

3 Силы в контакте колес с опорной поверхностью

Понимание взаимодействия упругого пневматика с опорной поверхностью весьма важно не только для изучения движения колесных машин, их управляемости (термин, подлежащий уточнению для организации управления) и плавности хода, а также необходимо для создания систем автоматического управления движением машин. При этом обращает на себя особое внимание силовое взаимодействие колес с опорной поверхностью, т. к. оно оказывает решающее влияние на управляемость и устойчивость движения колесной машины. Действительно, все, даже аэродинамические, воздействия на автомобиль отражаются на силах и моментах, возникающих в контакте колес с опорной поверхностью, которые, в свою очередь, определяют параметры движения мобильной машины.

Следовательно, для создания систем управления движением АТС первичной задачей является установление закономерности изменения силовых факторов в зависимости от характеристик опорной поверхности и параметров управляющего воздействия оператора во временной связи с тем, чтобы разработать критерий формирования сигналов управления.

В исследовании качения колес можно выделить два направления:

1) исследования качения пневматика по деформируемой опорной поверхности, решающие проблемы тяговых качеств и проходимости колесных машин;

2) исследования качения колеса по недеформируемой поверхности, касающиеся изучения движения высокоскоростных колесных машин, эксплуатируемых по искусственным дорожным покрытиям.

Анализ экспериментально-теоретических исследований качения колеса показал, что все результаты исследований сводятся к установлению закономерностей изменения силовых факторов (косвенных параметров) в контакте колес с опорной поверхностью в зависимости от параметров, косвенно характеризующих кинематические параметры. Между тем задача установления регулярной закономерности изменения силовых факторов в контакте колеса с опорной поверхностью во временной связи является наиболее важной для разработки критерия формирования сигналов управления САБ, основанного на силовом анализе. В практике же проектирования колесных машин результаты исследования качения колеса используют для выбора характеристик движителей и прогноза тягово-динамических качеств машины на стадии их проектирования.

Исходя из постановки задач исследований для выявления регулярной закономерности изменения сил, возникающих в контакте колеса с опорной поверхностью, необходимых для построения эффективных алгоритмов управления движением машин, обратимся, прежде всего, к анализу существующих теоретических и экспериментальных исследований качения упругого пневматика по деформируемой опорной поверхности.

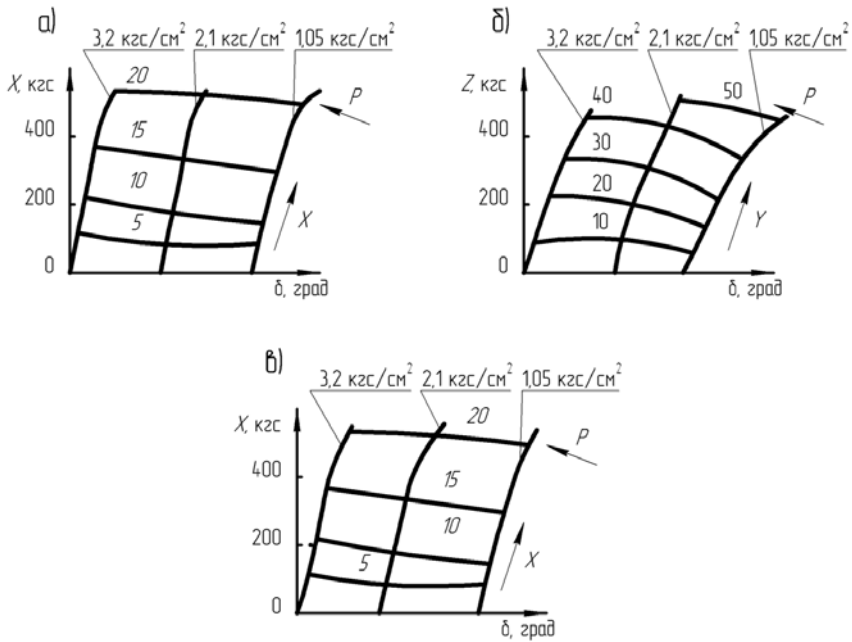
Многие авторы интерпретируют различные подходы к изучению качения колеса [1, 2, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 18, 19, 27–30, 48–51, 54, 56, 61, 63, 65, 71, 76, 86, 87]. Задача создания систем управления исполнительными механизмами колесных машин состоит в том, чтобы обобщить главные закономерности изменения силовых факторов, возникающих в контакте колеса с опорной поверхностью, с тем, чтобы разработать принципы формирования сигналов управления САБ АТС, основанных на измерении и анализе силовых факторов.

3.1 Статические характеристики шин

Изучение динамики движения колесных транспортных средств требует знания, прежде всего, характеристик пневматических шин. Шина оказывает значительное влияние на характер движения колесной машины, и весьма важно понимание ее взаимодействия с дорогой, при котором возникают силы и моменты. В связи с этим рассмотрим результаты испытаний шин [5, 27, 63].

Для получения начальной априорной информации о шине в первую очередь проводят ее статические испытания, в результате которых определяют радиальную, боковую и тангенциальную жесткости. На рисунке 3.1 приведены наиболее типичные зависимости деформации шины от вертикальной нагрузки [63]. Как видно из рисунка 3.1, при статическом нагружении шина проявляет свойства, схожие с упругой пружиной. Максимальные величины поперечной и продольной сил ограничены скольжением шины в контакте.

Испытаниями установлены взаимные влияния сил и деформаций. Например, приложение силы в горизонтальной плоскости увеличивает вертикальную деформацию шины при постоянной нагрузке [63, 65]. Хотя деформации малы, но факт наличия взаимосвязи между деформациями и силами может оказывать существенное влияние на управляемость и устойчивость движения автомобиля и на его плавность хода.



а – вертикальное нагружение; б – боковое нагружение; в – нагружение в продольном направлении

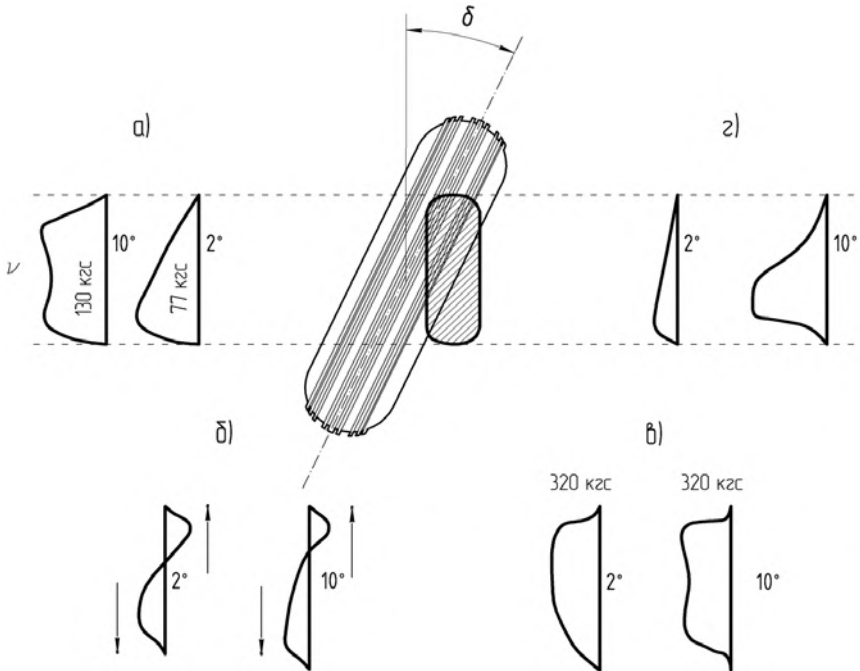
Рисунок 3.1 – Результаты статических испытаний шин

Так, если шину повернуть относительно вертикальной оси, то вследствие угловой деформации и смещения пятна контакта появятся боковая сила и момент, которые стремятся повернуть колесо в направлении его возможного качения (рисунок 3.2). Передняя часть контактной площадки параллельна направлению движения, а ее задняя часть изгибается в сторону средней плоскости колеса вследствие проскальзывания элементов шины. Для малых углов увода контактная площадка практически параллельна направлению качения, но по мере увеличения угла увода δ зона проскальзывания перемещается вперед и при $\delta = 12\text{--}15^\circ$ проскальзывает вся контактная площадка, а боковая сила достигает максимальной величины.

При малых углах увода боковые силы возрастают от передней части контактной площадки к задней, точка приложения результирующей боковой силы смещается, и создается стабилизирующий момент относительно вертикальной оси. Для шины распределение вертикальной

нагрузки примерно одинаково, а наличие продольных сил в площадке контакта шины с плоскостью дороги объясняется деформацией криволинейной поверхности шины.

Типичное распределение сил в контакте шины с дорогой [63] представлено на рисунке 3.2.



а; б; в — распределение боковой, тяговой, нормальной сил соответственно; г — перемещение шины по дороге

Рисунок 3.2 – Деформация шины при повороте на 2 и 10° и распределение сил в контактной площадке

Рост боковой силы при увеличении угла увода замедляется вследствие проскальзывания шины, которое начинается в задней части контактной площади и распространяется на ее переднюю часть по мере увеличения угла увода. Если к колесу прикладывается продольная сила, то ее элементарные силы распределяются аналогично элементарным боковым силам [63, 65].

Вертикальная сила влияет на величину боковой силы при любых углах увода.

При умеренном повышении давления в шине возрастают боковая сила и боковая жесткость, но чрезмерное увеличение давления в шине бесполезно, поскольку при этом уменьшается контактная площадка, что сводит на нет все преимущества, получаемые от увеличения боковой жесткости. При плохих дорожных условиях (грязь, мягкий снег) повышение давления в шине может быть целесообразным, т. к. в этом случае деформация протектора под действием давления воздуха способствует очистке рисунка шины.

Таким образом, взаимодействие колеса с опорной поверхностью характеризуется различными рода упругими и неупругими деформациями пневматика и опорной поверхности. При этом в контакте колес с опорной поверхностью возникают поля нормальных и касательных напряжений, распространяющихся на глубину и в разные стороны от места приложения нагрузки, что еще раз подтверждает невозможность учета всех факторов, влияющих на изменение сил, действующих в контакте колеса с деформируемой опорной поверхностью.

Установлению функциональных связей между силовыми факторами посвящено много исследований [28, 49, 54, 63, 61, 65], например, наиболее известными являются функциональные зависимости между напряжениями сдвига и деформациями, полученные М. Г. Беккером [65]. В. В. Гуськов в [8, 9] дал обобщенную формулу определения касательной силы тяги:

$$F_k = \int_0^L b \cdot f_{ck} \cdot p_x \left(1 + \frac{f_{np}}{c \cdot h \frac{\delta x}{k_\tau}} \right) t \cdot h \frac{\delta x}{k_\tau} dx + 2\tau_p \frac{h_z \cdot L}{t}, \quad (3.1)$$

- где L – длина площадки контакта;
 t – шаг грунтозацепа;
 δx – элементарная деформация грунта;
 f_{ck} – коэффициент трения скольжения;
 f_{np} – коэффициент трения покоя;
 b – ширина профиля шины;
 p_x – нормальное давление в площадке контакта;
 h_z – высота грунтозацепа;



k_{τ} – напряжение среза, возникающее при срезе грунтового кирпича гранями грунтозацепа.

Существующие результаты теоретических исследований обеспечивают возможный прогноз влияний параметров проектируемой машины на эксплуатационные качества, но не допускают проектирования автоматических систем регулирования режимов движения в силу отсутствия обобщающего критерия, позволяющего оценку взаимодействия колеса с опорной поверхностью, и временной связи с формируемыми параметрами управления. Кроме того, имеющиеся аналитические (эмпирические) зависимости не могут быть положены в основу алгоритмов управления движением АТС в силу их многопараметрического характера.

3.2 Аналитическое представление сил взаимодействия упругого пневматика с опорной поверхностью

При исследовании тяговой динамики движения колесных машин проблема описания взаимодействия упругого пневматика с опорной поверхностью с учетом его продольной деформации является наиболее важной, т. к. речь идет о реализации сил в контакте колеса с опорной поверхностью.

Изучению качения колеса с деформируемой шиной посвящено много исследований [5, 8, 18, 49, 65, 87]. Однако до сих пор нет единого мнения в подходе к решению указанной задачи, а порой имеются даже противоречивые суждения. Это относится в равной степени и к экспериментальным, и к теоретическим исследованиям. Нечеткость представления механики качения упругого пневматика неоднократно отмечалась В. С. Гоздеком в [6] и отразилась даже в ГОСТе [89].

В инженерной практике наибольшее распространение получила теория увода Рокара [54], которая в силу своей простоты годится для описания лишь простейших случаев качения колеса. Вместе с тем существуют более сложные теории, которые настолько сложны, что их затруднительно применять в инженерной практике, например теория В. С. Гоздека [6]. Промежуточное положение занимает теория М. В. Келдыша [19]. Однако она также не лишена недостатков, т. к. не учитывает продольной деформации шины, а вертикальная нагрузка предполагается постоянной. Далее более подробно будет проведен анализ этой теории.

Многие исследователи для оценки динамики движения автомобиля широко используют теорию увода [1, 2, 28, 54, 63], которая харак-

теризуется изменениями углов увода и коэффициентом сопротивления уводу, зависящего от свойств шин и опорной поверхности. Авторы с определенными допущениями исследуют изменения углов увода, применяя соответствующие коэффициенты, полученные по экспериментальным данным, на динамику и кинематику движения колесных машин, что обеспечивает удовлетворительную точность.

Например, возникновение стабилизирующего момента колеса, подверженного угловой деформации, объясняют смещением точки приложения боковой силы, при котором возникает момент от пары сил. По этой причине стабилизирующий момент достигает максимального значения раньше боковой силы, после чего понижается, т. к. уменьшается плечо приложения этой силы. Плечо стабилизации шины – термин, используемый для обозначения отношения стабилизирующего момента к боковой силе. Многие полагают, что стабилизирующий момент имеет второстепенное значение при описании поведения автомобиля с закрепленным рулевым управлением, но становится первостепенным при определении нагрузок в механизме рулевого управления [63].

Так как боковая сила, действующая на колесо, имеет доминирующее влияние на курсовую устойчивость движения колесной машины, то на изучение характера его изменения акцентируется наибольшее внимание. На величину боковой силы большую роль оказывают конструктивные особенности машины. Так, вследствие наличия угла развала колес создается боковая сила, которая составляет примерно пятую часть боковой силы, возникающей при таком же угле увода для шин с диагональным расположением корда и несколько менее для шин с радиальным расположением корда. Известно, что величина боковой силы мало меняется при наличии угла развала колес [28, 63]. Если же на колесо действует тяговая или тормозная сила, то боковая реакция изменяется при любых углах увода (рисунок 3.3). Это объясняют использованием местных сил сцепления, в результате которого уменьшаются силы сцепления, которые могут быть реализованы в боковом направлении. Поэтому колесо начинает скользить при меньших углах увода.

Поистине реальные причины уменьшения коэффициента сцепления в боковом направлении колеса при приложении тяговых и тормозных сил все еще недостаточно изучены.

Когда колесо и шина рассматриваются как часть автомобиля, очевидно, что боковая сила, обеспечивающая управляемость автомобиля и его стабилизацию, будет изменяться вследствие перераспределения

нагрузки, изменения развала колес, давления воздуха в шине и величины тяговой силы.

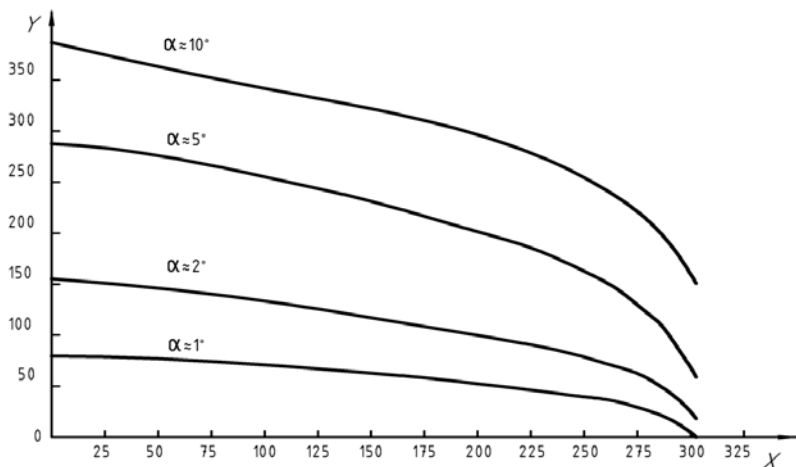


Рисунок 3.3 – Уменьшение боковой силы Y при постоянном угле увода α вследствие приложения тяговой силы X

Наиболее общим в исследованиях качения колеса, как отмечалось ранее, является стремление к аналитическому представлению сил в пятне контакта упругого пневматика.

Вышеизложенное дает общее представление о типичных результатах, полученных при испытаниях шин. Когда же приводятся числовые значения каких-либо физических величин, то это относится только к испытываемой шине и не может быть использовано в других случаях. Однако их анализ позволяет иметь понятие о возможном эффекте при изменении главных параметров шины.

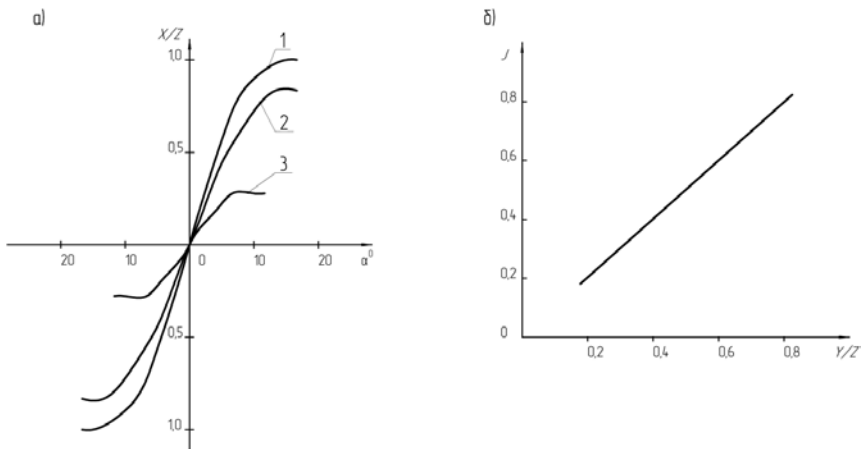
В реальных условиях качения колеса практически исключена точная теоретическая экстраполяция шины, а следовательно, построение аналитической базы алгоритма САБ АТС не представляется возможным.

3.3 Сцепление шин с опорной поверхностью

Один из главных параметров, характеризующих взаимодействие колеса с опорной поверхностью, – коэффициент сцепления между шиной

и опорной поверхностью, который непрерывно изменяется при движении колесной машины. В то же время коэффициент сцепления, являясь наиболее достоверным источником первичной информации для САБ, должен определяться непрерывно для формирования сигналов управления, способ измерения которых недостаточно четко организован в современных системах автоматического управления движением колесных машин. Важность их измерения необходима для расчетов предельных значений сил в контакте колес с опорной поверхностью, по которым можно было бы производить оценку динамического состояния машины.

Изменения коэффициента сцепления в контакте колеса с опорной поверхностью многими авторами представляются в виде безразмерных величин, косвенно характеризующих силы. Влияние различных факторов на удельную боковую силу, действующую на шину с гладким протектором, приведено на рисунке 3.4 [180].

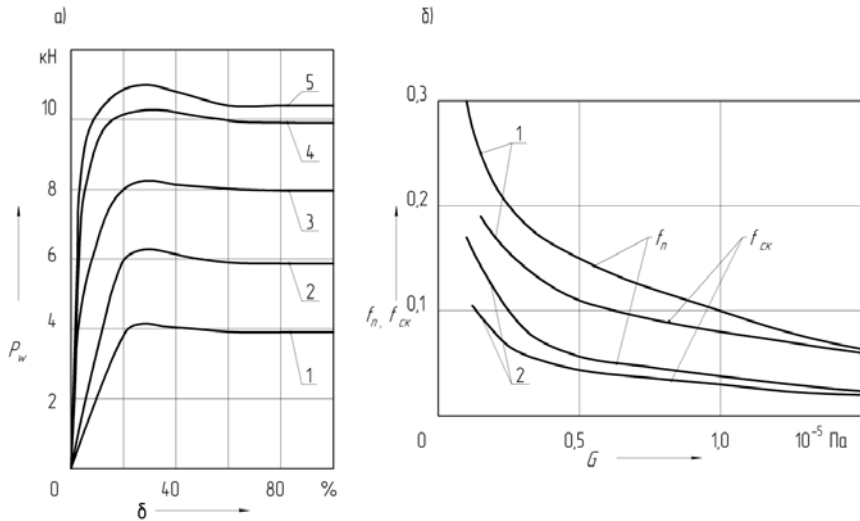


а – изменение удельной боковой силы в зависимости от угла увода; 1 – сухой асфальт, $V = 16$ км/ч; 2 – мокрый бетон, $V = 32$ км/ч; 3 – мокрый булыжник или асфальт, $V = 14$ км/ч; б – изменение коэффициента трения в контакте заторможенного колеса в зависимости от удельной боковой силы, скорость движения 48 км/ч

Рисунок 3.4 – Влияние различных факторов на удельную боковую силу, действующую на шину с гладким протектором

Авторы, занимающиеся исследованиями тяговой динамики колесных машин, отдают предпочтение характеристикам, отражающим влияние

тяговых сил в зависимости от буксования колес. Так, В. В. Гуськовым в [8, 9] приводятся изменения касательной силы тяги в зависимости от величины буксования и коэффициенты трения покоя и скольжения в зависимости от величины тяговой силы (рисунок 3.5).



а – зависимость от буксования на стерне легкого суглинка: 1 – $G_k = 5$ кН; 2 – $G_k = 10$ кН; 3 – $G_k = 15$ кН; 4 – $G_k = 25$ кН; 5 – $G_k = 35$ кН; б – то же от коэффициентов трения покоя f_n и $f_{ск}$: 1 – суглинок, стерня, влажность почвы – 14–16 %; 2 – торфяник, стерня, влажность почвы – 70–76 %

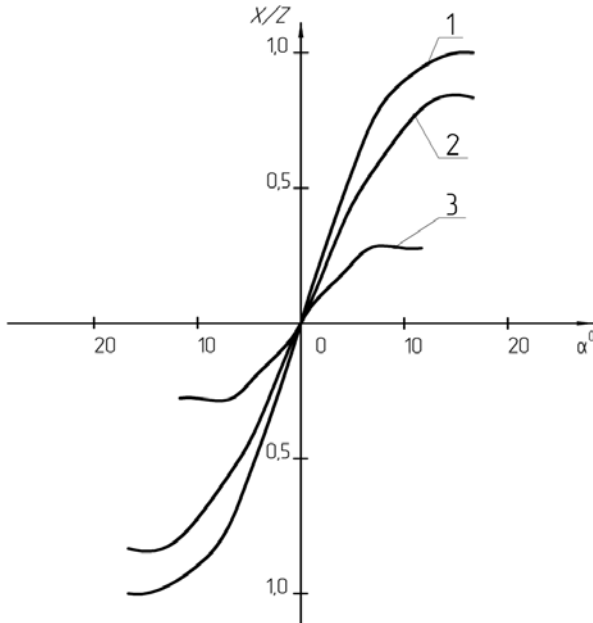
Рисунок 3.5 – Зависимость касательной силы тяги колеса с шиной 330–965 (12–38) при $p_w = 0,8 \cdot 10^5$ Па от буксования на стерне легкого суглинка и коэффициентов трения покоя f_n и $f_{ск}$

Причем коэффициенты трения покоя и скольжения представляются в зависимости от силы тяги Y/Z , где Y – вертикальная нагрузка на колесо; Z – касательная сила тяги (см. рисунок 3.5, б). Особенностью данных результатов, в отличие от оценочных критериев транспортных машин, является то, что изменения силового фактора зависят от буксования колеса. В свою очередь, буксование – безразмерная величина, характеризующая потерю скорости поступательного движения тяговой машины.

Характер изменения удельной боковой силы в зависимости от угла увода (рисунок 3.6), приведенный Д. Р. Эллисом в [63], иллюстрирует, что по разным опорным поверхностям изменения удельной боковой силы

имеют те же закономерности, что и изменения касательной силы тяги. Разница состоит лишь в том, что явно участок стабилизации удельной боковой силы от угла увода не проявляется.

Отсутствие такого участка можно объяснить тем, что испытания не предусматривали исследования скольжения шин. Однако закономерность изменения удельной боковой силы имеет тот же характер, что и касательная сила тяги.



1 – сухой асфальт, $V = 16$ км/ч; 2 – мокрый бетон, $V = 32$ км/ч; 3 – мокрый асфальт или бетон, $V = 14$ км/ч

Рисунок 3.6 – Изменение удельной силы тяги в зависимости от угла увода

Дж. Вонг в [5] приводит данные об изменении удельной тормозной и тяговой сил в зависимости от скольжения пятна контакта и буксования колеса, полученные С. К. Кларком (рисунок 3.7).

Из диаграмм изменений удельных тормозных и тяговых сил видно, что имеются выраженные максимумы удельных сил, т. е. заключение о зеркальном характере изменения коэффициента сцепления колеса в

зависимости от коэффициента относительного скольжения пятна контакта не подтверждается.

В то же время установленные закономерности сохраняются. Таким образом, можно предположить, что изменения силовых факторов в контакте колес с опорной поверхностью, независимо от характеристик опорной поверхности и шин, близки, в определенном смысле, к закону Амонта-Кулона, по которому существуют трение покоя и трение динамического скольжения.

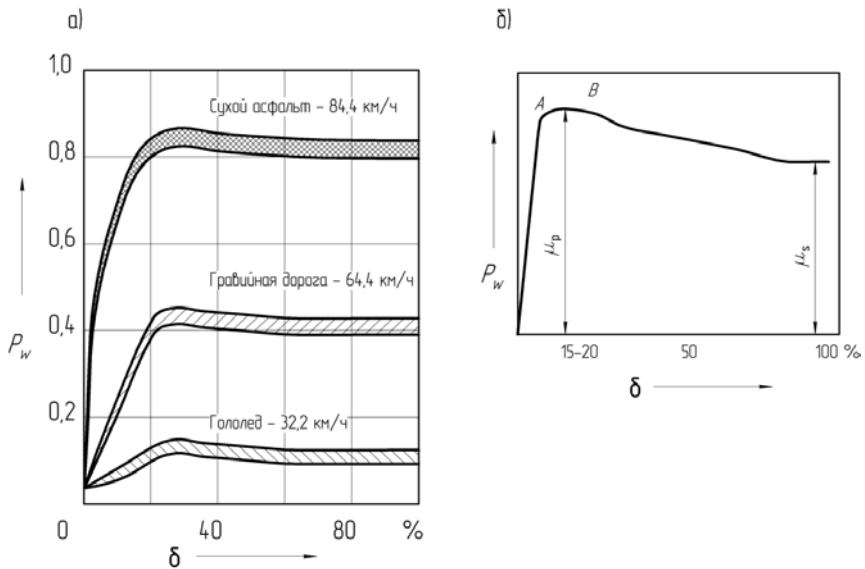


Рисунок 3.7 – Изменение удельной тормозной и тяговой сил в зависимости от проскальзывания и пробуксовки

Необходимо отметить еще раз, что исследователи избегают термина «коэффициент сцепления», а используют понятия «удельная тяговая», «тормозная и удельная боковая силы», представляющие собой безразмерные величины.

При анализе результатов экспериментальных исследований шин по недеформируемой опорной поверхности необходимо обратить внимание на методы, применяемые при их испытаниях. Большинство экспериментальных характеристик шин получено при испытаниях на цилиндрическом

барабане, используемом в качестве опорной поверхности. При подобных испытаниях не воспроизводятся условия в контакте колеса с дорогой, которые имеют место во время эксплуатации, поэтому эти результаты следует отнести к частным случаям, особенно если данные получены при высоких скоростях качения.

Результаты исследований на стендах с плоской контактной поверхностью также не воспроизводят реальные условия качения колеса. Одними из первых конструкций такого типа были лабораторный стенд, созданный в начале 50-х гг., и дорожные тестеры, построенные Корнельской авиационной лабораторией и Ассоциацией инженеров-исследователей, которые особое внимание уделяли исследованиям боковых реакций, действующих на колесо, т. к. известно, что на устойчивость движения колесной машины большое влияние оказывает боковая сила. Для определения предельной величины боковой силы при действии на колесо тяговой или тормозной силы предлагается много приближенных методов. Тяговая сила на шине возникает вследствие приложения момента к колесу, в то время как боковая сила обуславливается деформацией шины относительно дороги. Таким образом, тяговая сила уравнивается реакцией в контакте, и в предельном случае всегда будет происходить скольжение шины в продольном направлении. Если боковая сила Y , возникающая при угле увода в условиях свободного качения колеса, то боковую силу при тяговой силе X и том же угле увода предлагается приблизительно определять построением эллипса, малая ось которого равна Y , а большая $X_{\max}$.

$$(Y / Y_0)^2 + (X / X_{\max})^2 = 1.$$

Для приближения математической модели к реальному процессу качения колеса, например в [180], предлагается модель шины, представленной балкой на упругом основании. Однако полученная формула для определения боковой силы включает в себя множество параметров, характеризующих свойства шины и опорной поверхности, поэтому использование подобных формул в алгоритмах управления движением колесной машины невозможно.

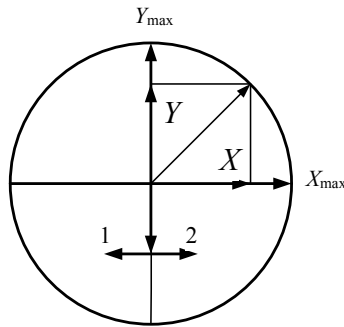
Для определения связи между касательной и боковой силами в контакте колеса с опорной поверхностью в [63, 65] предлагается использовать эллипс трения (рисунок 3.8).

В. И. Кнороз в [27] применяет термин «удельная сила сцепления», под которым можно подразумевать коэффициент сцепления. Причем,



определив термин «удельной силы сцепления», сам автор порой подразумевает под этим термином коэффициент сцепления колес с опорной поверхностью. Результаты изменения удельной силы сцепления в зависимости от процента скольжения, полученные В. И. Кнорозом, приведены на рисунке 3.9.

Из рисунка 3.9 видно, что удельная касательная сила при взаимодействии шин с сухим и мокрым покрытием по мере увеличения процента проскальзывания (в диапазоне от 0 до 10 %) достигает своего максимального значения, а затем убывает.



1 – тяговый режим; 2 – тормозной режим

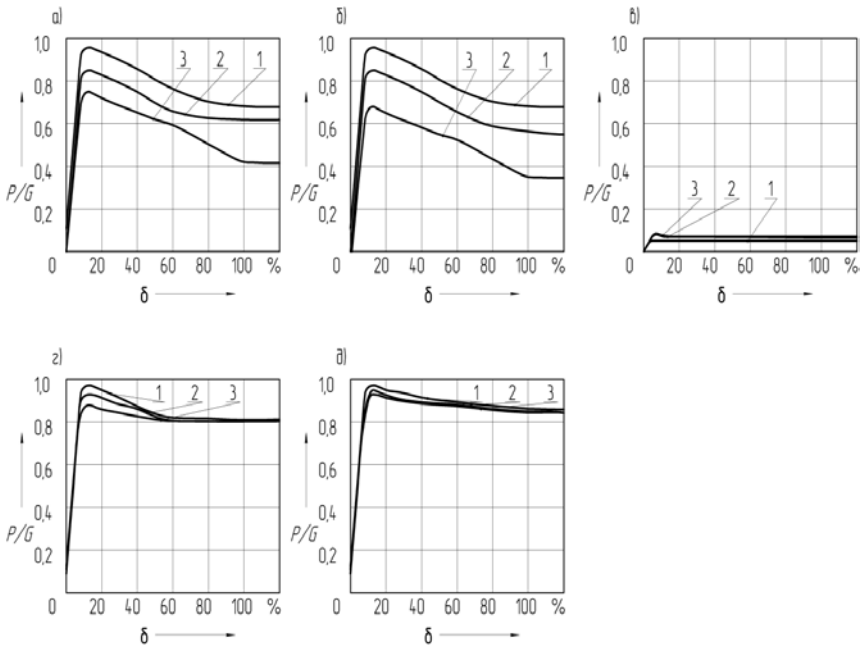
Рисунок 3.8 – Принцип эллипса трения, используемый для исследования управления автомобилем в тяговом и тормозном режимах

Под коэффициентом блокировки В. И. Кнороз [88] подразумевает отношение максимального значения удельной силы сцепления к коэффициенту сцепления при полном скольжении шины. Как видно из рисунка 3.9, максимум удельных сил значений достигается при 10–15 %, но их численные величины различны. Кроме того, повышение коэффициента блокировки ведет к уменьшению абсолютных значений удельных сил сцепления. Вышеприведенные результаты дают качественное представление о закономерности изменения силовых факторов в контакте колес с опорной поверхностью. Однако для построения алгоритмов управления предпочтительнее исследовать временную характеристику изменения силовых факторов, т. е. необходим анализ их изменения в определенных режимах движения в зависимости от времени процесса.

Анализ результатов исследований подтверждает гипотезу о существовании регулярной закономерности изменения силовых факторов

в контакте колеса с опорной поверхностью, но требуется установление четкой временной связи сил для ведущего и тормозящего колес, которая необходима для формирования сигналов управления САБ.

Например, если задачей антиблокировочной и противобуксовочной систем (АБС/ПБС) является максимальное использование коэффициентов сцеплений колес с опорной поверхностью, т. е. максимальная реализация сил в контакте колес с опорной поверхностью, то критерии формирования сигналов управления следует находить путем прямого и непрерывного измерения силовых факторов.

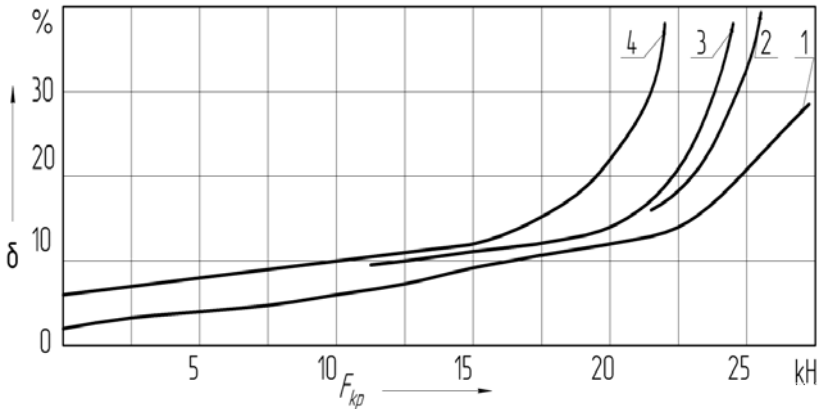


- а; в – сухое асфальтобетонное покрытие: 1 – $V = 32$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,35$;
 2 – $V = 64$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,50$; 4 – $V = 96$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,45$;
 б – мокрое асфальтобетонное покрытие: 1 – $V = 32$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,50$;
 2 – $V = 64$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,20$; 3 – $V = 96$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,10$;
 г – мокрое цементобетонное покрытие: 1 – $V = 32$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,25$;
 2 – $V = 64$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,15$; 3 – $V = 96$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,05$;
 д – заснеженное и обледенелое покрытие: 1 – $V = 32$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,55$;
 2 – $V = 64$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,30$; 3 – $V = 96$ км/ч, коэффициент блокировки $k_{\delta} = 1,30$

Рисунок 3.9 – Зависимость удельной силы p/G сцепления от процента скольжения

Таким образом, нет необходимости в косвенном определении сил на основе кинематических параметров. Тем более, что в последующем для формирования сигналов управления нужны расчеты коэффициентов относительного скольжения колеса.

Экспериментальная зависимость касательной силы тяги от буксования трактора класса 20 кН приведена на рисунке 3.10 [8].



1 – борозда с блокированным дифференциалом (4×4); 2 – то же с блокированным дифференциалом (4×2); 3, 4 – борозда с блокированным дифференциалом (4×2) и без блокировки соответственно

Рисунок 3.10 – Тяговые характеристики трактора класса 2.0 (стерня, 11 передача)

Включение в алгоритмы управления движением колесных машин аналитических зависимостей, полученных многими исследователями, невозможно в силу неопределенности коэффициентов, входящих в них. Так, например, Дж. Вонг в [5] представил аналитическую зависимость боковой силы в виде производных:

$$Y = \alpha \cdot \partial Y / \partial \alpha + \varphi \cdot \partial Y / \partial p + \dots, \quad (3.2)$$

где α – угол увода колеса;
 $\partial Y / \partial \alpha$ – производная от боковой реакции по углу увода;
 φ – угловая деформация колеса;
 p – давление в шине;

$\partial Y/\partial p$ – производная от боковой реакции по давлению в шине;
 Y – боковая сила, действующая на колесо.

Список переменных, влияющих на характер изменения силовых факторов, можно многократно расширять. Поэтому практическое использование аналитических зависимостей в алгоритмах управления торможением не представляется возможным.

Наряду с экспериментальными исследованиями качения колеса развиваются теоретические исследования качения колеса по недеформируемой опорной поверхности, основанные на механике неголономных систем, которые совершенствуются при изучении движений автомобилей и самолетов. Рассмотрим наиболее известные теории качения колеса по недеформируемой опорной поверхности исходя из возможностей их использования для решения обратных задач динамики, т. е. определения силовых факторов в контакте колеса с опорной поверхностью.

3.4 Качение колеса по недеформируемой опорной поверхности

Практическая важность задач путевой устойчивости высокоскоростных транспортных средств привела к созданию ряда теорий качения колеса: от получившей широкое распространение гипотезы увода Рокара [54] до наиболее полной теории качения упругого пневматика, разработанной М. В. Келдышем [19].

Эти теории не связаны между собой и отражают наличие различных подходов к изучению влияния деформаций пневматика на процесс его качения без проскальзывания.

До настоящего времени все последующие теории качения колеса считаются частными случаями теории Келдыша.

При изучении влияния деформации пневматика на процесс его качения обычно прибегают к определенным упрощающим предположениям, которые позволяют описать явление деформации конечным числом параметров. В простейшей теории деформация пневматика рассматривается лишь одним параметром. Из такого предположения исходит, например, теория Рокара [54] и формулируется гипотеза увода.

Известно, что динамические процессы любого транспортного средства связаны, прежде всего, с характером взаимодействия пневматической шины с опорной поверхностью, поэтому для теоретического анализа динамики движения машины первостепенной задачей является корректное представление математической модели качения колеса.

Пневматическая шина в процессе взаимодействия с опорной поверхностью подвергается сложному деформированному состоянию. Характер же деформаций упругой периферии пневматика предопределяет динамику движения любой машины в целом.

Ввиду сложности точного представления математической модели, которая могла бы всесторонне учесть характер деформированного состояния шины в процессе качения по опорной поверхности, модель реального объекта упрощают. Кроме того, вводятся определенные гипотезы, чтобы описать качение конечным числом параметров. Однако при упрощении модели в каждом конкретном случае необходимо исходить из условия поставленной задачи. В данном варианте рассмотрение теорий качения колеса предусматривает возможность их использования для решения обратных задач динамики движения колесных машин, т. е. отыскания силовых факторов.

Рассмотрим, прежде всего, теорию качения колеса, предложенную Рокаром.

Пусть на катящееся колесо (рисунок 3.11) действует боковая сила. Очевидно, что шина при этом испытывает деформацию в боковом направлении.

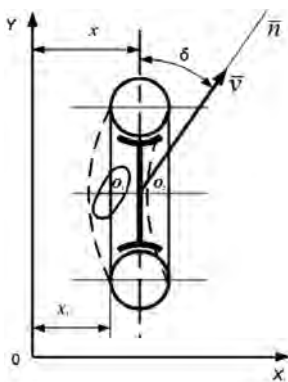


Рисунок 3.11 – Модель упругого пневматика по Рокару

Допустим, что она упруго смещается в боковом направлении, но при этом не меняет ориентации своей срединной плоскости. При качении колеса последовательные площадки возобновляющегося контакта располагаются одна за другой под углом δ (угол увода) к его средней плоскости.

Следовательно, в каждый момент времени вектор мгновенной скорости $\vec{V}$ направлен вдоль оси n , совпадающей с видимым направлением качения колеса. Такое явление Рокар называет уводом (иногда квазивиражом). При этом он считает, что угол увода пропорционален величине поперечной деформации шины. Если обозначить: x – координата средней плоскости колеса; x_1 – координата центра площади контакта; $\vec{V}$ – скорость центра колеса, то уравнение кинематических связей в данном случае имеет вид:

$$\dot{x}_1 = (x - x_1) \cdot \alpha \cdot \gamma. \quad (3.3)$$

Упрощенная задача не выходит за рамки классической механики, имеющей дело с качением колеса без проскальзывания абсолютно твердого тела лишь с той разницей, что абсолютно твердому телу придается свойство увода. В этом случае уравнение (3.3) не учитывается, а в уравнение движения входит сила, которая связана с поперечной деформацией соотношением

$$R = k_y \cdot \delta, \quad (3.4)$$

где k_y – коэффициент сопротивления боковому уводу;

δ – угол бокового увода.

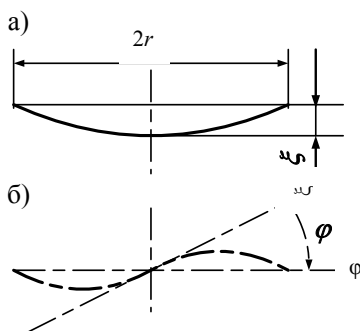
Теория увода Рокара наиболее распространена, т. к. она достаточно проста. Гипотеза увода дает одно уравнение кинематических связей и хорошо отображает реальный процесс при медленно меняющихся углах увода. При этом угол наклона колеса и вертикальная деформация отсутствуют.

Недостаток теории Рокара в том, что она не позволяет получить силовую функцию, которая необходима при изучении колебательных явлений курсового движения колесной машины. Однако ее использование представляется наиболее удобным при исследовании криволинейного движения, когда кривизна траектории имеет некоторую конечную величину (движение, близкое к прямолинейному, характеризуется стремлением кривизны траектории к нулю).

Теория Грейдануса [30], наряду с боковой деформацией, учитывает деформацию скручивания шины. В основе теории лежит геометрия изменения формы проекции центральной окружности срединной плоскости на горизонтальную плоскость, которая зависит от характера деформации



шины. От характера же изменения формы центральной окружности зависит кинематика шины в целом. Уравнения связей выводятся из предположения, что проекция центральной линии деформированной шины на плоскость дороги в центре площадки контакта должна иметь с линией качения (линия качения – геометрическое место последовательных положений на дороге центра площадки качения шины) общую касательную и одинаковую кривизну. Из данного условия, согласно обозначениям на рисунках 3.12 и 3.13, получены уравнения кинематических связей, которые накладывают некоторые ограничения на возможные движения колеса при его качении без проскальзывания.



а – при наличии деформации; б – то же при чистом кручении

Рисунок 3.12 – Проекция диаметальной окружности колеса на опорную поверхность

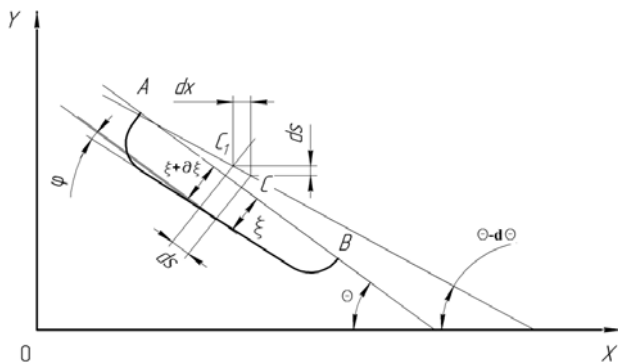


Рисунок 3.13 – Проекция диаметальной окружности колеса на опорную поверхность при ее сложном деформированном состоянии

Уравнения кинематических связей в этом случае имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} + \dot{\xi} + v \cdot \theta + v \cdot \varphi; \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} + c_1 \cdot v \cdot \xi + c_2 \cdot v \cdot \varphi = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

где $\dot{x}$ – абсцисса средней плоскости колеса;

$\dot{\xi}$ – величина боковой деформации колеса;

φ – величина угла закручивания шины;

θ – угол поворота средней оси;

c_1, c_2 – заданные коэффициенты кривизны, $c_1 = \left(\frac{df}{d\xi} \right)$;

$$c_2 = \left(\frac{df}{d\varphi} \right).$$

Грейданус предусматривает также возможность получения уравнений кинематических связей в случае, когда колесо наклонено к плоскости дороги под некоторым углом.

Из условия равенства кривизны линии

$$d(\theta + \varphi) = -dS/\rho; \quad (3.6)$$

$$1/\rho = c_1 \cdot \xi + c_2 \cdot \varphi \pm \lambda/r, \quad (3.7)$$

где ρ – радиус кривизны средней оси;

r – радиус колеса;

λ – угол наклона плоскости колеса к горизонтальной оси качения.

Тогда уравнение связей преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} + \dot{\xi} + v \cdot \theta + v \cdot \varphi; \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} + c_1 \cdot v \cdot \xi + c_2 \cdot v \cdot \varphi \pm \lambda \cdot v / r = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Теория качения Грейдануса [1, 30] более точно характеризует процесс качения шины, чем теория увода Рокара. Теорию Грейдануса можно распространить и на случай наклонного колеса. Она дает два уравнения кинематических связей и применима для малых параметров деформаций и для движения, близкого к прямолинейному. Однако изучение существенно криволинейного движения практически невозможно,

а методы точного определения коэффициентов, входящих в уравнения кинематических связей, требуют уточнения.

Теория Келдыша рассматривает шину, которая характеризуется тремя параметрами: боковой деформацией ξ , закручиванием φ и углом наклона средней плоскости к плоскости качения λ (рисунок 3.14).

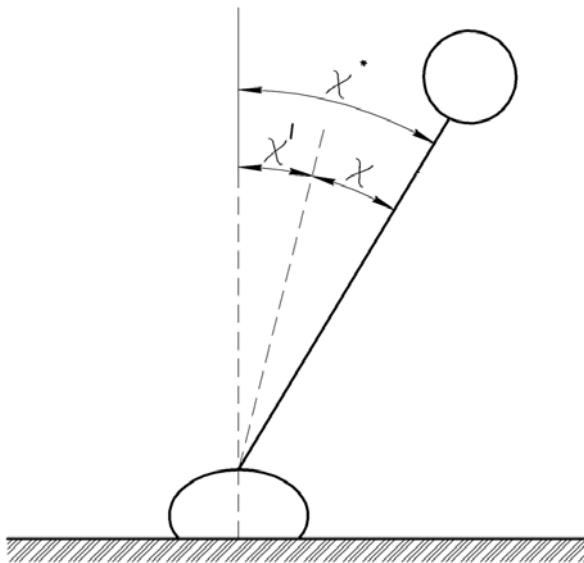


Рисунок 3.14 – Сечение пневматика поперечной плоскостью

Для получения уравнений кинематических связей в этом случае отсутствие проскальзывания пятна контакта шины учитывается геометрическими соображениями:

- касательная к линии качения образует с проекцией горизонтального диаметра на плоскость качения угол, равный параметру угловой деформации шины вокруг перпендикуляра к плоскости качения;
- в центре пятна контакта кривизна линии качения совпадает с кривизной проекции центральной линии деформированной шины на плоскость качения и кривизна проекции центральной линии деформированной шины однозначно определяется параметрами деформации.

Теория Келдыша [19] предполагает, что параметры деформации малы, а движение близко к прямолинейному.

Согласно теории Келдыша, получаются два условия отсутствия скольжения шины, которые дают два уравнения кинематических связей.

В соответствии с обозначениями на рисунке 3.13 уравнения кинематических связей примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} + \dot{\xi} + v \cdot \theta + v \cdot \varphi &= 0; \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} - d v \cdot \xi + \beta \cdot v \cdot \varphi + \gamma \cdot \lambda \cdot v &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

где α, β, γ – коэффициенты кривизны осевой деформации шины и деформации закручивания, определяемые экспериментально.

Ввиду малости деформаций силы, их вызывающие, связаны линейным законом с параметрами деформации.

Как видно, во всех вышеприведенных моделях связей не принимается во внимание диссипация энергии, которая связана со скоростью изменения деформации, следовательно, при определенных ненулевых начальных условиях решение системы получается заведомо колебательным.

Теории Грейдануса и Келдыша применимы при решении динамических задач, предполагающих движение шины в случае быстро меняющегося угла увода.

Действительно, теории Грейдануса и Келдыша предполагают, что параметры деформации малы и угол отклонения плоскости колеса от прямолинейного движения тоже мал. Это согласуется с тем, что кривизна линии качения – величина малая и является функцией параметров деформации.

В случае же существенно криволинейного движения кривизна качения – величина конечная; тогда нужно либо отказаться от предположения, что кривизна линии качения совпадает с кривизной проекции на плоскость качения центральной линии деформированной шины, которая однозначно определяется параметрами деформации, либо считать деформации величинами конечными, а не малыми.

Если рассматривать качение одиночного колеса или движение двух- и трехколесных машин, совпадение вышеуказанных кривизн траекторий точек может осуществляться за счет конечного угла наклона плоскости колеса к опорной поверхности качения, а разновидность уравнений связей весьма ограничена.

При изучении «шимми» зависимость между путем S , углом поворота шкворня, боковым смещением ξ и углом закручивания шины φ записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(\theta + \varphi)}{dS} &= d\xi - \beta \cdot \varphi; \\ \frac{t \cdot d\theta}{dS} + \frac{d\xi}{dS} &= -(\theta + \varphi); \\ a \cdot t \cdot \xi + b \cdot \varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Проблема устранения «шимми» колеса, как одно из практических приложений теории Келдыша, связанная с изучением колебаний шасси самолета, была решена с использованием уравнений кинематических связей. Явление «шимми» рассматривается в двух аспектах: кинематическом и динамическом. Полагают, что кинематическое «шимми» – следствие боковой податливости шины, динамическое «шимми» связывают с инерционными моментами колеса и характеристиками подвески.

Недостаток уравнений М. В. Келдыша состоит в том, что кривизна траектории геометрического центра колеса должна иметь малую кривизну и определяться малыми деформациями пневматика.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(\theta + \varphi)}{dS} &= d\xi - \beta \cdot \varphi; \\ \frac{d\xi}{dS} + t \frac{d\theta}{dS} &= -\theta + \varphi; \\ v^2 \cdot J \cdot \frac{d^2\theta}{dS^2} + v \cdot h \cdot \frac{d\theta}{dt} &= a \cdot t \cdot \xi + b \cdot \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

где J – момент инерции колеса.

Применимость рассмотренных моделей взаимодействия шины с опорной поверхностью в разрабатываемых математических моделях динамики движения машин к анализу автоколебаний управляемых колес может быть оценена при наличии экспериментальных данных, используя характеристики шин в процессе численной реализации алгоритмов при моделировании на ПЭВМ.

При построении алгоритмов для исследования управляемости и устойчивости колесных машин наиболее важным является получение характеристик неустановившегося увода шин и аналитической

зависимости между углами бокового увода и боковыми реакциями на колесах.

Результаты большого числа экспериментов, проведенных в разных странах различными исследователями, а также обобщения результатов исследований позволяют сделать следующие выводы:

- зависимость между углами увода и боковыми силами в общем случае нелинейная;

- при малых углах увода изменение отношения боковой силы R_i к углу бокового увода δ_i сравнительно невелико и может считаться постоянным.

Коэффициент сопротивления уводу k_y зависит от многочисленных факторов, основными из которых являются: размеры и конструкции шин, давление воздуха в них, вертикальные нагрузки на колеса, скорости движения, кривизны траектории и др. Кроме того, величина коэффициента сопротивления уводу зависит от методики его определения.

В [28, 63] для получения характеристик неустановившегося увода шин рекомендуется использовать характеристики установившегося увода с учетом запаздывания. При этом боковую силу можно найти из уравнения

$$R_i = k_y (\delta_i + k_\phi \cdot \delta_i),$$

где k_ϕ – коэффициент, обеспечивающий необходимое изменение боковой силы и фазового угла, определяется экспериментально.

Угол увода δ_i можно найти из уравнений кинематических связей.

Теория Келдыша определила новый этап в развитии механики неголономных систем, показала значимость в решении практических задач движения колесных машин. Однако ее недостатком является то, что уравнения кинематических связей применимы для исследований качения колеса с малыми кривизнами, т. е. возможность ее использования ограничивается прямолинейным движением.

Анализ квазистатических и теоретических исследований качения колеса, представляющих собой методы силовой идентификации, сыграл и играет все еще большую роль в проектировании колесных машин. В то же время современные методы проектирования мобильных машин ориентированы к высшей степени формализации, которая, как известно, необходима для автоматизации процесса проектирования. Данная тенденция является утопичной и не имеет перспективы своего развития. Каковы бы ни были возможности новых компьютерных технологий, проектирование

новых машин, обоснование и выбор схем, структурный синтез машины определяются главным образом опытом и интуицией конструктора, его способностями предвидения.

Как видим, современные методы идентификации неявно ограничивают свои возможности при получении первичной априорной информации о физической модели, необходимой для создания более совершенных конструкций машин и систем управления движением АТС.

Опыт многих исследователей свидетельствует о том, что нельзя построить математическую модель, адекватную реальному объекту, только с помощью квазистатических и теоретических исследований физических процессов в системе. По мере развития процесса проектирования и накопления информации модель системы должна уточняться, и для ее идентификации на каждом этапе требуются соответствующие методы. В связи с этим становится актуальной задача непрерывной идентификации динамического состояния колеса, которая нужна для адаптивных систем автоматического управления движением колесных машин. Поэтому теоретические исследования движения АТС требуют создания новых уравнений неголономных связей, позволяющих определение силовых факторов при любом виде движения, необходимых для анализа САБ АТС.

В простейших САБ АТС наиболее эффективной аналитической базой алгоритма являются уравнения кинематических связей, использующих теорию Рокара [54].

3.5 Новые уравнения кинематических связей качения колеса по недеформируемой опорной поверхности

Для устранения недостатков рассмотренных теорий качения колеса по недеформируемой опорной поверхности [19, 54] рекомендуется способ аналитической теории качения для произвольного криволинейного качения движения, сущность которого состоит в некотором развитии теории Келдыша. Предлагаемая теория опирается на несколько гипотез [1, 71]. В общем случае будем считать, что угол наклона колеса χ^* к вертикальной плоскости не равен параметру угловой деформации вокруг продольной оси, а определяется по соотношению

$$\chi^* = \chi' + \chi, \quad (3.12)$$



Рассмотрим гипотезы 1 и 2. Пусть K_{O_1} – кривизна линии качения деформированного пневматика в центре пятна контакта O_1 ; K_{C_0} – кривизна проекции линии движения центра деформированного пневматика на опорную плоскость в соответствующей центру пятна контакта точке; K'_{O_1} – кривизна линии качения недеформированного пневматика; K'_{C_1} – кривизна проекции линии движения центра недеформированного пневматика на опорную плоскость.

Изохронные вариации можно представить в виде разностей:

$$\delta \cdot K'_{O_1} = K_{O_1} - K'_{O_1}; \quad (3.14)$$

$$\delta \cdot K'_{C_0} = K_{C_0} - K'_{C_0}. \quad (3.15)$$

Из геометрического соотношения (см. рисунок 3.13) следует

$$K'_{O_1} = K'_{C_0} + R_c \cdot \sin \chi', \quad (3.16)$$

где R_c – радиус недеформированного пневматика.

Таким образом, согласно гипотезам 1 и 2, а также равенствам (3.14) и (3.15), получаем

$$\delta \cdot K'_{O_1} = K_{O_1} - K'_{C_0} - R \cdot \sin \chi' = f_1(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta); \quad (3.17)$$

$$\delta \cdot K'_{C_0} = K_{C_0} - K'_{C_0} = f_2(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta), \quad (3.18)$$

где ξ , τ , δ – боковой, касательный и нормальный параметры деформаций соответственно;

θ – угловая деформация вокруг нормали;

χ – угловая деформация вокруг продольной оси.

Из рисунка 3.16 следует

$$\chi' = \chi^* - \chi, \quad (3.19)$$

где χ^* – полный угол наклона деформированного пневматика относительно продольной плоскости;

χ – угол наклона недеформированного пневматика.



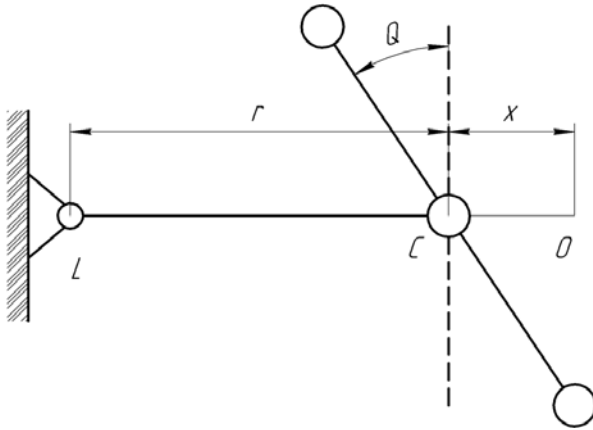


Рисунок 3.16 – Схема стенда

Поскольку диск колеса абсолютно твердый, а шина деформируемая, но неразрывная, то гипотезы 1 и 2 целесообразно объединить в одну. Действительно, из равенств (3.14)–(3.16), с учетом (3.19), имеем

$$\begin{aligned} \delta \cdot K'_{O_1} - \delta \cdot K'_{C_0} &= \delta(K'_{O_1} - K'_{C_0}) = K_{O_1} - K'_{C_0} - \\ - R \cdot \sin(\chi^* - \chi) - K_{C_0} + K'_{C_0} &= K_{O_1} - K_{C_0} - R \cdot \sin(\chi^* - \chi) \end{aligned}$$

или

$$\delta \cdot K'_{O_1} - \delta \cdot K'_{C_0} = K_{O_1} - K_{C_0} - R \cdot \sin(\chi^* - \chi). \quad (3.20)$$

С другой стороны,

$$\delta \cdot K'_{O_1} - \delta \cdot K'_{C_0} = f_1(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta) - f_2(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta) = f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta). \quad (3.21)$$

На основании (3.20) и (3.21) получим

$$K_{O_1} - K_{C_0} - R \cdot \sin(\chi^* - \chi) = f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta) \quad (3.22)$$

или

$$K_{O_1} - K_{C_0} = R \cdot \sin(\chi^* - \chi) + f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta). \quad (3.23)$$

Уравнение (3.23) соответствует гипотезам 1 и 2. Разность кривизны линии качения в центре пятна контакта и проекции линии движения центра колеса на плоскость качения в точке, соответствующей центру пятна контакта, однозначно определяется параметрами деформаций и углом наклона колеса. В формуле (3.23) R – динамический радиус колеса. В случае, когда угол наклона колеса совпадает с параметрами угловой деформации вокруг продольной оси $\chi^* = \chi = \chi'$, уравнение (3.23) имеет вид:

$$K_{Q_1} - K_{C_0} = f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta) + R \cdot \sin \chi. \quad (3.24)$$

В таком виде, в основном, и будем его использовать. В случае недеформируемого колеса будем полагать $\xi = \theta = \chi = \tau = \delta = 0$ и $f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta) = 0$.

Тогда уравнение (3.24) примет вид:

$$K_{Q_1} - K_{C_0} = R \cdot \sin \chi', \quad (3.25)$$

где χ' – угол наклона плоскости колеса к продольной плоскости.

Функция $f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta)$ обладает свойством непрерывности при условии отсутствия скольжения и отрыва колеса от опорной плоскости. В случае существования отрыва колеса от опорной плоскости и наличия скольжения возникают разрывы конечного рода. Таким образом, в случае реального движения функция $f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta)$ – кусочно-непрерывная функция, имеющая разрывы конечного рода. Разложив функцию $f(\xi, \theta, \chi, \tau, \delta)$ в ряд Тейлора в нулевой точке и ограничиваясь линейными членами, уравнение (3.25) заменим приближенным уравнением вида

$$K_{Q_1} - K_{C_0} = R \cdot \sin \chi^* + A \cdot \xi + B \cdot \theta + C \cdot \chi + D \cdot \tau + E \cdot \delta \quad (3.26)$$

или, считая, что $\sin \chi^* = \chi$, $R = R(\delta)$, получим еще более простую формулу

$$K_{Q_1} - K_{C_0} = A \cdot \xi + B \cdot \theta + C \cdot \chi + D \cdot \tau + E \cdot \delta, \quad (3.27)$$

где A, B, C, D, E – коэффициенты кривизны, переменные в общем случае, их следует определять экспериментально на подвижном колесе либо вычислять аналитически.

Предлагаемая гипотеза позволяет получить уравнение кинематической связи второго порядка относительно вторых производных. Кривизну линии качения и кривизну проекции линии движения центра колеса на опорную плоскость будем вычислять по известной формуле

$$K = \frac{\dot{x} \cdot \ddot{y} - \dot{y} \cdot \ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}, \quad (3.28)$$

где x, y – текущие координаты соответствующей кривой.

Для составления уравнения кинематической связи с помощью гипотез 1 и 2 необходимо установить связь между координатами центра пятна контакта x_{O_1}, y_{O_1} и координатами проекции центра колеса на опорную плоскость x_{C_0}, y_{C_0} .

Для этого рассмотрим проекцию пневматика на опорную плоскость Oxy (см. рисунок 3.15), где φ – курсовой угол; $\bar{v}_{C_0}$ – проекция скорости центра на опорную плоскость; $\bar{v}_{O_1}$ – скорость перемещения центра пятна контакта.

На основании рисунка 3.15 можно получить следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} x_{O_1} &= x_{C_0} + R \cdot \sin \chi^* \cdot \sin \varphi - \tau \cdot \cos(\varphi - \theta) + \xi \cdot \sin(\varphi - \theta); \\ y_{O_1} &= y_{C_0} + R \cdot \sin \chi^* \cdot \cos \varphi - \tau \cdot \sin(\varphi - \theta) - \xi \cdot \cos(\varphi - \theta), \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

где x_{O_1}, y_{O_1} – координаты центра пятна контакта;

x_{C_0}, y_{C_0} – координаты центра колеса;

R – динамический радиус центра колеса.

Связь динамического радиуса центра колеса со свободным радиусом колес определяется формулой (рисунок 3.17)

$$R = R_C - \delta / \cos \chi^*, \quad (3.30)$$

где R_C – свободный радиус колеса;

δ – нормальная деформация колеса.



Таким образом, система (3.29), с учетом (2.30), примет вид:

Продифференцировав систему (3.31) по времени дважды, определим зависимость между скоростями и ускорениями точек O_1 и C_0 .

$$\begin{aligned} a_1 \cdot \ddot{x}_{C_0} + a_2 \cdot \ddot{y}_{C_0} + a_3 \cdot \ddot{\varphi} + a_4 \cdot \ddot{\xi} + a_5 \cdot \ddot{\theta} + a_6 \cdot \ddot{\tau} + a_7 \cdot \ddot{\chi}^* + a_8 \cdot \ddot{\delta} = \\ = b_1 \cdot \xi + b_2 \cdot \theta + b_3 \cdot \chi + b_4 \cdot \tau + b_5 \cdot \delta + b_6 \cdot \chi^*, \end{aligned} \quad (3.32)$$

где a_1 – a_8 , b_1 – b_6 – коэффициенты, в которые входят координаты, курсовой угол, параметры деформации и их первые производные по времени.

В случае, когда угол наклона колеса и вертикальной продольной плоскости совпадает с параметром угловой деформации, уравнение (3.32) запишется в более простой форме:

$$\begin{aligned} a_1 \cdot \ddot{x}_{C_0} + a_2 \cdot \ddot{y}_{C_0} + a_3 \cdot \ddot{\varphi} + a_4 \cdot \ddot{\xi} + a_5 \cdot \ddot{\theta} + a_6 \cdot \ddot{\tau} + a_7 \cdot \ddot{\chi} + a_8 \cdot \ddot{\delta} = \\ = b_1 \cdot \xi + b_2 \cdot \theta + b_3 \cdot \chi + b_4 \cdot \tau + b_5 \cdot \delta. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Остальные уравнения кинематических связей получаются раскрытием гипотезы Келдыша.

Следует заметить, что уравнение (3.32) или (3.33) является уравнением кинематической связи второго порядка; в литературе подобные уравнения не встречаются применительно к процессу эластичного колеса, поэтому их будем называть «новыми» уравнениями кинематической связи.

Обычно при теоретических исследованиях параметры деформаций χ , τ , δ рассматривают как обобщенные координаты и энергию их скоростей учитывают, а энергией скоростей деформации $\dot{\xi}$ и $\dot{\theta}$ пренебрегают. Для определения этих параметров служат уравнения кинематических связей.

Необходимо отметить, что новое уравнение кинематических связей было выведено с меньшим числом допущений, чем в случае теории Келдыша.

Рассмотрим методику определения кинематических коэффициентов на круговом стенде. Пусть эластичное колесо шарнирно закреплено на конце кривошипа (см. рисунок 3.17).

Проводятся три серии экспериментов для определения трех кинематических коэффициентов.

1 Колесо устанавливается так, что его плоскость перпендикулярна кривошипу LC и опорной плоскости, при этом $\theta = 0$; $\chi = 0$. Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью ω при постоянной нормальной нагрузке на колесо и постоянном давлении в шине.

Очевидно, что

$$K_C = \frac{1}{p}; \quad K_O = \frac{1}{p + \xi}.$$

Согласно предложенной гипотезе

$$K_C - K_O = A \cdot \xi$$

или

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p+\xi} = A \cdot \xi.$$

Откуда

$$A = \frac{1}{p(p+\xi)}. \quad (3.34)$$

В формуле (3.34) параметр боковой деформации ξ измеряется.

2 Колесо устанавливается в вертикальной плоскости под углом $\frac{\pi}{2} - \theta$ к кривошипу (см. рисунок 3.17). Угол θ является параметром угловой деформации вокруг вертикальной оси, следовательно, $\xi = 0$, $\theta = 0$, $\chi = 0$. Кривошип вращается с такой же постоянной угловой скоростью ω , что и в первой серии экспериментов.

Согласно предложенной гипотезе

$$K_C - K_O = A \cdot \xi + B \cdot \theta.$$

Кроме того,

$$K_C = \frac{1}{p}; \quad K_O \approx \frac{1}{p+\xi}.$$

Таким образом, имеем

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p+\xi} = A \cdot \xi + B \cdot \theta.$$

Откуда

$$B = \frac{\xi}{\theta} \left(\frac{1}{p(p+\xi)} - A \right). \quad (3.35)$$

Следует заметить, что в формулах (3.34) и (3.35) параметры деформации ξ равные.

3 Колесо устанавливается под углом $\frac{\pi}{2} - \chi$ к опорной плоскости (см. рисунок 3.17), следовательно, $\xi \neq 0$, $\theta \neq 0$, $\chi \neq 0$. Причем угол χ



является параметром угловой деформации вокруг продольной оси. Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью ω .

Согласно предложенной гипотезе

$$K_C - K_O = A \cdot \xi + B \cdot \theta + C \cdot \chi.$$

Кроме того,

$$K_C = \frac{1}{p}; \quad K_O = \frac{1}{p + \xi + R \cdot \sin \chi},$$

где R – динамический радиус колеса.

В результате

$$C = \frac{1}{\chi} \left(\frac{\xi + R \cdot \sin \chi}{p(p + \xi + R \cdot \sin \chi)} - A \cdot \xi \right). \quad (3.36)$$

В формуле (3.36) параметр деформации ξ имеет другое значение, чем в формулах (3.34) и (3.35).

Таким образом, в рассмотренной методике измеряемым параметром является параметр ξ , все остальные величины назначаются.

Кинематические коэффициенты A и B можно найти и другим методом, используя коэффициенты кривизны Келдыша.

1 Определение коэффициента A . Пусть $\theta = 0$, $\chi = 0$. Тогда $K_O = a_1 \cdot \xi$, где $K_O = 1/p$ и $a_1 = 1/p \cdot \xi$. Отсюда $\xi = 1/p \cdot a_1$.

По предлагаемой гипотезе

$$K_C - K_O = A \cdot \xi.$$

Отсюда

$$A = \frac{1}{\xi} K_C - K_O.$$

Кроме того,

$$K_C = \frac{1}{p}; \quad K_O = \frac{1}{p + \xi}.$$



Следовательно,

$$A = \frac{1}{\xi} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + \xi} \right) = \frac{1}{p(p + \xi)}.$$

Однако по теории Келдыша

$$\xi = \frac{1}{p \cdot a_1}.$$

Тогда

$$A = \frac{1}{p \left(p + \frac{1}{p \cdot a_1} \right)} = \frac{a_1}{p^2 \cdot a_1 + 1}.$$

Таким образом,

$$A = \frac{a_1}{p^2 \cdot a_1 + 1}. \quad (3.37)$$

2 Определение коэффициента B .

Пусть $\xi \neq 0$, $\theta \neq 0$, $\chi \neq 0$. Согласно гипотезе Келдыша

$$K_O = a_1 \cdot \xi - a_2 \cdot \theta,$$

где $K_O = 1/p$.

Следовательно,

$$\frac{1}{p} = a_1 \cdot \xi - a_2 \cdot \theta \quad \text{или} \quad a_2 = -\frac{1}{\theta} \left(\frac{1}{p} - a_1 \cdot \xi \right). \quad (3.38)$$

С другой стороны,

$$a_2 = \psi_u 2\sqrt{a_2}; \quad (3.39)$$

$$-\frac{\xi}{\theta} = \frac{K_\delta}{C_\xi}, \quad (3.40)$$

где K_δ – коэффициент сопротивления уводу;



C_{ξ} – боковая жесткость шины;

$\psi_{ш}$ – коэффициент относительного затухания переходного процесса в шине, зависящий только от конструкции шины и изменяющийся в пределах $\psi_{ш} = 0,917 \dots 1,28$ [82].

Из (3.40) следует, что

$$\xi = -\theta \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}}. \quad (3.41)$$

Из (3.38) имеем

$$\theta = -\frac{1}{a_2} \left(\frac{1}{p} - a_1 \cdot \xi \right).$$

Подставляя в вышеприведенное выражение для ξ , получим

$$\theta = -\frac{1}{a_2} \left(\frac{1}{p} - a_1 \cdot \theta \cdot \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} \right).$$

Отсюда

$$\theta = -\frac{1}{p} \left(\frac{1}{a_1 \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} + a_2} \right). \quad (3.42)$$

По предлагаемой гипотезе

$$K_C - K_O = A \cdot \xi + B \cdot \theta,$$

где $K_C = \frac{1}{p}$; $K_O = \frac{1}{p + \xi}$.

Отсюда

$$B = \frac{\xi}{\theta} \left(\frac{1}{p(p + \xi)} - A \right). \quad (3.43)$$

Это равенство, с учетом (3.39)–(3.41), перепишем следующим образом:

$$B = -\frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} \left(\frac{1}{p \left(p + \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{a_1 \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} + \psi_{ш} 2\sqrt{a_1}} \right)} \right) - A = \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} \left(A - \frac{1}{p^2 + \frac{1}{a_1 \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} + \psi_{ш} 2\sqrt{a_1}}} \right)$$

или окончательно

$$B = -\frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} \left(\frac{a_1}{a_1 p^2 + 1} - \frac{1}{p^2 + \frac{1}{a_1 \frac{K_{\delta}}{C_{\xi}} + \psi_{ш} 2\sqrt{a_1}}} \right). \quad (3.44)$$

Величины K_{δ} , C_{ξ} , a_1 , $\psi_{ш}$ определены для трех модификаций шин.

Результаты расчета коэффициентов A и B сведены в таблицу 3.1. Для шины 14,00 – 22е HD в числителе указаны величины при радиальной нагрузке $N = 44300$ Н, в знаменателе – при $N = 24500$ Н; для других шин в числителе – при $N = 24500$ Н, в знаменателе – при $N = 14600$ Н.

На рисунке 3.18 показано поведение коэффициента A в зависимости от радиальной нагрузки N и давления воздуха P в шине.

Таблица 3.1 – Результаты расчета коэффициентов уравнений связей

Тип шины	C_{ξ} , Н/м	K_{δ} , Н/рад	$\psi_{ш}$	A_1 , м ⁻²	a_2 , м ⁻¹	A , м ⁻²	B , м ⁻¹	P , м
14,00 – 22е HD	<u>594860</u>	<u>224420</u>	<u>0,917</u>	<u>23,8</u>	<u>8,9</u>	<u>0,960</u>	<u>0,00563</u>	1
	594860	177380	0,918	37,9	11,4	0,980	0,00743	
9,00 – 20е HD	<u>387100</u>	<u>168560</u>	<u>1,150</u>	<u>28,2</u>	<u>12,5</u>	<u>0,965</u>	<u>0,00217</u>	1
	387100	146020	1,180	39,1	14,8	0,975	0,00378	
9,00 – 20е HDx	<u>279300</u>	<u>199920</u>	<u>1,150</u>	<u>10,3</u>	<u>7,4</u>	<u>0,980</u>	<u>0,03230</u>	1
	279300	159740	1,280	20,0	11,5	0,950	–0,00134	

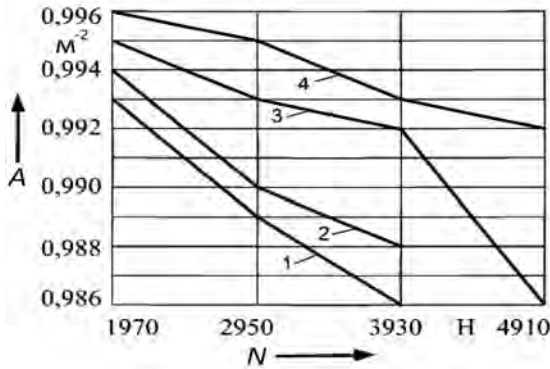


Рисунок 3.18 – Изменение коэффициента A в зависимости от радиальной нагрузки N и давления воздуха p в шине

3.6 Выводы

1 На основе установления общей закономерности изменения сил в зависимости от кинематических параметров качения колеса сформулируем гипотезу: *силы в контакте колеса с опорной поверхностью подчиняются регулярной закономерности их изменения во временной связи, которая позволяет алгоритму САБ формировать сигналы управления исполнительными механизмами АТС.*

2 Анализ теорий качения колеса позволяет сформулировать новую гипотезу, дополняющую теорию М. В. Келдыша: *разность изохронных вариаций кривизны, линии качения пятна контакта пневматика и геометрического центра обода колеса при внезапном придании деформации пневматику однозначно определяется параметрами деформации упругого пневматика.*

3 Гипотезу отсутствия проскальзывания в пятне контакта можно охарактеризовать вертикальной деформацией Z_{zj}^* , а также действием статической нагрузки F_{zj}^* на колесо.