МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технология машиностроения»

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Методические рекомендации к лабораторным работам для студентов направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» очной формы обучения

Могилев 2019

УДК 621.01:519.6
ББК 30.2-5-05
М 20

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения» «30» октября 2018 г., протокол № 5

Составители: д-р техн. наук, проф. В. М. Пашкевич;
канд. техн. наук, доц. М. Н. Миронова

Рецензент канд. техн. наук, доц. В. В. Кутузов

Методические рекомендации предназначены для выполнения лабораторных работ студентами направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» очной формы обучения по дисциплине «Методы оптимизации».

Учебно-методическое издание

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Ответственный за выпуск В. М. Шеменков

Технический редактор А. А. Подошевко

Компьютерная верстка Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Методы одномерной оптимизации

Цель работы: изучение и анализ поисковых алгоритмов минимизации функции одной переменной: дихотомического, Фибоначчи и «золотого сечения».

Основные положения

Оптимизация – задача нахождения экстремума (минимума или максимума) целевой функции в некоторой области конечномерного векторного пространства, ограниченной набором линейных и/или нелинейных равенств и/или неравенств.

По критерию размерности допустимого множества методы оптимизации делят на методы одномерной оптимизации и методы многомерной оптимизации.

Задача оптимизации состоит в минимизации (максимизации) вещественнозначной функции $f(x)$ N-мерного аргумента x, компоненты которого удовлетворяют системе ограничений. Такая задача называется задачей условной оптимизации.

Если задача не содержит ограничения и рассматривается на всем пространстве, то это задача безусловной оптимизации.

Задачи без ограничений с $N = 1$ называются задачами одномерной оптимизации, с $N \geq 2$ – многомерной оптимизации.

Методы одномерной оптимизации разделяются на подклассы по следующим принципам:

– использование в процессе поиска экстремума информации о самой функции, т. к. в ряде задач целевая функция задана таким образом, что точных значений производных найти нельзя (только оценить);

– использование в процессе поиска экстремума информации о самой функции или ее производных;

– по виду целевой функции (методы решения одно- и многоэкстремальных задач).

Различные методы одномерного поиска используют некоторый начальный интервал неопределенности L_0, содержащий минимум (максимум) функции $f(x)$, который затем уменьшается до некоторого значения L_n путем вычисления значений функции в соответствующих точках и отбрасывания заведомо неоптимальных подынтервалов.

Будем для определенности рассматривать далее так называемые унимодальные функции $f(x)$, т. е. функции, имеющие на заданном интервале $[a, b]$ единственный минимум. Будем полагать, что $f(x)$ минимизируется на интервале $[a, b]$. Максимум функции находится подобным образом [2].

Метод дихотомии. Идея метода состоит в вычислении на каждой очередной итерации двух значений целевой функции в точках, отстоящих на величину ε в обе стороны от середины интервала неопределенности.

Пусть на первом шаге эксперимент проводится в точках (рисунок 1)

$$x_1 = x - \frac{\varepsilon}{2}; \quad x_2 = x + \frac{\varepsilon}{2}, \qquad (1)$$

где x – середина интервала $[a, b]$;

ε – достаточно малое положительное число (это число можно трактовать как чувствительность экспериментатора в различении двух близких точек).

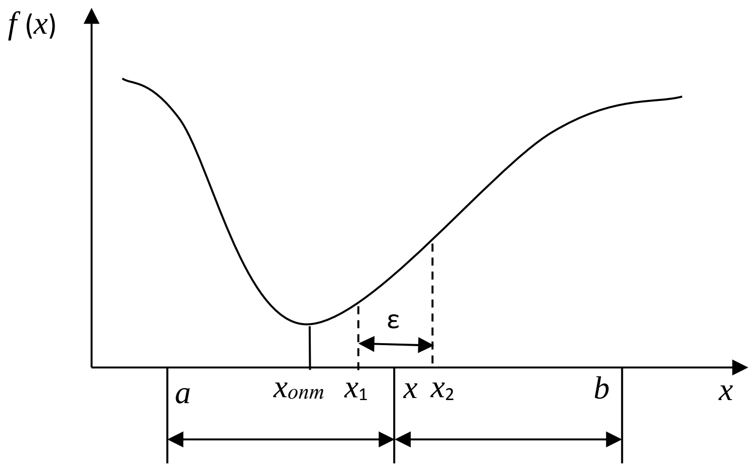

Рисунок 1 – Иллюстрация метода дихотомии

Если $f_1 > f_2$, то с учетом унимодальности и возможности нахождения минимума в интервале ε для дальнейшего поиска должен быть оставлен интервал $\left[x - \frac{\varepsilon}{2}; b\right]$, в противном случае – $\left[a; x + \frac{\varepsilon}{2}\right]$.

Таким образом, если вначале интервал неопределенности L_0 равен $(b - a)$, то после первого шага (состоящего из двух экспериментов)

$$L_2 = \frac{1}{2}(b - a) + \frac{\varepsilon}{2}. \qquad (2)$$

Если выбрать третий и четвертый эксперименты, то интервал неопределенности определится как

$$L_4 = \frac{1}{4}(b - a) + \frac{3}{4}\varepsilon. \qquad (3)$$

После n экспериментов, произведенных по тому же правилу, минимум функции $x_{опт}$ будет лежать в интервале

$$L_4 = 2^{-\frac{n}{2}}(b - a) + \left(1 - 2^{-\frac{n}{2}}\right)\varepsilon. \qquad (4)$$

Алгоритм метода.

1 Рассчитать середину интервала [a, b]

$$x = \frac{a+b}{2}.$$

2 Рассчитать точки $x_1 = x - \frac{\varepsilon}{2}$ и $x_2 = x + \frac{\varepsilon}{2}$ и значения в них целевой функции $f_1 = f(x_1)$ и $f_2 = f(x_2)$.

3 Если $f_1 > f_2$, то $a = x_1$, иначе $b = x_2$.

4 Повторить пп. 1–3 до тех пор, пока длина интервала [a, b] больше 2ε.

5 Вычислить результат

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right). \tag{5}$$

Метод Фибоначчи является наиболее быстрым методом поиска, требующим минимального числа экспериментов. На каждом шаге, кроме первого, проводится не два, а один эксперимент. Стратегия поиска состоит в том, что новая точка поиска располагается внутри интервала неопределенности симметрично относительно уже находящейся там точки, оставшейся от предыдущих экспериментов. Для определения требуемого числа экспериментов n, обеспечивающего точность, а также для выбора положения двух первых точек поиска необходимо рассмотреть процесс поиска в обратном порядке, т. е. с последнего шага.

Рассмотрим ситуацию, когда все эксперименты, кроме последнего, уже проведены. Длину изменяющегося интервала неопределенности обозначим L_{n-1}. Внутри этого интервала находится эксперимент с наименьшим из $(n-1)$ испытаний значением функции $f(x)$, и внутри него также следует провести последний эксперимент. Очевидно, что для обеспечения минимального интервала неопределенности L_n после n экспериментов указанные точки должны быть симметрично расположены относительно середины интервала L_{n-1} и удалены от нее на расстояние $\frac{\varepsilon}{2}$ (рисунок 2).

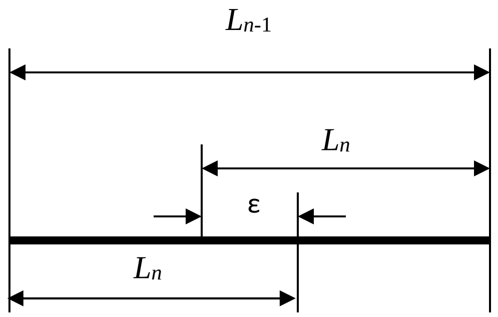

Рисунок 2 – Иллюстрация метода Фибоначчи

Таким образом,

$$L_{n-1} = 2L_n - \varepsilon. \tag{6}$$

Рассмотрим далее ситуацию, когда проведены все эксперименты, кроме двух последних. Длину имеющегося интервала неопределенности обозначим L_{n-2}. Внутри этого интервала находится точка с наименьшим из $(n-2)$ испытаний значением $f(x)$; далее внутри него необходимо провести следующий $(n-1)$ эксперимент (рисунок 3). По результатам этого эксперимента часть интервала L_{n-2} должна быть отброшена, а оставшаяся часть равна L_{n-1}. Поскольку заранее не ясно, какая часть будет отброшена, указанные точки должны располагаться на равных расстояниях от концов интервала L_{n-2}.

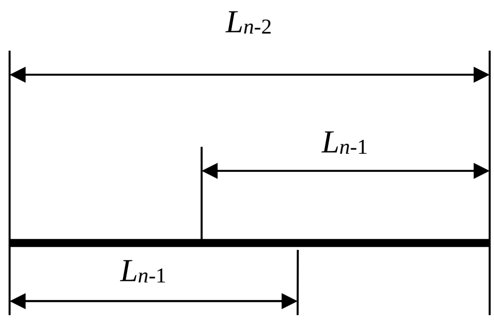

Рисунок 3 – Иллюстрация метода Фибоначчи

Но одна из точек внутри интервала L_{n-2} останется после $(n-1)$ эксперимента и станет точкой внутри интервала L_{n-1}. Сочетание возможных комбинаций рисунков 2 и 3 приводит к схеме разбиения интервала L_{n-2}, изображенной на рисунке 4.

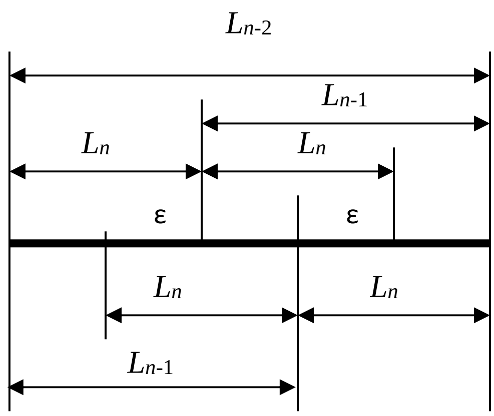

Рисунок 4 – Иллюстрация метода Фибоначчи

Из рисунка 4 следует, что

$$L_{n-2} = L_{n-1} + L_n. \tag{7}$$

Аналогично

$$L_{n-3} = L_{n-2} + L_{n-1}. \tag{8}$$

В общем случае

$$L_{j-1} = L_j + L_{j+1}; \quad j = 2, \ldots, n-1. \tag{9}$$

Таким образом,

$$L_{n-1} = 2L_n - \varepsilon; \tag{10}$$

$$L_{n-2} = L_{n-1} + L_n = 2L_n - \varepsilon; \tag{11}$$

$$L_{n-3} = L_{n-2} + L_{n-1} = 5L_n - 2\varepsilon; \tag{12}$$

$$L_{n-4} = L_{n-3} + L_{n-2} = 8L_n - 3\varepsilon. \tag{13}$$

Для получения общей формулы длины интервала L_{n-k} введем последовательность чисел Фибоначчи F_k, определяемую следующим образом:

$$F_0 = F_1 = 1;$$

$$F_k = F_{k-1} + F_{k-2}; \; k = 2, \ldots, n-1. \tag{14}$$

Тогда имеем

$$L_{n-k} = F_{k+1}L_n - F_{k-1}\varepsilon. \tag{15}$$

Учитывая, что после первого испытания интервал неопределенности равен $L_1 = b - a$, и полагая $k = n-1$, получаем

$$F_n L_n - F_{n-2}\varepsilon = L_1. \tag{16}$$

Отсюда

$$L_n = \frac{L_1}{F_n} + \frac{F_{n-2}}{F_n}\varepsilon. \tag{17}$$

Для того чтобы начать поиск по методу Фибоначчи, необходимо определить положение первых двух точек проведения испытаний. Эти точки располагаются симметрично внутри начального интервала неопределенности на расстоянии L_2 от соответствующих концов этого интервала. Полагая в выражении (15) $k = n-2$, получаем

$$L_2 = \frac{F_{n-1}L_1}{F_n} + \frac{(-1)^n}{F_n}\varepsilon. \tag{18}$$

Пренебрегая величиной ε, имеем

$$L_2 = \frac{F_{n-1}}{F_n} L_1 . \tag{19}$$

Алгоритм метода.

1 Рассчитать количество итераций n и сформировать массив чисел Фибоначчи.

2 Рассчитать две точки

$$x_1 = a + \frac{F_{n-1}}{F_n} L \ ; \ \ x_2 = b - \frac{F_{n-1}}{F_n} L \ , \tag{20}$$

где L – длина интервала $[a, b]$.

3 Определить значения целевой функции $f_1 = f(x_1)$ и $f_2 = f(x_2)$.

4 Если $f_1 > f_2$, то

$$b = x_1 ; \ \ f_1 = f_2 ; \ \ x_1 = x_2 ; \ \ L = b - a \tag{21}$$

и рассчитывается новая точка

$$x_2 = b - \frac{F_{n-2}}{F_{n-1}} L = a + \left(b - x_1\right); \ f_2 = f(x_2) . \tag{22}$$

Если условие $f_1 > f_2$ не выполняется, то

$$a = x_2 ; \ \ f_2 = f_1 ; \ \ x_2 = x_1 ; \ \ L = b - a \tag{23}$$

и рассчитывается новая точка

$$x_1 = a + \frac{F_{n-2}}{F_{n-1}} L = b - \left(x_2 - a\right); \ \ f_1 = f(x_1) . \tag{24}$$

5 Принять $n = n - 1$.

6 Повторить пп. 1–4 до тех пор, пока $n > 2$.

7 Определить результат $\min\left(f_1, f_2\right)$.

Метод «золотого сечения». Здесь так же, как и в методе Фибоначчи, точка, выбираемая внутри интервала неопределенности для проведения эксперимента на очередном шаге, располагается симметрично относительно уже находящейся там точки, оставшейся от предыдущих экспериментов. Поэтому здесь для трех соседних интервалов неопределенности также справедливо соотношение (9). Однако в методе «золотого сечения» не используется соотношение (14), которое зависит от n. Вместо этого выдерживается постоянным, равным τ, отношение длин последовательных интервалов, т. е.

$$\frac{L_{j-1}}{L_j} = \frac{L_j}{L_{j+1}} = \tau, \tag{25}$$

где

$$\tau = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)}{2} \approx 1{,}618033989. \tag{26}$$

Тогда

$$\frac{L_{j-1}}{L_{j+1}} = \tau^2; \frac{L_{j-2}}{L_{j+1}} = \tau^3 \text{ и т. д.} \tag{27}$$

Следовательно,

$$\frac{L_1}{L_n} = \tau^{n-1}, \text{ т. е. } L_n = \frac{L_1}{\tau^{n-1}}. \tag{28}$$

Таким образом, в методе «золотого сечения» начальный отрезок делится по «правилу золотого сечения» (25), (26) и первые два эксперимента располагаются симметрично на расстоянии $\approx 0{,}618$ от соответствующих концов интервала. По результатам этих двух экспериментов сохраняется один из интервалов, в котором расположен оставшийся эксперимент. Симметрично ему располагается следующий эксперимент и т. д.

Алгоритм метода.

1 Рассчитать две точки

$$x_1 = a + L\tau, \; x_2 = b - L\tau, \tag{29}$$

где L – длина интервала [a, b] при $\tau = 0{,}618$.

2 Определить значения целевой функции $f_1 = f(x_1)$ и $f_2 = f(x_2)$.

3 Если $f_1 > f_2$, то

$$b = x_1; \quad f_1 = f_2; \quad x_1 = x_2; \quad L = b - a \tag{30}$$

и рассчитывается новая точка

$$x_2 = b - L\tau = a + \left(b - x_1\right); \quad f_2 = f(x_2). \tag{31}$$

Если условие $f_1 > f_2$ не выполняется, то

$$a = x_2; \quad f_2 = f_1; \quad x_2 = x_1; \quad L = b - a \tag{32}$$

и рассчитывается новая точка

$$x_1 = a + L\tau = b - \left(x_2 - a\right); \quad f_1 = f(x_1). \tag{33}$$

4 Повторить пп. 1–2 до тех пор, пока длина интервала [a, b] больше ε.

Вычислить результат $\min\left(f_1,\ f_2\right)$.

Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретический материал.

2 Построить блок-схемы алгоритмов дихотомического деления, Фибоначчи, «золотого сечения».

3 Найти аналитическое решение задачи min $f(x)$, $x \in [a, b]$. Функцию выбрать по указанию преподавателя.

4 Разработать на ЭВМ программу, реализующую каждый из рассмотренных методов (язык программирования выбрать самостоятельно).

5 Получить решение задачи тремя методами с различной точностью с помощью разработанной программы.

6 Исследовать их сходимость и провести сравнение по числу вычислений функции для достижения заданной точности.

Варианты заданий

Варианты заданий представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Варианты заданий

Номер варианта	Функция	a	b
1	$f(x) = \sin(x)$	$-\pi$	$\pi/2$
2	$f(x) = (x - 2)^2$	0	3
3	$f(x) = \cos(x)$	0	π
4	$f(x) = (x - 15)^2 + 5$	12	20
5	$f(x) = (x + 5)^4$	–6	2
6	$f(x) = xe^x$	–2	0
7	$f(x) = x^2 + 2x - 4$	–2	1
8	$f(x) = x^3 - x$	0	1
9	$f(x) = x^5 - x^2$	0	1
10	$f(x) = \dfrac{-x}{e^x}$	0	3
11	$f(x) = x^4 - x$	0	1
12	$f(x) = \dfrac{x^4}{\ln x}$	1,1	1,5
13	$f(x) = xe^{-x}$	–2	6
14	$f(x) = xe^{-2x}$	–2	6

Содержание отчета

1 Цель работы.
2 Исходное задание на исследование.
3 Блок-схемы алгоритмов.
4 Таблицы с результатами исследований по каждому методу.
5 График зависимости количества вычислений целевой функции от логарифма задаваемой точности ε.
6 Анализ полученных результатов и выводы.

Контрольные вопросы

1 Что такое оптимизация?
2 Какая задача называется задачей условной оптимизации?
3 Какая задача называется задачей безусловной оптимизации?
4 Какая задача называется задачей одномерной оптимизации?
5 Какая задача называется задачей многомерной оптимизации?
6 Какие функции являются унимодальными?
7 Приведите классификацию методов одномерной оптимизации.
8 Какое место занимают задачи одномерного поиска в общей задаче оптимизации?
9 В чем заключается сущность метода дихотомического деления?
10 В чем заключается сущность метода Фибоначчи?
11 В чем заключается сущность метода «золотого сечения»?
12 Сравнительные характеристики исследуемых алгоритмов.

2 Лабораторная работа № 2. Методы многомерной оптимизации

Цель работы: ознакомление с методами поиска минимума функции двух переменных в оптимизационных задачах без ограничений (метод Гаусса-Зейделя, метод наискорейшего спуска, методы сопряженных направлений).

Основные положения

Методы многомерной оптимизации без ограничений нулевого порядка не используют производных минимизированной функции, поэтому их применение может быть достаточно эффективно в том случае, когда вычисление производных связано с большими трудностями.

Методы первого порядка часто называют градиентными, т. к. для определения направления поиска используют градиент минимизированной функции – вектор, компонентами которого являются частные производные функции по оптимизируемым параметрам.

Методы второго порядка используют вторые производные, и их применение весьма ограничено из-за трудностей вычисления вторых производных.

Метод Гаусса-Зейделя. Основная идея метода состоит в том, что на каждом шаге фиксируются все переменные, кроме одной, которая выбирается так, чтобы минимизировать функцию. Геометрическая интерпретация данного метода показана на рисунке 5, где изображены линии уровня минимизированной функции и траектория движения рабочей точки от начальной точки поиска x^0 к оптимальной x^* [3].

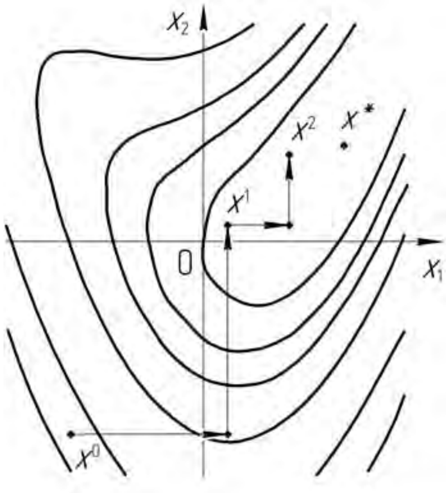

Рисунок 5 – Иллюстрация метода Гаусса-Зейделя

Таким образом, в поиске по направлению меняется только переменная x_j, остальные переменные фиксируются.

Рассмотрим направление поиска $\vec{S_1} = \vec{e_1}$ из начальной точки x^0. Параметр λ_1 определяется из условий одномерной минимизации $\min f\left(\vec{x^0} + \lambda\vec{e_1}\right)$. Промежуточная точка рассчитывается из условия $y^{(1)} = x^0 + \lambda_1\vec{e_1}$. Для второго направления $\vec{e_2}$ находят параметр λ_2 из условия $\min f\left(y^{(1)} + \lambda\vec{e_2}\right)$. Новая промежуточная точка определяется из условия $y^{(2)} = y^{(1)} + \lambda_2\vec{e_2}$.

Далее проходят по всем направлениям координатных осей, определяя $y^{(j+1)} = y^{(j)} + \lambda_{j+1}\vec{e}_{j+1}$, где λ_j находят из условия $\min f\left(y^{(j)} + \lambda\vec{e}_{j+1}\right)$, $j = 0, \ldots, n-1$. Следующая точка $x^{(1)} = y^{(n)}$. Рассматривая ее как стартовую, далее повторяют процесс поиска по направлениям координатных осей (см. рисунок 5). Процесс поиска останавливается при выполнении условия $\left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\| < \varepsilon$ или $\left\|f\left(x^{(k+1)}\right) - f\left(x^{(k)}\right)\right\| < \varepsilon$, где ε – заданная точность. В качестве оптимального решения выбираем $x^* = x^{(k+1)}$, $f^* = f\left(x^*\right)$.

Алгоритм метода.

1 Задать точность $\varepsilon > 0$ и стартовую точку x^0. Принять $y^{(1)} = x^{(1)}$, $k = j = 1$.

Решить задачу одномерного поиска $\min f\left(y^{(j)} + \lambda \vec{e}_{j+1}\right)$. Установить λ_j. Определить $y^{(j)} = y^{(j-1)} + \lambda_j \vec{e}_j$.

2 Если $j < n$, то $j = j+1$ и повторить п. 1. Если $j = n$, то выполнить п. 3.

3 Принять $x^{(k+1)} = y^{(n+1)}$. Если $\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| < \varepsilon$, то $x^* = x^{(k+1)}$, иначе $y^{(1)} = y^{(k+1)}$; $j = 1$, $k = k+1$ и повторить пп.1–2.

Достоинством метода Гаусса-Зейделя (покоординатного спуска) является его простота при определении перемещения в пространстве переменных. Для гладких функций метод обеспечивает сходимость к точке локального минимума.

Недостатки:

– при минимизации «овражных» функций алгоритм будет делать очень мелкие шаги и может остановиться далеко от оптимума;

– зигзагообразный характер движения к точке минимума, что значительно замедляет его сходимость.

Методы сопряженных направлений (*Пауэлла*). Разработан целый ряд методов безусловной оптимизации, использующих понятие сопряженности векторов, которые определяют направление поиска на смежных итерациях.

Если квадратичную функцию n переменных привести к виду суммы полных квадратов, то её оптимум может быть найден в результате n одномерных поисков по преобразованным координатным направлениям.

Алгоритм метода сопряженных направлений.

1 Выбрать начальную точку x^0 и задать $\varepsilon > 0$.

2 При $S_1 = e_1$, $k = 1$ найти λ_1 из решения задачи $\min f\left(x^0 + \lambda \vec{S}_1\right)$ и точку $x^1 = x^0 + \lambda_1 S_1$.

3 Определить точку $y^{(k-1)} = x^{(k)} + e_{k+1}$.

4 Найти точку $y^{(k)}$ путем последовательной минимизации функции $f(x)$ по направлениям S_i, $i = 1, ..., k$.

5 Для $k = k+1$ и направления $S_k = x^{(k-1)} - y^{(n-1)}$ найти λ_k из решения задачи $\min f\left(x^{(k-1)} + \lambda S_k\right)$. Определить точку $x^{(k)} = x^{(k-1)} + \lambda_0 S_k$.

6 Если $k < n$, то повторить пп. 2–5, иначе перейти к п. 7.

7 Если $f(x)$ является квадратичной, то $x^* = x_n$.

8 Если $\left\| x^0 - x_n \right\| \le \varepsilon$, то $x^* = x_n$, иначе $x^0 = x_n$ и повторить пп. 2–8.

Метод наискорейшего спуска (Коши). Впервые такой метод рассмотрел и применил еще О. Коши в XVIII в. Идея его проста: градиент целевой функции $f(x)$ в любой точке есть вектор в направлении наибольшего возрастания значения функции. Следовательно, антиградиент будет направлен в сторону наибольшего убывания функции и является направлением наискорейшего спуска. Антиградиент (и градиент) ортогонален поверхности уровня $f(x)$ в точке x.

Пусть в точке x требуется определить направление наискорейшего спуска (т. е. направление наибольшего локального уменьшения $f(x)$).

Разложим $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x и отбросим члены второго порядка по Δx и выше $f(x) = f(x^{(k)}) + \left(\nabla f(x^{(k)}),\, \Delta x\right) + \ldots$.

Локальное уменьшение $f(x)$ определяется вторым слагаемым, т. е. наибольшее уменьшение $f(x)$ будет тогда, когда $\left(\nabla f(x^{(k)}),\, \Delta x\right)$ будет иметь наибольшую отрицательную величину. Этого можно добиться выбором $S^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)})$. Этот случай соответствует наискорейшему локальному спуску $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \alpha_k \nabla f(x^{(k)})$.

На рисунке 6 показана релаксационная последовательность, построенная по методу наискорейшего спуска.

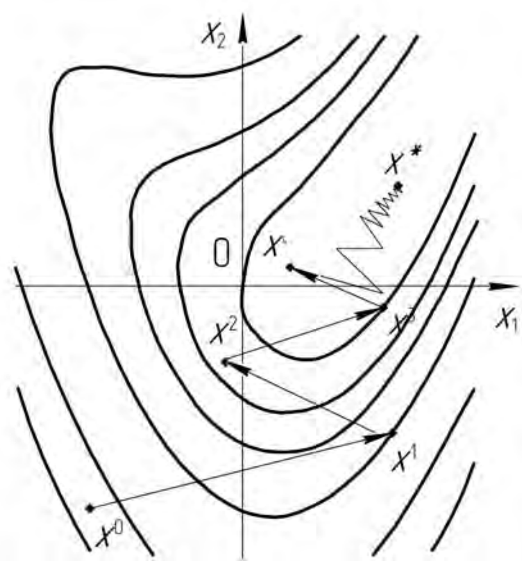

Рисунок 6 – Иллюстрация метода наискорейшего спуска

Алгоритм метода.

1 Задать $\varepsilon > 0$, начальную точку x^1. Принять $k = 1$.

2 Определить $\left\|\nabla f(x^{(k)})\right\|$.

3 Если $\left\|\nabla f(x^{(k)})\right\| < \varepsilon$, то найдено оптимальное решение $x^* = x^{(k)}$, иначе вычислить $S^{(k)} = -\dfrac{\nabla f(x^{(k)})}{\left\|\nabla f(x^{(k)})\right\|}$.

4 Решив задачу одномерной оптимизации $\min f\left(x^{(k)} + \lambda_k S^{(k)}\right)$, определить λ_k и $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k S^{(k)}$.

5 Принять $k = k + 1$ и повторить пп. 1–5.

Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретический материал.

2 Построить блок-схемы алгоритмов.

3 Найти минимум функции $u = f(x, y)$ на области определения функции. Функцию выбрать по указанию преподавателя.

4 Разработать на ЭВМ программу, реализующую каждый из рассмотренных методов.

5 С использованием программного обеспечения исследовать каждый из алгоритмов на заданной функции, осуществляя спуск из различных исходных точек (не менее трех). Исследовать сходимость алгоритма, фиксируя точность определения минимума, количество итераций метода и количество вычислений функции в зависимости от задаваемой точности поиска. Результатом выполнения данного пункта должны быть выводы об объёме вычислений в зависимости от задаваемой точности и начального приближения. Получить решение задачи тремя методами с различной точностью с помощью разработанной программы.

6 Построить траекторию спуска различных алгоритмов из одной и той же исходной точки с одинаковой точностью. В отчете наложить эту траекторию на рисунок с линиями равного уровня заданной функции.

7 Исследовать сходимость алгоритмов и провести сравнение по числу вычислений функции для достижения заданной точности.

Варианты заданий

Варианты заданий представлены в таблицах 2 и 3.

Таблица 2 – Варианты заданий

Номер варианта	A	a	b
$f(x, y) = A - (x - a)e^{-(x-a)} - (y - b)e^{-(x-b)}$			
1	20	1	2
2	10	2	3
3	10	3	1
4	20	3	2
5	30	2	1
6	20	2	1
7	10	3	2
8	30	2	3

Таблица 3 – Варианты заданий

Номер варианта	A	a	b	c	d	r
$f(x,\ y) = A - \exp\left[-\frac{1}{10-r^2}\left(\frac{(x-a)^2}{c^2} - \frac{2r(x-a)(x-b)}{cd} + \frac{(x-b)^2}{d^2}\right)\right]$						
9	20	1	2	3	3	1
10	20	3	1	3	3	1
11	30	2	2	1	2	3
12	20	3	2	2	1	2
13	10	2	3	1	1	–1
14	20	1	1	2	1	–1
15	10	3	2	1	2	2
16	30	2	3	3	2	1

Содержание отчета

1 Цель работы.

2 Исходное задание на исследование.

3 Блок-схемы алгоритмов.

4 Таблицы с результатами исследований по каждому методу, где должны быть отражены начальное приближение, задаваемая точность, количество итераций, число вычислений целевой функции, найденная точка и значение функции в ней.

5 Траектории спуска различных алгоритмов из одной и той же исходной точки с одинаковой точностью (наложить эту траекторию на рисунок с линиями равного уровня заданной функции).

6 Выводы о сходимости алгоритмов в зависимости от точности и начального приближения с указанием преимуществ и недостатков.

Контрольные вопросы

1 Какая задача называется задачей безусловной оптимизации?

2 Какая задача называется задачей многомерной оптимизации?

3 Что такое математическая модель объекта оптимизации?

4 Сформулируйте математическую постановку задачи оптимизации.

5 Дайте определение оптимального решения задачи оптимизации.

6 Какая последовательность называется релаксационной?

7 Сформулируйте идею методов прямого поиска нулевого порядка.

8 Каким образом выбирают направления и параметр шага в методе Гаусса-Зейделя?

9 Сформулируйте основную идею метода Пауэлла.

10 Как выбирается направление и параметр шага в методе наискорейшего спуска?

11 В чем отличие выбора направлений метода сопряженных градиентов и метода сопряженных направлений?

12 Сравнительные характеристики исследуемых алгоритмов.

3 Лабораторная работа № 3. Методы многомерной оптимизации с ограничениями

Цель работы: ознакомление с методами поиска минимума функции двух переменных в оптимизационных задачах с ограничениями (метод множителей Лагранжа, метод проектируемого градиента Д. Розена).

Основные положения

Задача оптимизации состоит в минимизации (максимизации) вещественнозначной функции $f(x)$ N-мерного аргумента x, компоненты которого удовлетворяют системе ограничений. Такая задача называется задачей условной оптимизации.

Поскольку оптимизация с ограничениями существенно разнообразнее безусловной минимизации, в основу классификации положен не порядок производных, а общий подход к учету ограничений. С этой точки зрения методы можно условно разделить на три группы [4].

К первой группе относятся методы, основанные на преобразовании целевой функции, которая видоизменяется таким образом, что ее безусловный экстремум совпадает с условным экстремумом исходной задачи. В результате представляется возможность использовать методы оптимизации без ограничений.

Вторую группу составляют методы поиска экстремума, приспосабливающие известные релаксационные методы оптимизации к ситуации, когда из-за наличия ограничений не все понижающие (прогрессивные) направления являются возможными. При этом учет ограничений производится либо непосредственно, либо косвенно через функцию Лагранжа.

Третью группу образуют методы, основанные на аппроксимации нелинейной задачи линейным приближением и последующем использовании эффективных методов линейного программирования.

Метод множителей Лагранжа. С помощью метода множителей Лагранжа устанавливаются необходимые условия, позволяющие идентифицировать точки оптимума в задачах оптимизации с ограничениями в виде равенств. При этом задача с ограничениями преобразуется в эквивалентную задачу безусловной оптимизации, в которой фигурируют некоторые неизвестные параметры, называемые множителями Лагранжа.

Для функции двух переменных $f(X,Y)$ условным экстремумом называется экстремум этой функции, достигнутый при условии, что переменные X и Y связаны уравнением $\varphi(X,Y)=0$.

Отыскание условного экстремума можно свести к исследованию на обычный экстремум функции Лагранжа:

$$u = f(X, Y) + \lambda\varphi(X, Y), \tag{34}$$

где λ – неопределенный постоянный множитель Лагранжа.

Необходимые условия экстремума функции Лагранжа имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} \equiv \dfrac{\partial f}{\partial x} + \lambda \dfrac{\partial \varphi}{\partial x} = 0; \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial f}{\partial y} + \lambda \dfrac{\partial \varphi}{\partial y} = 0; \\ \varphi(x, y) = 0. \end{cases} \tag{35}$$

Из этой системы из трех уравнений можно найти неизвестные X, Y, λ.

Для того чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, надо:

1) найти стационарные точки, расположенные в данной области, и вычислить значения функции в этих точках;

2) найти наибольшее и наименьшее значения функции на линиях, образующих границу области;

3) из всех найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

Рассмотрим задачу минимизации функции N переменных $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ с учетом одного ограничения в виде равенства $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$.

В соответствии с методом множителей Лагранжа эта задача преобразуется в задачу безусловной оптимизации, минимизирующей функцию

$$u(X, \lambda) = f(X) - \lambda\varphi(X). \tag{36}$$

Пусть при заданном значении $\lambda = \lambda_0$ безусловный минимум функции $u(X, \lambda)$ по X достигается в точке $X = x_0$ и x_0 удовлетворяет уравнению $\varphi(x_0) = 0$. Тогда x_0 минимизирует $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ с учетом $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$, поскольку для всех значений X, удовлетворяющих $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$, $\varphi(X) = 0$ и $\min u(X, \lambda) = \min f(X)$.

Необходимо подобрать значение $\lambda = \lambda_0$ таким образом, чтобы координата точки безусловного минимума x_0 удовлетворяла равенству $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$. Это можно сделать, если, рассматривая λ как переменную, найти безусловный минимум функции $u(X, \lambda) = f(X) - \lambda\varphi(X)$ в виде функции λ, а затем выбрать значение λ, при котором выполняется равенство $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$.

Метод проектируемого градиента Д. Розена. Метод проекции градиента (метод Розена) применяется в задачах поиска условного экстремума с ограничениями типа равенств и неравенств.

Алгоритм проекций градиента.

1 Вычислить матрицу $P = I - A^T\left(AA^T\right)^{-1}A$ в предположении, что векторы ограничений a_k линейно независимы.

2 Задать погрешность сходимости ε > 0 и допустимую точку x^k.

3 Вычислить направление спуска $S^k = -P\nabla f(x^k)$.

4 Если $\left|S^k\right| \le \varepsilon$, то вычислить $\lambda = \left(AA^T\right)^{-1}A\nabla f$ и закончить вычисления. В противном случае – продолжить вычисления.

5 Определить максимальную длину шага

$$\lambda_{\max} = \min\left(\max\left(0, \frac{b_k - a_k^T x^k}{a_k^T S^k}\right) \text{или } \infty, \text{ если } a_k^T S^k = 0;\ k = 1, ..., m\right). \qquad (37)$$

6 Решить задачу одномерного поиска $f\left(x^k + \alpha S^k\right) \to \min;\ 0 \le \alpha \le \alpha_{\max}$.

7 Принять $x^{k+1} = x^k + \alpha S^k$ и повторить пп. 3–7.

Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретический материал.

2 Построить блок-схемы алгоритмов.

3 Найти минимум функции на области определения функции. Исходные данные представлены в таблице 4.

4 Разработать на ЭВМ программу, реализующую каждый из рассмотренных методов.

5 С использованием программного обеспечения исследовать каждый из алгоритмов на заданной функции. Исследовать сходимость алгоритмов, фиксируя точность определения минимума.

6 Получить решение задачи двумя методами с помощью разработанной программы.

7 Провести сравнение исследуемых методов.

Варианты заданий

Варианты заданий представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Варианты заданий

Номер варианта	Ограничения для функции $f(x) = x_1^2 - x_2^2$
1	$\varphi(x) = 2x_1 - x_2 - 2 = 0$
2	$\varphi(x) = x_1 - 2x_2 - 5 = 0$
3	$\varphi(x) = x_1 + 2x_2 - 5 = 0$
4	$\varphi(x) = x_1 + 4x_2 - 3 = 0$
5	$\varphi(x) = x_1 + x_2 - 3 = 0$
6	$\varphi(x) = 3x_1 + x_2 - 1 = 0$
7	$\varphi(x) = x_1 + x_2 = 1$
8	$\varphi(x) = 2x_1 + x_2 - 3 = 0$
–	Ограничения для функции $f(x) = x_1 - x_2$
9	$\varphi(x) = x_1^2 + x_2^2 = 1$
10	$\varphi(x) = 1,5x_1^2 + x_2^2 = 1$
11	$\varphi(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2 = 0$
12	$\varphi(x) = x_1^2 + 1,5x_2^2 = 2$
13	$\varphi(x) = 1,5x_1^2 + x_2^2 - 3 = 0$
14	$\varphi(x) = x_1^2 + 0,5x_2^2 - 1 = 0$
15	$\varphi(x) = x_1^2 + 2,5x_2^2 = 4$
16	$\varphi(x) = x_1^2 + 0,25x_2^2 - 0,5 = 0$

Содержание отчета

1 Цель работы.
2 Задание на исследование.
3 Блок-схемы алгоритмов.
4 Результаты исследований по каждому методу.
5 Выводы с указанием преимуществ и недостатков методов.

Контрольные вопросы

1 Что такое оптимизация?
2 Какая задача называется задачей условной оптимизации?
3 Приведите классификацию методов многомерной оптимизации.
4 Какое место занимают задачи многомерного поиска в общей задаче оптимизации?
5 В чем заключается сущность метода проектируемого градиента Д. Розена?
6 В чем заключается сущность метода множителей Лагранжа?
7 Сравните исследуемые методы. Назовите их достоинства и недостатки.

4 Лабораторная работа № 4. Сравнительный анализ методов нахождения решения на функциональной семантической сети

Цель работы: исследование алгоритмов поиска решений при использовании функциональных семантических сетей и определение наиболее эффективного метода поиска оптимальных решений на сети.

Основные положения

Одним из методов представления знаний в интеллектуальных системах являются семантические сети, в которых знания отражаются в виде совокупности понятий и отношений между ними в некоторой предметной области [5].

В зависимости от типов отношений (связей) различают классифицирующие, функциональные семантические сети и сценарии.

Сети состоят из узлов и связывающих их дуг. Узлы в семантической сети соответствуют объектам, параметрам или событиям. Дуги описывают отношения между узлами.

Функциональную семантическую сеть изображают в виде графа, в котором вершины отображают понятия, а ребра или дуги – отношения между ними. Семантическую сеть можно представить тройкой объектов (V, E, θ), где V – множество вершин графа, E – множество ребер, θ – функция инцидентности, которая каждому элементу множества E ставит в соответствие пару элементов из множества V.

У функциональной семантической сети множество вершин V является объединением непересекающихся подмножеств P и R, т. е.

$$V = P \cup R, \tag{38}$$

где P – множество параметров рассчитываемых задач, в том числе исходные данные;

R – множество отношений, определяющих расчетные зависимости решаемых с помощью семантической сети задач.

$$R_i = \left\{ f\left(P_1, ..., P_j, ..., P_k\right) = 0 \right\}, \tag{39}$$

где P_j – элемент множества параметров сети P;

R_i – i-е отношение сети, определяющее функциональные зависимости между параметрами $P_1, ..., P_j, ..., P_k$ и имеющее вид:

$$f\left(P_1, ..., P_j, ..., P_k\right) = 0. \tag{40}$$

На рисунке 7 приведена возможная структура функциональной семантической сети, представляющей собой в общем случае двудольный граф и состоящей из n отношений и k параметров. Здесь вершины-окружности являются параметрами проектируемой системы, а вершины-прямоугольники содержат расчетные зависимости (отношения).

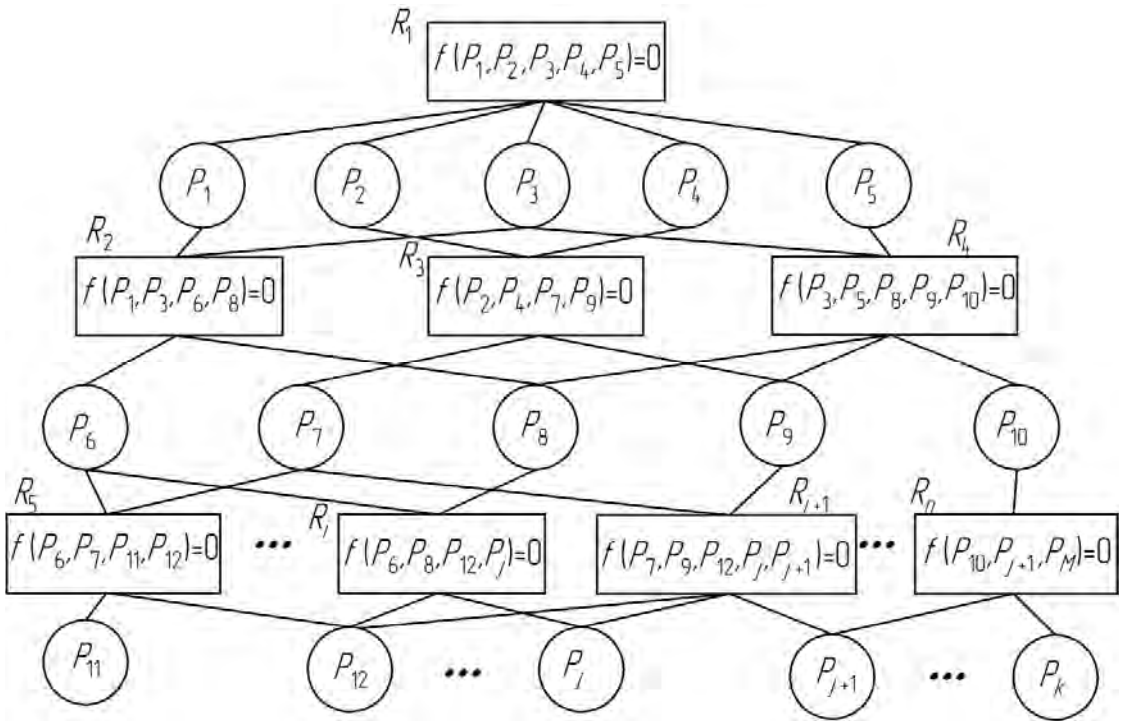

Рисунок 7 – Пример структуры функциональной семантической сети

Метод покоординатного спуска заключается в применении одномерной стратегии поиска по выделенной координате при фиксированных значениях остальных координат. Геометрический смысл такого метода состоит в поочередном движении в направлениях, параллельных координатным осям (рисунок 8).

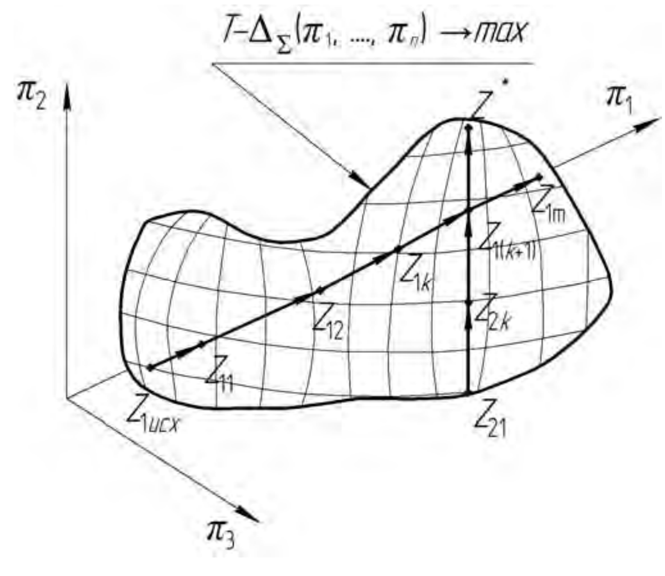

Рисунок 8 – Иллюстрация метода покоординатного спуска

В данном алгоритме поиск параметров $\pi^*_1, \pi^*_2, ..., \pi^*_n$, соответствующих экстремуму функции $\Delta_\Sigma(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ при условиях $\pi_{i\max} \le \pi_i \le \pi_{i\min}$, начинается из исходной точки $Z_{1исх}(\pi_{1\min}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$, в которой определяется значение целевой функции.

Далее значения параметров фиксируются, кроме одного. При этом целевая функция превращается в функцию одной переменной. Изменяя, например, фактор π_1, осуществляют переход от начальной $Z_{1k}(\pi_{1k}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$ к новой допустимой точке $Z_{1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$ и для нее оценивают значение функции $\Delta_\Sigma(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$, которое сравнивают со значением $\Delta_\Sigma(\pi_{1k}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$, найденным предварительно в $Z_{1k}(\pi_{1k}, \pi_{2\,исх}, ..., \pi_{nисх})$.

Переход к новой точке факторного пространства осуществляется в соответствии с формулой

$$Z_{1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх}) = Z_{1k}(\pi_{1k} + a, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх}), \qquad (41)$$

где a – величина шага.

Далее нахождение целевой функции ведется поочередно по направлениям, параллельным осям координат.

В соответствии с описанным алгоритмом при последовательном изменении координат перемещаются к точкам факторного пространства $Z_1, Z_2, ..., Z_n$ до тех пор, пока не будет найдена точка глобального экстремума $Z^*(\pi^*_1, \pi^*_2, ..., \pi^*_n)$.

Данный метод хорошо работает только в условиях, когда координаты мало влияют друг на друга, а также он требует большого объема вычислений, что приводит к длительному процессу нахождения оптимальных параметров.

Случайные методы поиска оптимальных решений. Для нахождения глобальных экстремумов сложных многоэкстремальных целевых функций могут использоваться методы случайного поиска, характеризующиеся небольшой продолжительностью нахождения оптимальных решений.

Случайный поиск с возвратом подразумевает соответствующее перемещение в факторном пространстве, выбираемое на каждом шаге поиска решения произвольным образом, и не требует процедуры нахождения упомянутых частных производных.

В качестве алгоритма поиска значений параметров на функциональной семантической сети можно использовать алгоритм случайного поиска с возвратом (рисунок 9).

В данном алгоритме поиск значений факторов $\pi^*_1, \pi^*_2, ..., \pi^*_n$, минимизирующих функцию $\Delta_\Sigma(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ при условиях $\pi_{i\max} \le \pi_i \le \pi_{i\min}$, начинается из исходной точки $Z_{1исх}(\pi_{1\min}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$, выбранной случайным образом, в которой определяется значение функции $\Delta_{\Sigma исх}(\pi_{1исх}, \pi_{2исх}, ..., \pi_{nисх})$.

Далее выполняется переход от исходной к новой допустимой точке

$X_{k+1}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)})$ и для нее оценивается значение функции $\Delta_{\Sigma(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)})$, которое сравнивается со значением, найденным предварительно на предыдущем этапе.

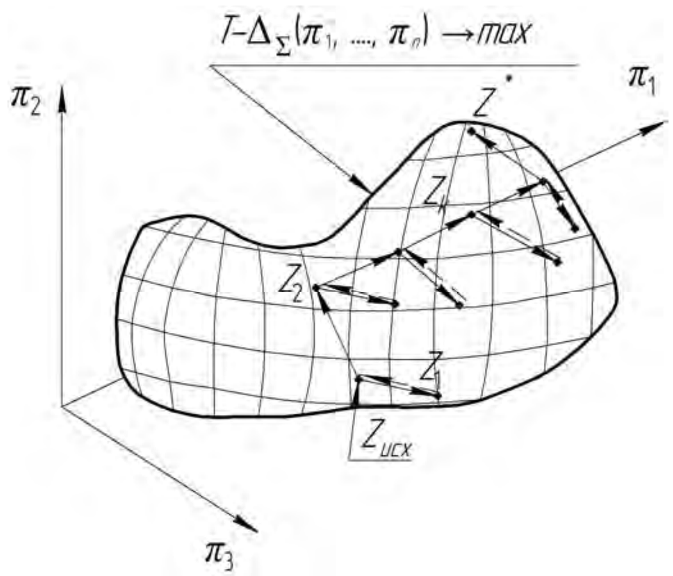

Рисунок 9 – Иллюстрация случайного поиска с возвратом

Переход к новой точке факторного пространства осуществляется в соответствии с формулой

$$Z_{k+1}(\pi_{1(k+1)}, ..., \pi_{i(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)}) = Z_k(\pi_{1k} \pm a_{1k} r_{1k}, ..., \pi_{ik} \pm a_{ik} r_{ik}, ..., \pi_{nk} \pm a_{nk} r_{nk}), \quad (42)$$

где a_{ik} – величина k-го шага для i-й переменной, определяемая случайным образом;

r_{ik} – единичный вектор, в направлении которого производится этот шаг.

Если оказывается $\Delta_{\Sigma(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)}) < \Delta_{\Sigma k}(\pi_{1k}, \pi_{2k}, ..., \pi_{nk})$, то совершается переход из $Z_k(\pi_{1k}, \pi_{2k}), ..., \pi_{nk})$ в $Z_{k+1}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)})$, после чего $Z_{k+1}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)})$ становится новой исходной точкой для продолжения поиска глобального экстремума $Z^*(\pi_1^*, \pi_2^*, ..., \pi_n^*)$.

Если же $\Delta_{\Sigma(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_{2(k+1)}, ..., \pi_{n(k+1)}) > \Delta_{\Sigma k}(\pi_{1k}, \pi_{2k}, ..., \pi_{nk})$, то осуществляется возврат в исходную точку, т. к. полученное решение хуже исходного.

Таким образом, сущность метода заключается в переходе из начальной точки в новую допустимую точку факторного пространства, в которой значение целевой функции улучшается. Этот процесс продолжается до тех пор, пока сохраняется возможность такого улучшения. Каждый шаг поиска базируется на использовании двух операций – выборе подходящего направления, двигаясь в котором можно достичь лучших значений $\Delta_{\Sigma}(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$, и оценке случайной величины перемещения.

Комбинированные методы поиска оптимальных решений. При большом количестве управляемых параметров, обеспечивающих наиболее точное решение, целесообразно использовать комбинированный алгоритм, сочетающий преимущества методов случайного поиска и покоординатного спуска.

В данном методе поиск значений n переменных $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n$, доставляющих экстремум функции $\Delta_\Sigma(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ при условиях $\pi_{i\max} \le \pi_i \le \pi_{i\min}$, начинается из исходной точки $Z_{исх}(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$, в которой определяется значение функции $\Delta_{\Sigma\, исх}(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ (рисунок 10).

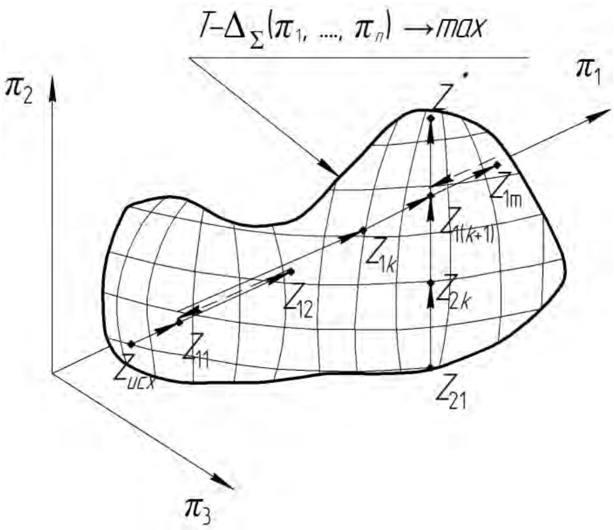

Рисунок 10 – Схема комбинированного метода

При этом из n переменных $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n$ выбирается какая-то одна, например, π_1, значения же остальных остаются фиксированными.

Далее осуществляется переход от начальной $Z_{1k}(\pi_{1k}, \pi_2, ..., \pi_n)$ к новой допустимой точке $Z_{1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n)$ и для нее оценивается значение функции $\Delta_{\Sigma 1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n)$, которое сравнивается со значением $\Delta_{\Sigma 1k}(\pi_{1k}, \pi_2, ..., \pi_n)$, найденным предварительно в $Z_{1k}(\pi_{1k}, \pi_2, ..., \pi_n)$.

Переход к новой точке осуществляется в соответствии с формулой

$$Z_{1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n) = Z_{1k}(\pi_{1k} \pm a_k r_k, \pi_2, ..., \pi_n), \qquad (43)$$

где a_k – величина k-го шага, определяемая случайным образом;

r_k – единичный вектор, в направлении которого производится этот шаг.

Если оказывается $\Delta_{\Sigma 1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n) \le \Delta_{\Sigma 1k}(\pi_{1k}, \pi_2, ..., \pi_n)$, то совершается переход из $Z_{1k}(\pi_{1k}, \pi_2, ..., \pi_n)$ в $Z_{1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n)$, после чего $Z_{1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n)$ становится новой исходной точкой.

Если же $\Delta_{\Sigma 1(k+1)}(\pi_{1(k+1)}, \pi_2, ..., \pi_n) > \Delta_{\Sigma 1k}(\pi_{1k}, \pi_2, ..., \pi_n)$, то осуществляется возврат в исходную точку.

В дальнейшем в качестве исходных точек назначаются точки, в которых последовательно изменяются координаты относительно переменных $\pi_2, ..., \pi_n$. Применительно к ним вся процедура поиска повторяется. Так продолжается до тех пор, пока не будет найдена точка экстремума $Z*(\pi_1*, \pi_2*, ..., \pi_n*)$.

Задание

Для определения наиболее эффективного метода поиска оптимальных решений на функциональной семантической сети провести сравнительный анализ метода покоординатного спуска, случайного поиска с возвратом, а также комбинированного алгоритма, сочетающего преимущества методов случайного поиска и покоординатного спуска.

Методы сопоставить по производительности (продолжительности поиска решений) и точности нахождения решений.

Порядок выполнения работы

1 Запустить интеллектуальную систему SEMANTIC, выбрав на рабочем столе файл SEMANTIC.exe.

2 С помощью процедуры *Загрузить СС* (рисунок 11) загрузить базу знаний в форме функциональной семантической сети. База знаний хранится в файле FSS.txt.

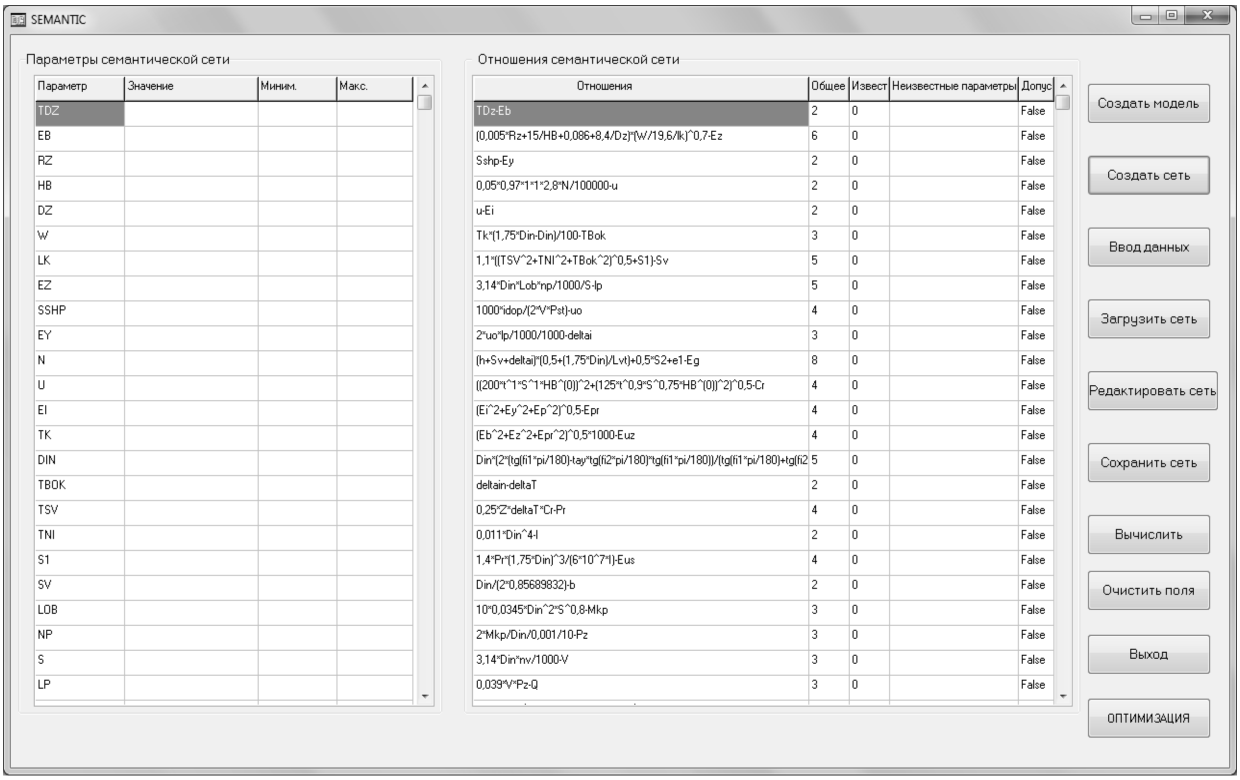

Рисунок 11 – Интерфейс программного обеспечения

Функциональная семантическая сеть используется для определения суммарной погрешности расположения оси отверстия при сверлении. Исходными данными задачи являются: допуск на расположение оси отверстия T_{obr} = 0,3 мм; допуск базовой поверхности заготовки TD_Z = 0,043 мм; число установов N = 50; твердость материала заготовки по Бринеллю 241 НВ; диаметр инструмента D_{in} = 12,8 мм; подача сверла S = 0,28 мм/об; допуск на величину обратной конусности $T_к$ = 0,06 мм; допуск на размер отверстия сменной втулки T_{SV} = 0,011 мм; допуск на размер направляющей части сверла T_{IN} = 0,027 мм; диаметральный зазор между сменной втулкой и сверлом S_1 = 0,012 мм; высота кондукторной втулки $l_{вт}$ = 12 мм; максимальный зазор между шпонкой и Т-образным пазом станка S_{shp} = 0,1 мм; допуск на отклонение от соосности осей быстросменной и постоянной втулок TB_1 = 0,006 мм; допуск на отклонение от соосности осей постоянной втулки и отверстия в плите TB_2 = 0,02 мм; допуск на межцентровое расстояние между осями отверстий в плите TB_3 = 0,03 мм; допуск на отклонение от соосности осей отверстия во втулке и отверстия в плите TB_4 = 0,04 мм; допуск на отклонение от соосности осей отверстия во втулке и пальца TB_5 = 0,036 мм; допуск на расположение оси обрабатываемого отверстия относительно оси пальца приспособления TB_7 = 0,02 мм; допуск на эксцентричность пальца TB_6 = 0,003 мм и др.

3 С помощью процедуры *Оптимизация* (см. рисунок 11) выбрать оптимизируемый параметр сети, обеспечивающий наименьшую суммарную погрешность обработки отверстия (рисунок 12).

4 С помощью процедуры *Метод оптимизации* выбрать метод покоординатного спуска.

5 Определить продолжительность поиска решения. Результат записать в таблицу 5.

Таблица 5 – Продолжительность нахождения решений

Количество управляемых параметров	Время поиска, с						
	Метод покоординатного спуска	Комбинированный метод	Случайный поиск с возвратом	Многолучевой поиск			
				5 лучей	10 лучей	20 лучей	100 лучей
1							
2							
5							
10							

6 Результат определения минимальной погрешности расположения оси отверстия (рисунок 13) записать в таблицу 6.

7 Повторить пп. 2–6 для количества управляемых параметров 2, 5, 10.

8 Повторить пп. 2–7 для других методов оптимизации.

9 Провести сравнительный анализ алгоритмов. Результаты представить в виде графиков.

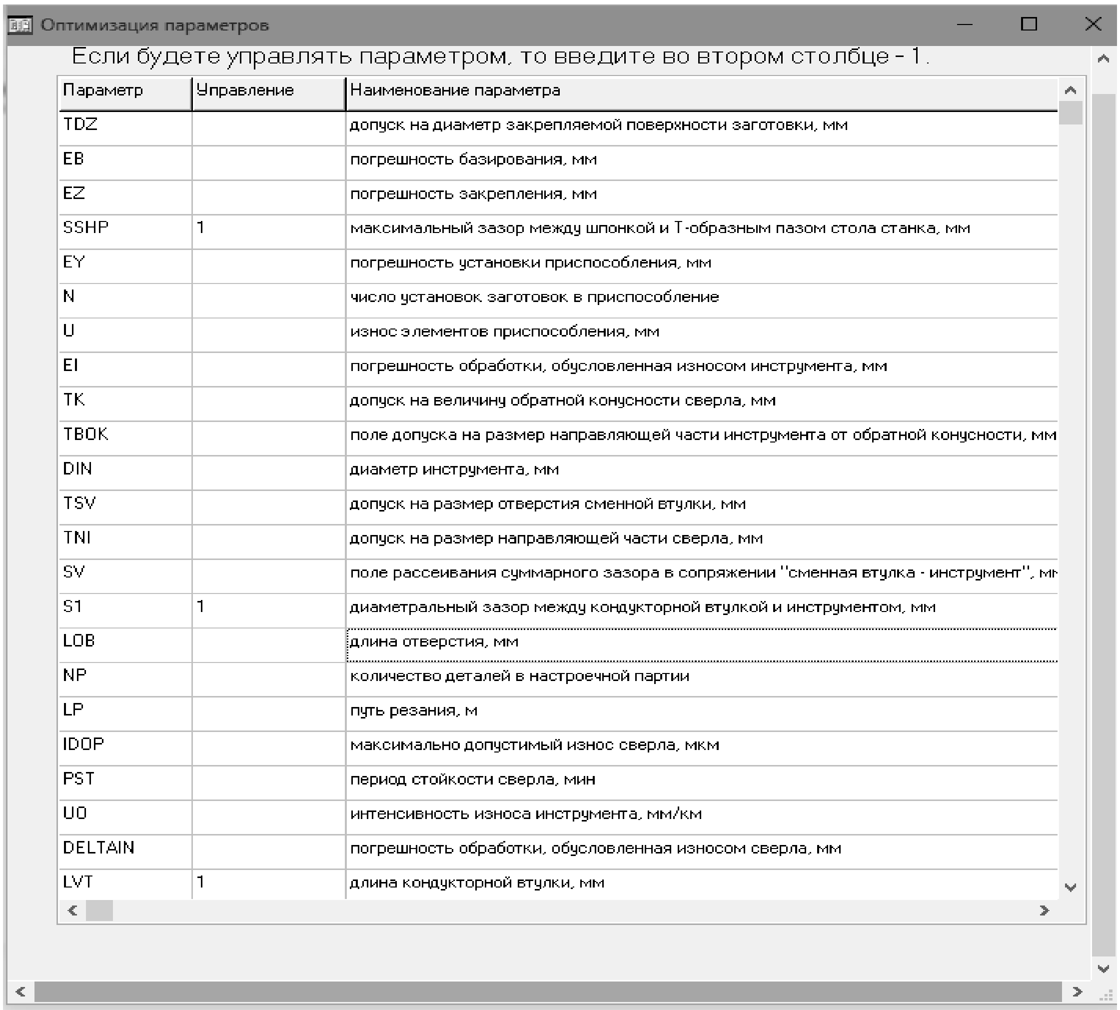

Рисунок 12 – Выбор управляемых параметров

Таблица 6 – Значения целевой функции, соответствующие рациональным параметрам технологического оснащения

Количество управляемых параметров	Суммарная погрешность расположения оси отверстия, мм						
	Метод покоординатного спуска	Комбинированный метод	Случайный поиск с возвратом	Многолучевой поиск			
				5 лучей	10 лучей	20 лучей	100 лучей

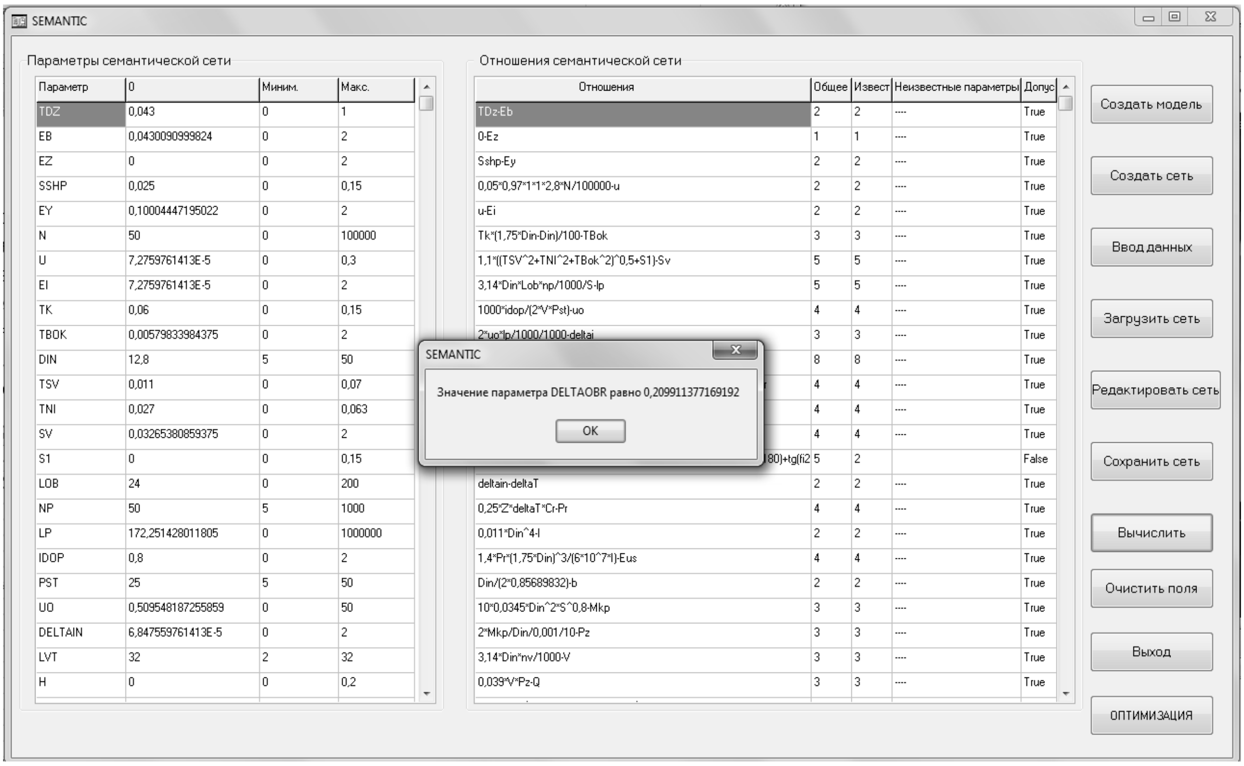

Рисунок 13 – Результат расчета компьютерной программой

Контрольные вопросы

1 Что такое функциональная семантическая сеть?

2 Приведите классификацию методов поиска на сети.

3 В чем заключается метод покоординатного спуска? Сравните его свойства со свойствами случайных методов.

4 Какие методы относятся к методам случайного поиска?

5 В чем заключается комбинированный метод поиска решения?

6 Дайте оценку исследуемых методов поиска.

Список литературы

1 **Аттетков, А. В.** Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. – Москва : РИОР ; ИНФРА-М, 2013. – 270 с.

2 Исследование алгоритмов одномерной оптимизации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.studfiles.ru/preview/3072912/. – Дата доступа: 01.11.2018.

3 Методы многомерной оптимизации : методические указания и задания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Методы оптимизации» для студентов направления «Прикладная математика» / Сост. Т. М. Попова. – Хабаровск : Тихоокеан. гос. ун-т, 2012. – 44 с.

4 **Гладких, Б. А.** Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики : учебное пособие. Ч. II: Нелинейное и динамическое программирование / Б. А. Гладких. – Томск : НТЛ, 2011. – 264 с.

5 **Поспелов, Г. С.** Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии / Г. С. Поспелов. – Москва : Наука, 1988. – 280 с.

6 **Пашкевич, В. М.** Функциональные семантические сети для обеспечения точности механической обработки / В. М. Пашкевич, М. Н. Миронова. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2015. – 200 с.

7 **Учаев, П. Н.** Оптимизация инженерных решений в примерах и задачах : учебник для вузов / П. Н. Учаев, С. А. Чевычелов, С. П. Учаева ; под общ. ред. проф. П. Н. Учаева. – Старый Оскол : ТНТ, 2014. – 176 с.

8 **Островский, Г. М.** Оптимизация технических систем : учебное пособие для вузов / Г. М. Островский, Н. Н. Зиятдинов, Т. В. Лаптева. – Москва : Кнорус, 2012. – 432 с.

9 **Майника, Э.** Алгоритмы оптимизации на сетях и графах / Э. Майника ; под ред. Е. К. Масловского. – Москва : Мир, 1981. – 323 с.

10 **Алексеев, В. М.** Сборник задач по оптимизации / В. М. Алексеев, Э. М. Галлеев, В. М. Тихомиров. – Москва : Наука, 1984. – 287 с.

11 **Ашманов, С. А.** Теория оптимизации в задачах и упражнениях / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. – Москва : Наука, 1991. – 448 с.

12 **Глебов, Н. И.** Методы оптимизации : учебное пособие / Н. И. Глебов, Ю. А. Кочетов, А. В. Плясунов. – Новосибирск : Новосибир. гос. ун-т, 2000. – 105 с.

13 **Лесин, В. В.** Основы методов оптимизации : учебник / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. – Москва : МАИ, 1995. – 341 с.