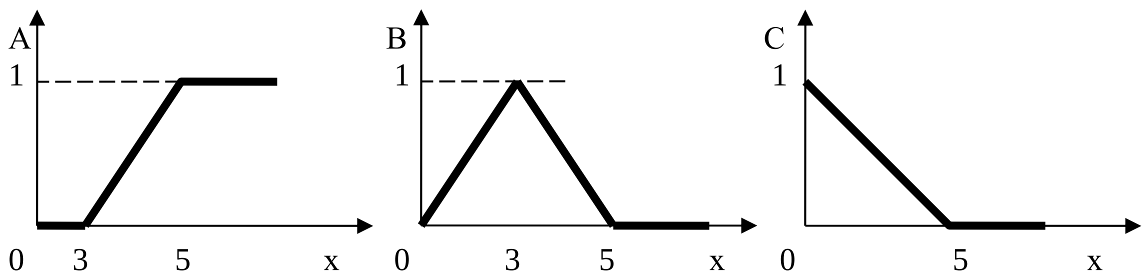
степень принадлежности одного элемента множеству D, используя алгебраический способ.



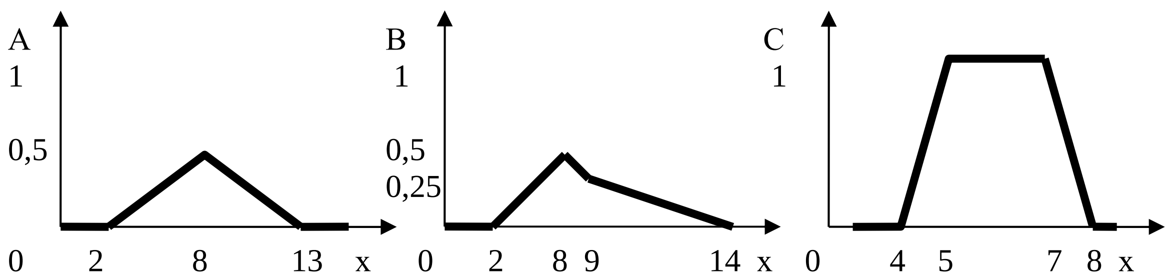
Задача 3. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪B∩C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя метод ограничений.



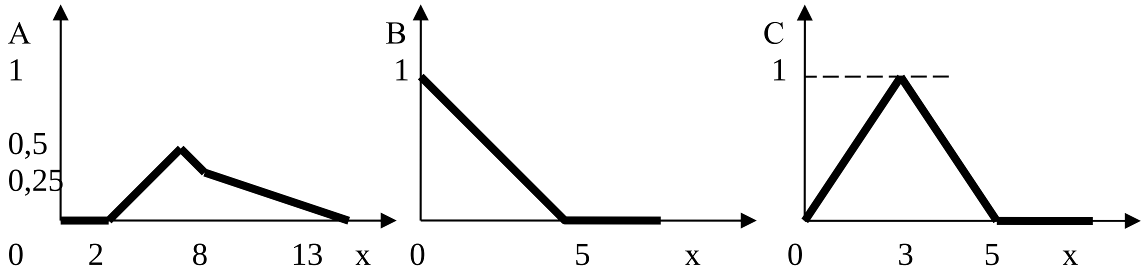
Задача 4. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪!B∩C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя максиминный способ.



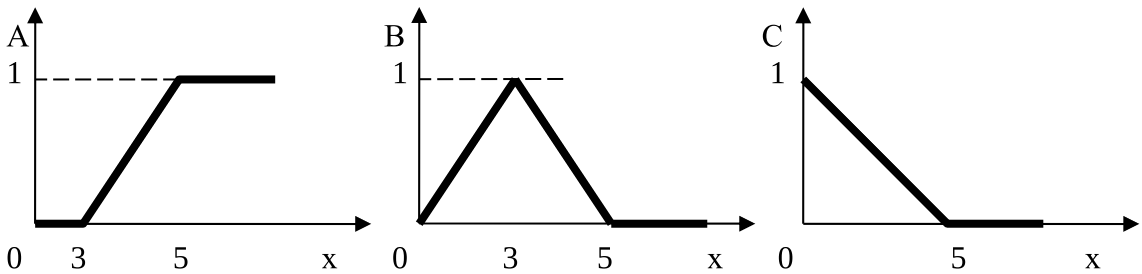
Задача 5. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪!B∩C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя алгебраический способ.



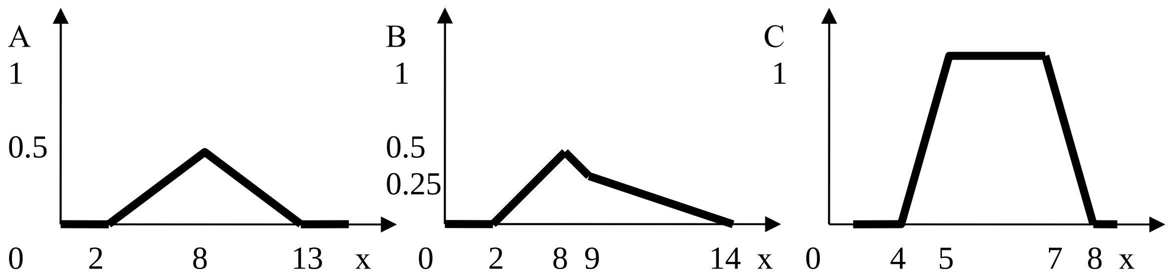
Задача 6. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪!B∩C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя метод ограничений.



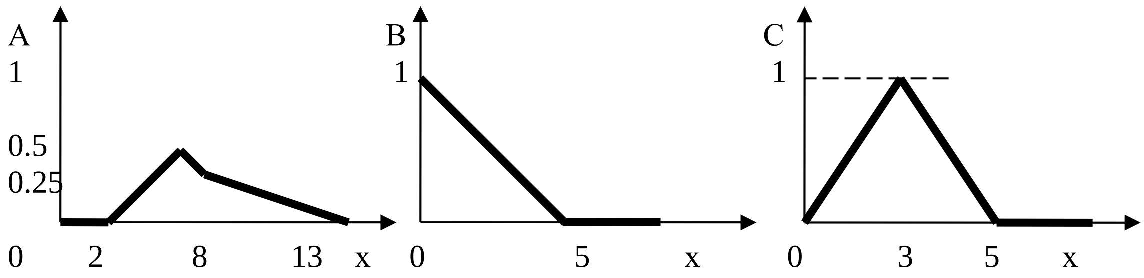
Задача 7. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪B∩!C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя максиминный способ.



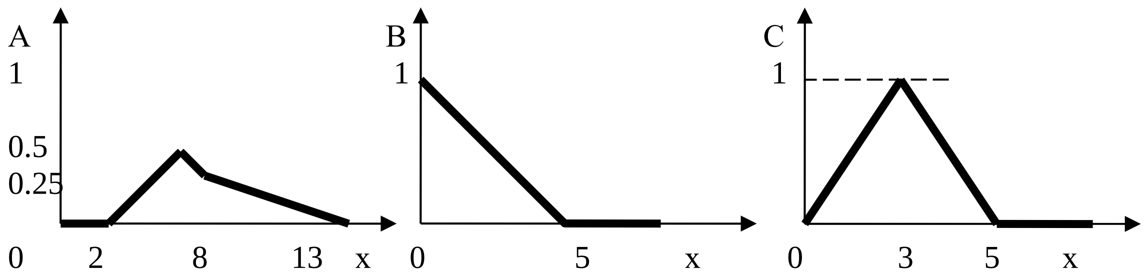
Задача 8. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪B∩!C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя алгебраический способ.



Задача 9. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = A∪!B∩!C и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя метод ограничений.



Задача 10. Даны три нечётких множества A, B, C. Построить функцию принадлежности нечёткого множества D = $!A \cup B \cap C$ и определить степень принадлежности одного элемента множеству D, используя максиминный способ.



Методические рекомендации к выполнению задач. Нечётким множеством A называется совокупность пар $A = \{\langle x, \mu_A(x)\rangle \mid x \in U\}$, где μ_A – функция принадлежности, значения которой указывают, является ли $x \in U$ элементом множества A; U – так называемое универсальное множество, из элементов которого образованы все остальные множества, рассматриваемые в данном классе задач.

Значение $\mu_A(x)$ называется степенью принадлежности элемента x нечёткому множеству A.

Над нечёткими множествами можно производить ряд операций, которые могут определяться тремя способами, указанными в таблице 5.

Таблица 5 – Виды операций над нечёткими множествами

Виды операций	Формула
Максиминные	$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
Алгебраические	$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\,\mu_B(x)$ $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x)\,\mu_B(x)$
Ограниченные	$\mu_{A \cup B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$ $\mu_{A \cap B}(x) = \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$

Дополнение нечёткого множества во всех трёх случаях определяется одинаково:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

При графическом определении функций принадлежности объединённого множества необходимо в каждой точке множества выбрать максимальное значение из двух (точку того графика, который выше) и объединить все полученные точки в график, который и будет отображением новой функции принадлежности. Пересечение аналогично объединению, только выбирается минимальное значение в каждой точке. При построении дополнения необходимо зеркально отобразить график от оси, параллельной оси абсцисс и проходящей через точку 0,5 оси ординат.

Таким образом, для построения функции принадлежности нового множества необходимо:

– определить последовательность выполнения операций в формуле;

– построить на отдельных графиках промежуточные множества согласно определённой последовательности действий. Свести промежуточные множества на одном графике и сформировать итоговую функцию принадлежности;

– используя указанный в задаче метод, определить аналитически степень принадлежности элемента, входящего в ядро итогового множества;

– проверить аналитические вычисления по построенному графику функции принадлежности.

3 Комбинирование свидетельств

Задача. Организация формирует портфель ценных бумаг путём покупки акций пяти различных предприятий. При этом производится опрос экспертов организации (первая экспертная группа), сотрудников биржи (вторая экспертная группа) и независимых консультантов (третья экспертная группа). Эксперты каждой группы голосуют за одно или несколько предприятий. Результаты голосования приведены в таблицах 6–8. В них указаны подмножества предприятий (в фигурных скобках) и число голосов. Необходимо скомбинировать свидетельства с учётом надёжности экспертных групп, оценить интервал свидетельства для каждого из пяти предприятий с использованием теории Демпстера-Шефера и обосновать выбор акций для покупки.

Таблица 6 – Голосование первой экспертной группы

Последняя цифра шифра	Предприятие и количество голосов
0	{1} – 5 чел., {3} – 12 чел., {4, 5} – 18 чел.
1	{1, 2} – 16 чел., {3} – 8 чел., {4} – 10 чел.
2	{1, 4} – 11 чел., {2, 3} – 16 чел.
3	{1, 3} – 8 чел., {4, 5} – 9 чел.
4	{3, 4} – 16 чел., {2, 5} – 15 чел.
5	{2, 3} – 10 чел., {3, 4} – 17 чел.
6	{1} – 2 чел., {3, 4} – 8 чел., {3, 5} – 21 чел.
7	{1, 2, 4} – 14 чел., {2, 5} – 19 чел.
8	{2, 4} – 23 чел., {3} – 14 чел.
9	{3, 5} – 25 чел., {4} – 7 чел., {5} – 1 чел.

Таблица 7 – Голосование второй экспертной группы

Предпоследняя цифра шифра	Предприятие и количество голосов
0	{1} – 15 чел., {4} – 3 чел.
1	{2, 3} – 7 чел., {5} – 1 чел.
2	{1, 2} – 8 чел., {3, 4} – 21 чел.
3	{3} – 25 чел., {2} – 2 чел.
4	{1, 3} – 6 чел., {2, 5} – 25 чел.
5	{2} – 14 чел., {3, 5} – 22 чел.
6	{1} – 21 чел.
7	{2, 4} – 6 чел., {5} – 17 чел.
8	{2, 3, 4} – 14 чел.
9	{1, 5} – 2 чел., {3} – 19 чел.

Таблица 8 – Голосование третьей экспертной группы

Первая буква фамилии	Предприятие и количество голосов
А, Б, В	{4} – 7 чел., {5} – 10 чел.
Г, Д, Е, Ё	{2, 4} – 28 чел.
Ж, З, И, Й	{1, 2} – 5 чел., {3} – 15 чел.
К, Л	{1} – 15 чел., {2, 4, 5} – 5 чел.
М, Н	{3, 5} – 10 чел., {2} – 10 чел.
О, П, Р	{2} – 11 чел., {3, 4} – 20 чел.
С, Т, У	{1} – 3 чел., {4} – 12 чел., {5} – 1 чел.
Ф, Х, Ц	{1, 3} – 9 чел., {1, 5} – 8 чел.
Ч, Ш, Щ	{2, 4, 5} – 27 чел.
Э, Ю, Я	{2} – 2 чел., {3} – 5 чел., {5} – 10 чел.

Методические указания к выполнению задачи. В теории Демпстера-Шефера свидетельства оцениваются с помощью доверия или массы *m*. Если свидетельства об одном и том же объекте или явлении поступают из разных источников (разные экспертные группы), то для принятия решения массы свидетельств следует комбинировать по правилу Демпстера:

$$m_i \oplus m_2(Z) = \sum_{X \cap Y = Z} m_1(X) \cdot m_2(Y).$$

Предполагается, что источники данных независимы и абсолютно надёжны.

Если комбинируются массы неконфликтных свидетельств, то сумма масс всех подмножеств (свидетельств) должна равняться единице. Однако при комбинировании конфликтных свидетельств это правило нарушается, т. к. подобные свидетельства не имеют общих элементов и часть доверия (массы) распределяется на пустое множество. Но, согласно правилам теории Демпстера-Шефера, масса пустого множества всегда равна нулю, так как по смыслу пустое множество – это отсутствие ответа на заданный вопрос. В этом случае следует применять нормализацию доверия. Она выполняется путём деления полученных после комбинирования масс свидетельств на величину 1 – k, где k – коэффициент конфликтности свидетельств, который находится по формуле

$$m_i \oplus m_2(Z) = \sum_{X \cap Y = \varnothing} m_1(X) \cdot m_2(Y).$$

Нужно отметить, что абсолютно конфликтные свидетельства нельзя комбинировать, так как коэффициент конфликтности при этом всегда равен 1. Однако, если необходимо скомбинировать такие свидетельства или есть сомнения в надёжности источников данных, то следует применять дисконтирование масс свидетельств. Для этого исходные массы нужно умножать на величину 1 – $\alpha_д$, где α_∂ – коэффициент дисконтирования, меняющийся от нуля до единицы и указывающий надёжность источника. Чем меньше значение α_∂, тем надёжнее источник.

Чтобы не нарушать правила о сумме масс всех подмножеств, масса окружения Θ (полного множества свидетельств) дисконтируется по формуле

$$m^{\alpha}(\Theta) = \alpha_д + (1 - \alpha_д) m(\Theta).$$

Для того чтобы выбрать из окружения Θ какое-либо подмножество в качестве ответа на вопрос, следует определить интервал свидетельства. Нижняя граница интервала свидетельства называется базой, а верхняя – правдоподобием.

База Bel является минимальным уровнем доверия к свидетельству и находится как сумма массы подмножества и всех входящих в него элементов:

$$\mathrm{Bel}(X) = \sum_{Y \subseteq X} m(X).$$

Правдоподобие Pls – это максимальный уровень доверия к свидетельству. Определяется по формуле

$$\mathrm{Pls}(X) = \mathrm{Bel}(\overline{X}).$$

По значениям интервала свидетельства можно принять решение о справедливости этого свидетельства. В таблице 9 приводятся общие интервалы свидетельств.

Таблица 9 – Общие интервалы свидетельств

Интервал	Значение
[1, 1]	Абсолютная истина
[0, 0]	Абсолютная ложь
[0, 1]	Полное незнание
[Bel, 1], 0 < Bel < 1	Подтверждение гипотезы
[0, Pls], 0 < Pls < 1	Опровержение гипотезы
[Bel, Pls], 0 < Bel ≤ Pls < 1	И подтверждение, и опровержение гипотезы

Например, предприятие формирует портфель ценных бумаг путём покупки акций четырёх различных предприятий ($\Theta = \{1, 2, 3, 4\}$). 100 экспертов одной группы предлагают купить акции предприятия 2, 60 экспертов этой же группы считают, что нужно купить акции предприятия 2 или предприятия 3. Восемь экспертов другой группы предлагают купить акции предприятия 1 или предприятия 3, а один эксперт не смог выразить своих предпочтений.

По первой группе получаем $m_1\{2\} = 100/160 = 0{,}625$, $m_1\{2, 3\} = 60/160 = 0{,}375$; по второй – $m_2\{1, 3\} = 8/9 = 0{,}889$, $m_2\{\Theta\} = 1/9 = 0{,}111$.

Укажем надёжность источников с помощью коэффициента дисконтирования. Это можно сделать произвольно или определить через долю каждой группы экспертов в общей их численности. Например, $\alpha_{\partial 1} = 1 - 160/169 = 0{,}053$, $\alpha_{\partial 2} = 1 - 9/169 = 0{,}947$.

Тогда массы свидетельств с учётом дисконтирования

$m_1\{2\} = 0{,}625 \cdot (1 - 0{,}053) = 0{,}592;$

$m_1\{2, 3\} = 0{,}375 \cdot (1 - 0{,}053) = 0{,}355;$

$m_1\{\Theta\} = 0{,}053 + 0 \cdot (1 - 0{,}053) = 0{,}053;$

$m_2\{1, 3\} = 0{,}889 \cdot (1 - 0{,}947) = 0{,}047;$

$m_2\{\Theta\} = 0{,}947 + 0{,}111 \cdot (1 - 0{,}947) = 0{,}953.$

Составим таблицу 10 для комбинирования масс свидетельств.

Таблица 10 – Комбинирование свидетельств

	$m_2\{1, 3\} = 0{,}047$	$m_2\{\Theta\} = 0{,}953$
$m_1\{2\} = 0{,}592$	$\varnothing$	$\{2\}$ 0,564
$m_1\{2, 3\} = 0{,}355$	$\{3\}$ 0,017	$\{2, 3\}$ 0,338
$m_1\{\Theta\} = 0{,}053$	$\{1, 3\}$ 0,0025	$\{\Theta\}$ 0,0505

Коэффициент конфликтности $k = m_1\{2\}m_2\{1, 3\} = 0{,}028$.

Тогда комбинированные массы свидетельств

$m_1 \oplus m_2\{2\} = 0{,}564/(1 - 0{,}028) = 0{,}58;$

$m_1 \oplus m_2\{3\} = 0{,}017/(1 - 0{,}028) = 0{,}017;$

$m_1 \oplus m_2\{2, 3\} = 0{,}338/(1 - 0{,}028) = 0{,}348;$

$m_1 \oplus m_2\{1, 3\} = 0{,}0025/(1 - 0{,}028) = 0{,}0026;$

$m_1 \oplus m_2\{\Theta\} = 0{,}0505/(1 - 0{,}028) = 0{,}052.$

Определим интервал свидетельств для каждого предприятия:

$Bel\{1\} = m_1 \oplus m_2\{1\} = 0;$

$Pls\{1\} = m_1 \oplus m_2\{1, 3\} + m_1 \oplus m_2\{\Theta\} = 0{,}0546;$

$Bel\{2\} = m_1 \oplus m_2\{2\} = 0{,}58;$

$Pls\{2\} = m_1 \oplus m_2\{2\} + m_1 \oplus m_2\{2, 3\} + m_1 \oplus m_2\{\Theta\} = 0{,}98;$

$Bel\{3\} = m_1 \oplus m_2\{3\} = 0{,}017;$

$Pls\{3\} = m_1 \oplus m_2\{3\} + m_1 \oplus m_2\{1, 3\} + m_1 \oplus m_2\{2, 3\} + m_1 \oplus m_2\{\Theta\} = 0{,}42;$

$Bel\{4\} = m_1 \oplus m_2\{4\} = 0;$

$Pls\{4\} = m_1 \oplus m_2\{\Theta\} = 0{,}052.$

Таким образом, следует покупать акции предприятия 2.

4 Формирование обобщённых критериев

Задача. В соответствии с выбранным вариантом задачи требуется составить перечень частных критериев (от пяти до восьми критериев), которые используются для решения задачи, построить иерархию критериев и альтернатив. Произвести выбор варианта решения из нескольких альтернатив (не менее трёх) с помощью аддитивного, мультипликативного методов свёртки и метода максимального пессимизма. Перечень вариантов задач приведен в таблице 11. Вариант задачи выбирается по последней цифре номера зачётной книжки.

Таблица 11 – Варианты задач

Номер варианта	Условие задачи
1	Выбор места предполагаемого трудоустройства
2	Выбор инвестиционного проекта
3	Выбор местожительства в черте города (района и квартиры)
4	Отбор персонала в отдел сбыта предприятия
5	Выбор модели сотового телефона
6	Выбор специальности при поступлении в вуз
7	Выбор поставщика сырья для производства
8	Выбор места медицинского обслуживания
9	Выбор марки автомобиля
10	Выбор места летнего отдыха

Методические рекомендации к выполнению задачи. Формирование обобщённого показателя следует начинать с определения перечня частных показателей качества. Перечень показателей можно представить в виде иерархии, как в методе анализа иерархий. Пользуясь этим же методом, необходимо определить веса всех частных критериев – набор значений $\alpha_1, ..., \alpha_N$.

На следующем шаге требуется произвести формализацию всех частных показателей качества с помощью функций принадлежности. Это позволит сравнивать между собой ранее несопоставимые показатели, т. к. они окажутся приведенными к общей базе сравнения. В результате будет сформирован набор значений функций принадлежности $\mu_1(x_1)$, $\mu_2(x_2)$, ..., $\mu_N(x_N)$.

Далее необходимо рассчитать значения обобщённых показателей по следующим формулам:

$$D_1 = \min(\mu_i(x_i)^{\alpha_i});$$

$$D_2 = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \mu_i(x_i);$$

$$D_3 = \prod_{i=1}^{N} \mu_i(x_i)^{\alpha_i};$$

$$D_4 = \min(\alpha_i \mu_i(x_i)).$$

На заключительном этапе нужно сравнить полученные результаты и выбрать наилучшую альтернативу.

Список литературы

1 **Лукичева, Л. И.** Управленческие решения : учебник для вузов / Л. И. Лукичева, Д. Н. Егорычев ; под ред. Ю. П. Анискина. – 4-е изд., стер. – М. : Омега-Л, 2009. – 383 с.

2 **Юкаева, В. С.** Управленческие решения : учеб. пособие / В. С. Юкаева. – 4-е изд. – М.: Дашков и К, 2008. – 324 с.

3 **Фатхутдинов, Р. А.** Управленческие решения: учебник / Р. А. Фатхутдинов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2002. – 314 с.

4 **Лафта, Дж. К.** Управленческие решения : учеб. пособие / Дж. К. Лафта. – М. : Центр экономики и маркетинга, 2002. – 304 с.

5 **Балдин, К. В.** Управленческие решения : учебник для вузов / К. В. Балдин, С. Н. Воробьев, В. Б. Уткин. – 5-е изд. – М. : Дашков и К, 2008. – 496 с.

6 **Левина, С. Ш.** Управленческие решения: практикум / С. Ш. Левина, Р. Ю. Турчаева. – Ростов н/Д : Феникс, 2007. – 223 с.

7 **Смирнов, Э. А.** Управленческие решения / Э. А. Смирнов. – М. : ИНФРА-М, 2001. – 264 с.

8 **Литвак, Б. Г.** Управленческие решения : учебник / Б. Г. Литвак. – М. : ЭКМОС, 1998. – 248 с.

9 **Змитрович, А. И.** Интеллектуальные информационные системы / А. И. Змитрович. – Минск : ТетраСистемс, 1997. – 386 с.

10 **Кириллов, В. И.** Квалиметрия и системный анализ : учеб. пособие для вузов / В. И. Кириллов. – Минск : Новое знание ; ИНФРА-М, 2011. – 440 с.