

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технология машиностроения»

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Методические рекомендации к лабораторным работам
для студентов направления подготовки
15.03.06 «Мехатроника и робототехника»
дневной формы обучения*

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
<http://e.biblio.bru.by/>



Могилев 2019

УДК 621.8
ББК 34.5
Э 38

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения» «19» ноября 2018 г.,
протокол № 6

Составители: канд. техн. наук, доц. И. Д. Камчицкая;
канд. техн. наук, ст. преподаватель Д. Г. Шатуров

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. П. Прудников

Представлены методические рекомендации к выполнению лабораторных
работ по дисциплине «Экспериментальные исследования робототехнических
систем».

Учебно-методическое издание

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ответственный за выпуск	В. М. Шеменков
Технический редактор	А. Т. Червинская
Компьютерная верстка	Е. С. Лустенкова

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2019



Содержание

Инструкция по охране труда при проведении лабораторных работ.....	4
1 Лабораторная работа № 1. Разработка методики испытаний робототехнической системы.....	7
2 Лабораторная работа № 2. Разработка программного обеспечения стендовых испытаний робототехнической системы.....	11
3 Лабораторная работа № 3. Статистические методы при проведении эксперимента и анализе результатов экспериментальных исследований....	14
4 Лабораторная работа № 4. Математические методы при проведении экспериментальных исследований.....	17
5 Лабораторная работа № 5. Статистическая обработка данных экспериментальных исследований в системе Mathcad.....	21
6 Лабораторная работа № 6. Статистическая обработка данных экспериментальных исследований в системе MATLAB.....	24
7 Лабораторная работа № 7. Графическое представление результатов экспериментальных исследований.....	30
Список литературы.....	34



Инструкция по охране труда при проведении лабораторных работ

Общие требования безопасности

1 Допуск студентов к лабораторным занятиям производится только после инструктажа по технике безопасности, о чем делается соответствующая запись в специальном журнале. Получивший инструктаж подтверждает его прохождение подписью.

2 При проведении лабораторных работ и лабораторного практикума необходимо соблюдать правила пожарной безопасности, знать места расположения первичных средств пожаротушения.

3 Студентам следует быть внимательными и дисциплинированными, точно выполнять указания преподавателя.

4 Пребывание студентов в лаборатории разрешается только в присутствии преподавателя.

5 Для работы на ПЭВМ в компьютерном классе допускаются студенты, прошедшие обучение по мерам безопасности, проверку знаний с оформлением протокола.

6 Студенты допускаются в класс только в отведенное для них время, в соответствии с графиком работы класса.

7 Студенты должны соблюдать правила внутреннего распорядка. Не допускается находиться в классах в верхней одежде, в состоянии алкогольного, токсического и наркотического опьянения и курения.

8 Не допускается находиться в классе посторонним лицам.

9 При эксплуатации ПЭВМ необходимо помнить, что питающее напряжение сети 220 В является опасным для жизни человека. В связи с этим следует соблюдать правила техники безопасности при работе с высоким напряжением.

Требования безопасности перед началом работы

1 Внимательно изучить содержание и порядок проведения лабораторной работы, а также безопасные приемы ее выполнения.

2 В случае неисправности лабораторного оборудования немедленно сообщить об этом преподавателю и до ее устранения к работе не приступать (работать на неисправных и на не имеющих необходимых защитных ограждений станках запрещается).

3 Перед каждым включением оборудования предварительно убедиться, что его пуск безопасен.

4 Убедиться в том, что закрыты все крышки и кожухи устройств, входящих в ПЭВМ.

5 Убедиться в том, что изоляция электрических проводов не имеет видимых повреждений.

6 При включении ПЭВМ студент обязан соблюдать следующую последовательность включения оборудования:



- включается блок питания (если он имеется);
- включаются периферийные устройства: принтер, монитор, и др.;
- включается системный блок (процессор);
- при необходимости включается местное освещение.

7 Запрещается приступать к работе при:

- обнаружении неисправности оборудования;
- поврежденных кабелей электропитания;
- отсутствии заземляющего устройства ПЭВМ;
- отсутствии защитного фильтра;
- разобранном системном блоке (процессоре).

Требования безопасности во время работы

1 Точно выполнять все указания преподавателя при проведении лабораторной работы, без его разрешения не производить самостоятельно никаких работ.

2 Не прикасаться к находящимся под напряжением элементам электрической цепи, к корпусам стационарного электрооборудования, не производить переключений в цепях до отключения источника тока.

3 Постоянно наблюдать за работой оборудования в процессе работы.

4 Запрещается во время работы оборудования снимать ограждения и предохранительные устройства, а также держать их открытыми. Во время работы не касаться руками вращающихся частей оборудования, деталей и инструмента, не вводить руки в зону движения детали.

5 При обнаружении неисправности в работе электрических устройств, находящихся под напряжением, повышенном их нагревании, появлении искрения, запаха горелой изоляции и т. д. немедленно отключить источник электропитания и сообщить об этом преподавателю.

6 Студент в компьютерном классе обязан:

- производить работу на ПЭВМ только в присутствии инженера или преподавателя, проводящего занятия в классе;
- выполнять только ту работу, которая ему поручена и по которой он проинструктирован;
- содержать рабочее место в порядке и чистоте в течение всего занятия;
- соблюдать правила эксплуатации оборудования;
- соблюдать санитарные правила и нормы;
- при работе соблюдать рекомендуемое расстояние от экрана монитора до глаз (60...70 см).

Требования безопасности по окончании работы

1 Полностью выключить лабораторное оборудование.

2 Привести в порядок рабочее место.

3 Предупредить преподавателя обо всех, даже малейших и незначительных, неисправностях оборудования.



4 По окончании работы с ЭВМ пользователь обязан:

- произвести закрытие всех активных задач;
- извлечь сменные носители (гибкий или компакт-диск, USB-накопитель);
- отключить питание системного блока (процессора);
- отключить питание всех периферийных устройств;
- отключить блок питания (если он имеется);
- осмотреть и привести в порядок рабочее место.



1 Лабораторная работа № 1. Разработка методики испытаний робототехнической системы

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков разработки экспериментальных методов исследований и испытаний робототехнической системы.

1.1 Основные положения

Проведение испытаний и диагностирование робототехнических систем возможно лишь на основе системного подхода, предусматривающего единство методики, рациональное распределение экспериментальных работ по времени и месту проведения (лабораторные, стендовые и эксплуатационные).

Основные задачи экспериментальных методов исследований и испытаний:

- уточнение паспортных данных;
- количественное определение и сравнение критериев качества роботов одного назначения;
- получение данных, необходимых для разработки математической модели и автоматизированного исследования ее с помощью ЭВМ;
- количественное определение величин, характеризующих работоспособные и дефектные состояния роботов и обеспечивающих выполнение операций контроля и диагностирования.

Промышленным роботам, как новому классу машин, присущи особенности, которые значительно отличают их от традиционных средств автоматизации производственных процессов. Основные особенности и требования к контролю следующие:

1) возможность быстрой переналадки последовательности, скорости и содержания манипуляционных действий при перемещении предметов. Вследствие этого необходимо проверять: время перепрограммирования; время смены захватного устройства; усилие захватывания; чистоту поверхности детали после ее зажима в захватном устройстве;

2) возможность выполнения основных технологических операций производственного процесса, операций «взять – перенести – положить» (вспомогательные, транспортные) или тех и других. Следовательно, нужно проверять погрешность позиционирования, технологические и другие характеристики;

3) сложность исполнительных устройств, представляющих собой пространственные механизмы со многими степенями подвижности и незамкнутой кинематической цепью, небольшая жесткость исполнительных устройств в сравнении с обслуживаемым оборудованием и напряженные динамические режимы работы (скорости до 1,5 м/с при относительно небольших перемещениях, интенсивные разгоны и торможения). Соответственно этому особенно необходимо проверять и исследовать динамические свойства манипуляторов, в том числе влияние на функциональные возможности промышленных роботов вибраций и колебаний исполнительных органов. Целесообразно определять оп-

тимальные, по выбранным критериям, соотношения между грузоподъемностью, точностью позиционирования и скоростью перемещения рабочих органов;

4) возможность одновременной обработки движений по нескольким степеням подвижности, в том числе при перемещении предметов по заданной пространственной траектории. Такая особенность требует проверять параметры промышленных роботов при одновременном выполнении движений по нескольким координатам, в том числе погрешности обработки криволинейной пространственной траектории;

5) промышленный робот – источник повышенной опасности. В силу этого необходимо весьма жестко проверять все блокировки устройства, обеспечивающие безопасную и безаварийную работу и проведение испытаний.

1.2 Разновидности методик испытаний робототехнических систем

Методика сокращенных испытаний включает осциллографирование скоростей, ускорений и малых перемещений выходного звена рабочего органа, а у роботов с пневматическим и гидравлическим приводом давлений в обеих полостях цилиндров – пневмо- или гидромоторов.

Методика исследовательских испытаний включает статические, расширенные точностные испытания, запись сигналов, поступающих от системы управления в целях более точного определения временных интервалов и согласованности работы рабочих органов, записи давлений на различных участках пневмо- или гидросистемы и усилий в звеньях для локализации дефектов, запись мощности электродвигателей или силы тока, частоты вращения вала двигателя, исследование виброакустических характеристик, измерения температуры и др. Эти исследования проводятся до испытаний на надежность и долговечность и периодически повторяются в ходе ресурсных испытаний, что дает возможность установить корреляционные связи между показателями динамического качества, наработкой на отказ и износом деталей механизма робота. В процессе эксплуатации данные связи исследуются при проведении испытаний до и после ремонтных работ, связанных с разборкой механизмов, когда имеется возможность изучить характер износа.

Такая методика позволяет устранить субъективность оценок быстродействия и быстроходности. При этом более строго определяется влияние на основные характеристики робота параметров механизмов и качества настройки системы управления робота.

Основными видами дефектов промышленных роботов являются: неправильное формирование закона движения, недостаточное демпфирование и жесткость выходных звеньев, погрешности сборки, погрешности профилирования и изготовления деталей пневмо- и гидроаппаратуры, погрешности настройки этой аппаратуры и системы управления, недостаточная мощность привода, неуравновешенность деталей, большие силы трения.

Для эксплуатационных условий актуальна разработка компактных приборов, обеспечивающих быстрое проведение наладочных и диагностических ис-

пытаний непосредственно в цеховых условиях. Часть диагностических испытаний может проводиться с помощью экспериментальных средств, предусматривающих последующую обработку данных с помощью ЭВМ. При этом в качестве норм могут использоваться как паспортные величины параметров, так и различные величины, косвенно определяющие работоспособность или виды дефектов: коэффициенты корреляции, спектральные характеристики, допустимые изменения временных интервалов на отдельных участках циклограмм и т. п.

Внедрение динамических методов испытаний промышленных роботов позволит существенно сократить время устранения дефектов и наладки как при сборке, так и в эксплуатационных условиях, проводить ремонтные работы лишь по фактической потребности.

Основные характеристики параметров, измеряемых при испытании промышленных роботов, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Основные характеристики параметров, измеряемых при испытании промышленных роботов [2]

Вид параметра	Наименование измеряемого параметра		Возможная погрешность измерения, %	Диапазон измеряемых значений
Кинематические	Ускорение	Линейное	1...20	0,1...20 м/с ²
		Угловое		0,1...10 1/с ²
	Скорость	Линейное	1...20	0,1...1 м/с
		Угловое		0,1...10 1/с
	Малые перемещения	Линейное	1...20	0,5...12,5 мм
		Угловое		0,2...100'
	Большие перемещения	Линейное	–	0,1...4 м
		Угловое		1...180°
Динамические	Усилие		2,5...20	10...5000 Н
	Крутящий момент			10...500 Н·м
	Гидро- и пневмодавление			0,01...30 МПа
Энергетические, тепловые	Мощность		2,5...20	20...10000 В·А
	Температура		5...20	30+150 °С
Прочие	Временные		2,5...20	0,01...10 с
	Вибрационные		1...20	–

1.3 Схема учебно-исследовательского комплекса на базе промышленного робота *Kawasaki*

В состав комплекса (рисунок 1) входят:

- манипулятор *Kawasaki FS003N*;
- контроллер *Kawasaki FD70*;
- пульт оператора;
- вакуумный схват (установлен на манипулятор);
- монтажная панель;
- программа компьютерной симуляции *Kawasaki PC ROSET*.

Дополнительное оборудование – система технического зрения: видеокан-



ра 2D; программное обеспечение обработки изображения RFA-Vision v4.1; ноутбук.

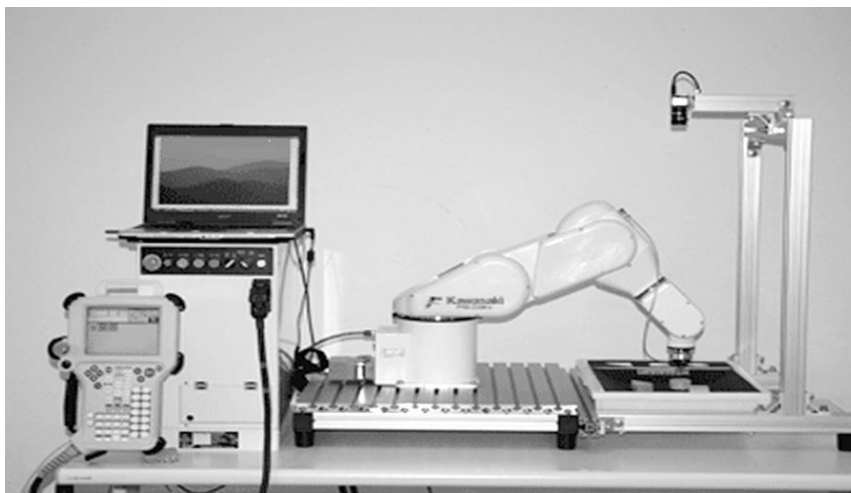


Рисунок 1 – Общий вид учебно-исследовательского комплекса

Порядок выполнения работы

На основе измеренных технических параметров и паспортных робота Kawasaki FS003N по заданию преподавателя разработать методики исследования:

– влияния пути выходного звена робота Kawasaki FS003N на быстроходность (определяемую как средняя величина скорости). При разработке методики учитывать, что при малых величинах пути, составляющих десятую часть максимального перемещения, величина средней скорости обычно в несколько раз ниже паспортной. Такое снижение скорости надо учитывать при проектировании роботов с адаптивными системами управления, для которых характерен режим поиска, когда цикл движения схвата руки включает ряд последовательных небольших перемещений, задаваемых датчиками системы очувствления;

– влияния массы руки робота на быстроходность и точность позиционирования. При разработке методики учитывать, что влияние заданной точности позиционирования существенно зависит от параметров колебательной системы, включающих силы демпфирования. У ряда испытанных конструкций промышленных роботов из-за колебаний схвата средняя скорость снижается не менее чем в 2 раза.

Содержание отчёта

- 1 Цель лабораторной работы.
- 2 Технические характеристики робота Kawasaki FS003N.
- 3 Описание методики экспериментальных исследований параметров робота Kawasaki FS003N по заданию преподавателя.
- 4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Цель планирования эксперимента.
- 2 Постановка задачи планирования эксперимента.
- 3 Преимущества использования планирования эксперимента.
- 4 Задача о взвешивании тел.
- 5 Линейная модель объекта.
- 6 Переход к безразмерным величинам.
- 7 Выбор базовой точки плана и интервалов покачивания.
- 8 Переход от безразмерных коэффициентов модели к размерным коэффициентам.
- 9 Расчет безразмерных коэффициентов модели.
- 10 Вычисление дисперсии выхода построенной модели.

2 Лабораторная работа № 2. Разработка программного обеспечения стендовых испытаний робототехнической системы

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков разработки программного обеспечения для исследований и испытаний робототехнической системы.

2.1 Основные положения

Развитие современной робототехники и ее внедрение в различные отрасли промышленности настоятельно требуют сокращения сроков и повышения качества разработки новых конструкций промышленных роботов. Возможности реализации этого на практике зависят в равной степени от уровня теоретических и экспериментальных исследований роботов, технической оснащенности экспериментов, методологии их организации и проведения в лабораторных и производственных условиях. Современные формы последних находят отражение в постановке комплексных испытаний и диагностирования промышленного робота (ПР) как объекта исследования. При этом проблематика испытаний сводится, в конечном счете, к следующим задачам:

- разработка эффективных методов, процедур и алгоритмов сбора и обработки экспериментальных данных;
- разработка и создание необходимого аппаратного обеспечения испытаний;
- наиболее эффективное программно-целевое использование имеющихся материальных ресурсов.

Перечисленные задачи включают в себя необходимые этапы подготовки и проведения комплексных испытаний ПР. Характерные особенности этих испытаний определяются, во-первых, необходимостью измерений многочисленных параметров ПР в различных режимах работы и, во-вторых, требованием максимально ускорить проведение испытаний и обработку результатов для повышения их эффективности. Таким образом, с одной стороны, резко возрастающий



объем экспериментальных данных, получаемых при испытаниях, с другой – повышение оперативности их последующей обработки.

2.2 Особенности и метрологическое обеспечение автоматизированных испытаний ПР

Основные особенности, которые приходится учитывать при разработке и эксплуатации ИИС данного класса, связаны с обеспечением системной совместимости как между объектом исследования и потребителем, так и между отдельными частями системы.

Жесткие ограничения габаритно-весовых характеристик ИИС и одновременно требования высокой эффективности ее работы обуславливают использование в качестве методической основы при проектировании системного подхода, при котором выбор средств, разработку методики проведения эксперимента и обработку экспериментальных данных необходимо рассматривать как взаимосвязанные и влияющие друг на друга этапы, а при оптимизации затрат на проведение эксперимента все остальные этапы следует рассматривать как единое целое. При этом для эффективного использования системного подхода необходимо, по возможности, формализовать и алгоритмизировать цели и задачи экспериментальных исследований до их проведения.

При создании и применении измерительно-информационной системы (ИИС) следует рассматривать четыре основных этапа, тесно связанных между собой:

- 1) первичное измерительное преобразование неэлектрического параметра в электрический сигнал;
- 2) вторичное преобразование структуры электрического сигнала;
- 3) предварительная обработка и регистрация экспериментальных данных;
- 4) окончательная обработка измерительной информации на ЭВМ.

Основными задачами последнего этапа соответственно являются:

- обеспечение метрологической и информационной совместимости исследуемых параметров объекта и ИИС;
- разработка и реализация наиболее рациональных стратегий, алгоритмов и структур для сбора, предварительной обработки и регистрации данных;
- формализация и алгоритмизация задач динамических исследований и диагностирования объекта, разработки эффективных алгоритмов окончательной обработки данных, рациональный выбор и эффективное использование аппаратного и математического обеспечения.

2.3 Первичные измерительные преобразователи

Измерительные первичные преобразователи (ИПП) основных параметров роботов обеспечивают исследование процессов с динамическим диапазоном не ниже 30 дБ и частотным диапазоном вплоть до 300 Гц в интервале температур $-60...+200$ °С, допуская погрешность не более 1,0...10 %. Кроме того, рассматривая ИПП как элементы ИИС, необходимо обеспечить их метрологи-

ческую и информационную совместимость с исследуемым параметром объекта. Здесь под совместимостью первого типа понимается соответствие метрологических характеристик ИПП (крутизны преобразования, погрешностей основной и дополнительной, нестабильности и т. д.) исследуемому параметру как объекту измерения. Совместимость второго типа означает соответствие информационных характеристик ИПП (максимальная абсолютная погрешность, полоса частот, собственный шум, энтропийная погрешность и др.) характеристикам исследуемого процесса как источника информации.

При этом преобразователь рассматривается, с одной стороны, как метрологическое средство, а с другой – как канал передачи информации, что позволяет более полно учесть возможности ИПП при использовании его в составе ИИС и избежать дополнительных потерь информации на последующих этапах. Только в случае достаточно полной совместимости обоих типов возможно реализовать потенциально высокие характеристики и обеспечить эффективность применения ИИС.

2.4 Особенности программного обеспечения

Программное обеспечение, необходимое для автоматизированных испытаний промышленных роботов, можно условно разделить на две группы:

1) программы, обеспечивающие двусторонний обмен информацией робота с ЭВМ и предварительную обработку данных в реальном масштабе времени;

2) программы для последующей обработки поступающей в ЭВМ информации не в реальном масштабе времени.

Программы первой группы работают в реальном масштабе времени и должны максимально использовать все возможности ЭВМ по вводу и выводу информации. Поэтому, как правило, они пишутся на языках низкого уровня, эквивалентным кодам команд ЭВМ.

Программы второй группы не предназначены для работы в реальном масштабе времени. Они должны обеспечивать возможность проведения различных видов статистической обработки, в частности, дисперсионный, корреляционный и спектральный анализы экспериментальных данных, и быть удобными для пользователя при работе с ними.

Порядок выполнения работы

По заданию преподавателя подобрать первичные измерительные преобразователи, плату сбора данных и разработать программное обеспечение для экспериментального исследования:

- влияния пути выходного звена робота Kawasaki FS003N на быстроходность;
- влияния массы руки робота на точность позиционирования.



Содержание отчёта

- 1 Цель лабораторной работы.
- 2 Технические характеристики робота Kawasaki FS003N.
- 3 Измерительно-информационная схема для проведения экспериментальных исследований параметров робота Kawasaki FS003N по заданию преподавателя.
- 4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Проверка однородности дисперсий.
- 2 Проверка адекватности модели.
- 3 Проверка значимости коэффициентов модели.
- 4 Корректировка вида модели.
- 5 Интерпретация модели.
- 6 Построение композиционного плана.
- 7 Какие планы являются рототабельными?

3 Лабораторная работа № 3. Статистические методы при проведении эксперимента и анализе результатов экспериментальных исследований

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков использования статистических методов обработки результатов экспериментальных исследований.

3.1 Общие сведения

Методами статистической обработки результатов эксперимента называются математические приемы, формулы, способы количественных расчетов, с помощью которых показатели, получаемые в ходе эксперимента, можно обобщать, приводить в систему, выявляя скрытые в них закономерности.

Методы математико-статистического анализа из первой группы позволяют вычислять так называемые элементарные математические статистики, характеризующие выборочное распределение данных, например, выборочное среднее, выборочная дисперсия, мода, медиана и ряд других.

Методы математико-статистического анализа из второй группы, например, дисперсионный анализ, регрессионный анализ, позволяют судить о динамике изменения отдельных статистик выборки.

Методы математико-статистического анализа из третьей группы: корреляционный анализ, факторный анализ, методы сравнения выборочных данных, по которым можно достоверно судить о статистических связях, существующих между переменными величинами, которые исследуют в данном эксперименте.



Все методы математико-статистического анализа условно делятся на первичные и вторичные.

Первичными называют методы, с помощью которых можно получить показатели, непосредственно отражающие результаты производимых в эксперименте измерений.

Вторичными называются методы статистической обработки, с помощью которых на базе первичных данных выявляют скрытые в них статистические закономерности.

Выборочное среднее значение как статистический показатель представляет собой среднюю оценку изучаемого в эксперименте параметра.

Эта оценка характеризует степень его развития в целом у той группы испытуемых, которая была подвергнута психодиагностическому обследованию. Сравнивая непосредственно средние значения двух или нескольких выборок, можем судить об относительной степени развития у людей, составляющих эти выборки, оцениваемого качества.

Дисперсия как статистическая величина характеризует, насколько частные значения отклоняются от средней величины в данной выборке. Чем больше дисперсия, тем больше отклонения или разброс данных.

Иногда вместо дисперсии для выявления разброса частных данных относительно средней используют производную от дисперсии величину, называемую *выборочное отклонение*. Оно равно квадратному корню, извлекаемому из дисперсии.

Медианой называется значение изучаемого признака, которое делит выборку, упорядоченную по величине данного признака, пополам. Справа и слева от медианы в упорядоченном ряду остается по одинаковому количеству признаков. Например, для выборки 2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 7, 9 медианой будет значение 5, так как слева и справа от него остается по четыре показателя. Если ряд включает в себя четное число признаков, то медианой будет среднее, взятое как полусумма величин двух центральных значений ряда. Для следующего ряда 0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7 медиана будет равна 3,5.

Знание медианы полезно для того, чтобы установить, является ли распределение частных значений изученного признака симметричным и приближающимся к так называемому нормальному распределению. Средняя и медиана для нормального распределения обычно совпадают или очень мало отличаются друг от друга.

Если выборочное распределение признаков нормально, то к нему можно применять методы вторичных статистических расчетов, основанные на нормальном распределении данных. В противном случае этого делать нельзя, т. к. в расчеты могут вкратиться серьезные ошибки.

Мода – еще одна элементарная математическая статистика и характеристика распределения опытных данных. Модой называют количественное значение исследуемого признака, наиболее часто встречающееся в выборке. Для симметричных распределений признаков, в том числе для нормального распределения, значения моды совпадают со значениям среднего и медианы. Для других типов распределений, несимметричных, это не характерно.

К примеру, в последовательности значений признаков 1, 2, 5, 2, 4, 2, 6, 7, 2 модой является значение 2, т. к. оно встречается чаще других значений – четыре раза.

Иногда исходных частных первичных данных, которые подлежат статистической обработке, бывает довольно много, и они требуют проведения огромного количества элементарных арифметических операций. Для того чтобы сократить их число и вместе с тем сохранить нужную точность расчетов, иногда прибегают к замене исходной выборки частных эмпирических данных на *интервалы*. Интервалом называется группа упорядоченных по величине значений признака, заменяемая в процессе расчетов средним значением.

Пример – Представим следующий ряд частных признаков: 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 11. Этот ряд включает в себя 30 значений. Разобьем представленный ряд на шесть подгрупп по пять признаков в каждом. Первая подгруппа включит в себя первые пять цифр, вторая – следующие пять и т. д. Вычислим средние значения для каждой из пяти образованных подгрупп чисел. Они соответственно будут равны 1,2; 3,4; 5,2; 6,8; 8,6; 10,6. Таким образом, удалось свести исходный ряд, включающий тридцать значений, к ряду, содержащему всего шесть значений и представленному средними величинами. Это и будет интервальный ряд, а проведенная процедура – разделением исходного ряда на интервалы.

3.2 Регрессионный анализ

Уравнение регрессии – это математическая формула, применяемая к независимым переменным, чтобы лучше спрогнозировать зависимую переменную, которую необходимо смоделировать:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n + \varepsilon, \quad (1)$$

где Y – зависимая переменная, описывающая процесс, который исследуется;

$x_1 \dots x_n$ – независимые переменные, используемые для моделирования или прогнозирования значений зависимых переменных. В уравнении регрессии они располагаются справа от знака равенства и часто называются объяснительными переменными. Зависимая переменная – это функция независимых переменных;

$\beta_1 \dots \beta_n$ – коэффициенты регрессии, которые рассчитываются в результате выполнения регрессионного анализа. Вычисляются величины для каждой независимой переменной, которые представляют силу и тип взаимосвязи независимой переменной по отношению к зависимой;

ε – случайные ошибки.

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют метод наименьших квадратов (МНК). МНК позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака Y от теоретических минимальна.



Порядок выполнения работы

1 Провести экспериментальные исследования и получить эмпирические данные по зависимости допускаемой угловой скорости поворота звеньев манипулятора робота ω , с^{-1} , от вращающего момента M , Н·м, и массы груза m , кг.

2 На основе результатов экспериментальных исследований методом регрессионного анализа получить эмпирическую зависимость вида

$$\omega = A_0 \cdot M^{A_1} \cdot m^{A_2} . \quad (2)$$

3 Проверить качество построенной модели на значимость и адекватность исходным данным.

Содержание отчёта

1 Цель лабораторной работы.

2 Эмпирические данные, полученные в результате проведения экспериментального исследования.

3 Уравнение регрессии и оценка качества построенной модели на значимость и адекватность исходным данным.

4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1 Идентификация статических моделей объектов.

2 Постановка задачи подстройки параметров нелинейных моделей.

3 Критерий наименьших квадратов при различных условиях.

4 Метод наименьших квадратов при линейной параметризации модели.

5 Метод последовательной линеаризации при подстройке параметров на основе критерия наименьших квадратов.

6 Адаптивные алгоритмы метода наименьших квадратов.

4 Лабораторная работа № 4. Математические методы при проведении экспериментальных исследований

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков обработки результатов экспериментальных исследований с использованием математических методов.

4.1 Общие сведения

Математические методы представляют совокупность алгоритмов, основанных на теоретических положениях и идеях определенного раздела математики и позволяющих осуществить комплексный анализ тех или иных законо-

мерностей и отношений.

Основными задачами математической обработки экспериментальных данных являются: определение характеристик случайных величин и событий, сравнение между собой их вычисленных значений, построение законов распределения случайных величин, установление зависимости между полученными случайными величинами, анализ случайных процессов.

Основными характеристиками случайных величин являются их математическое ожидание и дисперсия, а случайных событий – вероятность их наступления.

Математическое ожидание характеризует среднее значение наблюдаемой случайной величины (например, времени реакции, погрешности измерений, числа ошибок и т. п.), а дисперсия является мерой рассеивания ее значений относительно среднего значения. Выборочные (опытные) значения математического ожидания и дисперсии вычисляются соответственно по формулам

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad D_x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (3)$$

где x_i – наблюдаемое значение случайной величины;

n – объем выборки (число наблюдений).

Квадратный корень из дисперсии, т. е. величина $\sigma = \sqrt{D_x}$, носит название среднеквадратического отклонения и имеет ту же размерность, что и сама случайная величина. Для оценки вероятности случайного события используют величину $P = \frac{m}{n}$, где m – число опытов, в которых данное событие имело место.

Чем больше n , тем ближе вычисленные значения \bar{x} , D_x , P к своим истинным значениям, характеризующим генеральную совокупность изучаемой случайной величины.

Сравнение между собой одноименных характеристик нескольких выборок проводится потому, что в силу ограниченного объема выборки полученные различия между характеристиками случайных величин (математическими ожиданиями, дисперсиями и др.) могут быть случайными и не всегда означают, что эти величины различны на самом деле. Проверку данного факта, т. е. проверку статистических гипотез, нужно проводить с помощью непараметрических и параметрических критериев согласия.

В первом случае используются не сами значения наблюдаемых величин, а только их упорядоченность (для каждой пары сравниваемых величин известно, какая из них больше), т. е. критерии, не зависящие от параметров распределения. Такие критерии весьма удобны для практического применения, т. к. требуют минимального объема вычислений и априорных сведений и могут использоваться даже при невозможности прямых измерений изучаемых признаков. Основными из непараметрических критериев согласия являются критерий знаков, критерий Смирнова и критерий Вилконсона.

При использовании параметрических критериев вычисляются значения параметров сравниваемых распределений. Это усложняет процедуру сравнения, однако позволяет получить более точные результаты. Основными из параметрических критериев являются критерий Фишера, критерий Стьюдента и критерий χ^2 .

Критерий Фишера используется для проверки статистических гипотез о равенстве дисперсий двух выборок. Он применяется в тех прикладных задачах, где необходимо исследовать стабильность изучаемых величин.

Критерий Стьюдента применяется для проверки значимости различия между двумя средними значениями.

Критерий χ^2 служит для сравнения двух распределений, для проверки согласия эмпирического распределения с одним из теоретических.

4.2 Законы распределения случайных величин

Построение законов распределения позволяет наиболее полно и точно описать изучаемую случайную величину, полученную в результате проведения эксперимента. Для построения закона распределения предварительно строится *гистограмма* (рисунок 2). Она является одним из способов графического представления количественных данных в виде прямоугольных столбиков, примыкающих друг к другу, высота которых соответствует частоте каждого класса данных.

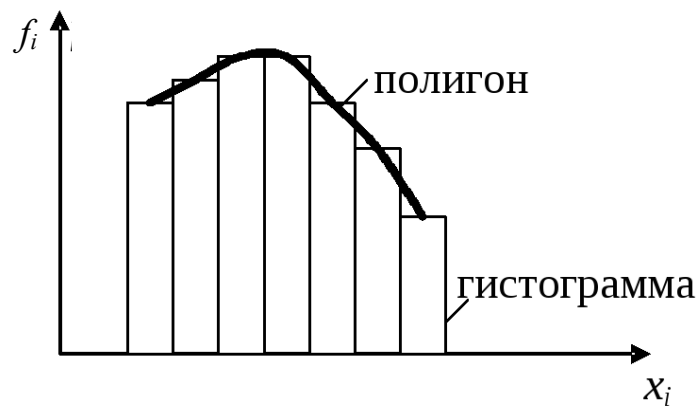


Рисунок 2 – Полигон и гистограмма

Для построения гистограммы интервал, в котором сосредоточены наблюдения, делится на n подынтервалов (разрядов) и подсчитывается число наблюдений, значения которых соответствуют данному разряду. На основании этих данных и строится гистограмма, которая представляет собой кусочно-непрерывную функцию, которая в пределах данного разряда равна числу (частоте) наблюдений, попавших в него. Наиболее часто гистограмму практически применяют в качестве плотности распределения случайной величины, по наблюдениям которой она построена.

Различают одномерные и многомерные (в частности, двумерные) законы распределения.

Одномерный закон показывает, как часто в изучаемой совокупности встречаются опыты с данным значением изучаемой случайной величины. Закон распределения можно изобразить графически либо описать той или иной аналитической зависимостью. Его пик приходится на наиболее вероятное (наиболее распространенное) значение случайной величины.

Двумерный закон учитывает совместное распределение двух количественных показателей.

Соответствие между опытным и теоретическим распределениями проверяется с помощью критериев согласия χ^2 или Колмогорова.

Порядок выполнения работы

1 Провести экспериментальное исследование изменения в определенном интервале варьирования при фиксированных оборотах КПД редуктора.

2 Получить зависимости КПД редуктора от момента сопротивления, приложенного к выходному валу.

3 Построить поле варьирования факторов для выбора области исследования. В данной лабораторной работе факторами являются момент сопротивления на выходном валу и частота вращения входного вала редуктора.

4 После построения поля варьирования факторов провести тарировку индикаторов двигателя и тормоза, затем данные измерений ввести в ЭВМ и обработать программой.

5 Выбрать определенную скорость двигателя, которая поддерживается постоянной в течение эксперимента, и провести эксперимент по определению КПД редуктора.

6 На основе полученных данных разработать математическую модель КПД редуктора.

Содержание отчёта

1 Цель лабораторной работы.

2 Эмпирические данные, полученные в результате проведения экспериментального исследования.

3 Математическая модель КПД редуктора и результаты моделирования работы редуктора для заданных преподавателем исходных данных.

4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1 Полигоны и гистограммы рассеяния случайных величин.

2 Законы распределения экспериментальных значений.

3 Понятие математического ожидания и дисперсии.



5 Лабораторная работа № 5. Статистическая обработка данных экспериментальных исследований в системе Mathcad

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков статистической обработки данных экспериментальных исследований в системе Mathcad.

5.1 Общие сведения

Mathcad – система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования.

Возможности системы Mathcad:

- математический интерфейс;
- мощная поддержка графики;
- возможен импорт графики из других программ;
- большое количество встроенных математических функций;
- наличие анимации;
- символьная математика.

Достоинство – программирование на языке математики.

Недостатки: интерпретатор; возможности программирования ограничены.

При обработке экспериментальных данных возникает задача аппроксимации результатов эксперимента аналитической зависимостью $y = f(x)$, которую можно использовать в последующих расчетах.

Существует три возможности аппроксимации опытных данных.

1 Аппроксимирующая функция $y = f(x)$ должна проходить через все опытные точки. Такой способ аппроксимации называется *интерполяцией*.

2 Выбрать аппроксимирующую функцию таким образом, чтобы она сглаживала, усредняла опытные данные. Такой способ аппроксимации называется *регрессией* или *сглаживанием*.

3 Подобрать аппроксимирующую функцию, отбрасывая систематическую погрешность, так называемые шумы, наложившиеся на экспериментальные данные. Такой способ называется *сглаживанием с фильтрацией данных*.

В Mathcad имеется много встроенных функций для обработки массивов данных.

5.2 Виды функции для статистических расчетов, встроенные в программу Mathcad

Функция RND(X).

В статистических расчетах при моделировании различных физических процессов широко применяется встроенная функция RND(X), инициализирующая генератор случайных чисел. Здесь X задаётся как ранжированная переменная и определяет число случайных чисел. Например, для получения десяти слу-



чайных чисел следует задать интервал $X: = 0...9$.

Функции аппроксимации.

Для представления физических закономерностей, а также при проведении научно-технических расчетов используются зависимости вида $y(x)$, но число точек этих зависимостей ограничено. При этом возникает задача приближенного вычисления значений функций в промежутках между узловыми точками и за их пределами. Такая задача решается аппроксимацией исходной зависимости, т. е. ее подменой какой-либо достаточно простой функцией.

В системе Mathcad предоставляется возможность аппроксимации двумя типами функций: кусочно-линейной и сплайновой.

При кусочно-линейной интерполяции вычисления дополнительных точек выполняются по линейной зависимости. При линейной аппроксимации узловые точки соединяются отрезками прямых линий, для чего используется функция $linterp(VX, VY, x)$ – линейная интерполяция, где VX, VY – векторы координат узловых точек, а x – заданный аргумент. При небольшом числе узловых точек линейная интерполяция оказывается довольно грубой. Даже первая производная функция аппроксимации получается с резкими скачками в узловых точках. Поэтому применяют функцию сплайн-аппроксимации.

При сплайн-аппроксимации исходная функция заменяется отрезками кубических полиномов, проходящих через три смежные узловые точки. Коэффициенты этой функции рассчитываются таким образом, чтобы первая и вторая производные были непрерывными. Линия, описывающая сплайн-функцию, напоминает по форме гибкую линейку, закрепленную в узловых точках.

Для осуществления сплайновой аппроксимации в Mathcad существуют такие специальные встроенные функции:

- $VY, pspline(VX, VY)$ – возвращает вектор VS вторых производных при приближении в опорных точках к параболической кривой;
- $lspline(VX, VY)$ – возвращает вектор VS вторых производных при приближении в опорных точках к прямой;
- $interp(VS, VX, VY, x)$ – возвращает значение $y(x)$ для заданных VS, VX, VY, VS, VX, VY и заданного значения x .

Таким образом, сплайн-аппроксимация производится в два этапа.

Для выбранного способа приближения к узловым точкам вычисляется вектор вторых производных функции $y(x)$, заданной векторами VX, VY ее значений с помощью одной из функций $cspline, pspline$ или $lspline$.

С помощью функции $interp(VS, VX, VY, x)$ вычисляются значения $y(x)$ для каждой искомой точки.

Функции регрессии.

Широко распространенной задачей обработки данных является представление их совокупности некоторой функцией $y(x)$. Такое представление называется регрессией. Задача регрессии в том, чтобы получить параметры функции такими, при которых функция приближает «облако» исходных точек с наименьшей квадратичной погрешностью.

Известны: линейная регрессия (прямая линия); полиномиальная регрессия (полином); линейная регрессия общего вида (линейная сумма произвольных



функций); нелинейная регрессия общего вида (произвольная функция).

Для проведения линейной регрессии в Mathcad имеются ряд встроенных функций:

– *corr* (VX, VY) – функция корреляции. Возвращает скаляр – коэффициент корреляции векторов VX, VY ;

– *intercept* (VX, VY) – возвращает параметр a – смещение линии регрессии векторов VX, VY по вертикали (свободный член прямой регрессии);

– *slope* (VX, VY) – возвращает значение параметра b – наклон линии регрессии векторов VX, VY (угловой коэффициент линии регрессии);

– VX, VY – векторы координат заданных точек. Координаты отдельной точки занимают в векторах VX, VY одинаковые позиции.

Для реализации полиномиальной регрессии имеется встроенная функция *regress* (VX, VY, n), которая возвращает вектор VS , содержащий коэффициенты полинома n -й степени. Эти коэффициенты вычисляются по всей совокупности заданных точек, т. е. глобально. Полученный полином наилучшим образом приближается к «облаку» точек с координатами, хранящимися в векторах VX, VY .

Функция регрессии является линейной комбинацией нескольких функций $F_1(x), F_1(x), \dots, F_n(x)$, причем сами эти функции могут быть и нелинейными, что резко расширяет возможности такой аппроксимации и распространяет ее на нелинейные функции.

Для реализации линейной регрессии общего вида используется функция *linfit* (VX, VY, F), которая возвращает вектор коэффициентов K линейной регрессии общего вида, при котором коэффициент корреляции «облака» исходных точек и функции $y(x)$ максимален. Вектор F функции *linfit* должен содержать функции $F_1(x), F_1(x), \dots, F_n(x)$, записанные в символьном виде. Вектор VX должен содержать абсциссы точек в возрастающем порядке, а ординаты в векторе VY должны соответствовать абсциссам в векторе VX .

Нелинейная регрессия общего вида – это нахождение вектора K параметров произвольной функции $F(x, K_1, K_2, \dots, K_n)$, при котором обеспечивается минимальная среднеквадратичная погрешность приближения «облака» исходных точек. Для этого используется функция *genfit* (VX, VY, VS, F). Эта функция возвращает вектор K параметров функции F , дающий минимальную среднеквадратичную погрешность приближения $F(x, K_1, K_2, \dots, K_n)$ исходных данных.

Функция F должна быть вектором с символьными выражениями, они должны содержать аналитические выражения для исходной функции и ее производных по всем параметрам.

Вектор VS содержит начальные значения элементов вектора K .

При решении задачи возникают две проблемы:

1) надо вычислять производные по переменным, обычно это делается с помощью символьных операций;

2) необходимо применять функцию *genfit* в ее стандартном виде, в связи с этим все параметры заменяются на K_1, K_2, \dots, K_n .

Функция предсказания.

На практике нередко приходится сталкиваться с задачей расчёта последу-



ющих точек по ряду известных точек – задачей предсказания. Для предсказания поведения функциональной зависимости в Mathcad имеется функция *predict* ($data, k, N$) – предсказание, где $data$ – вектор данных; k – число точек, предшествующих предсказанию; N – число предсказываемых точек данных.

Функция предсказания обеспечивает высокую точность при монотонных исходных функциях или функциях, представляемых полиномом невысокой степени.

Функция *predict* применима к предсказуемым событиям, поведение которых описывается реальной математической зависимостью.

Порядок выполнения работы

Для выборки экспериментальных данных, заданной преподавателем, выполнить статистическую обработку данных с использованием встроенных функций системы Mathcad.

Содержание отчёта

- 1 Цель лабораторной работы.
- 2 Выборка данных для выполнения расчетов в системе Mathcad.
- 3 Результаты статистической обработки данных по заданным функциям в системе Mathcad.
- 4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Аппроксимация данных кусочно-линейной и сплайновой функциями в системе Mathcad.
- 2 Основные встроенные функции для линейной регрессии в системе Mathcad.
- 3 Основные встроенные функции для полиномиальной регрессии в системе Mathcad.
- 4 Основные встроенные функции для нелинейной регрессии в системе Mathcad.
- 5 Основные встроенные функции предсказания в системе Mathcad.

6 Лабораторная работа № 6. Статистическая обработка данных экспериментальных исследований в системе MATLAB

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков статистической обработки данных экспериментальных исследований в системе MATLAB.



6.1 Общие сведения

Система MATLAB – одна из тщательно проработанных и проверенных временем систем автоматизации математических расчетов, построенная на расширенном представлении и применении матричных операций. Это нашло отражение в названии системы MATrix Laboratory – матричная лаборатория. Применение матриц как основных объектов системы способствует уменьшению числа циклов, которые очень распространены при выполнении матричных вычислений на обычных языках программирования высокого уровня, и облегчению реализации параллельных вычислений.

Важным достоинством системы являются ее открытость и расширяемость. Большинство команд и функций системы реализованы в виде *m*-файлов текстового формата (с расширением *m*.) и файлов на языке Си, причем все файлы доступны для модификации. Пользователю дана возможность создать не только отдельные файлы, но и библиотеки файлов для реализации специфических задач.

Система MATLAB выполняет сложные и трудоемкие операции над векторами и матрицами даже в режиме прямых вычислений, без какого-либо программирования. Ею можно пользоваться как калькулятором, в котором, наряду с обычными арифметическими и алгебраическими действиями, могут использоваться такие сложные операции, как инвертирование матрицы, вычисление ее собственных значений и принадлежащих им векторов, решение систем линейных уравнений, вывод графиков двухмерных и трехмерных функций и многое другое.

В базовый набор слов системы входят спецзнаки, знаки арифметических и логических операций, арифметические, алгебраические, тригонометрические и некоторые специальные функции. Словом MATLAB предоставляет пользователям обширный набор готовых средств.

Дополнительный уровень развития системы образуют ее пакеты расширения. Они позволяют быстро ориентировать систему на решение задач в той или иной предметной области: в специальных разделах математики, физики, астрономии, проектировании и т. д.

Система MATLAB может решать множество задач без программирования в командном режиме. Однако система изначально создавалась одновременно и как мощный, ориентированный на технические вычисления, язык программирования высокого уровня.

Система MATLAB имеет входной язык. Запись программ в системе традиционна и потому привычна для большинства пользователей компьютеров. К тому же система дает возможность редактировать программы с помощью любого, привычного для пользователя текстового редактора. Имеет она и собственный редактор с отладчиком.

Система MATLAB состоит из многих тысяч файлов, находящихся во множестве папок. Полезно иметь представление о содержании основных папок, поскольку это позволяет быстро оценить возможности системы – например, узнать, какие операторы функции или графические команды входят в систему.

Система MATLAB создана таким образом, что любые вычисления можно



выполнять в режиме прямых вычислений, то есть без подготовки программы. Можно почти мгновенно задать и вывести графики различных функций – от простой синусоиды до сложной трехмерной фигуры.

В большинстве математических систем вычисление $\sin(V)$ или $\exp(V)$, где V – вектор, сопровождалось бы выдачей ошибки, поскольку функции \sin и \exp должны иметь аргумент в виде скалярной величины. Однако MATLAB – матричная система, а вектор является разновидностью матрицы с размером l, x, n или $n \times l$. Поэтому в данном случае результат вычисления будет вектором того же размера, что и аргумент V , но элементы возвращаемого вектора будут синусами или экспонентами от элементов вектора V .

Матрица задается в виде векторов, представляющих ее строки и заключенных в квадратные скобки. Для разделения элементов векторов используется пробел или запятая, а для отделения одного вектора от другого – точка с запятой.

Работа с системой в режиме прямых вычислений носит диалоговый характер. Пользователь набирает на клавиатуре вычисляемое выражение, редактирует его в командной строке и завершает ввод нажатием клавиши ENTER.

6.2 Встроенные функции системы MATLAB

Интерполяция и аппроксимация данных.

Под аппроксимацией подразумевается описание некоторой, порой не заданной явно, зависимости или совокупности представляющих данных с помощью другой, обычно более простой или более единообразной зависимости. Данные могут быть заданы как координаты узловых точек и занесены в таблицу. График аппроксимации функции может не проходить через узловые точки, но приближать их с некоторой среднеквадратичной погрешностью. Это характерно для регрессии – реализации метода наименьших квадратов (МНК).

Основная задача интерполяции – оценить значение представляемой данными зависимости в промежутках между ее узловыми точками. Для этого используются подходящие функции, значения которых в узловых точках совпадают с координатами этих точек. Так, при линейной интерполяции зависимости $y(x)$ узловые точки просто соединяются друг с другом отрезками прямых и считается, что искомые промежуточные точки расположены на этих отрезках.

Полиномиальная регрессия.

Наиболее известная аппроксимация – полиномиальная. В MATLAB функции аппроксимации определены полиномами по методу наименьших квадратов – полиномиальной регрессии.

Полиномиальную регрессию реализует функция $polyfit(x, y, n)$ – возвращает вектор коэффициентов полинома $p(x)$ степени n , который с наименьшей погрешностью аппроксимирует функцию $y(x)$.

$[p, S] = polyfit(x, y, n)$ – возвращает коэффициенты полинома p и структуру S для использования вместе с функцией $polyval$ с целью оценивания или предсказания погрешности.

$[p, S] = polyfit(x, y, n, mu)$ – возвращает коэффициенты полинома p и струк-



туру S для использования вместе с функцией *polyval* с целью оценивания или предсказания погрешности, но так, что происходит центрирование и масштабирование x , $xnorm = (x - \mu(1)) / \mu(2)$, где $\mu(1) = \text{mean}(x)$ и $\mu(2) = \text{std}(x)$. Центрирование и масштабирование не только улучшают свойства степенного многочлена, получаемого при помощи *polyval*, но и значительно повышают качественные характеристики алгоритма аппроксимации.

Пример полиномиальной регрессии для функции $\cos(x)$:

```
>> x = (-3:0.2:3)'; y = cos(x); p = polyfit(x, y, 3)
```

```
p = 0.0000 -0.2370 0.0000 0.7719
```

```
>> x = (-4:0.2:4)'; y = cos(x);
```

```
>> f = polyval(p, x);
```

```
>> plot(x, y, 'o', x, f)
```

Графическое изображение функции $\cos(x)$ представлено на рисунке 3.

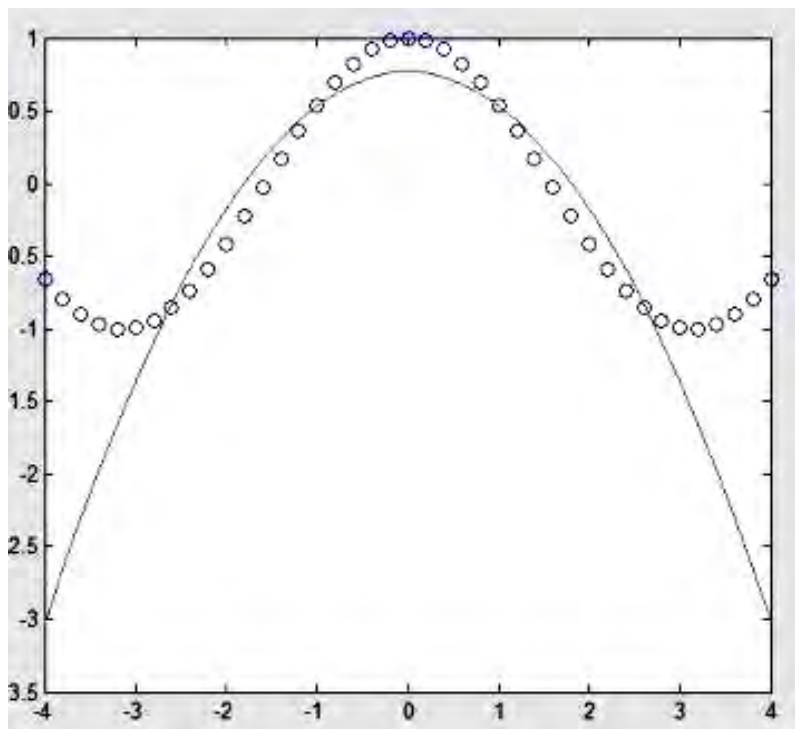


Рисунок 3 – Графическое изображение функции $\cos(x)$

Рисунок 3 дает наглядное представление о точности полиномиальной аппроксимации. Исходные точки обозначены кружочками. В данном примере рассматривается полином 3 степени. Он обозначен сплошной линией.

Фурье – интерполяция периодических функций.

Под интерполяцией обычно подразумевают вычисления значений таблично заданной функции $f(x_i)$ в промежутках между узловыми точками x_i . Для периодических функций используется интерполяция тригонометрическим рядом Фурье. В системе MATLAB используется функция *interpft* (x, n), которая возвращает вектор y , содержащий значения периодической функции, определенные n равномерно расположенных точек.

Если $\text{length}(x) = m$ и x имеет интервал dx , то интервал дискретизации для y составляет $dy = dx \cdot m/n$, причем n не может быть меньше, чем m .

Если X – матрица, `interpft` оперирует столбцами X , возвращая матрицу Y с таким же числом столбцов, как и у X , но с n строками.

Функция $y = \text{interpft}(x, n, \text{dim})$ работает или со столбцами, или строками в зависимости от параметра dim .

Пример интерполяции периодической функции $\cos(x)^3$:

```
>> x = 0:10; y = cos(x).^3;
x1 = 0:0.1:10; y1 = interpft(y,101);
x2 = 0:0.1:10; y2 = cos(x2).^3;
>> x = (-4:0.2:4)'; y = cos(x);
>> plot(x1,y1,'-'), hold on, plot(x,y,'o',x2,y2)
>>
```

Графическое изображение функции $\cos(x)^3$ приведено на рисунке 4. Исходная функция представлена сплошной линией с кружками, а интерполирующая – сплошной линией.

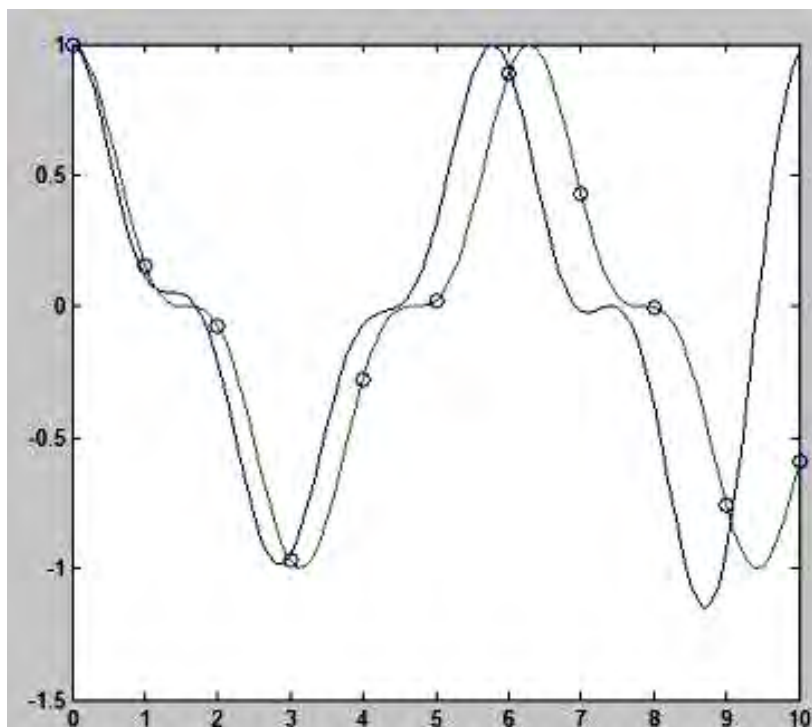


Рисунок 4 – Графическое изображение функции $\cos(x)^3$

Решение большинства задач по интерполяции или аппроксимации сопровождается графиками. Желательно прямо на графики нанесение формул, полученных при аппроксимации. Это выполняется прямо в окне редактора Property Editor. Для этого в позиции TOOLS графического окна имеются команды:

- Basic Fitting – открывает окно, дающее доступ к основным видам аппроксимации;

– Data Statistics – открывает окно с результатами простейшей статической обработки данных.

На рисунке 5 показан пример выполнения полиномиальной регрессии для линейной, квадратичной, кубической регрессий и для полинома 4 и 5 степеней.

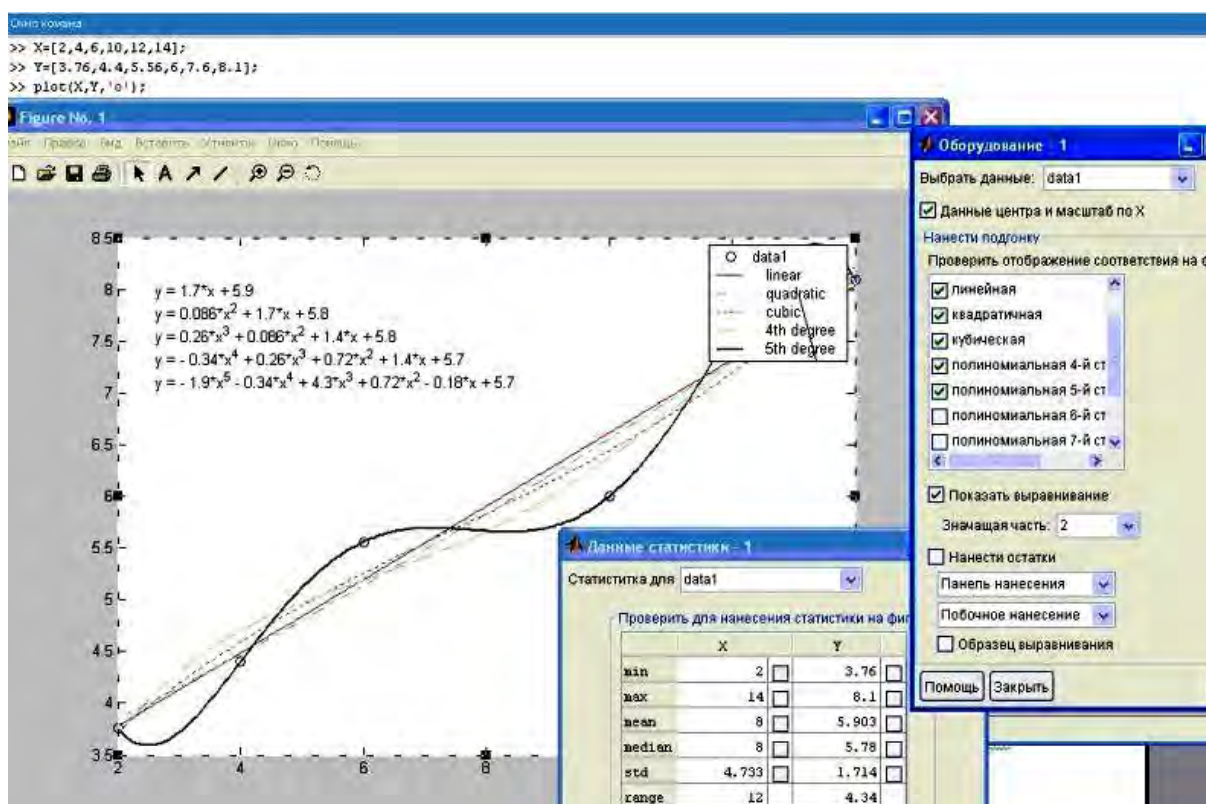


Рисунок 5 – Пример выполнения полиномиальной регрессии для линейной, квадратичной, кубической регрессий и для полинома 4 и 5 степеней

Порядок выполнения работы

Для выборки экспериментальных данных, заданной преподавателем, выполнить статистическую обработку данных с использованием встроенных функций системы MATLAB.

Содержание отчёта

- 1 Цель лабораторной работы.
- 2 Выборка данных для выполнения расчетов в системе MATLAB.
- 3 Результаты статистической обработки данных по заданным функциям в системе MATLAB.
- 4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Перечислите достоинства и недостатки системы MATLAB.
- 2 Как решаются матрицы в системе MATLAB?

3 Что является основной задачей интерполяции?

4 Как определяется функция аппроксимации?

5 Какие функции реализуют полиномиальную регрессию в системе MATLAB?

6 Что понимают под интерполяцией?

7 Для каких функций применяется тригонометрический ряд Фурье?

8 Дайте характеристику данной функции $interpft(x, n)$.

7 Лабораторная работа № 7. Графическое представление результатов экспериментальных исследований

Цель лабораторной работы – приобретение практических навыков графического представления результатов экспериментальных исследований.

7.1 Общие сведения

Полученный в результате статистического исследования материал нередко изображается с помощью точек, геометрических линий и фигур или графиков.

В статистике графиком называют наглядное изображение статистических величин и их соотношений при помощи геометрических точек, линий, фигур.

Представление данных в графическом виде позволяет решать самые разнообразные задачи. Основное достоинство такого представления – наглядность. На графиках легко просматривается тенденция к изменению. Можно даже определять скорость изменения тенденции. Различные соотношения, взаимосвязь различных процессов – все это легко можно увидеть на графиках.

Графики придают изложению статистических данных большую наглядность, чем таблицы, выразительность, облегчают их восприятие и анализ. Статистический график позволяет зрительно оценить характер изучаемого явления, присущие ему закономерности, взаимосвязи с другими показателями. Графики делают статистический материал более понятным, доступным.

График позволяет сразу получить общее представление обо всей совокупности статистических показателей. Графический метод анализа выступает как логическое продолжение табличного метода и служит целям получения обобщающих статистических характеристик процессов, свойственных массовым явлениям.

При помощи графического изображения статистических данных решаются многие задачи статистического исследования:

- наглядное представление величины показателей (явлений) в сравнении друг с другом;
- характеристика структуры какого-либо явления;
- изменение явления во времени;
- ход выполнения плана;
- зависимость изменения одного явления от изменения другого.

В статистических исследованиях применяются самые разнообразные графики. В каждом графике выделяют (различают) следующие основные элементы:



- пространственные ориентиры (систему координат);
- графический образ;
- поле графика;
- масштабные ориентиры;
- экспликация графика;
- наименование графика.

Пространственные ориентиры задаются в виде системы координатных сеток. В статистических графиках чаще всего применяется система прямоугольных координат. Иногда используется принцип полярных (угловых) координат (круговые графики). На осях системы координат в определенном порядке располагаются характеристики статистических признаков изображаемых явлений или процессов. Признаки, располагаемые на осях координат, могут быть качественными или количественными.

Графический образ статистических данных представляет собой совокупность линий, фигур, точек, образующих геометрические фигуры разной формы (окружность, квадраты, прямоугольники и т. п.) с различной штриховкой, окраской, густотой нанесения точек.

Каждый из основных видов графических изображений в статистической практике строится с учетом определенных правил. В статистических исследованиях для выяснения характерных черт и особенностей массовых явлений, познания типичного в этих явлениях и решения других задач широко используется сравнение одних абсолютных, средних и относительных статистических величин с другими.

Анализ – это прежде всего сравнение и сопоставление статистических данных. Нередко возникает необходимость сопоставления результатов статистического исследования конкретного явления с величинами типичного (идеального) явления аналогичной природы. Поэтому наглядное представление (графическое изображение) сравнения статистических показателей относится к наиболее распространенным графикам в статистике. Для этих целей применяются диаграммы.

Диаграмма – это графическое изображение, наглядно показывающее соотношение между сравниваемыми величинами. Диаграмма представляет собой чертеж, на котором статистические данные условно изображаются геометрическими линиями, фигурами и телами различных размеров.

Различают следующие основные виды графиков (диаграмм) сравнения:

- столбиковые;
- полосовые;
- квадратные;
- круговые;
- фигурные.

7.2 Построение диаграмм

Для построения диаграмм используются следующие компьютерные программы: Excel, Mathcad, MATLAB и другие.



Построение диаграммы в программе *Excel*.

1 Выберите график, гистограмму, линейчатую диаграмму или диаграмму с областями, на которую требуется добавить таблицу данных.

2 В меню «Диаграмма» выберите команду «Параметры диаграммы», а затем перейдите к вкладке «Таблица данных».

3 Чтобы показать или скрыть данные диаграммы в сетке внизу диаграммы, установите или снимите флажок «Таблица данных».

4 На линейчатых диаграммах и диаграммах с осью времени таблица данных не заменяет ось диаграммы, но выравнивается по диаграмме.

5 Для присоединения таблицы данных к оси категорий в объемной диаграмме в меню «Диаграмма» выберите команду «Объемный вид», а затем установите флажок «Перпендикулярные оси».

В диаграммах *Excel* есть один небольшой минус. Если построена диаграмма на основе данных, которые планируется добавлять со временем, то по мере добавления данных в таблицу, на которой основана диаграмма, придется также менять диапазон данных для диаграммы, чтобы включить их в отображение.

Для создания графиков в системе *Mathcad* имеется программный графический процессор. Основное внимание при его разработке было уделено обеспечению простоты задания графиков и их модификации с помощью соответствующих параметров. Процессор позволяет строить самые разные графики, например в декартовой и полярной системе координат, трехмерные поверхности, графики уровней.

Для построения графиков используются шаблоны. Их перечень содержит подменю «Graph» меню «Insert». Большинство параметров графического процессора, необходимых для построения графиков, по умолчанию задается автоматически, поэтому для начального построения графика того или иного вида достаточно задать тип графика. В подменю «Graph» содержится список из семи основных типов графиков. Они позволяют выполнить следующие действия:

– X – Y Plot (декартов график) – создать шаблон двухмерного графика в декартовой системе координат;

– Polar Plot (полярный график) – создать шаблон графика в полярных координатах;

– 3D Plot Wizard (мастер трехмерных графиков) – вызов Мастера для построения трехмерных графиков с заданными свойствами;

– Surface Plot (график поверхности) – создать шаблон для построения трехмерного графика;

– Contour Plot (карта линий уровня) – создать шаблон для контурного графика трехмерной поверхности;

– 3D Scatter Plot (точечный график) – создать шаблон для графика в виде точек (фигур) в трехмерном пространстве;

– 3D Bar Plot (трехмерная столбиковая диаграмма) – создать шаблон для изображения в виде совокупности столбиков в трехмерном пространстве;

– Vector Field Plot (векторное поле) – создать шаблон для графика векторного поля на плоскости.

Графики в *MATLAB* строятся в отдельных масштабируемых и перемещае-



мых окнах. Можно поворачивать построенную фигуру мышью и наблюдать ее под разными углами, причем никакого программирования такое вращение не требует.

Средства графики MATLAB содержат три команды:

- 1) New Figure – открывает пустое окно графики;
- 2) Plot Tools – открывает окно мощного редактора графики;
- 3) More Plots ... – открывает окно доступа к различным видам графики.

Одно из достоинств системы MATLAB – разнообразие средств для построения графиков, начиная от команд построения простых графиков функций одной переменной в декартовой системе координат и заканчивая комбинированными и презентационными графиками с элементами анимации, а также средствами проектирования графического пользовательского интерфейса (CUI). Особое внимание в системе уделено трехмерной графике с функциональной окраской отображаемых фигур и имитацией различных световых эффектов.

Порядок выполнения работы

1 На основании исходных данных, выданных преподавателем, произвести графическую обработку результатов экспериментальных исследований в системах Excel, Mathcad и MATLAB.

2 Провести сравнение полученных графических изображений результатов исследований для различных систем обработки данных.

Содержание отчёта

1 Цель лабораторной работы.

2 Выборка данных для выполнения графической обработки результатов экспериментальных исследований в системах Excel, Mathcad и MATLAB.

3 Результаты графической обработки результатов в системах Excel, Mathcad и MATLAB.

4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1 Что называют в статистике графиком?

2 Какие задачи статистического исследования решаются при помощи графического изображения?

3 Как задаются пространственные ориентиры?

4 Что представляет собой графический образ статистических данных?

5 Дайте определение диаграммы.

6 Перечислите типы диаграмм.

7 Где содержится перечень шаблонов построения графиков в системе Mathcad?

8 Какие команды содержат средства графики MATLAB?



Список литературы

1 Р 50-54-23-87 Рекомендации. Стандартизация испытаний промышленных роботов. Исследовательские испытания. – Москва : ВНИИНМАШ, 1987. – 34 с.

2 Р 50-54-24-87 Рекомендации. Стандартизация испытаний промышленных роботов. Метрологическое обеспечение испытаний. Автоматизированные испытания. – Москва : ВНИИНМАШ, 1987. – 23 с.

3 Основы робототехники : учебное пособие для вузов / Е. И. Юревич. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2010. – 360 с.

4 Математические основы управления проектами : учебное пособие для вузов / С. А. Баркалов [и др.] ; ред. В. Н. Бурков. – Москва : Высшая школа, 2005. – 121 с.

5 **Острейковский, В. А.** Статистические методы обработки экспериментальных данных : учебное пособие с использованием пакета MathCad / В. А. Острейковский, Ф. И. Карманов. – Москва : КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 208 с.

6 **Горохов, В. А.** Основы экспериментальных исследований и методика их проведения : учебное пособие / В. А. Горохов. – Минск ; Москва : Новое знание : ИНФРА-М, 2016. – 655 с.

