

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов направления подготовки
23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы»
дневной формы обучения*

Часть 2



Могилев 2019

УДК 621.9.04
ББК 34.5
Т 38

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин»
«17» октября 2018 г., протокол № 3

Составитель канд. техн. наук, доц. В. Л. Комар

Рецензент канд. техн. наук, доц. Д. М. Свирепа

Изложены цель, задачи, содержание и порядок выполнения практических занятий.

Учебно-методическое издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Часть 2

Ответственный за выпуск А. П. Прудников

Технический редактор А. А. Подошевко

Компьютерная верстка Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:

Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.

Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2019



Содержание

1 Практическое занятие № 15. Расчет геометрии зубчатых колес	4
2 Практическое занятие № 16. Построение картины эвольвентного зацепления.....	10
3 Практическое занятие № 17. Кинематический анализ кулачковых механизмов с плоским и игольчатым толкателем	15
4 Практические занятия № 18–19. Определение кинематических параметров кулачковых механизмов методом графического дифференцирования и интегрирования	20
5 Практическое занятие № 20. Определение основных размеров и построение профиля кулачка механизма с плоским толкателем	23
6 Практические занятия № 21–23. Синтез кулачковых механизмов (центрального, дезаксиального) с роликовым толкателем и роликовым колебателем.....	26
7 Практическое занятие № 24. Законы движения. Удары при работе.....	34
8 Практическое занятие № 25. Определение углов давления и жесткости пружин	35
Список литературы	38



1 Практическое занятие № 15. Расчет геометрии зубчатых колес

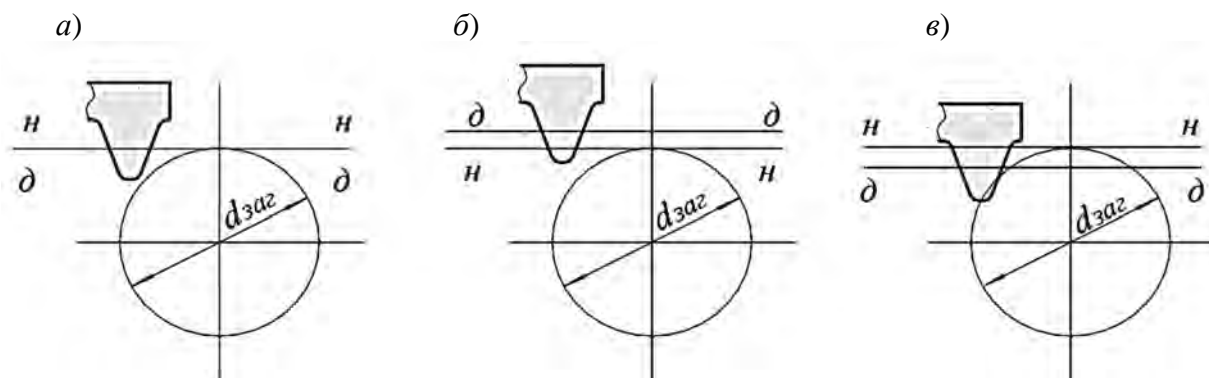
Теоретические основы практического занятия

Исходными данными для расчета параметров являются число зубьев шестерни Z_5 , число зубьев колеса Z_6 , модуль m .

Нарезание производится по методу обкатки инструментом реечного типа, который профилируется на основе исходного контура по ГОСТ 13755–81.

Известно, что при нарезании по методу обкатки зубчатых колес с числом зубьев $Z < 17$ происходит подрезание ножки зуба, ослабление прочности зубчатого колеса и ухудшение других качественных показателей передачи. Подрезание не допускается. Избежать его можно соответствующей установкой режущего инструмента.

Если при нарезании делительная прямая рейки (прямая, по которой толщина зуба равна ширине впадины) касается делительной окружности нарезаемого колеса, то такие зубчатые колеса называются колесами без смещения (рисунок 1, а), если не касается или пересекает делительную окружность, то такие колеса называются колесами со смещением. Смещение принимается положительным, если делительная прямая не пересекает делительную окружность нарезаемого колеса (рисунок 1, б), и отрицательным, если пересекает ее (рисунок 1, в). Положительное смещение дает возможность нарезания колес без подрезания ножки зуба.



а – нулевое смещение; б – положительное смещение; в – отрицательное смещение

Рисунок 1 – Виды смещения режущего инструмента

Если при расчете геометрических параметров руководствоваться только отсутствием подрезания ножки и возможностью сохранения делительного межосевого расстояния, то коэффициенты смещения будут выбираться следующим образом:

1) при $Z_\Sigma = Z_5 + Z_6 \geq 34$ коэффициент смещения шестерни определяется по формуле

$$X_5 = \frac{17 - Z_5}{17},$$

а коэффициент смещения колеса $X_6 = -X_5$;

2) при $Z_\Sigma < 34$ коэффициенты смещения обоих колес вычисляются по формулам:

$$X_5 = \frac{17 - Z_5}{17}; \quad X_6 = \frac{17 - Z_6}{17};$$

3) при заданном требуемом межосевом расстоянии a_w определяется суммарный коэффициент смещения X_Σ , а затем X_5 и X_6 ;

4) при любом из вышеперечисленных вариантов коэффициенты смещения можно выбрать по таблице 1.

Таблица 1 – Расчет геометрических параметров прямозубых цилиндрических зубчатых колес

Наименование	Без смещения	Со смещением	
		$X_\Sigma = 0$	$X_\Sigma \neq 0$
1	2	3	4
1 Минимальный коэффициент смещения	$X_5 = X_6 = 0$	$X_5 = \frac{17 - Z_5}{17}$ $X_6 = -X_5$	$X_5 = \frac{17 - Z_5}{17}$ $X_6 = \frac{17 - Z_6}{17}$
2 Угол профиля исходного контура	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
3 Угол зацепления	$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$	$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$	$\text{inv}\alpha_w = \frac{2X_\Sigma \text{tg}\alpha}{Z_\Sigma} + \text{inv}\alpha$
4 Делительное межосевое расстояние	$a = 0,5mZ_\Sigma$	$a = 0,5mZ_\Sigma$	$a = 0,5mZ_\Sigma$
5 Межосевое расстояние	$\alpha_w = \alpha$	$\alpha_w = \alpha$	$\alpha_w = \frac{\alpha \cos a}{\cos \alpha_w} = \frac{mZ_\Sigma \cos a}{2 \cos \alpha_w}$
6 Коэффициент воспринимаемого смещения	$y = 0$	$y = 0$	$y = \frac{a_w - a}{m}$
7 Коэффициент уравнительного смещения	$\Delta y = 0$	$\Delta y = 0$	$\Delta y = X_\Sigma - y$
8 Делительная высота головки зуба	$h_a = h_a^* m = m$	$h_a = m(h_a^* + X)$	$h_a = m(h_a^* + X - \Delta y)$
9 Делительная высота ножки зуба	$h_f = m(2h_a^* + c^*) = 1,25m$	$h_f = m(h_a^* + c^* - X)$	$h_f = m(h_a^* + c^* - X)$

Окончание таблицы 1

1	2	3	4
10 Высота зуба	$h = m(2h_a^* + c^*)$	$h = 2,25m$	$Y = m(2h_a^* + c^* - y)$
11 Делительный диаметр	$d = mZ$	$d = mZ$	$d = mZ$
12 Основной диаметр	$d_B = mZ \cos \alpha$	$d_B = mZ \cos \alpha$	$d_B = mZ \cos \alpha$
13 Начальный диаметр	$d_w = d$	$d_w = d$	$d_w = \frac{d \cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{mZ \cos \alpha}{\cos \alpha_w}$
14 Диаметр вершин	$d = m(Z + 2)$	$d_a = mZ + 2m(h_a^* + X)$	$d_a = mZ + 2m(h_a^* + X - \Delta y)$
15 Диаметр впадин	$d = m(Z - 2,5)$	$d_a = mZ + 2m(h_a^* + c^* - X)$	
16 Делительная толщина зуба	$S = 0,5\pi m$	$S = 0,5\pi m + 2mX \operatorname{tg} \alpha$	
17 Начальная толщина зуба	$S_w = 0,5\pi m$	$S_w = 0,5\pi m + 2mX \operatorname{tg} \alpha$	$S_w = d_w \left(\frac{S}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right)$
18 Основная толщина зуба	$S_B = d_B \left(\frac{\pi}{2Z} + \operatorname{inv} \alpha \right)$	$S_B = d_B \left(\frac{\pi}{2Z} + \frac{2X \operatorname{tg} \alpha}{Z} + \operatorname{inv} \alpha \right)$	
19 Угол профиля по окружности вершин	$\alpha_a = \arccos \frac{d_B}{d_a}$		
20 Толщина зуба по окружности вершин	$S_a = d_a \left(\frac{S}{d} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right)$		
21 Делительный шаг	$P = \pi m$		
22 Основной шаг	$p_B = \pi m \cos \alpha$		
23 Начальный шаг	$p_w = P = \pi m$	$p_w = P \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$	

После выбора коэффициентов смещения параметры зубчатых колес определяются по формулам, приведенным в таблице 1.

При использовании таблицей нужно учесть, что:

- коэффициент высоты головки $h_a^* = 1$;
- коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$.

После расчета параметров должна быть произведена проверка коэффициента торцового перекрытия по уравнению

$$\varepsilon_\alpha = \frac{Z_5 \tan \alpha_{\alpha 5} + Z_6 \tan \alpha_{\alpha 6} - (Z_5 + Z_6) \tan \alpha_w}{2\pi}.$$

Для прямозубых передач рекомендуется $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$.



Пример выполнения задания

Исходные данные:

- число зубьев шестерни $z_5 = 8$;
- число зубьев колеса $z_6 = 26$;
- модуль $m = 3$ мм;
- угол профиля $a = 20$;
- коэффициент высоты головки $h_a^* = 1$;
- коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$.

Решение

1 Суммарное число зубьев

$$z = z_5 + z_6 = 8 + 26 = 34.$$

2 Минимальные коэффициенты смещения

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17} = \frac{17 - 8}{17} = 0,53;$$

$$X_6 = -X_5 = -0,53.$$

3 Угол профиля исходного контура $\alpha = 20^\circ$.

4 Угол зацепления $\alpha = \alpha_w = 20^\circ$.

5 Делительное межосевое расстояние

$$a = a_w = 0,5m(z_5 + z_6) = 0,5 \cdot 3 \cdot (8 + 26) = 51 \text{ мм.}$$

6 Межосевое расстояние $a_w = a = 51$ мм.

7 Делительная высота головки зуба

$$h_{a5} = m(h_a^* + X_5) = 3 \cdot (1 + 0,53) = 4,59 \text{ мм};$$

$$h_{a6} = m(h_a^* + X_6) = 3 \cdot (1 - 0,53) = 1,41 \text{ мм.}$$

8 Делительная высота ножки зуба

$$h_{f5} = m(h_a^* + c^* - x_5) = 3 \cdot (1 + 0,25 - 0,53) = 2,16 \text{ мм};$$

$$h_{f6} = m(h_a^* + c^* - x_6) = 3 \cdot (1 + 0,25 + 0,53) = 5,34 \text{ мм.}$$

9 Высота зуба

$$h_5 = h_6 = h = 2,25m = 2,25 \cdot 3 = 6,75 \text{ мм.}$$

10 Делительные диаметры



$$d_5 = mz_5 = 3 \cdot 8 = 24 \text{ мм};$$

$$d_6 = mz_6 = 3 \cdot 26 = 78 \text{ мм}.$$

11 Основной диаметр

$$d_{b5} = mz_5 \cos \alpha = 3 \cdot 8 \cdot \cos 20 = 22,55 \text{ мм};$$

$$d_{b6} = mz_6 \cos \alpha = 3 \cdot 26 \cdot \cos 20 = 73,3 \text{ мм}.$$

12 Начальный диаметр

$$d_{w5} = d_5 = 24 \text{ мм};$$

$$d_{w6} = d_6 = 78 \text{ мм}.$$

13 Диаметр вершин зубьев

$$d_{a5} = mz_5 + 2m(h_a^* + X_5) = 3 \cdot 8 + 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,53) = 33,18 \text{ мм};$$

$$d_{a6} = mz_6 + 2m(h_a^* + X_6) = 3 \cdot 26 + 2 \cdot 3 \cdot (1 - 0,53) = 80,82 \text{ мм}.$$

14 Диаметр впадин зубьев

$$d_{f5} = mz_5 - 2m(h_a^* + c^* - X_5) = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,25 - 0,53) = 19,68 \text{ мм};$$

$$d_{f6} = mz_6 - 2m(h_a^* + c^* - X_6) = 3 \cdot 26 - 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,25 + 0,53) = 67,32 \text{ мм}.$$

15 Начальная толщина зуба и делительная толщина зуба

$$S_5 = 0,5\pi m + 2mX_5 \operatorname{tg} \alpha = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 0,53 \cdot \operatorname{tg} 20 = 5,87 \text{ мм};$$

$$S_6 = 0,5\pi m + 2mX_6 \operatorname{tg} \alpha = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (-0,53) \cdot \operatorname{tg} 20 = 3,55 \text{ мм}.$$

16 Основная толщина зуба

$$S_5 = d_{b5} \left(\frac{\pi}{2Z_5} + \frac{2X_5 \operatorname{tg} \alpha}{Z_5} + \operatorname{inv} \alpha \right) = 22,55 \cdot \left(\frac{3,14}{2 \cdot 8} + \frac{2 \cdot 0,53 \cdot \operatorname{tg} 20}{8} + \operatorname{inv} 20 \right) = 5,85;$$

$$S_6 = d_{b6} \left(\frac{\pi}{2Z_6} + \frac{2X_6 \operatorname{tg} \alpha}{Z_6} + \operatorname{inv} \alpha \right) = 73,3 \cdot \left(\frac{3,14}{2 \cdot 26} + \frac{2 \cdot (-0,53) \cdot \operatorname{tg} 20}{26} + \operatorname{inv} 20 \right) = 4,43.$$

17 Угол профиля по окружности вершин

$$\alpha_{a5} = \arccos \frac{d_{b5}}{d_{a5}} = \arccos \frac{22,55}{33,18} = 47,19;$$



$$\alpha_{a6} = \arccos \frac{d_{b6}}{d_{a6}} = \arccos \frac{73,3}{80,82} = 24,91.$$

18 Толщина зуба по окружности вершин

$$S_{a5} = d_{a5} \left(\frac{S_5}{d_5} + \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha_{a5} \right) = 33,18 \left(\frac{5,85}{24} + \operatorname{inv}20 - \operatorname{inv}47,19 \right) = 0,09 \text{ мм};$$

$$S_{a6} = d_{a6} \left(\frac{S_6}{d_6} + \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha_{a6} \right) = 80,82 \left(\frac{4,43}{78} + \operatorname{inv}20 - \operatorname{inv}24,91 \right) = 3,4 \text{ мм}.$$

19 Делительный шаг

$$P = \pi m = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ мм}.$$

20 Основной шаг

$$P_b = \pi m \cos\alpha = 3,14 \cdot 3 \cdot \cos 20 = 8,85 \text{ мм}.$$

21 Радиус кривизны галтели

$$\rho = 0,38m = 0,38 \cdot 3 = 1,14 \text{ мм}.$$

22 Начальный шаг

$$P_w = P = \pi m = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ мм}.$$

Проверка коэффициента торцового перекрытия

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \frac{z_5 \operatorname{tg}\alpha_{a5} + z_6 \operatorname{tg}\alpha_{a6} - (z_5 + z_6) \operatorname{tg}\alpha_w}{2\pi} = \\ &= \frac{8 \operatorname{tg}47,19 + 26 \operatorname{tg}24,91 - (8 + 26) \cdot \operatorname{tg}20}{2 \cdot 3,14} = 1,33 \text{ мм}. \end{aligned}$$

По результатам расчета строим картину равносмещенного эвольвентного зацепления.



2 Практическое занятие № 16. Построение картины эвольвентного зацепления

Теоретические основы практического занятия

Построение зацепления состоит в отыскивании сопряженных поверхностей по заданному закону их относительного движения. Для решения этой задачи используется основная теорема зацепления, устанавливающая связь между геометрией профилей (сопряженных поверхностей) и заданным законом их относительного движения.

Взаимодействующие поверхности звеньев высшей пары, обеспечивающие заданный закон их относительного движения, называются *сопряженными*.

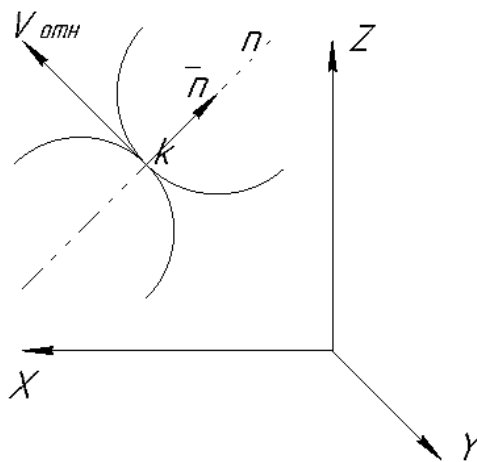


Рисунок 2 – Сопряжение контактирующих поверхностей

Сопряженные поверхности должны быть выбраны так, чтобы в любой точке их контакта общая нормаль к ним была перпендикулярна вектору скорости точки контакта в заданном относительном движении поверхностей.

В аналитическом виде условие основной теоремы зацепления записывается как условие перпендикулярности векторов:

$$\overline{V_{отн}} \cdot \bar{n} = 0,$$

где \bar{n} – орт нормали в точке контакта.

Теорема доказывается «от противного». Если условие теоремы не выполнено, т. е. общая нормаль « $n - n$ » к выбранным поверхностям не перпендикулярна относительной скорости $\overline{V_{отн}}$, то имеется составляющая этой скорости, направленная по общей нормали, и, следовательно, происходит либо отрыв одной поверхности от другой, либо вдавливание, что невозможно.

В общем случае контакт поверхностей может происходить в нескольких точках и по линиям (линейчатый контакт). При этом условие основной теоремы зацепления должно быть выполнено *во всех точках контакта*.

Зацепление, в котором оба звена совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости, называется *плоским*. Для плоского зацепления вместо сопряженных поверхностей можно рассматривать *сопряженные профили*, т. е. кривые получаемые в сечении сопряженных поверхностей плоскостью, параллельной плоскости движения.

Мгновенный центр вращения в относительном движении звеньев плоского зацепления принято называть *полюсом зацепления*. Относительная скорость точки контакта профилей перпендикулярна радиус-вектору, соединяющему эту точку с полюсом зацепления.

Общая нормаль в контактной точке сопряженных профилей проходит через полюс зацепления и делит линию центров на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

На рисунке 3 показан общий случай взаимодействия двух плоских звеньев с произвольными, но сопряженными профилями. Они должны иметь общую нормаль $n - n$ и общую касательную $\tau - \tau$. Общая нормаль пересекает линию центров в точке P , называемой *полюсом зацепления*. Точку K можно рассматривать как две слитные точки K_1 и K_2 , принадлежащие профилям первого и второго звеньев соответственно.

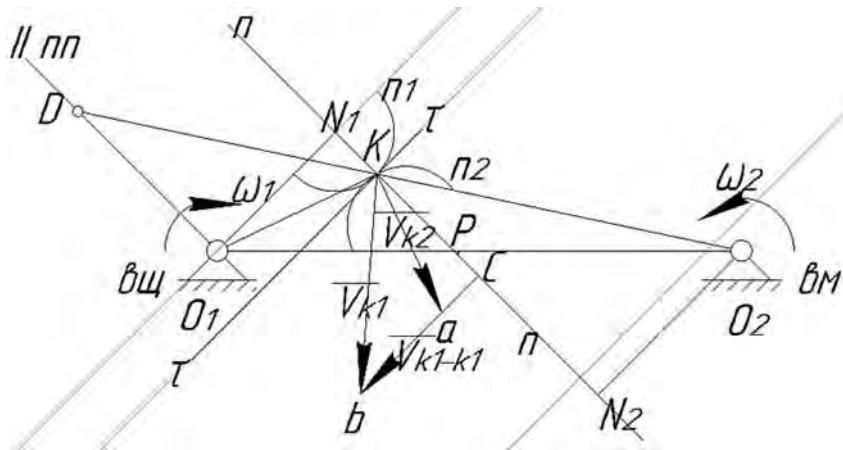


Рисунок 3 – Основной закон зацепления

$$V_1 = V_{k1} = \omega_1 \cdot l_{o1k}; \quad \overline{V_2} = \overline{V_{k2}} = \overline{V_{k1}} + \overline{V_{k2k1}}.$$

$\overline{V_2}$ можно определить, используя условие существования высшей кинематической пары.

$$V_1^n = V_2^n = V^n,$$

т. е. равенство проекций скоростей на общую нормаль, обеспечивающее непрерывность контакта. Проецируя V_1 и V_2 на общую касательную, получим

$$V_1^\tau \neq V_2^\tau.$$

Это означает, что контакт профилей осуществляется со скольжением.

$$V_{ck} = V_{21} = V_2^n - V_1^n.$$

Установим связь между ω_1 и ω_2 :

$$\omega_1 \cdot r_1 \cdot \cos \alpha_1 = \omega_2 \cdot r_2 \cdot \cos \alpha_2;$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1}.$$

Из подобия треугольников $\Delta O_1 N_1 P$ и $\Delta O_2 N_2 P$ имеем

$$\frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{N_2 P}{N_1 P} = \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Отсюда $\frac{O_2 P}{O_1 P} = -\frac{\omega_2}{\omega_1}$ – эта зависимость для внешнего зацепления.

Пример выполнения задания

Для построения картины эвольвентного зацепления выбираем масштабный коэффициент из стандартного ряда так, чтобы высота зуба на чертеже была $h = 45$ мм. В данном примере выбираем масштабный коэффициент $K_s = 0,00025$ м/мм, тогда высота зуба на чертеже будет равна 45 мм (рисунок 4).

Построение профилей зубьев проводим в следующем порядке:

- 1) откладываем межосевое расстояние $O_5 O_6$ (см. рисунок 4);
- 2) проводим пять окружностей $d_5, d_{f5}, d_{a5}, d_{e5}, d_{w5}$ пятого колеса и пять окружностей $d_6, d_{f6}, d_{a6}, d_{e6}, d_{w6}$ шестого колеса; правильность расчета диаметров окружностей можно проверить по графическому построению, начальные окружности должны касаться в точке P , называемой полюсом зацепления; радиальный зазор C_5 (расстояние между окружностью вершин шестого колеса d_{a6} и окружностью впадин пятого колеса d_{f5}) должен быть равен C_6 (расстояние между окружностью вершин пятого колеса d_{a5} и окружностью впадин шестого колеса d_{f6});

3) через полюс зацепления P проводим общую касательную $T-T$ к начальным окружностям d_{w5} и d_{w6} и линию зацепления $N-N$ под углом зацепления $a_w = 24^\circ 06'$ к касательной $T-T$, линия зацепления $N-N$ будет одновременно касаться основных окружностей в точках A и B . Отрезок AB называется теоретической линией зацепления, а отрезок линии зацепления ab , заключенный между окружностями вершин, называется активной линией зацепления;

4) точки A и B соединяем с центром вращения O_5 и O_6 соответственно; для построения эвольвентного профиля зуба пятого зубчатого колеса разбиваем отрезок AP на шесть равных частей, из точки A по основной окружности влево и



вправо откладываем по четыре отрезка, точки которых обозначаем 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и из полученных точек проводим касательные к основной окружности;

5) на полученных касательных откладываем то количество отрезков, которое соответствует номеру касательной (на первой касательной – один отрезок, на второй – два и т. д.) и, соединив конечные точки плавной кривой, получаем эвольвентный профиль зуба;

6) отложив по делительной окружности диаметра d_5 толщину зуба S_5 и, разделив ее пополам, проведем ось симметрии зуба, относительно которой отображаем вторую половину зуба;

7) для построения ножки зуба соединяем начальные точки эвольвенты с центром O ; радиусом $0,38m$ выполняем скругление ножки зуба;

8) построение зуба шестого зубчатого колеса выполняем аналогично. Отрезок BP разбиваем на шесть равных частей, эти шесть частей откладываем влево и вправо от точки B по основной окружности, из полученных точек 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 проводим касательные к основной окружности (дальнейший ход построения аналогичен пп. 5–7);

9) отложив от оси симметрии влево и вправо от построенных зубьев шаг P по делительной окружности, получим оси симметрии соседних зубьев, на которых строим аналогичные зубья;

10) для определения рабочих участков профилей зубьев из центра O_5 радиусом aO_5 проводим дугу до эвольвентного профиля пятого зубчатого колеса, а из центра O_6 радиусом BO_6 проводим дугу до эвольвентного профиля шестого колеса, отсекаемые участки выделяем двойной линией.

Определение коэффициента торцового перекрытия графически осуществляется следующим образом:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{ab}{P \cos \alpha} = \frac{95}{75,36 \cdot 0,939} = 1,34,$$

где ab – активная линия зацепления, мм;

P – делительный шаг, м;

α – угол зацепления, $\alpha = 20^{\circ}$.

Сравниваем полученный результат ε_{α} с определённым аналитическим методом:

$$\Delta\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha}}{\varepsilon_{\alpha}} \cdot 100 \% = \frac{1,34 - 1,29}{1,34} \cdot 100 \% = 3,8 \% .$$



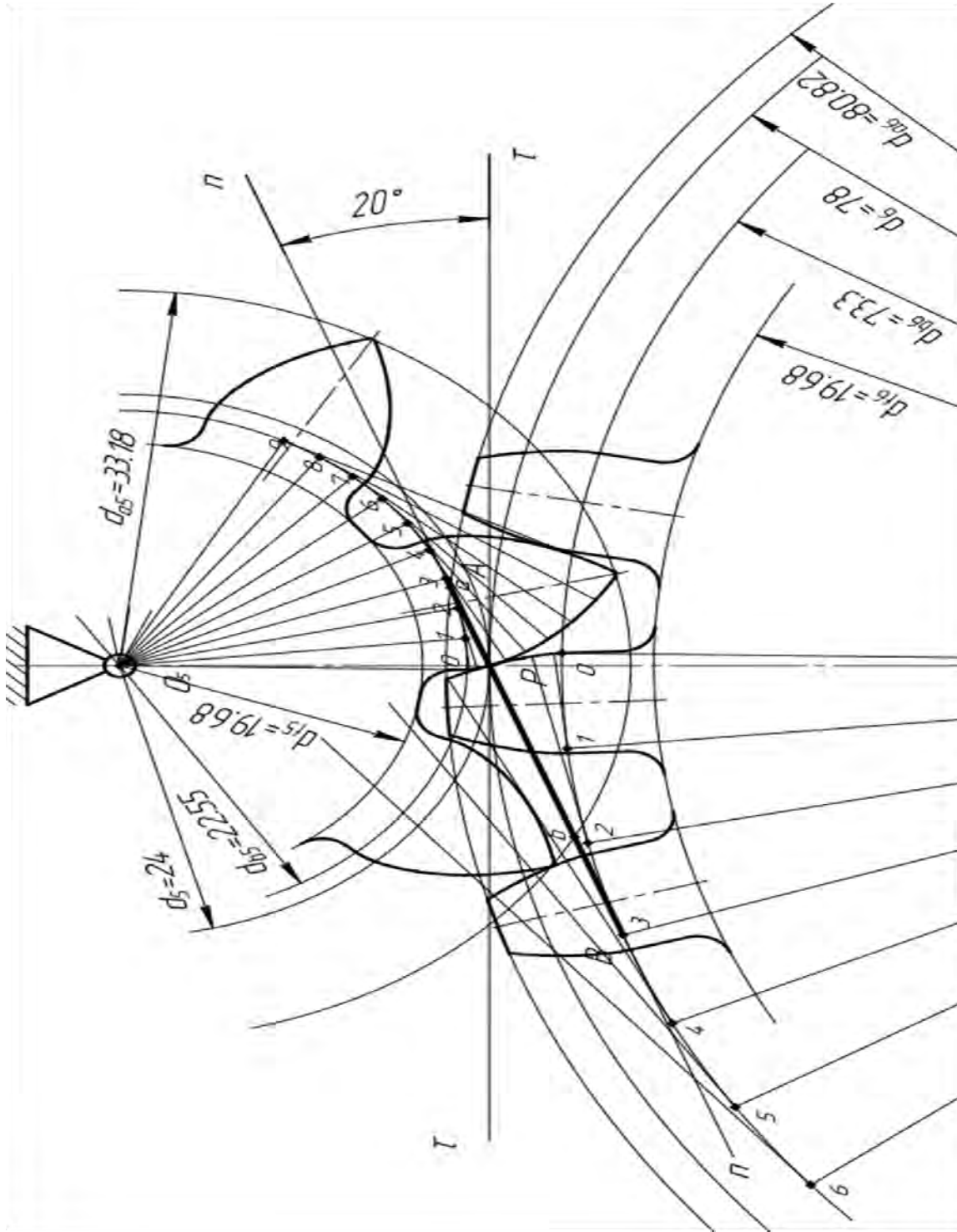


Рисунок 4 – Картина равносмещенного эвольвентного зацепления $K_s = 0,00025$ м/мм

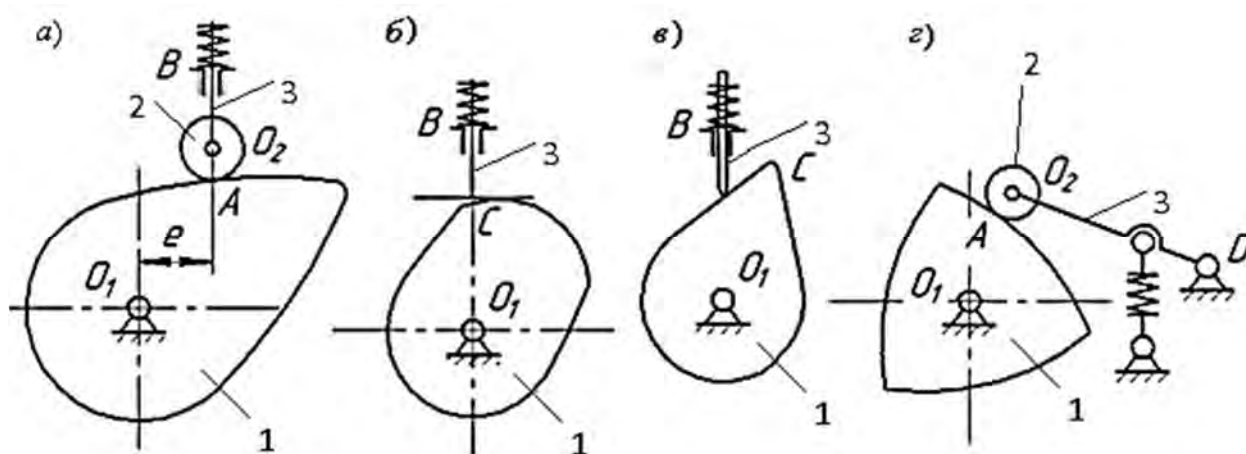
3 Практическое занятие № 17. Кинематический анализ кулачковых механизмов с плоским и игольчатым толкателем

Теоретические основы практического занятия

Основные понятия и определения.

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок. Кулачком называется звено, имеющее элемент высшей пары, выполненной в виде поверхности переменной кривизны.

Простейший кулачковый механизм состоит из трёх звеньев: входного звена – кулачка 1, совершающего вращательное движение, выходного звена 3 – толкателя или колебателя и стойки 0 (рисунок 5, а–в). Выходное звено в кулачковом механизме называется толкателем при возвратно-поступательном его движении или коромыслом (колебателем) при возвратно-колебательном движении. Для уменьшения трения о поверхность кулачка выходное звено часто снабжают роликом 2 (рисунок 5, а, г).



а – дезаксиальный кулачковый механизм с роликовым толкателем; б – центральный кулачковый механизм с плоским толкателем; в – центральный кулачковый механизм с игольчатым толкателем; г – кулачковый механизм с роликовым колебателем

Рисунок 5 – Кинематические схемы кулачковых механизмов

Постоянное соприкосновение звеньев в кулачковой паре обеспечивается замыканием силовым или геометрическим (пазовый кулачок, рамочный толкатель и т. п.). По форме элементов кинематической пары выходные звенья могут быть остrokонечные, роликовые, плоские (тарельчатые), сферические (грибовидные) и др.

Кулачковый механизм называется центральным, если ось толкателя проходит через центр вращения кулачка ($e = 0$), и дезаксиальным, если ось толкателя смещена относительно центра вращения кулачка на некоторую величину e , называемую дезаксиалом (см. рисунок 5, б, в).

Достоинством кулачковых механизмов является способность воспроизводить движения выходных звеньев по сложным законам. Наличие высшей пары, обуславливающей значительные удельные давления, вызывающие повышенный износ элементов пары, а также необходимость замыкания пары относятся к недостаткам кулачковых механизмов.

Профилем кулачка называется кривая, полученная в сечении элемента кулачка плоскостью, перпендикулярной к его оси вращения.

Профиль кулачка 1 , которого касается ролик, называется действительным. Траектория центра ролика 2 при движении его относительно кулачка называется центровой профилем. Центральной и действительный профили кулачка являются эквидистантными (равноотстоящими) кривыми (рисунок 6).

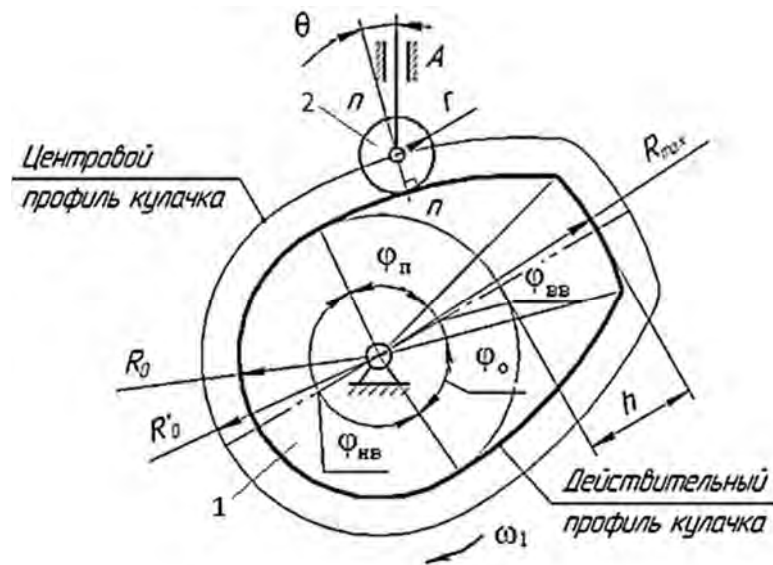


Рисунок 6 – Геометрические параметры кулачка

Минимальный радиус кулачка R_0 – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с ближайшей точкой профиля кулачка (см. рисунок 6). Различают минимальный радиус R_0 действительного профиля и минимальный радиус R'_0 центрального профиля кулачка:

$$R'_0 = R_0 + r_p,$$

где r_p – радиус ролика.

Максимальный радиус кулачка R_{\max} – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с самой удалённой точкой профиля.

Подъём толкателя h – разность длин максимального R_{\max} и минимального R_0 радиусов кулачка.

При вращении кулачка на один оборот различают такие фазы движения выходного звена, как фазы подъёма, верхнего выстоя, опускания, нижнего выстоя (или нерабочая фаза). Этим фазам соответствуют центральные углы

поворота кулачка – $\varphi_n, \varphi_{\text{вв}}, \varphi_o, \varphi_{\text{нв}}$.

$$\varphi_n + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_o + \varphi_{\text{нв}} = 360^\circ.$$

Сумма углов $\varphi_n + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_o = \varphi_p$ называется рабочим углом кулачка (см. рисунок 6).

Угол ν , заключённый между нормалью nn к профилю кулачка в точке касания и направлением движения выходного звена, называется углом давления (см. рисунок 6).

Задачей кинематического анализа кулачковых механизмов является определение закона движения выходного звена по заданному закону движения кулачка и кинематической схеме механизма. Решение этой задачи обычным графическим методом планов связано с определёнными трудностями, а именно: в неоднократном вычерчивании схемы кулачкового механизма, соответствующей определённым углам поворота кулачка. Поэтому в основу анализа кулачковых механизмов положен другой метод – метод обращённого движения, который заключается в том, что мысленно всему механизму сообщают вращение вокруг центра вращения кулачка с угловой скоростью $(-\omega_1)$ равной, но противоположно направленной угловой скорости кулачка. Тогда кулачок становится как бы неподвижным, т. к. $\omega_1 + (-\omega_1) = 0$, а стойка O с выходным звеном 3 будут вращаться вокруг центра вращения кулачка O_1 в противоположную сторону (рисунок 7).

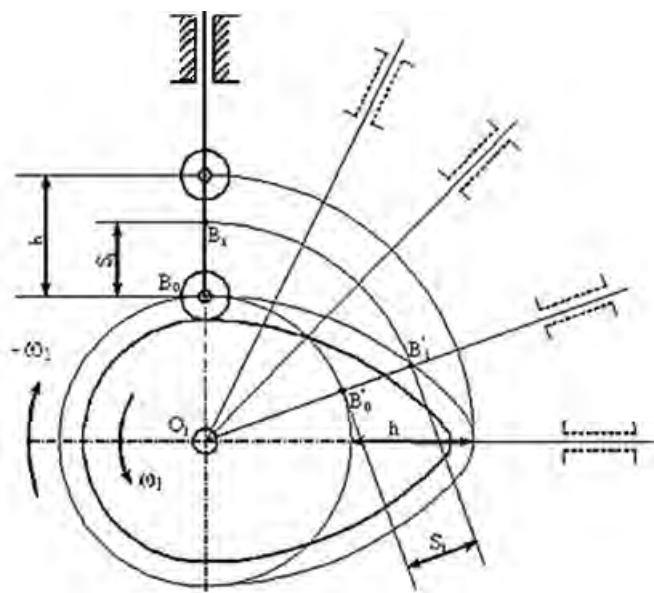


Рисунок 7 – Схема перемещения толкателя кулачкового механизма с роликовым толкателем

Относительное вращение звеньев от этого не изменится, а перемещение выходного звена S_i будет таким, как и в истинном движении при неподвижной стойке. Например, для кулачкового механизма с роликовым толкателем (см. рисунок 7) перемещение толкателя в этом положении S_i представляет

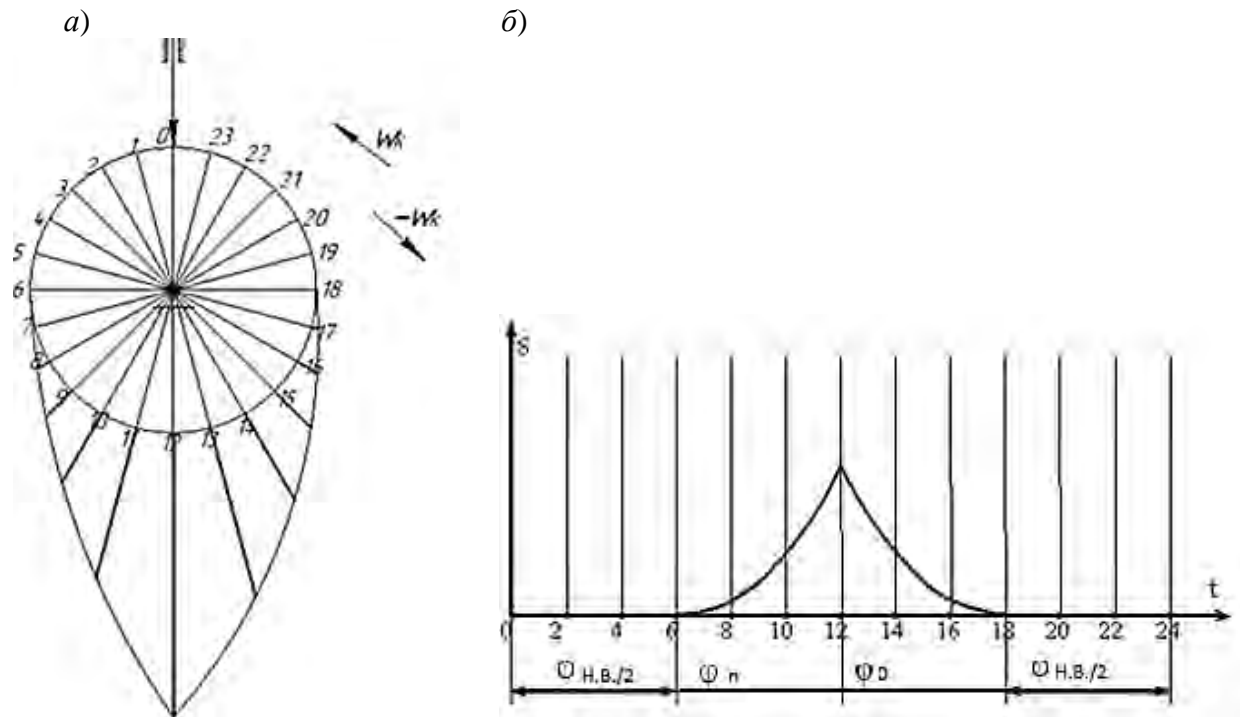
собой расстояние от окружности минимального радиуса R'_0 кулачка до центрального профиля кулачка.

Таким образом, по кинематической схеме кулачкового механизма в обращённом движении определяются ряд положений выходного звена и соответствующие им перемещения, а затем строится диаграмма перемещений $S = f(\varphi)$ или $\psi = f(\varphi)$.

Пример выполнения задания

Анализ центрального кулачкового механизма с игольчатым толкателем.

По исходным данным и профилю кулачка строим кинематическую схему центрального кулачкового механизма (рисунок 8, а).



а – кинематическая схема кулачкового механизма; б – диаграмма перемещения толкателя

Рисунок 8 – Анализ центрального кулачкового механизма с роликовым толкателем

Применяя метод обращённого движения, определяем положения толкателя, для чего делим окружность радиусом R_0 на 24 равные части и из центра через точки деления (0, 1, ..., 24) окружности проводим радиус-векторы (см. рисунок 8, а), в обращённом движении толкатель будет сгибаться по действительному профилю кулачка. Ось толкателя в обращённом движении всегда будет совпадать с радиус-вектором кулачка, проведённым из центра через соответствующую точку деления.

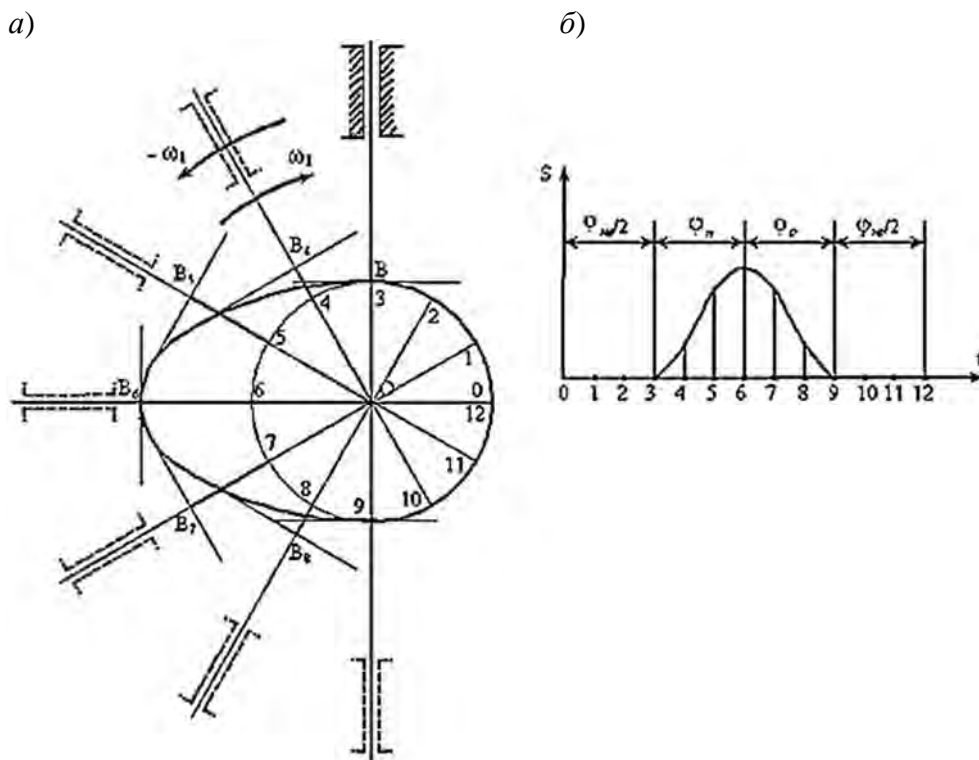
Определяем перемещение толкателя в каждом положении, как расстояние, измеренное по радиус-вектору кулачка от окружности минимального радиуса

до профиля кулачка (0-0', 1-1', ..., 23-23'), при повороте кулачка на соответствующий угол (см. рисунок 8, *a*).

Строим диаграмму перемещения $S = f(\varphi)$ в прямоугольной системе координат, для чего на оси абсцисс откладывают отрезок, соответствующий повороту кулачка на один оборот $\varphi = 360$ (или на рабочий угол φ_p), и делим его на столько равных частей, на сколько разделена окружность радиусом R_0 (или φ_p). По оси ординат в точках деления (0, 1, ..., 24) откладываем в масштабе соответствующие им перемещения толкателя (1-1', 2-2', ...), полученные на профиле кулачка. Соединив концы отрезков плавной кривой, получаем диаграмму перемещения толкателя (см. рисунок 8, *b*).

Анализ кулачкового механизма с плоским толкателем.

Используя метод обращённого движения, строим планы механизма, для чего окружность минимальным радиусом кулачка делим на 24 равные части и нумеруем точки деления (0, 1, ..., 24) в обращённом движении (рисунок 9, *a*). Через точки деления из центра O проводим лучи ($O-0$, $O-1$, $O-2$, ...), которые и определяются текущими положениями оси толкателя в обращённом движении механизма.



a – кинематическая схема кулачкового механизма; *b* – диаграмма перемещения толкателя

Рисунок 9 – Анализ кулачкового механизма с плоским толкателем

Плоскость тарелки в каждом положении перпендикулярна к оси толкателя и должна касаться профиля кулачка. Поэтому на планах механизма строим

положение тарелки, проводим касательные к профилю, которые и определяют искомое положение плоскости тарелки. Расстояния (например, 4- B_4 , 5- B_5 и т. п.) от окружности минимальным радиусом до соответствующего положения плоскости тарелки представляют собой перемещения толкателя, которые откладываем в масштабе в соответствующих положениях в направлении оси ординат на диаграмме $S = f(\varphi)$ (рисунок 9, б).

4 Практические занятия № 18–19. Определение кинематических параметров кулачковых механизмов методом графического дифференцирования и интегрирования

Теоретические основы практических занятий

Задачей кинематического анализа кулачкового механизма является определение закона движения выходного звена (толкателя или колебателя) от угла поворота кулачка.

При конструировании машин приходится подбирать тип механизма или серию механизмов, включаемых в состав машины, исходя из тех процессов, которые должны быть воспроизведены в машине во время ее работы. В тех случаях, когда перемещение, а следовательно, скорость и ускорение ведомого звена должны изменяться по заранее заданному закону, и особенно в тех случаях, когда ведомое звено должно временно останавливаться при непрерывном движении ведущего звена, наиболее просто вопрос решается применением кулачковых механизмов.

Очертание элемента кинематической пары на кулачке называется профилем кулачка. Выбирая тот или иной закон изменения радиуса вектора кривой профиля кулачка, можно получить самые разнообразные движения ведомого звена. Простота воспроизведения заданного закона движения ведомого звена послужила причиной широкого распространения кулачковых механизмов в качестве исполнительных механизмов в машинах и автоматах.

За один оборот кулачка происходит последовательное удаление ведомого звена от центра вращения кулачка, затем остановка и приближение к центру кулачка, вновь остановка и повторение всего цикла движения. Эти четыре этапа в движении кулачкового механизма называются фазами движения. Фаза подъема, когда ведомое звено движется от центра вращения кулачка. Фаза верхнего выстоя, когда ведомое звено стоит неподвижно в наиболее удаленном от центра вращения кулачка положении. Фаза опускания, когда ведомое звено приближается к центру вращения кулачка. Фаза нижнего выстоя, когда ведомое звено стоит неподвижно в наиболее близком положении к центру вращения кулачка (рисунок 10). Участки профиля кулачка, соответствующие фазе дальнего стояния, представляют собой дугу окружности, центр которой совпадает с центром вращения кулачка, а соответствующие ближнему стоянию совпадают с окружностью минимальным радиусом. В некоторых кулачковых механизмах

фазы ближнего и дальнего стояния могут отсутствовать, сразу обе или одна. Углы, на которые поворачивается кулачок за время каждой фазы, называются фазовыми углами. Расстояние между ближним и дальним стоянием центра ролика толкателя называется максимальным ходом ведомого звена и обозначается h_{\max} .

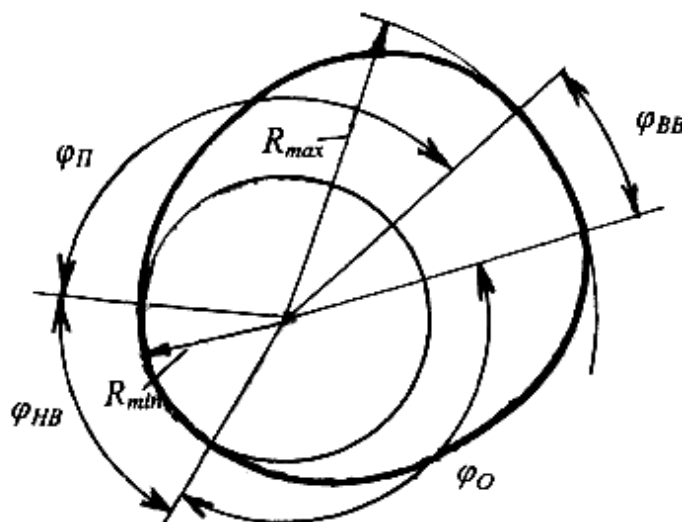


Рисунок 10 – Элементы профиля кулачка

Требуемый закон движения ведомого звена диктуется рабочим процессом машины, например, в металлорежущих станках требуется постоянная скорость подачи рабочих органов. Постоянная скорость толкателя требуется также в текстильных и швейных машинах, где кулачки служат для направления нитки при наматывании на катушку. При медленном движении кулачка силы инерции толкателя и связанные с ним силы инерции детали настолько малы, что почти не ощутимы. Поэтому в этих случаях можно выбирать закон перемещения толкателя, исходя из технологического процесса и не учитывая величину и характер изменения ускорения. Далее, дифференцируя график $S = S(\varphi)$, находим закон изменения

$$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(\varphi).$$

Пример выполнения задания

На формате наносятся оси всех графиков и оси вспомогательного построения. В произвольном масштабе заданный график вычерчивается в своих осях. Заданные графики, очерченные такими кривыми, как синусоида, косинусоида, эллипс, парабола должны быть построены известными из геометрического черчения графическими методами.

Пусть задан график $v-t$ или $\omega-t$ (рисунок 11). Требуется построить график $s-t$ или $\psi-t$.

Прямым интегрированием графика $v-t$ или $\omega-t$ методом хорд получим $s-t$ или $\psi-t$, для чего делим график $v-t$ вертикалями на ряд участков и, продолжая их вверх, разобьем ось времени на такие же участки. Средние ординаты каждого участка кривой $v-t$ переносим на ось ординат. Полученные точки соединяем прямыми с произвольной точкой P_1 , лежащей на продолжении оси абсцисс. Получились лучи 0-1, 1-2 и т. д. Из начала координат искомого графика $s-t$ проводим отрезок, параллельный лучу 0-1, до встречи с первой вертикалью (точка 1), из конца этого отрезка – новый отрезок, параллельный лучу 1-2, до встречи со второй вертикалью и т. д. В результате получилась ломаная 0-1-2-3-4-5-6, представляющая собой хорды искомого графика. Соединив концы хорд плавной кривой, построим искомый график $s-t$ (рисунок 11).

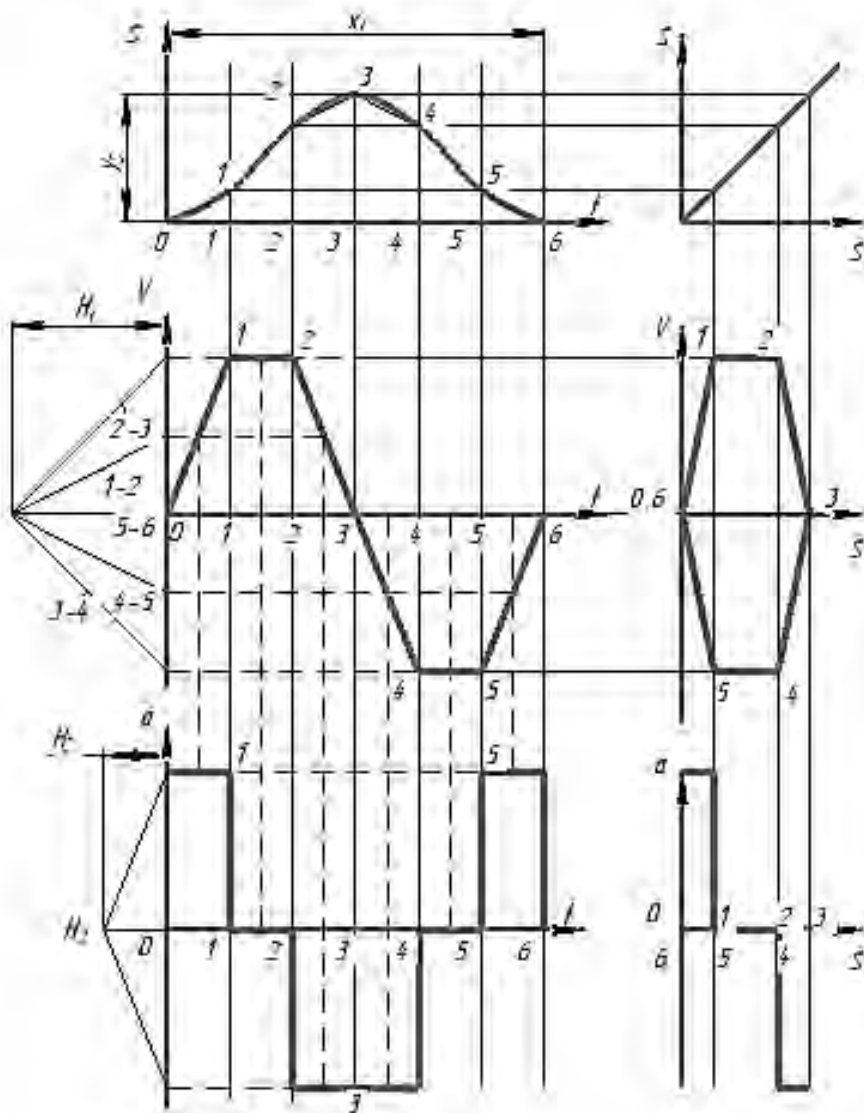


Рисунок 11 – Построение диаграмм графическим интегрированием и дифференцированием

Прямым дифференцированием графика $v-t$ или $\omega-t$ методом хорд получим график $a-t$ или $\varepsilon-t$. Проводим ординаты кривой $v-t$ или $\omega-t$, получим точки деления на графике 0, 1, 2 и т. д. Соединив эти точки прямыми, получим хорды 0-1, 1-2, 2-3 и т. д. Продолжив ординаты $v-t$ вниз, разобьем ось времени на такие же участки. Далее откладываем по оси абсцисс влево от начала координат отрезок H_2 произвольной длины. Через конец этого отрезка (точку P_2) проводим лучи параллельные хордам: луч 0-1 параллелен хорде 0-1, луч 1-2 параллелен хорде 1-2 и т. д. Отрезки на оси ординат, отсекаемые этими лучами, представляют собой средние ускорения участков. Ординату ускорения, отсекаемую лучом 0-1, переносим в середину участка 0-1, ординату ускорения, отсекаемую лучом 1-2 – в середину участка 1-2 и т. д. Соединив полученные точки плавной кривой, получим искомый график $a-t$ или $\varepsilon-t$.

5 Практическое занятие № 20. Определение основных размеров и построение профиля кулачка механизма с плоским толкателем

Теоретические основы практического занятия

Для определения минимального радиуса кулачка с плоским толкателем необходимо построить график изменения приведенного ускорения толкателя в зависимости от его перемещения.

Приведенным ускорением \tilde{a}_i , мм, толкателя называется отношение линейного ускорения толкателя к квадрату угловой скорости кулачка:

$$\tilde{a}_i = \frac{a_i}{\omega_k^2},$$

где a_i – линейное ускорение толкателя, соответствующее его положению;

ω_k – угловая скорость кулачка.

При построении графика приведенного ускорения $\tilde{\alpha}-s$ значение перемещения толкателя и соответствующие им значения откладываются на графике в одном стандартном масштабе K'_s . По оси ординат графика откладываются в принятом масштабе перемещения, а по оси абсцисс в этом же масштабе – отрезки приведенных ускорений, соответствующие данным перемещениям. Соединив на графике концы приведенных ускорений плавной кривой, получим график $\tilde{\alpha}-s$.

Рекомендуемые масштабные коэффициенты K'_s для построения графиков: 0,001 (1:1), 0,002 (1:2), 0,0025 (1:2,5), 0,0005 (2:1), 0,0004 (2,5:1), 0,00025 (4:1), 0,0002 (5:1).

Значения перемещения толкателя и соответствующие им значения



приведенных ускорений в принятом масштабе K'_s могут быть определены для каждого положения или аналитически, или графически.

Перемещение в масштабе K'_s для каждого положения будет следующим: для толкателя перемещение y'_{si} , мм, вычисляют по формуле

$$y'_{si} = \frac{y_{si} K_s}{K'_s},$$

где y_{si} – текущее значение ординат на графиках $s-t$ (рисунок 12), мм;

K_s – масштабные коэффициенты графиков $s-t$;

K'_s – принятый стандартный масштабный коэффициент графика $\tilde{\alpha}-s$.

Отрезки приведенных ускорений в принятом масштабе K'_s для каждого положения могут быть определены по формулам для толкателя:

$$X_{\tilde{a}i} = \frac{y_{ai} K_a}{\omega_k^2 K'_s},$$

где y_{ai} – текущие значения ординат на графике $a-s$ (см. рисунок 12), мм;

K_a – масштабный коэффициент графика $a-s$;

ω_k – угловая скорость кулачка;

K'_s – принятый стандартный коэффициент графика $\tilde{\alpha}-s$.

Пример выполнения задания

Выбираем масштабный коэффициент K'_s графика приведенного ускорения в функции перемещения $\tilde{\alpha}-s'$. По оси ординат искомого графика откладываем в масштабе K'_s величину перемещения толкателя $y'_s = 35$ мм и делим его на столько частей, на сколько разделена ось s графика $o-s$ на рисунке 12 графически или аналитически.

$$y' = \frac{y_{si} \cdot K_s}{K'_s}.$$

Определяем в масштабе K'_s отрезки приведенных ускорений в каждом положении толкателя или аналитически:

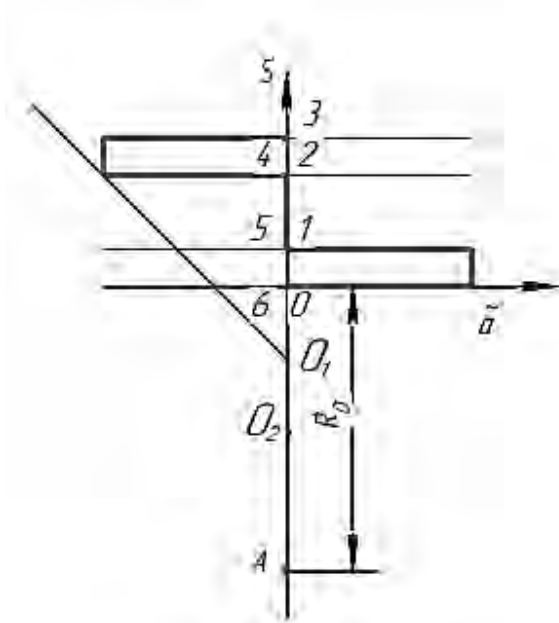
$$X_{\tilde{a}i} = \frac{y_{ai} \cdot K_a}{K'_s},$$

или графически:

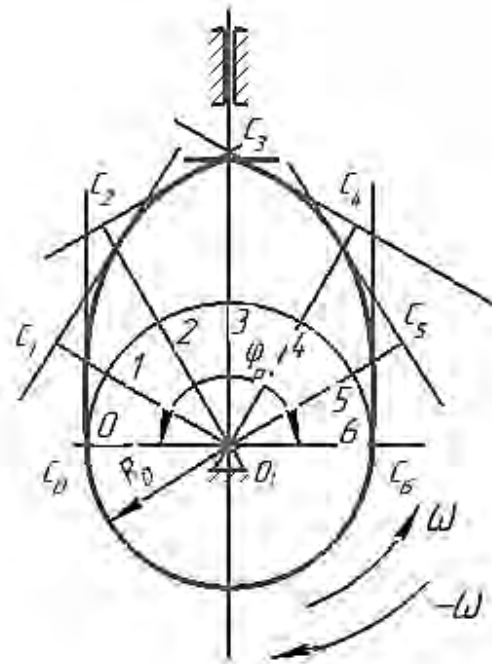


$$* X_{\tilde{a}\max} = \frac{y_{a\max} \cdot K_a}{\omega_k^2 \cdot K'_s} = \frac{20 \cdot 0,37}{12,56 \cdot 0,001} = 47.$$

а)



б)



а – диаграмма приведенных ускорений; б – проектирование кулачкового механизма

Рисунок 12 – Синтез кулачкового механизма с плоским толкателем

Графическое определение приведенных ускорений в масштабе показано на рисунке 12, а, где изображен отдельно график $a-s$ из рисунка 12. Теперь от оси s' в каждом положении толкателя откладываем отрезки приведенных ускорений $X_{\tilde{a}0}$, $X_{\tilde{a}1}$, $X_{\tilde{a}2}$ и т. д. и, соединив их концы кривой, получаем график $a-s'$ (см. рисунок 12, а). К отрицательной части графика под углом 45° проводим касательную до пересечения ее с осью $o-s'$ в точке O_1 . Увеличиваем отрезок OO_1 на 10 мм в масштабе K'_s , получаем точку O_2 .

Расстояние O_2O будет представлять в масштабе K'_s величину минимального радиуса кулачка, т. е. $R_0 = O_2O \cdot K'_s$. Конструктивный радиус кулачка принимаем равным AO , т. е. $R_0 = AO \cdot K'_s$, что допускается.

6 Практические занятия № 21–23. Синтез кулачковых механизмов (центрального, дезаксиального) с роликовым толкателем и роликовым колебателем

Пример выполнения задания (тема практического занятия № 21)

Выполним кинематический анализ и динамический синтез центрального кулачкового механизма с роликовым толкателем по следующим данным: закон движения толкателя задан графиком $a-t$ (см. рисунок 11), перемещение толкателя $h = 35$ мм, рабочий угол кулачка $\varphi_p = 180$, максимальный допустимый угол давления $\alpha = 30^\circ$, частота вращения кулачка $n_k = 120$ мин⁻¹.

Решение

1 Построение кинематических графиков. Построение всех графиков интегрированием и дифференцированием представлено на рисунке 11 (см. практические занятия № 18–19).

2 Определение масштабных коэффициентов графиков:

– масштабный коэффициент перемещения K_s , м/мм, вычисляем по формуле

$$K_s = \frac{h}{y_s} = \frac{0,035}{40} = 0,000875,$$

где h – заданное перемещение толкателя, $h = 0,035$;

y_s – максимальная ордината на графике $s-t$, $y_s = 40$ мм;

– масштабный коэффициент времени K_t , с/мм, определяем по формуле

$$K_t = \frac{\varphi_p}{6n_k X_t} = \frac{180}{6 \cdot 120 \cdot 86} = 0,0029,$$

где φ_p – заданный рабочий угол кулачка, $\varphi_p = 180^\circ$;

n_k – заданная частота вращения кулачка, $n_k = 120$ мин⁻¹;

X_t – длина отрезка на оси абсцисс графика $s-t$ (см. рисунок 11), изображающая время вращения кулачка на рабочий угол, $X_t = 86$ мм;

– масштабный коэффициент скорости K_v , с/мм, вычисляют по формуле

$$K_v = \frac{K_s}{H_1 K_t} = \frac{0,000875}{17 \cdot 0,0029} = 0,018,$$

где H_1 – полюсное расстояние на графике V (см. рисунок 11), $H_1 = 17$ мм;



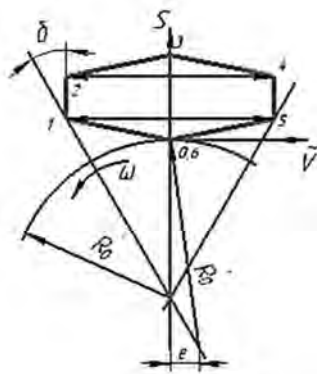
– масштабный коэффициент ускорения K_a , м/(с²·мм), находим по формуле

$$K_a = \frac{K_v}{H_2 \cdot K_t} = \frac{0,018}{17 \cdot 0,0029} = 0,37.$$

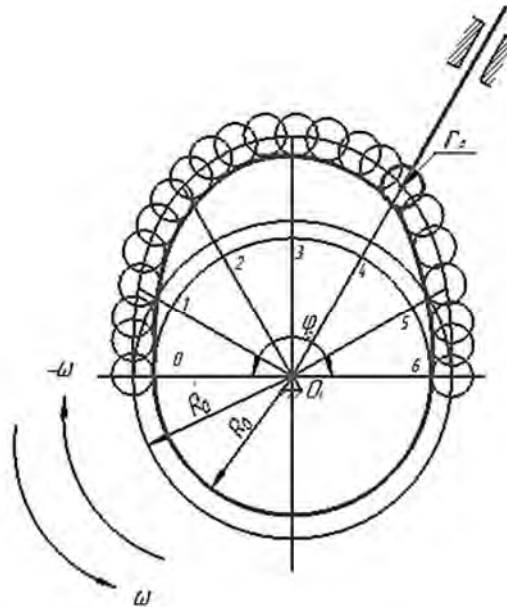
Принимаем стандартный масштабный коэффициент $K'_s = 0,001$ м/мм. По оси ординат графика $\tilde{v} - s'$ в масштабе K'_s откладываем величину перемещения толкателя y'_s , мм, следующим образом (рисунок 13, а):

$$y'_s = \frac{h}{K'_s} = 35.$$

а)



б)



а – диаграмма приведенных скоростей; б – проектирование профиля кулачка

Рисунок 13 – Синтез центрального кулачкового механизма с роликовым толкателем

Разделим величину перемещения толкателя y'_s на искомом графике $\tilde{v} - s'$ на столько равных частей, на сколько разделена ось абсцисс (ось S) графика $v-s$ (см. рисунок 11). Если ось S графика $v-s$ или $s-t$ окажется при построении разделенной на неравные части, то и ординату y'_s графика $\tilde{v} - s'$ следует разделить в пропорциональном отношении, т. е. найти отрезки в масштабе K'_s , изображающие перемещение толкателя в каждом положении или аналитически – точки 0, 1, 2, 3, 4 на графике $\tilde{v} - s'$ (см. рисунок 13, а).

$$y'_{si} = \frac{y_{si} K_s}{K'_s}.$$

Определяем угловую скорость кулачка

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{3,14 \cdot 120}{30} = 12,56 \text{ с}^{-1}.$$

Рассчитываем в каждом положении толкателя в масштабе K'_s отрезки приведенной скорости аналитически:

$$X_{\tilde{v}0} = \frac{y_{v0} K_v}{\omega_k K'_s}; \quad X_{\tilde{v}1} = \frac{y_{v1} K_v}{\omega_k K'_s}; \quad X_{\tilde{v}2} = \frac{y_{v2} K_v}{\omega_k K'_s},$$

где y_{v0} , y_{v1} , y_{v2} – ординаты скорости толкателя на графике $v-s$ или $v-t$ (см. рисунок 11), мм;

K_v – масштабный коэффициент графика $v-s$ или $v-t$.

Отрезки приведенной скорости толкателя можно определить также графически, для чего следует найти максимальное значение приведенной скорости:

$$X_{v_{\max}} = \frac{y_{v_{\max}} K_v}{\omega_k K'_s} = \frac{20 \cdot 0,018}{12,56 \cdot 0,001} = 29 \text{ мм},$$

где $y_{v_{\max}}$ – максимальная ордината скорости на графике $v-s$.

Для остальных положений отрезки приведенной скорости определяем графически, как показано на рисунке 11 (график $v-s$).

Через начало координат графика $v-s$ под произвольным углом к оси V графика проводим прямую AB и на этой прямой от начала координат, т. е. от точки O , откладываем отрезок максимальной приведенной скорости $Oa = X_{\tilde{v}}$. Затем на ось V графика $v-s$ переносим ординату максимальной скорости $y_{v_{\max}} = 0-2$ и ординаты скоростей в конце каждого участка $y_{v0} = 0$, $y_{v1} = 0-1$, $y_{v2} = y_{v_{\max}} = 0-2$, $y_{v3} = 0-3$, $y_{v8} = 0$.

Соединяем конец ординаты максимальной скорости $y_{v_{\max}}$ с концом ординаты на максимальной приведенной скорости $X_{v_{\max}}$ на линии AB , (см. рисунок 11), т. е. точку $2'$ соединяем с точкой a . Параллельно отрезку $a-2'$ проводим прямые через точки $1'$, $2'$, $3'$ и т. д., которые на прямой AB отсекут отрезки приведенных скоростей толкателя $0-0$, $0-1,0-2$, $0-3$, $0-4$, $0-5$, $0-6$, в принятом масштабе K'_s в положениях 0 , 1 , ..., 6 . Теперь отрезки $0-0$, $0-1$, ..., $0-6$ из графика $v-s$ переносим на график $\tilde{v}-s'$ и откладываем от оси S' по обе стороны в точках 0 , 1 , ..., 6 соответственно. Концы этих отрезков (точки: 0 , $1'$, ..., $6'$) (см. рисунок 13) соединяем и получаем график $\tilde{v}-s'$. Проводим под



заданным углом давления $\alpha = 30^\circ$ к обеим ветвям полученного графика $\tilde{v} - s'$ касательные и находим минимальный радиус центрального профиля кулачка R'_0 . Отрезок O_1O и будет представлять собой в масштабе K'_s минимальный радиус R'_0 . Определяем истинную величину минимального радиуса:

$$R'_0 = O_1O \cdot K'_s = 36 \cdot 0,001 = 0,036 \text{ м} = 36 \text{ мм.}$$

Теперь радиусом R'_0 в масштабе K'_s строим окружность минимальным радиусом центрального профиля кулачка (см. рисунок 13, б) и от точки O в обратном движении откладываем рабочий угол $\varphi_p = 180^\circ$, дугу которого делим на столько частей (в примере на шесть), на сколько разделена ось t графика $s-t$ (см. рисунок 11).

Из центра окружности O_1 (см. рисунок 13) через точки деления 1, 2, ..., 6 проводим радиус-векторы, на которых откладываем от окружности минимальным радиусом значения перемещения толкателя, найденные в масштабе K'_s . Соединив концы этих отрезков плавной кривой, получаем центральной профиль кулачка (см. рисунок 13).

Выбираем радиус ролика $r = (0,2 \dots 0,4) \cdot R'_0 = 0,35 \cdot 36 = 12,5$ мм. Методом обкатки центрального профиля радиусом r строим действительный профиль кулачка и изображаем тип толкателя.

Пример выполнения задания (тема практического занятия № 22)

По исходным данным темы практического занятия № 21 произвести анализ и синтез дезаксиального кулачкового механизма с роликовым толкателем. Если величина дезаксиала $e = 10$ мм.

1 Построение графиков описано в теме практического занятия № 18 и изображено на рисунке 11. Определение масштабных коэффициентов графиков дано в решении предыдущего примера. Рассмотрим особенности определения минимального радиуса и построения профиля кулачка. Построение графика $\tilde{v} - s'$ описано в решении примера (тема практического занятия № 21).

2 Определение минимального радиуса кулачка.

Рассчитываем в масштабе K'_s величину дезаксиала X_e , мм, следующим образом:

$$X_e = \frac{e}{K'_s} = 0,01 / 0,001 = 10 \text{ мм.}$$

От оси os' график $\tilde{v} - s'$ (см. рисунок 13, а) откладываем в масштабе K'_s величину дезаксиала $e = 10$ мм в сторону, противоположную выбранному направлению угловой скорости кулачка, и через конец отрезка e проводим вертикальную линию. Расстояние от точки пересечения вертикали с каса-



тельной к графику до начала координат графика O_1O и будет минимальным радиусом кулачка в выбранном масштабе K'_s , т. е. $R'_0 = O_1O \cdot K'_s$.

3 Построение профиля кулачка.

Из точки O'_1 (рисунок 14) в масштабе K'_s проводим две окружности: окружность минимальным радиусом R'_0 и окружность дезаксиала радиусом e .

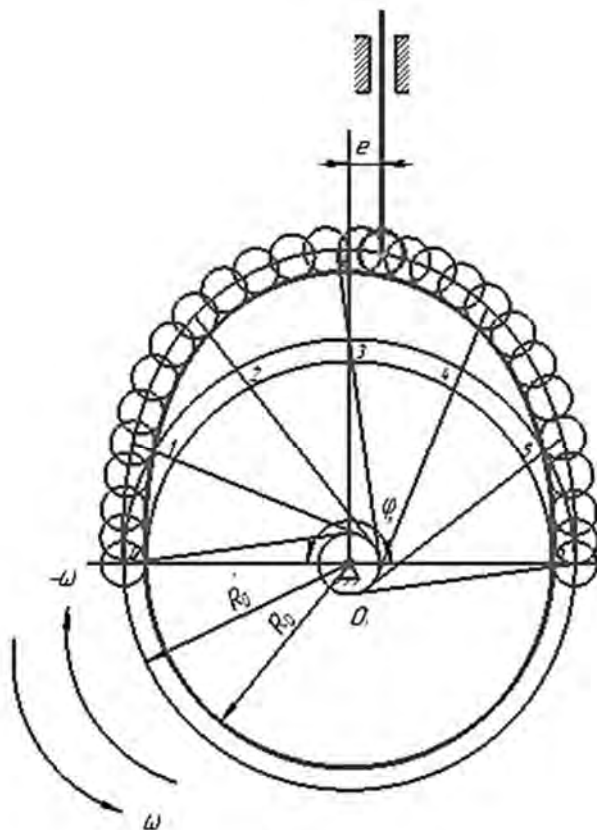


Рисунок 14 – Проектирование дезаксиального кулачкового механизма с роликовым толкателем

На дуге окружности минимальным радиусом от точки O в обратном движении откладываем рабочий угол φ_p и делим его на столько равных частей, на сколько разделена ось t графика $s-t$ (см. рисунок 11). Через точки деления 0, 1, ..., 6 проводим навстречу выбранному направлению угловой скорости кулачка касательные к окружности дезаксиала. На касательных в каждом положении от окружности минимальным радиусом откладываем в масштабе перемещения толкателя $y'_{s0}, y'_{s1}, y'_{s2}, y'_{s2}, y'_{s3}, y'_{s4}, y'_{s5}$ и т. д. Соединив концы этих отрезков плавной кривой, получаем центровый профиль кулачка. Выбираем радиус ролика $r = (0,2...0,4) \cdot R'_0$ и обкаткой во внутрь центрового профиля получаем действительный профиль кулачка. Изображаем тип толкателя (см. рисунок 14).

Пример выполнения задания (тема практического занятия № 23)

Произвести анализ и синтез кулачкового механизма с роликовым колебателем.
Исходные данные:

- закон движения толкателя задан графиком $\psi-t$ (см. рисунок 11);
- угол размаха колебателя $\beta = 20^\circ$;
- длина колебателя $L = 75$ мм;
- рабочий угол кулачка $\varphi_p = 240^\circ$;
- частота вращения кулачка $n_k = 125$ мин⁻¹;
- угол давления $\alpha = 40^\circ$.

Решение

Построение графиков приведено в теме практического занятия № 18.

Определение масштабных коэффициентов:

- масштабный коэффициент углового перемещения колебателя K_ψ , мм⁻¹, определим следующим образом:

$$K_\psi = \frac{\pi\psi}{180y_\psi} = \frac{3,14 \cdot 20}{180 \cdot 30} = 0,0117,$$

где y_ψ – ордината на графике $\psi-t$, $y_\psi = 30$ мм;

- масштабный коэффициент времени K_t , с/мм, рассчитываем как

$$K_t = \frac{\varphi_p}{6n_k X_t} = \frac{240}{6 \cdot 125 \cdot 60} = 0,0053,$$

где X_t – длина абсциссы, соответствующая времени поворота кулачка на рабочий угол, $X_t = 60$ мм;

- масштабный коэффициент угловой скорости колебателя K_ω , 1/(с·мм), вычисляем следующим образом:

$$K_\omega = \frac{K_\psi}{H_1 K_t} = \frac{0,0117}{15 \cdot 0,0053} = 0,147,$$

где H_1 – полюсное расстояние на графике $w-t$, $H_1 = 15$ мм;

- масштабный коэффициент углового ускорения колебателя K_ε , 1/(с²·мм), определяем как

$$K_\varepsilon = \frac{K_\omega}{H_2 K_t} = \frac{0,147}{20 \cdot 0,0053} = 1,387.$$

Построение графика $\tilde{v}-s$ и определение минимального радиуса.



Принимаем масштабный коэффициент построения $K_l = 0,001$ м/мм. Откладываем из точки A (рисунок 15, a) длину колебателя AB в масштабе K_l и строим угол размаха колебателя β . Рассчитываем линейное перемещение конца колебателя (длину дуги) \tilde{C}_{\max} , мм, в этом же масштабе:

$$\tilde{C}_{\max} = \frac{\pi\beta L_{AB}}{180K_l} = \frac{3,14 \cdot 20 \cdot 0,075}{180 \cdot 0,001} = 26,2.$$

Разбиваем ось t графика $\Psi-t$ на равные части и графическим построением на графике $\Psi-t$ (см. рисунок 11) определяем линейные перемещения конца колебателя, соответствующие положениям 0, 1, ..., 6. Перемещение конца колебателя 0-1, 1-2, 2-3 и т. д. переносим на дугу центрального угла β размаха колебателя, и через эти точки деления из центра A проводим лучи $A-0$, $A-1$, и т. д. (см. рисунок 15, a).

Определяем приведенные скорости конца колебателя, соответствующие перемещениям колебателя в положениях 0, 1, ..., 6 аналитически:

$$X_{vi} = \frac{y_{\omega i} K_{\omega} L}{\omega K_l},$$

или графически, как показано на графике $w-\Psi$ (рисунок 15, a), для этого находим в масштабе K_l максимальную приведенную скорость конца колебателя:

$$X_{\tilde{v}\max} = \frac{y_{\omega\max} K_{\omega} L}{\omega_k K_l} = \frac{25 \cdot 0,147 \cdot 0,075}{13,1 \cdot 0,001} = 21,$$

где ω_k – угловая скорость кулачка,

$$\omega_k = \frac{\pi n_k}{30} = \frac{3,14 \cdot 125}{30} = 13,1.$$

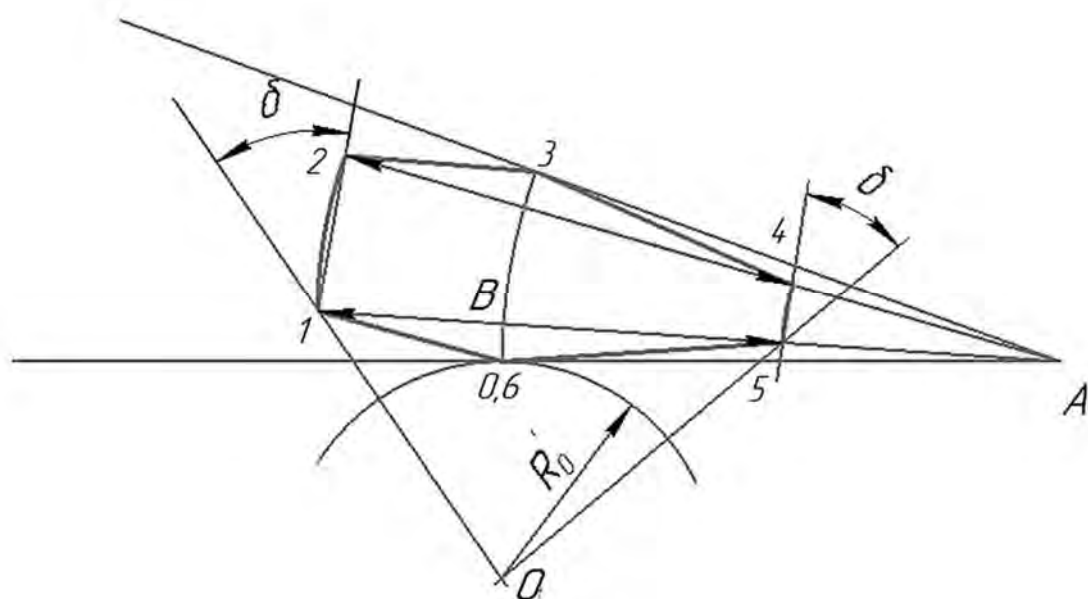
На лучах $A-1$, $A-2$ и т. д. графика $\tilde{v}-s'$ (см. рисунок 15, a) откладываем от дуги приведенные скорости $X_{\tilde{v}0}$, $X_{\tilde{v}1}$, $X_{\tilde{v}2}$ и т. д., и соединив концы их плавной кривой, получаем график $\tilde{v}-s'$.

На концах приведенных скоростей во всех положениях колебателя строим угол давления $\alpha = 40^\circ$ (см. рисунок 15, a) и определяем в масштабе K_l минимальный радиус R'_0 кулачка $R'_0 = O_1O \cdot K_l = O_1O \cdot K_l$.

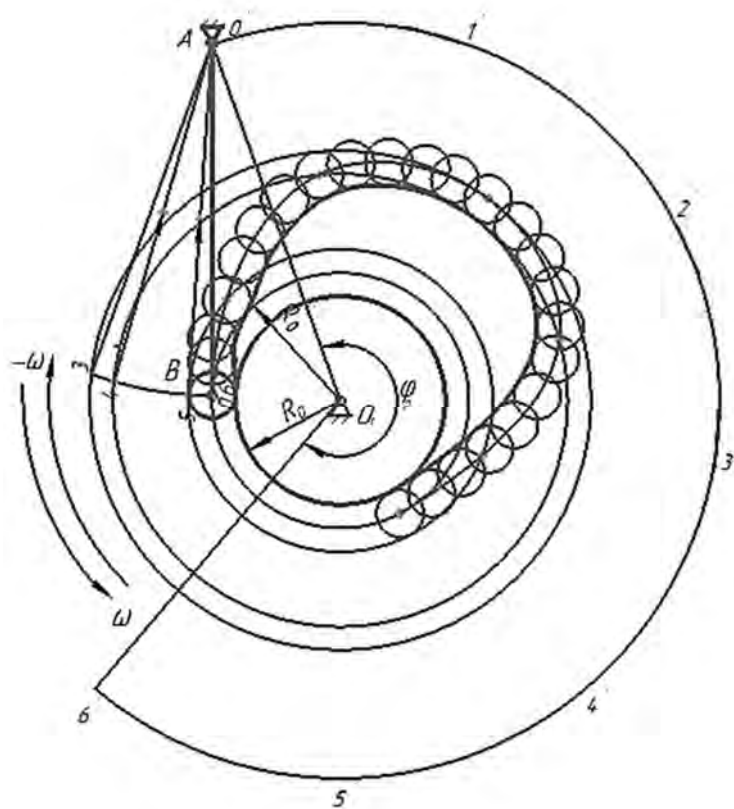
При построении графика $\tilde{v}-s'$ на участке, где вращение колебателя совпадает с вращением кулачка, положительные значения приведенных скоростей откладываем по колебателю к центру его вращения, а при разных направлениях угловых скоростей кулачка и колебателя – на продолжении колебателя.



а)



б)



а – диаграмма приведенных скоростей; б – проектирование кулачкового механизма

Рисунок 15 – Синтез кулачкового механизма с роликовым колебателем

Построение профиля кулачка.

В масштабе K_e из центра O_1 строим две окружности: минимальным радиусом R'_0 и радиусом O_1A (расстояние между осями вращения кулачка и колебателя определяется из графика). От точки A на окружности радиусом O_1A

в сторону, противоположную угловой скорости кулачка, откладываем рабочий угол кулачка φ_p и делим его на несколько равных частей A_0, A_1, A_2 и т. д., как разделен график $\Psi-t$. Из точки A (см. рисунок 15, б) радиусом, равным длине колебателя в масштабе K_l , от окружности минимальным радиусом строим дугу \tilde{C}_{\max} угла размаха колебателя, перенося разметку положений конца колебателя 0, 1, 2, 3 и т. д. (см. рисунок 15, а).

Из центра O_1 через точки 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 на дуге колебателя радиусами 0-1, 0-2 проводим концентрические окружности, а из точек A_0, A_1, A_2 и т. д. на этих окружностях длиной колебателя в масштабе делаем засечки и получаем точки 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Соединив точки плавной кривой, получаем центральной профиль кулачка. Выбрав радиус ролика и сделав обкатку вовнутрь, получаем действительный профиль кулачка.

Примечание – При построении профилей кулачков масштабный коэффициент построения можно принимать любой другой, отличный от K_s' , но стандартный, однако в этом случае при построении необходимо будет также определить и перемещение толкателя (колебателя) в новом принятом масштабе построения.

7 Практическое занятие № 24. Законы движения. Удары при работе

Теоретические основы практического занятия

В ряде технологических машин, таких как текстильные, полиграфические и другие, закон движения полностью определен той операцией, для выполнения которой механизм предназначен. В таком случае выбор закона движения отпадает. Однако во многих случаях, например, в машинах-автоматах, автомобильных двигателях, технологическим процессом задаются только фазовые углы и величины перемещений. Внутри каждой фазы подъема и опускания закон движения может быть произвольным, тогда закон движения выбирается таким, чтобы механизм был оптимальным в динамическом отношении.

Простейшим законом является закон постоянной скорости (рисунок 16). Скорость в точке I теоретически мгновенно изменяет направление, следовательно, ускорение стремится к бесконечности. Практически из-за упругости звеньев изменение направления происходит за некоторый малый промежуток времени, поэтому ускорение не бесконечно, но велико, а следовательно, и очень велика сила инерции. Это явление носит название жесткого удара. Такой закон движения может быть применен только для малоответственных тихоходных механизмов.

Жесткого удара можно избежать, если принять закон постоянного ускорения. Однако здесь мгновенно изменяется направление ускорения и, следовательно, направление силы инерции. Это тоже проявляется в виде удара – «мягкого удара», который приводит к колебаниям и дополнительным динамическим нагрузкам. При применении закона косинусоидального ускорения в



точке 1 сила инерции равна нулю, но мягкий удар в точке 2 все же происходит, если далее следует выстой толкателя.

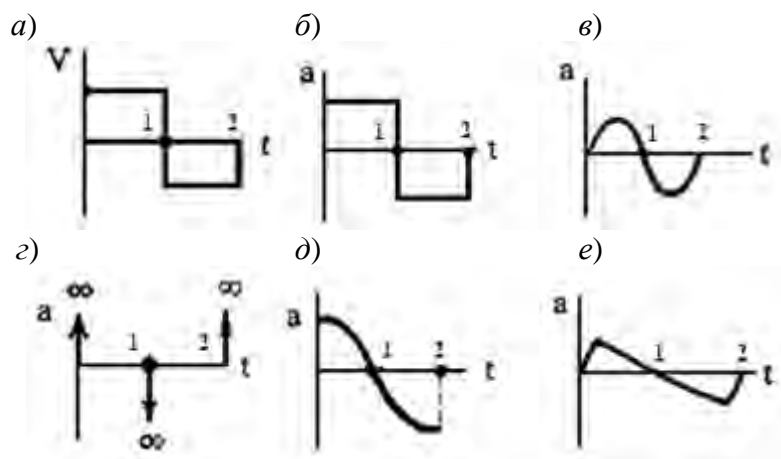


Рисунок 16 – Законы движения толкателя

Безударными будут синусоидальный и полиномиальный законы. Однако применение двух последних законов предъявляет очень высокие требования к точности изготовления кулачков.

Раньше обычно применялись кулачки, очерченные дугами сопряженных окружностей. Несмотря на то, что профиль таких кулачков был абсолютно гладким, в точках сопряжения происходили мягкие удары, т. к. имело место мгновенное изменение радиусов кривизны.

Пример выполнения задания

Чтобы определить величину удара, необходимо построить диаграммы движения толкателя (см. рисунок 16).

8 Практическое занятие № 25. Определение углов давления и жесткости пружин

Теоретические основы практического занятия

В соответствии с направлением толкателя – от центра вращения кулачка или к центру – различают четыре фазы цикла работы кулачкового механизма, такие как фазы подъема, верхнего выстоя, опускания, нижнего выстоя.

Движение толкателя 2 на фазе его подъема происходит под действием силы $\overline{F_{21}}$, действующей со стороны 1 (рисунок 17). При этом толкатель, преодолевая силу сопротивления $\overline{F_{2C}}$ и силу трения $\overline{F_{2T}}$ в направляющих стойки (на рисунке 18, а $\overline{F_{2T}}$ условно показана на оси толкателя), перемещается со скоростью $\overline{V_B}$. Сила $\overline{F_{21}}$ в механизме с роликовым толкателем направлена почти

по нормали nn к центральному профилю кулачка, т. к. трение качения в паре кулачок – ролик незначительно.

Угол α между вектором силы, действующей со стороны ведущего звена на ведомое, и вектором скорости точки ведомого звена, в которой приложена сила, называется *углом давления*.

Несовпадение направления движущей силы $\overline{F_{21}}$ и направления движения толкателя на фазе его удаления вызывает перекося толкателя в направляющих стойки. Чем больше угол давления, тем сильнее прижат толкатель к направляющим, тем больше трение в них и их износ. При этом увеличение силы трения $\overline{F_{2T}}$ вызывает необходимость увеличить движущую силу $\overline{F_{21}}$, в результате чего возрастают изгибные и контактные напряжения в звеньях механизма. При большем значении угла давления сила трения $\overline{F_{2T}}$ настолько увеличивается, что толкатель заклинивается в направляющих и остается неподвижным, сколько бы большой ни была бы движущая сила $\overline{F_{21}}$ – механизм становится *неработоспособным*. Угол давления, при котором происходит заклинивание, называется *углом заклинивания*.

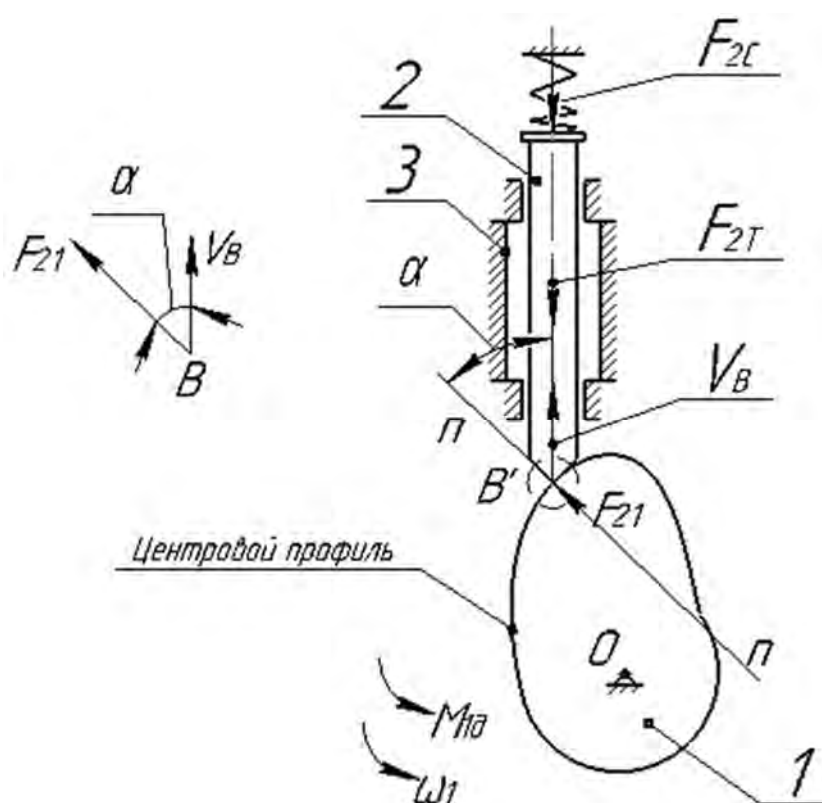


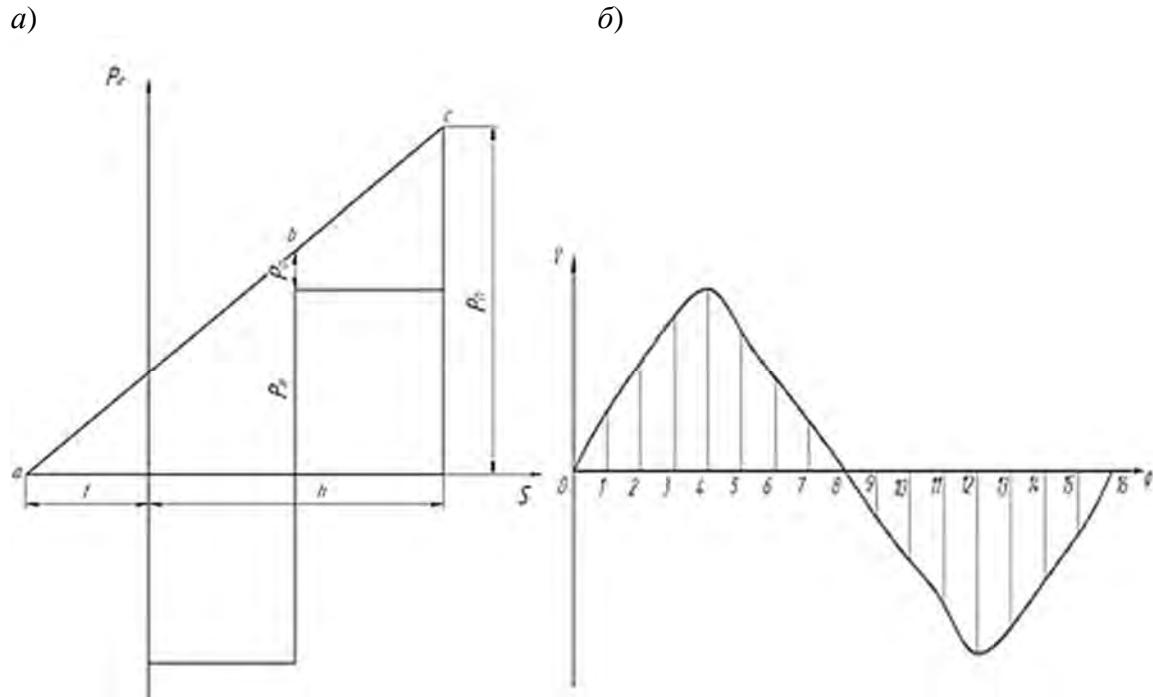
Рисунок 17 – Схема действия сил в кулачковом механизме

В механизмах с колебателем увеличение угла давления на фазе удаления также нежелательно, а при больших углах α механизм становится неработоспособным.

На фазе опускания, когда кулачок не является ведущим звеном и толкатель перемещается от пружины (в механизмах с силовым замыканием), заклинивания не происходит.

Пример выполнения задания

По диаграмме приведенных скоростей (см. рисунок 13, *a*) находим значения углов давления для каждого положения колебателя (толкателя) и строим по ним диаграмму $\alpha = f(\varphi)$ (рисунок 18, *б*) изменения угла давления на кулачок со стороны толкателя за полный оборот кулачка. Затем строим диаграмму $P = f(s)$ и подбираем по жесткости пружину.



a – определение жесткости замыкающей пружины; *б* – график изменения угла давления

Рисунок 18 – Выбор пружины

Список литературы

- 1 **Волков, В. В.** Теория механизмов и машин : учебник / В. В. Волков. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 328 с.
- 2 Теория механизмов и механика машин : учебник / Под ред. К. В. Фролова. – 5-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 2005. – 496 с.
- 3 Теория механизмов и механика машин : учебник / Под ред. К. В. Фролова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высшая школа, 1998. – 496 с. : ил.
- 4 **Попов, С. А.** Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев ; под ред. К. В. Фролова. – Москва : Высшая школа, 1998. – 351 с.
- 5 **Борисенко, Л. А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов : учебное пособие / Л. А. Борисенко. – Минск : Новое знание, 2011. – 285 с. : ил.
- 6 Зубчатые передачи и трансмиссии в Беларуси: проектирование, технология, оценка свойств / В. Б. Альгин [и др.] ; под общ. ред. В. Б. Альгина, В. Е. Старжинского. – Минск : Беларуская навука, 2017. – 406 с.
- 7 **Леонов, И. В.** Теория механизмов и машин. Основы проектирования по динамическим критериям и показателям экономичности: учебник / И. В. Леонов. – Москва : Юрайт, 2016. – 239 с.

