

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Автоматизированные системы управления»

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

*Методические рекомендации к курсовому проектированию
студентов специальности
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
и 09.03.04 «Программная инженерия»
дневной формы обучения*



Могилев 2017

УДК 004.65
ББК 32.81
М 48

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Автоматизированные системы управления»
«01» сентября 2017 г., протокол № 2

Составитель канд. техн. наук, доц. А. В. Кушнер

Рецензент ст. преподаватель Ю. С. Романович

В методических рекомендациях кратко изложены теоретические сведения, необходимые для курсового проектирования. Рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Имитационное моделирование систем» для направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и 09.03.04 «Программная инженерия».

Учебно-методическое издание

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Ответственный за выпуск	С. К. Крутолевич
Технический редактор	А. В. Кушнер
Компьютерная верстка	А. В. Кушнер

Подписано в печать 13.11.2017. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,54. Тираж 30 экз. Заказ № 2304.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2017



Содержание

Введение	4
1 Цель и задачи курсового проекта	5
2 Организация курсового проектирования	5
3 Содержание курсового проекта	5
4 Оформление курсового проекта	6
5 Методические рекомендации	8
5.1 Введение	8
5.2 Постановка задачи проекта	8
5.3 Разработка математической модели	9
5.4 Разработка моделирующего алгоритма	10
5.5 Программная реализация алгоритма	10
5.6 Отладка и тестирование программного обеспечения	11
5.7 Расчетно-экспериментальные исследования	11
5.9 Выводы	19
5.10 Описание разработанного программного обеспечения в соответствии с требованиями ЕСПД	19
5.11 Заключение	20
5.12 Содержание графического материала	20
Список литературы	21
Приложение А	22
Приложение Б	23



Введение

В настоящее время трудно найти область человеческой деятельности, в которой в той или иной степени не использовались бы методы моделирования. Без использования моделирования практически невозможно провести исследование автоматизированных систем управления на всех этапах разработки, начиная с обследования объекта управления и составления технического задания на проектирование и заканчивая внедрением системы в эксплуатацию. Именно моделирование является средством, позволяющим без капитальных затрат решить проблему построения больших систем.

В задачи курсового проекта по дисциплине "Моделирование систем" входят: развитие у студентов навыков научно-исследовательской и проектно-конструкторской работы в области исследования и разработки сложных систем; постановка и проведение имитационных экспериментов с моделями на базе современных компьютеров для оценки вероятностно-временных характеристик процессов функционирования систем; принятие экономически и технически обоснованных инженерных решений; анализ научно-технической литературы в области системного моделирования, а также использование стандартов, справочных материалов и технической документации по математическому и программному обеспечению.

Данный курсовой проект посвящен изучению принципов построения моделей систем на примере системы массового обслуживания (СМО). СМО представляют собой класс математических схем, разработанных в теории массового обслуживания для формализации процессов функционирования систем, которые по своей сути являются процессами обслуживания.

Примерами процессов обслуживания могут служить процессы функционирования экономических, производственных, технических, технологических и других систем. Например, потоки поставок сырья или материалов некоторому предприятию, заявки на обработку информации сервером от рабочих станций в локальных вычислительных сетях, спрос покупателей на некоторую продукцию в определенный период времени и др.

В методических указаниях с единых методических позиций системного машинного моделирования рассматриваются вопросы организации выполнения курсового проекта, приводятся конкретные указания по выполнению каждого этапа моделирования: построение математической модели системы, разработка алгоритма и его реализация в виде программного обеспечения, проведение машинных экспериментов с моделями и интерпретация результатов моделирования.

В результате выполнения курсового проекта по "Моделированию систем" студент приобретает навыки: работы с литературой по машинному моделированию; решения прикладных задач моделирования; подготовки и проведения расчетных экспериментов с моделями систем; работы в среде современных технологий машинной имитации; оформления программной документации в соответствии с требованиями ЕСПД; выступления перед аудиторией с целью защиты результатов своей работы.

1 Цель и задачи курсового проекта

Цель курсового проекта заключается в приобретении студентами навыков и опыта моделирования систем на примере СМО. Курсовой проект по дисциплине "Имитационное моделирование систем" охватывает вопросы построения математических моделей СМО и алгоритмов их реализации; разработки, отладки и тестирования программного обеспечения, а также их расчетных исследований на персональных компьютерах.

Задачи курсового проекта;

- а) освоение методов теоретического описания процессов функционирования систем на примере СМО;
- б) освоение методологии постановки и решения задач функционального проектирования систем;
- в) освоение методики планирования эксперимента при проведении расчетных исследований систем;
- г) освоение методов регрессионного анализа при исследовании систем.

2 Организация курсового проектирования

В соответствии с учебным планом курсовой проект по дисциплине "Имитационное моделирование систем" выполняется в восьмом (на заочном отделении в десятом) семестре. Его выполнение базируется на математическом моделировании процессов функционирования систем и использовании средств компьютерной техники для решения задач анализа систем и интерпретации результатов моделирования.

Темы курсовых проектов охватывают функциональное проектирование СМО различного назначения.

3 Содержание курсового проекта

Курсовой проект содержит пояснительную записку и графическую часть, структура которых приведена в таблице 3.1.

Пояснительная записка должна содержать последовательное изложение всех этапов выполнения проекта с использованием существующей научно-технической терминологии и стандартов. Исходные положения и принимаемые технические решения должны быть обоснованы и логически взаимосвязаны. Результаты алгоритмизации, моделирования и анализа должны быть иллюстрированы и сопровождаться схемами, таблицами и графиками.



Таблица 3.1 – Структура пояснительной записки и графический материал

Наименование раздела	Рекомендуемый объем, с
<i>Пояснительная записка</i>	
Титульный лист	1
Задание на курсовой проект	1
Содержание	1
Введение	1-2
1 Постановка задачи проекта	2-3
2 Разработка математической модели	1-2
3 Разработка моделирующего алгоритма	4-6
4 Программная реализация алгоритма	2-4
5 Отладка и тестирование программного обеспечения	2-3
6 Расчетно-экспериментальные исследования	2-4
7 Анализ и интерпретация результатов моделирования	3-5
8 Выводы	1
9 Описание разработанного программного обеспечения в соответствии с требованиями ЕСПД	3
Заключение	1
Список литературы	1
Приложение А – Листинги ПО	4-8
Приложение Б – Результаты расчетного эксперимента	2-4
<i>Итого</i>	<i>32-50</i>
<i>Графический материал</i>	
1 Постановка задачи и математическая модель	1 лист формата А1
2 Схема моделирующего алгоритма	1 лист формата А1
3 Результаты расчетного эксперимента	1 лист формата А1

4 Оформление курсового проекта

Пояснительная записка оформляется в соответствии с ГОСТ 2.105-95. "Общие требования к текстовым документам".

Текст пояснительной записки должен быть набран в текстовом редакторе Word и напечатан на листах белой писчей бумаги формата А4. Допускается оформление пояснительной записки вручную, но при условии, что текст и формулы будут написаны четко и аккуратно разборчивым подчерком, либо чертежным шрифтом по ГОСТ 2.304-81.

Все листы пояснительной записки, включая графики, схемы, таблицы, должны содержать стандартную рамку и быть пронумерованными. Номер листа проставляется арабскими цифрами вверху страницы по ее центру. Титульный лист не нумеруется, но при нумерации страниц он считается первым.

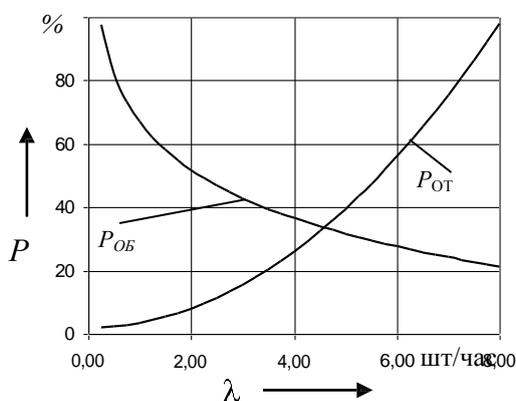
При использовании научно-технических положений, определений, формул, стандартов и др. данных необходимо делать ссылку на источник, указывая его номер в списке литературы. Номер источника заключается в квадратные скобки (например, ссылка на второй источник в списке литературы: [2]). Список литературы составляется либо по алфавиту, либо по мере появления ссылок в тексте пояснительной записки и оформляется в соответствии с ГОСТ 7.1-81.



Формулы, иллюстрации и таблицы нумеруются в пределах раздела. Например, седьмая формула второго раздела нумеруется так: (2.7).

Обозначения переменных и параметров, принятых в формулах, должны быть расшифрованы сразу после написания формулы. При этом указываются единицы измерения переменных и параметров.

Рисунки, графики и таблицы сопровождаются наименованиями, отображающими их содержание (например, Рисунок 1.4 – Структура СМО). Если на одном рисунке изображено несколько графиков различных процессов, то каждый график должен иметь отдельное обозначение, которое необходимо расшифровать в поясняющих данных к рисунку. Поясняющие данные помещаются под рисунком перед его наименованием. Пример оформления наименования рисунка и поясняющих данных к нему представлен на рисунке 4.1.



$P_{ОТ}$ – вероятность отказа, %;

$P_{ОБ}$ – вероятность обслуживания заявок каналами второй фазы, %;

Рисунок 4.1 – Выходные характеристики

Рисунки, графики и схемы можно помещать либо на листах, содержащих текст пояснительной записки, если они незначительны по размеру, либо на отдельных листах, которые располагаются сразу после первой ссылки на них в тексте.

Размещаемые в тексте перечисления требований, указаний, положений и т.п. следует обозначать строчными буквами со скобкой, например: а) первый элемент; б) второй элемент; и т.д., записывать с малой буквы и разделять между собой символом точки с запятой. Оформление графических материалов должно отвечать требованиям существующих стандартов.

5 Методические рекомендации

Методические рекомендации раскрывают содержание каждого раздела пояснительной записки (ПЗ) курсового проекта.

5.1 Введение

Во введении необходимо изложить общую характеристику СМО, процесс функционирования которой может быть описан с помощью разрабатываемых в курсовом проекте математической модели, алгоритма и программного обеспечения, а также определить место, роль и области применения моделируемой системы [1...5].

5.2 Постановка задачи проекта

Формулируя постановку задачи проекта необходимо определить его цель и задачи, обосновать необходимость и целесообразность использования исследуемой системы массового обслуживания. Здесь следует привести общую схему исследуемой СМО, конкретизировать ее структуру, указать используемые входные и выходные переменные, а также выходные характеристики.

В данном пункте необходимо отметить, что целью курсового проекта является построение СМО со следующими характеристиками, таблица 5.1 (в соответствии с заданием).

Таблица 5.1 – Основные характеристики исследуемой СМО

Количество источников	1	
Входной поток	Нормальный	
Интенсивность входного потока	λ	
Количество фаз	2	
Время пребывания заявки в системе	t_s	
Принцип построения моделирующего алгоритма	Δt	
Характеристики фаз:	Фаза 1	Фаза 2
Наличие накопителя	есть	нет
Емкость накопителя	19	-
Время пребывания заявки в накопителе	$tn1$	-
Количество каналов	4	4
Поток обслуживания	Показательный	Равномерный
Интенсивность потока обслуживания	μ_1	μ_2
Блокировка каналов по выходу первой фазы	есть	

Далее следует привести схему моделируемой СМО и описать принцип ее функционирования, а также отметить, что при исследовании СМО используются непрерывно-стохастические модели, называемые Q-схемами, для формализации которых необходимо построить структуру системы.



В качестве входных используются следующие переменные: характеристики потоков (входного и обслуживания), параметры интенсивностей потоков, емкость накопителя, время пребывания заявки в системе и другие, приведенные в таблице 5.1 и указываемые в задании на курсовое проектирование.

Выходные переменные указываются в задании на курсовое проектирование и могут быть следующими:

а) абсолютная пропускная способность системы; б) среднее время ожидания в очереди;

в) максимальное время ожидания заявки в очереди;

г) минимальное число заявок, находящихся в системе и т.д.

Выходные характеристики также заданы, например, зависимость вероятности обслуживания от интенсивности входного потока заявок.

Последним этапом курсового проекта является интерпретация результатов моделирования, которая в зависимости от задания выполняется в виде планирования эксперимента либо регрессионного анализа.

5.3 Разработка математической модели

В данном пункте курсового проекта необходимо определить цель разработки математической модели, привести все математические соотношения имитации процессов поступления заявок в систему и их обслуживания. Здесь следует отметить, что цель разработки модели заключается в получении математических соотношений, адекватно описывающих процессы функционирования исходной системы.

В любом элементарном акте обслуживания можно выделить две основные составляющие: ожидание обслуживания заявкой и ее обслуживание.

Для анализа процесса и выявления закономерностей функционирования системы необходимо выполнить ее математическое описание. Последнее включает формализацию входных потоков заявок, потоков обслуживания и потоков отказа, а также математические зависимости для расчета выходных параметров и характеристик [1, 5, 6].

Моделирование входного потока и потоков обслуживания требует получение псевдослучайных последовательностей чисел с заданным законом распределения. Формирование таких последовательностей выполняется на основе псевдослучайных числовых последовательностей, равномерно распределенных в интервале $[0,1]$.

Под моделированием входного потока подразумевается получение последовательности интервалов времени между поступлениями в систему заявок. Моделирование потока обслуживания заявок сводится к вычислению временных интервалов их обслуживания некоторым каналом в соответствии с заданными в исходных данных характеристиками.

В качестве выходных параметров СМО могут быть заданы следующие: а) вероятность обслуживания заявок системой



$$p_{ob} = \frac{n_3}{n_1 + n_3}, \quad (5.1)$$

где n_1 – число заявок, получивших отказ, n_3 – число обслуженных заявок;

б) абсолютная пропускная способность системы вычисляется как общее количество заявок, обслуженных за все время моделирования,

в) среднее время ожидания в очереди может быть вычислено по формуле

$$t_{so} = \frac{\sum_{i=1}^{n_H} t_{ni}}{n_H}, \quad (5.2)$$

где $\sum t_{ni}$ – суммарное время пребывания всех заявок в накопителе, n_H – количество заявок, побывавших в накопителе.

г) максимальное время ожидания в очереди, это величина, равная

$$t_{mH} = \max(t_{ni}), \quad (5.3)$$

где t_{ni} – время пребывания i -ой заявки в накопителе

д) минимальное число заявок в системе

$$K_{min} = \min(K_{Hi} + K_{Li} + K_{2i}), \quad (5.4)$$

где K_{Hi}, K_{Li}, K_{2i} – не равные нулю количества заявок в накопителе, первой и второй фазах, соответственно на i -ом шаге моделирования.

5.4 Разработка моделирующего алгоритма

На основе структуры СМО и математической модели требуется разработать моделирующий алгоритм в виде схемы алгоритма. Здесь необходимо привести общую схему моделирующего алгоритма и схемы алгоритмов взаимодействия: источника заявок и накопителя первой фазы (если он имеется); накопителя первой фазы и каналов первой фазы; каналов первой фазы и накопителя второй фазы (если он имеется); накопителя второй фазы и каналов второй фазы и обслуживания заявок каналами второй фазы.

В пояснительной записке следует привести описание логической структуры и принципов функционирования разработанных алгоритмов.

5.5 Программная реализация алгоритма

Здесь следует привести описание разработанного на основе моделирующего алгоритма программного обеспечения (ПО) имитационного моделирования СМО на одном из языков программирования или в среде моделирующей системы.

При написании ПО рекомендуется использовать модульный принцип программирования. Программное обеспечение может быть реализовано в виде отдельной процедуры и ряда пользовательских функций.

В данном пункте необходимо также привести описание разработанных функций и процедур, а также используемых входных данных и выходных параметров. Здесь же следует указать минимальные системные требования к разработанному ПО.

Полный листинг программного обеспечения с необходимыми комментариями необходимо привести в приложении.

5.6 Отладка и тестирование программного обеспечения

В данном пункте необходимо подготовить тестовый вариант исходных данных и провести на его основе отладку и тестирование разработанного ПО, а также проверить анализ чувствительности модели и выбрать ее основные параметры (интенсивности входного потока и потоков обслуживания).

Результаты анализа чувствительности, т.е. влияния параметров СМО (интенсивностей входного потока заявок и потоков обслуживания) на вероятность обслуживания или отказа необходимо привести в пояснительной записке.

5.7 Расчетно-экспериментальные исследования

В этом пункте требуется выполнить на основе разработанного ПО расчетно-экспериментальные исследования согласно задания на курсовое проектирование. В ходе таких исследований проводится расчет вариантов, в результате которых фиксируются и накапливаются получаемые выходные параметры.

Например, результаты расчета вариантов можно привести в следующем виде:

а) исходные данные первого эксперимента:

$$\lambda = 10; \quad \mu_1 = 0,5; \quad \mu_2 = 5;$$

$$t_{\max} = 10; \quad t_{\max} = 20.$$

Результаты первого расчетного эксперимента:

- общее число заявок = 100;
- число обслуженных заявок = 36;
- число заявок, получивших отказ = 64;
- вероятность отказа = 0,64;
- абсолютная пропускная способность системы = 36;
- среднее время ожидания в очереди = 6,36;
- максимальное время ожидания заявки в очереди = 9,9;
- минимальное число заявок, находящихся в системе = 5;

б) Исходные данные второго эксперимента:

$$\lambda = 5; \quad \mu_1 = 9; \quad \mu_2 = 4;$$

$$t_{\max} = 10; \quad t_{\max} = 20.$$



Результаты второго расчетного эксперимента:

- общее число заявок = 100;
- Число обслуженных заявок = 80;
- число заявок, получивших отказ = 20;
- вероятность отказа = 0,2;
- абсолютная пропускная способность системы = 80;
- среднее время ожидания в очереди = 5,24;
- максимальное время ожидания заявки в очереди = 7,8;
- минимальное число заявок, находящихся в системе = 8.

Проведя анализ результатов расчетных экспериментов можно отметить, что при уменьшении интенсивности обслуживания каналов первой и второй фаз пропускная способность системы снижается, а вероятность отказа и среднее время ожидания в очереди увеличиваются.

Для построения выходной характеристики - зависимости вероятности обслуживания от интенсивности потока обслуживания второй фазы, были выбраны следующие значения параметров системы:

$$\lambda = 5; \quad \mu_1 = 2,0; \quad \mu_2 = 0 \dots 1,4.$$

Ниже на рисунке 5.4 представлен график зависимости вероятности обслуживания от интенсивности потока обслуживания второй фазы.

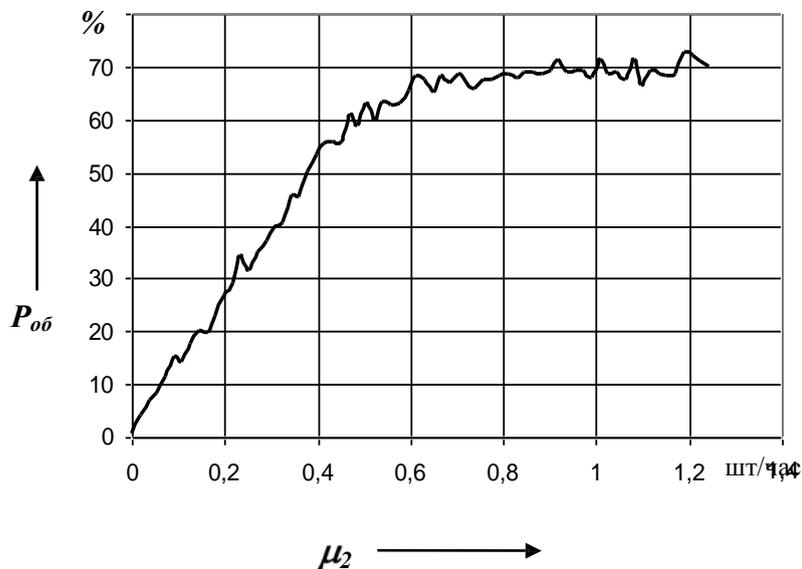


Рисунок 5.4 - Зависимость вероятности обслуживания от интенсивности потока обслуживания второй фазы

Далее можно привести графики зависимостей вероятности отказа от интенсивности входного потока, полученные при других значениях параметров системы.

Результаты расчета двух-трех вариантов следует привести на листе 3.

5.8 Анализ и интерпретация результатов моделирования

Данный пункт выполняется в соответствии с заданием, т.е. проводится либо планирование эксперимента, либо регрессионный анализ.

Цель любого эксперимента (натурного или расчетного) заключается в получении опытных данных об исследуемой системе. Опытные данные могут накапливаться либо с помощью активного эксперимента, либо с помощью пассивных наблюдений. В случае активного эксперимента воздействие на систему осуществляется по заранее спланированной программе – плану эксперимента.

В любом случае исследуемая система (объект) характеризуется:

- а) входными параметрами $x_i, i = 1 \dots n_i$;
- б) выходными параметрами $y_j, j = 1 \dots n_j$;
- в) внутренними (собственными) параметрами $h_k \in H, k=1, n_k$;
- г) параметрами возмущающих воздействий $v_l, l = 1 \dots n_l$.

Параметры возмущающих воздействий оказывают влияние на систему и проявляют себя как случайные величины или случайные функции.

Одной из основных задач активного эксперимента является выявление взаимосвязей между входными и выходными параметрами системы и представление их в виде математической модели:

$$y = f(x_1, x_2, x_3). \quad (5.5)$$

Входные параметры называют факторами. Каждый фактор имеет область определения (область допустимых значений). Комбинация факторов рассматривается как факторное пространство. Область возможных комбинаций факторов определяется планом эксперимента.

Факторы должны удовлетворять следующим требованиям:

- а) управляемость;
- б) однозначность (трудно управлять фактором, который в свою очередь является функцией других факторов);
- в) независимость, т.е. возможность установки любого уровня фактора вне зависимости от уровней других факторов.

Математическая обработка результатов спланированного эксперимента позволяет получить уравнение регрессии, которое чаще представляется в виде полинома вида:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_{ii} x_i^2, \quad (5.6)$$

где a_0, a_{ij}, a_{ii} - коэффициенты регрессии.

Для правильного выбора степени полинома необходимо учитывать требования простоты и адекватности.

Проверка адекватности модели позволяет оценить совпадение результатов расчета по полученной модели с опытными данными. Такая проверка выполняется с помощью соответствующих критериев, например, F -критерия Фишера:

$$F = \frac{S_{адк}^2}{S_y^2}, \quad (5.7)$$

где $S_{адк}^2$ - дисперсия адекватности;

S_y^2 - дисперсия, характеризующая ошибку опыта.



Модель считается адекватной, если значение F , полученное по формуле (5.7), не превышает соответствующего табличного значения при заданном уровне значимости.

5.8.1 Планирование эксперимента. Полным факторным экспериментом (ПФЭ) называется такой эксперимент, при реализации которого определяется значение функции отклика при всех возможных сочетаниях уровней варьируемых факторов. Если имеется k факторов, каждый из которых может устанавливаться на q уровнях, то для осуществления ПФЭ необходимо поставить q^k опытов. Если, например, используются 2 фактора, каждый из которых может устанавливаться на 2 уровнях, то для реализации ПФЭ необходимо провести 4 опыта [8, 9].

Планирование, проведение и обработка результатов ПФЭ состоит из следующих обязательных этапов:

- а) кодирование факторов;
- б) составление плана-матрицы эксперимента;
- в) реализация плана эксперимента;
- г) проверка воспроизводимости параллельных опытов;
- д) расчет коэффициентов регрессии линейной модели;
- е) проверка адекватности линейной модели;
- ж) оценка значимости коэффициентов регрессии.

Планирование эксперимента начинают с выбора влияющих факторов. В качестве таких факторов можно выбрать, например интенсивность входного потока заявок (λ) или интенсивности потоков обслуживания заявок в первой либо во второй фазах системы (μ_1 или μ_2).

После выбора факторов для каждого из них необходимо установить нулевой уровень (среднее, исходное значение) (r_0) и интервал варьирования (Δr), а также верхний уровень фактора (r_v) путем прибавления к основному уровню интервала варьирования и его нижний уровень (r_n) путем вычитания интервала варьирования из основного уровня. Затем для того чтобы построить стандартную ортогональную матрицу планирования эксперимента необходимо перевести натуральные значения факторов в безразмерные величины, т.е. выполнить их кодирование, используя следующие формулы:

$$x_v = \frac{r_v - r_0}{\Delta r} = +1;$$

$$x_n = \frac{r_n - r_0}{\Delta r} = -1.$$

Результаты кодирования факторов необходимо свести в таблицу 5.2.

Таблица 5.2 – Кодирование факторов

Наименование уровня фактора	Обозначение (кодир-е значения)	Значение μ_1	Значение μ_2
Основной (r_0)	0		
Верхний (r_v)	+1		
Нижний (r_n)	-1		
Интервал варьирования (Δr)	Δ		



После этого можно составить план-матрицу эксперимента (таблица 5.3). Строки этой таблицы соответствуют различным опытам, а столбцы (2 и 3) – значениям уровней факторов.

Таблица 5.3 - План-матрица эксперимента

Номер опыта	x_1	x_2	x_1x_2	y_{u1}	y_{u2}	$\bar{y}_u = \frac{y_{u1} + y_{u2}}{2}$
1	+1	-1	-1			
2	-1	-1	+1			
3	+1	+1	+1			
4	-1	+1	-1			

Приведенную в таблице 5.3 матрицу называют расширенной матрицей эксперимента, т.к. в нее введен столбец 4, позволяющий оценить коэффициент регрессии при взаимодействии факторов x_1 и x_2 .

В процессе реализации плана эксперимента заполняются столбцы 5 и 6. Причем каждый опыт проводится как минимум два раза. В столбце 7 записываются вычисленные средние значения результатов двух серий эксперимента.

Далее необходимо проверить воспроизводимость параллельных опытов при одинаковом их числе на каждом сочетании уровней факторов по критерию Кохрена.

$$\sigma = \frac{S_{n \max}^2}{m} \leq \sigma_t(0,05; k_1; k_2), \quad (5.8)$$

где $S_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (y_{uj} - \bar{y}_u)^2$ – дисперсия, характеризующая рассеяние результатов на u -м сочетании уровней факторов;

$$\bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ju} - \text{среднее значение функции отклика в } u\text{-ой строке матрицы планирования;}$$

рицы планирования;

$S_{n \max}^2$ – наибольшая из дисперсий S_u^2 в строках плана;

$\sigma_t(0,05; k_1; k_2)$ – табличное значение критерия Кохрена при 5-процентном уровне значимости;

0,05 – уровень значимости (значение вероятности, отвечающее событиям, которые в данных условиях эксперимента можно считать практически невозможными);

$k_1 = n \cdot (m - 1)$ – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости;

$k_2 = m - 1$ – число степеней свободы каждой оценки;

m – число параллельных опытов.

Табличные значения критерия Кохрена приведены в таблице А.1.

Если проверка по критерию Кохрена (5.8) не выполняется, то следует обратить внимание на опыт с максимальным значением S_y^2 и, возможно, повторить его. В случае воспроизводимости процесса переходят к расчету коэффициентов регрессии:



$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n y_u, \quad (5.9)$$

$$a_i = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} \cdot y_u, \quad (5.10)$$

$$a_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot y_u. \quad (5.11)$$

После вычисления коэффициентов регрессии a_i необходимо проверить их значимость. Погрешность определения указанных коэффициентов оценивается дисперсией S_{ai}^2 . При этом дисперсии оценок всех коэффициентов регрессии одинаковы. Величина S_{ai}^2 зависит только от дисперсии воспроизводимости эксперимента $S_y^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{u=1}^n S_u^2$ и числа опытов

$$S_{ai}^2 = \frac{S_y^2}{n \cdot m}. \quad (5.12)$$

Проверка значимости коэффициентов регрессии выполняется с помощью t -критерия Стьюдента, расчетное значение которого

$$t_i = \frac{|a_i|}{S_{ai}}. \quad (5.13)$$

Полученное значение t_i для каждого коэффициента регрессии сравнивается с табличным $t(0.05; k_1)$, определяемым при принятом уровне значимости и числе степеней свободы k_1 , с которым определяется дисперсия воспроизводимости.

Если $t_i < t(0.05; k_1)$, то коэффициент a_i незначим и член уравнения регрессии, включающий этот коэффициент исключается из математической модели.

Если же $t_i > t(0.05; k_1)$, то коэффициент a_i значим и его следует сохранить в регрессионной модели. В этом случае значение коэффициента a_i больше ошибки опыта, которую можно оценить величиной доверительного интервала Δa_i , определяемого по формуле

$$\Delta a_i = \pm t \cdot S_{ai}. \quad (5.14)$$

Значения критерия Стьюдента приведены в таблице В.1.

Далее необходимо привести полученную линейную модель эксперимента в виде (5.6).

Следующим этапом работы является проверка адекватности полученной модели с помощью критерия Фишера. Модель считается адекватной, если имеет место неравенство

$$F = \frac{S_{adk}^2}{S_y^2} \leq F(0,05; k_3; k_2), \quad (5.15)$$

где $S_{adk}^2 = \frac{\sum_{u=1}^n (\bar{y}_u - y_{pu})^2}{n - k - 1}$ - дисперсия адекватности;

y_{pu} - расчетное значение функции отклика в u -м опыте;

n - количество опытов, строк в матрице планирования;



$F(0,05; k_3; k_1)$ - табличное значения критерия Фишера при 5-процентном уровне зависимости;

$k_3 = n - k - 1$ - число степеней свободы дисперсии адекватности;

Значения критерия Фишера приведены в таблице Б.1.

Если после расчетов окажется, что условие (5.15) не выполняется, то это значит, что полученная модель не адекватно описывает реальный процесс. В таком случае, скорее всего, придется сузить интервалы варьирования факторов и весь процесс планирования эксперимента повторить.

Если же условие проверки по критерию Фишера выполнено, то полученная модель является адекватной и можно перейти к построению математической модели в натуральных единицах. Для этого необходимо подставить вместо x_i в полученное уравнение регрессии выражение $\frac{M_i - M_0}{\Delta\mu}$, используемое при кодировании факторов. В результате преобразования получим модель в натуральных единицах, например в виде:

$$y = c_0 + c_1 \cdot \mu_2. \quad (5.16)$$

В результате следует привести совмещенные графики, первый из них - полученный на основе имитационной модели, а второй - по модели, полученной на основе планирования эксперимента.

5.8.2 Регрессионный анализ. Для проведения регрессионного анализа необходимо выполнение следующих условий:

а) результаты эксперимента y_1, y_2, \dots, y_n представляют собой независимые, нормально распределенные случайные величины;

б) независимые переменные x_1, x_2, \dots, x_n измеряются с пренебрежительно малой ошибкой по сравнению с ошибкой в определении y_i ;

в) при проведении эксперимента с объемом выборки N при условии, что каждый опыт повторен t раз, выборочные дисперсии S_1^2, S_2^2, S_3^2 должны быть однородны.

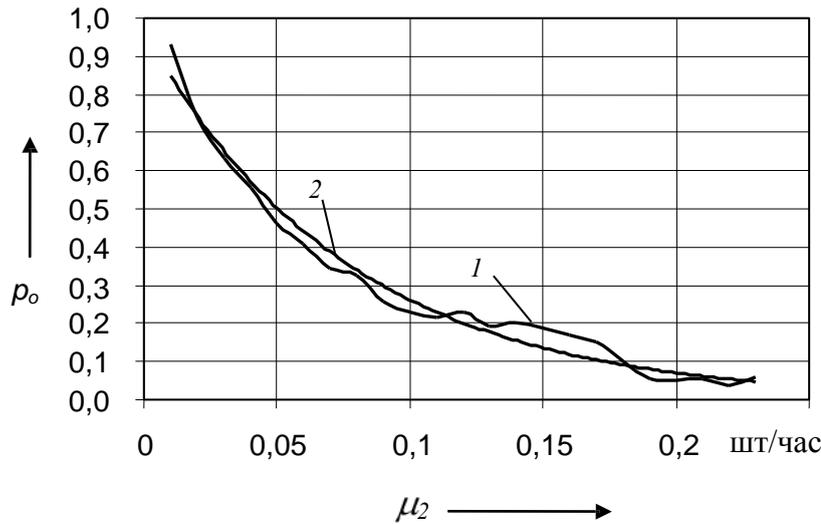
Здесь необходимо провести несколько экспериментов для одних и тех же значений, например, интенсивности потока обслуживания второй фазы, вычислить средние значения результатов эксперимента и привести их в таблице.

После этого следует построить график зависимости, например, вероятности отказа от интенсивности потока обслуживания второй фазы, график 1, рисунок 5.7.

На поле этого графика можно построить средствами пакета MS Excel линию тренда и отобразить его уравнение, чтобы облегчить выбор аппроксимирующего выражения.

Далее необходимо дать оценку степени совпадения линии тренда и графика исходной зависимости. После чего можно отметить, что зависимость вероятности отказа от интенсивности потока обслуживания второй фазы носит, в данном случае, экспоненциальный характер.





1 – расчетный эксперимент; 2 – линия тренда

Рисунок 5.7 – Зависимость вероятности отказа от интенсивности потока обслуживания второй фазы и линия тренда

Рассмотрим пример построения регрессионной модели, используя эмпирическую зависимость вида

$$y = a \cdot e^{bx}. \quad (5.17)$$

Неизвестными в данной модели являются коэффициенты a и b . Для определения указанных неизвестных сначала прологарифмируем уравнение (5.17):

$$\ln(y) = \ln(a) + b \cdot x \cdot \ln(e). \quad (5.18)$$

Так как $\ln(e) = 1$, то выражение (5.18) можно записать в виде:

$$\ln(y) = \ln(a) + b \cdot x. \quad (5.19)$$

Коэффициенты a и b найдем с помощью метода наименьших квадратов при условии [7]

$$F = \sum_{i=1}^n (e_i^2) = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{ri})^2 \rightarrow \min. \quad (5.20)$$

Здесь y_{ri} – значение y , полученное в результате имитационного моделирования.

Подставим выражение (5.19) в (5.20) и получим:

$$F = \sum_{i=1}^n (\ln(y_i) - \ln(a) - b \cdot x)^2 \rightarrow 0. \quad (5.21)$$

Введем обозначение $\ln(a) = c$, тогда

$$F = \sum_{i=1}^n (\ln(y_i) - c - b \cdot x)^2 \rightarrow 0. \quad (5.22)$$

Найдем частные производные от выражения (5.22) по c и по b и приравняем их к нулю. Получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \ln(y_i) \cdot \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i c - b \cdot (\sum_{i=1}^n x_i)^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^n \ln(y_i) - n \cdot c - b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = 0. \end{cases} \quad (5.23)$$

Подставим в систему (5.23) численные значения соответствующих сумм, рассчитанных в исходной таблице. Расчеты выполним с помощью программы MS Excel. В результате получим систему уравнений:

$$\begin{cases} -5,75 - 2,76 \cdot c - 0,43 \cdot b = 0; \\ -37 - 23 \cdot c - 2,76 \cdot b = 0. \end{cases} \quad (5.24)$$

Решение системы: $b = -13,097$; $c = -0,02277$.

Так как $c = \ln(a)$, то $a = e^c = e^{-0,02277} = 0,98$.

Таким образом, получаем уравнение

$$y = \cdot e^{-13,097x}. \quad (5.25)$$

Далее необходимо построить совмещенные графики полученного уравнения и зависимости вероятности отказа от интенсивности потока обслуживания второй фазы исследуемой Q-схемы, рисунок 5.7.

Как видно из рисунка 5.7 полученные графики имеют хорошее совпадение. Это позволяет сделать вывод о том, что модель была построена верно, а аппроксимирующее выражение носит экспоненциальный характер.

5.9 Выводы

Здесь следует привести выводы об эффективности разработанного ПО и возможных областях его применения, а также показатели эффективности функционирования моделируемой СМО и регрессионной модели.

В данном пункте следует отметить, что в курсовом проекте разработана математическая модель двухфазной многоканальной системы массового обслуживания. По результатам тестирования, проведенного расчетного эксперимента и анализа полученных результатов, можно сделать следующие выводы, например такие, как:

а) при увеличении интенсивности входного потока на ($x\%$) и неизменных интенсивностях обслуживания в первой фазе вероятность отказа увеличивается на ($y\%$), а при увеличении интенсивности обслуживания во второй фазе вероятность отказа уменьшается на ($z\%$) и т.д. 3 ... 4 вывода.

5.10 Описание разработанного программного обеспечения в соответствии с требованиями ЕСПД

Требуется выполнить описание общих сведений о разработанном программном обеспечении, сформулировать его функциональное назначение, опи-

сать логическую структуру, указать необходимые для эксплуатации разработанного ПО технические средства, изложить способы вызова и загрузки ПО, а также привести описание входных и выходных данных.

Данный пункт должен содержать следующие подпункты:

- а) общие сведения;
- б) функциональное назначение;
- в) описание логической структуры;
- г) используемые технические средства;
- д) вызов и загрузка;
- е) входные данные;
- ж) выходные данные.

5.11 Заключение

В заключении необходимо сформулировать основные полученные в процессе выполнения курсового проекта результаты. Например, необходимо отметить, что в ходе курсового проектирования решена поставленная задача: разработаны имитационная математическая модель многофазной СМО, моделирующий алгоритм и программное обеспечение. С помощью разработанной программы получены значения необходимых выходных параметров и выходные характеристики. Проведено планирование эксперимента и интерпретация результатов, сделаны соответствующие выводы.

5.12 Содержание графического материала

Графический материал выполняется на листах формата А1. На первом листе необходимо разместить:

- а) цель и постановку задачи курсового проекта; б) структурную схему моделируемой системы;
- в) математическую модель имитационного моделирования СМО.

На втором листе размещаются схемы алгоритмов имитационного моделирования исследуемой системы массового обслуживания.

Третий лист должен содержать:

- а) результаты расчетных исследований, полученные на основе разработанного программного обеспечения в виде таблиц и графиков. Здесь необходимо привести совмещенные графики указанных в задании на курсовое проектирование зависимостей при различных значениях интенсивностей потоков;
- б) математическую модель планирования эксперимента либо регрессионного анализа (в зависимости от задания на курсовое проектирования);
- в) совмещенные графики варианта, один из которых получен на основе имитационной модели, а второй – по полученной регрессионной модели.



Список литературы

1. **Советов, Б. Я.** Моделирование систем : учебник для вузов - 3-е изд. перераб. и доп. / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. школа, 2003. – 343 с. : ил.
2. **Советов, Б. Я.** Моделирование систем. Практикум : учеб. пособие для вузов по специальности "Автом. сист. обраб. инф. и упр." / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - М. : Высш. школа, 1999. – 224 с. : ил.
3. **Советов, Б. Я.** Моделирование систем : курсовое проектирование : учеб. пособие для вузов по спец. "АСУ / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк, 1988. – 135 с. : ил.
4. **Советов, Б. Я.** Моделирование систем : учеб. пособие / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 1998. – 319 с.
5. **Советов, Б. Я.** Моделирование систем : учебник для вузов. / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 2005.
6. **Советов, Б. Я.** Моделирование систем : Лабораторный практикум : учеб. пособие для вузов по спец. "Автом. сист. обраб. инф. и управл." / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 2004. – 80 с. : ил.
7. **Герасимович, А. И.** Математическая статистика : учеб. пособие для инж.–техн. и экон. спец. втузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск. : Выш. шк., 1983. – 279 с.
8. **Тарасик, В.П.** Математическое моделирование технических систем : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск. : ДизайнПРО, 2005. – 460 с. : ил.
9. Исследования и изобретательство в машиностроении : учеб. пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов / М. Ф. Пашкевич [и др.]; под общ. ред. М. Ф. Пашкевича. – Могилев, Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 294 с. : ил.



Приложение А
 (справочное)

Таблица А.1 – G-распределение Кохрена при 5-процентном уровне значимости

К-во опытов в ПЭ	число параллельных опытов $k_i = (m-1)$													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,4757	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817	0,3682	0,3568	0,3135	0,2612	0,2119	0,1667
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3535	0,3384	0,3259	0,3154	0,2756	0,2278	0,1833	0,1429
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541	0,2439	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889	0,0667
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0942	0,0743	0,0567	0,0417
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713	0,0595	0,0462	0,347	0,0250
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0,0623	0,0583	0,0532	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998	0,0632	0,0419	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0266	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083

Приложение Б
(справочное)

Таблица Б.1 – F-распределение Фишера при 5-процентном уровне значимости

k_3	число степеней свободы дисперсии воспроизводимости k_2								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,83	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,95	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	23	84	61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88